

SESSION 2015

**AGRÉGATION
CONCOURS EXTERNE**

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS**

**MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Le sujet proposé porte sur la rénovation de l'Opéra National de Lyon. Il comporte 5 parties. La PARTIE 1 porte sur le confort et la climatisation de la salle de spectacle.

La PARTIE 2 porte sur l'étude de l'acoustique de la grande salle de spectacle.

La PARTIE 3 porte sur la structure métallique de la grande salle de répétition.

La PARTIE 4 porte sur la géotechnique et les techniques de renforcement de sol.

La PARTIE 5 porte sur l'étude des matériaux de la verrière de la grande salle de répétition.

Toutes les parties peuvent être traitées de manière indépendante. Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués et les calculs réalisés, et de commenter les résultats obtenus.

Contexte de l'étude

Il y a trois siècles et demi que Lyon abrite un opéra. Le premier théâtre est édifié en 1756 par Soufflot, architecte de l'Hostel-Dieu à Lyon et du Panthéon à Paris. Mal entretenu, ce théâtre est remplacé en 1831 par un nouvel opéra, de style néo-classique, imaginé par les architectes Chenavard et Pollet. Au début des années 1980, avec le travail de Louis Erlo, la fréquence des spectacles et la place prépondérante du travail de mise en scène nécessitent de nombreuses répétitions, assurées par des équipes artistiques et techniques de plus en plus importantes. Parallèlement, la municipalité souhaite se doter d'un bâtiment, vitrine de la ville, qui hisse son opéra au niveau international. Vétuste, l'Opéra doit être rénové. Un concours d'architecture est donc lancé et remporté en 1986 par Jean Nouvel, qui réhabilite le théâtre dès 1989. Le nouvel Opéra de Lyon est inauguré en mai 1993. De l'ancien édifice du 19^e siècle sont préservés les quatre murs de façades et le foyer du public. A l'intérieur de cette enveloppe originelle évidée, un nouveau bâtiment de dix-huit niveaux est érigé, offrant un volume trois fois plus important qu'auparavant. Compte-tenu des contraintes urbaines du site, cinq niveaux sont construits en sous-sol, les six derniers s'inscrivent dans une verrière demi-cylindrique posée sur les façades du théâtre pré-existant. La grande salle de spectacle est agrandie, l'amphithéâtre et trois salles de répétition sont créés, répondant ainsi aux exigences d'un théâtre moderne.



Figure 1 : Opéra national de Lyon avant et après rénovation (<http://fr.wikipedia.org/>).

PARTIE 1 – Confort et climatisation de la salle de spectacle (5 points)
--



Figure 2 : La grande salle de spectacle comportant 1100 places (www.opera-lyon.com).

Les 2 sections de la PARTIE 1 du sujet sont indépendantes

Section 1: Étude du confort thermique

La température opérative (T_o) ou température résultante sèche, est un indicateur simple du confort thermique qui prend en compte les effets de la convection et du rayonnement. Elle est définie dans la norme NF EN ISO 7726 de 2002 comme la température d'une enceinte isotherme dans laquelle un occupant échange la même quantité de chaleur par rayonnement et convection que dans l'enceinte dans laquelle il se trouve réellement. La mesure de la température se fait à l'aide d'une sphère de diamètre $d = 15 \text{ cm}$, appelée boule noire, dans laquelle est placé un capteur de température.

Hypothèses de la Section 1:

- Régime permanent,
- Température uniforme dans la boule noire T_o ,
- L'enceinte se comporte comme un corps noir à température T_r ,
- Les surfaces sont grises vis-à-vis du rayonnement.

Données de la Section 1:

- Diamètre de la boule noire $d = 15 \text{ cm}$,

- Coefficient d'absorption grande longueur d'onde ($\lambda > 2,5 \mu m$) de la surface de la boule noire: $\alpha_{GLO} = 0,9$,
- Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$,
- Conductivité thermique de l'air $\lambda = 0,023 W m^{-1} K^{-1}$,
- Viscosité cinématique de l'air $\nu = 0,15 \times 10^{-6} m^2 s^{-1}$,
- La température $0 \text{ }^\circ C$ correspond à $T = 273,15 K$.

1.1) La boule noire est placée dans une enceinte. Donner l'expression analytique de la densité de flux net radiatif φ_r (en $W m^{-2}$) sortant de la boule noire et échangé avec l'enceinte, exprimer celui-ci sous la forme:

$$\varphi_r = h_r \times (T_o - T_r)$$

Donner l'expression de h_r .

1.2) Donner l'expression de la densité de flux convectif φ_c (en $W m^{-2}$) sortant de la boule noire et échangé avec l'air en fonction de la température d'air T_a et du coefficient d'échange convectif h_c .

1.3) À partir de l'écriture du bilan thermique de la boule noire, donner l'expression analytique de la température opérative T_o .

1.4) La température de l'enceinte est $T_r = 26 \text{ }^\circ C$. En supposant que $T_o \approx T_r$, calculer h_r .

1.5) Dans le cas de la sphère, le nombre de Nusselt est défini comme :

$$Nu = \frac{h_c \times d}{\lambda}$$

Il est relié au nombre de Reynolds Re par

$$Nu = 0,37 \times Re^{0,58}$$

Le nombre de Reynolds étant lui-même défini par :

$$Re = \frac{U \times d}{\nu}$$

En supposant que la vitesse moyenne de déplacement d'air est $U = 0,2 m s^{-1}$, calculer h_c .

1.6) En été, en période de climatisation, il est recommandé une température opérative maximale de $27 \text{ }^\circ C$. A partir de cette exigence, calculer la température maximale de l'air pour assurer le confort.

Section 2: Climatisation d'été de la salle de spectacle

La salle de spectacle peut contenir 1100 spectateurs. Chaque spectateur représente une charge interne $P = 115 \text{ W}$ répartis en chaleur sensible $P_s = 70 \text{ W}$ et en chaleur latente $P_l = 45 \text{ W}$. On suppose que la température d'air de confort vaut $T_a = 28 \text{ °C}$.

Hypothèses de la Section 2:

- Régime permanent,
- Les transferts de chaleur par les parois sont négligés devant les charges internes liées aux spectateurs.

Données de la Section 2:

- La capacité calorifique de l'air sec est de $1000 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$,
- La température 0°C correspond à $T=273,15\text{K}$.

1.7) On suppose un écart au soufflage de 7 °C (entre la température de l'air intérieur et la température de soufflage). Calculer le débit massique d'air sec permettant d'assurer le confort thermique Q_m en kg s^{-1} .

1.8) Le système d'air fonctionne en tout air neuf. La température extérieure vaut $T_{ext} = 36 \text{ °C}$. Calculer la puissance du système de refroidissement P_{froid} en supposant qu'il n'y a pas de condensation.

1.9) La moitié du débit massique d'air sec extrait est recyclé, c'est à dire mélangé avec l'air neuf provenant de l'extérieur. Calculer la température du mélange T_m .

1.10) Calculer la puissance de refroidissement avec air recyclé P_{froid} en supposant qu'il n'y a pas de condensation. Conclure quant à l'intérêt énergétique du système.

PARTIE 2 – Acoustique de la salle de spectacle (3 points)

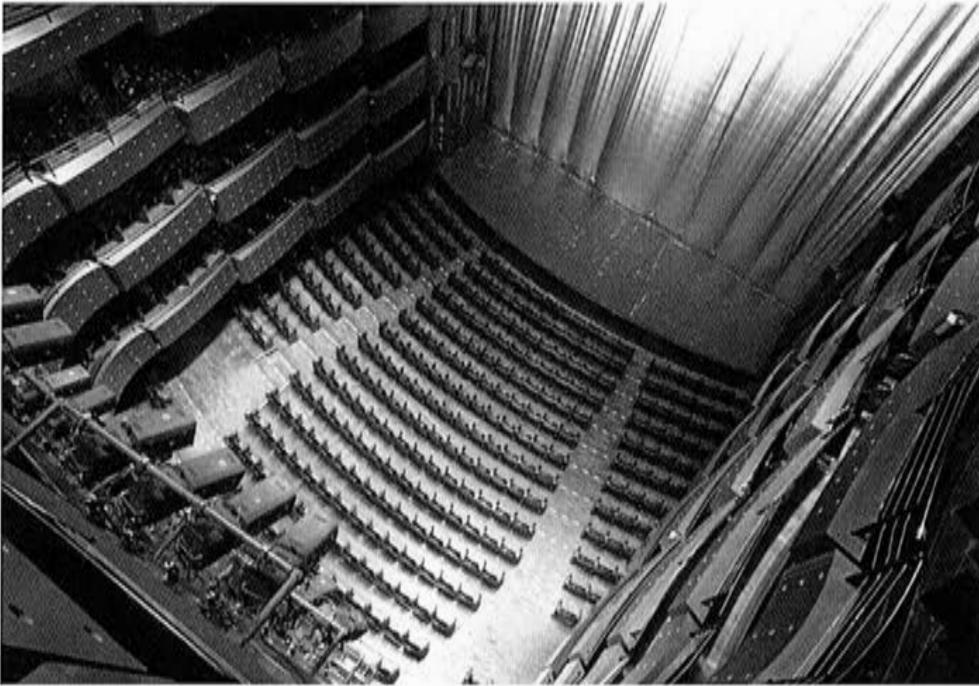


Figure 3 : La grande salle de spectacle (www.opera-lyon.com).

On se propose dans cette partie, d'étudier les qualités acoustiques de la grande salle de spectacle.

Pour simplifier, on approximera la salle à un parallélépipède de dimensions :

$(L \times \ell \times H) = (19 \times 17 \times 19,2 \text{ m})$, incluant la scène.

On notera V le volume total.

La salle comporte des balcons sur 6 niveaux et répartis sur le périmètre de la salle à l'exception de l'espace occupé par la scène d'une profondeur $L_s = 4 \text{ m}$ (figure 4). Ces balcons ont une largeur de $L_b = 2,5 \text{ m}$. Pour simplifier, on supposera ces balcons horizontaux et on négligera le volume qu'ils occupent.

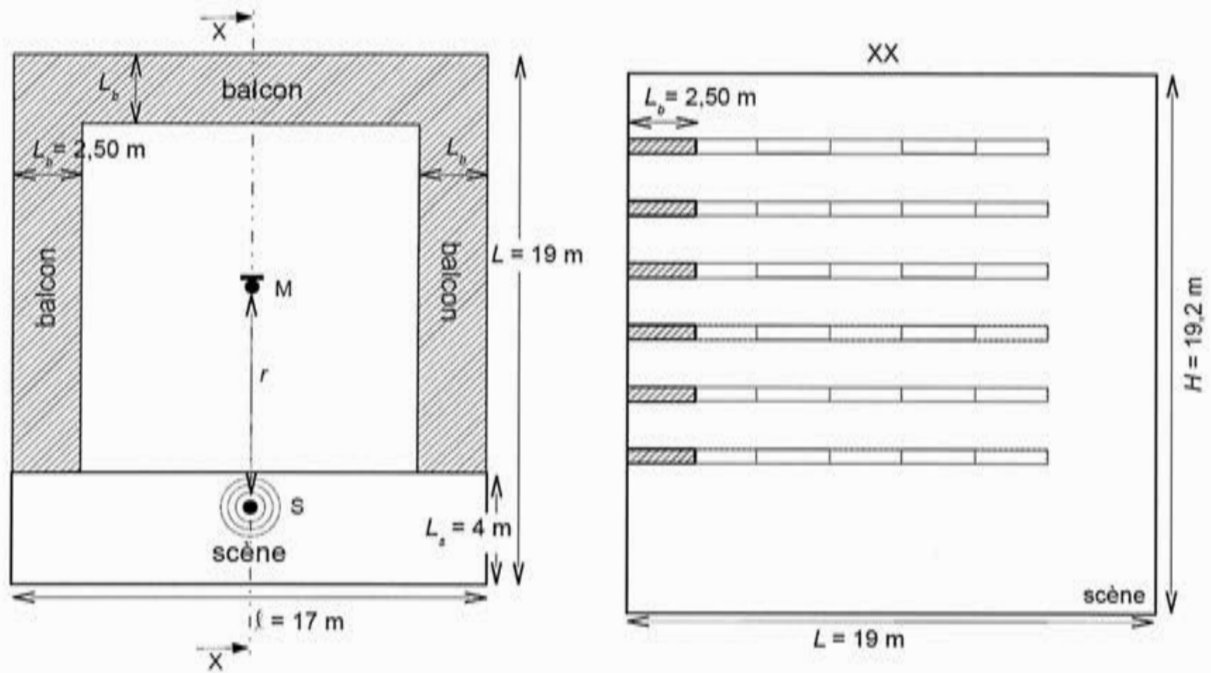


Figure 4 : Modèle de salle considéré. Vue de dessus (gauche) et coupe verticale XX (droite)

2.1) Définir le temps de réverbération de la salle, Tr , et donner son expression à l'aide de la formule de Sabine dont on rappellera les hypothèses. On introduira l'aire d'absorption équivalente A_0 de la salle.

2.2) La mesure de temps de réverbération dans la salle vide donne une valeur globale $Tr_0 = 3,0$ s.

En déduire la valeur de A_0 et du coefficient d'absorption acoustique moyen de la salle α_0 .

2.3) La salle est prévue pour accueillir 1100 spectateurs. On considère que l'aire moyenne couverte par un spectateur est de $0,5$ m^2 et que le coefficient d'absorption moyen d'un spectateur est $\alpha_{sp} = 0,8$.

Calculer le temps de réverbération Tr_c lorsque la salle est comble.

2.4) On souhaite obtenir lorsque la salle est comble, un temps de réverbération Tr_{opt} avec : $Tr_{opt} = 0,07 V^{1/3}$, où V représente le volume de la salle. Pour cela, les faces extérieures des balcons sont couvertes de plaques perforées absorbantes. Ces plaques font en moyenne $0,8$ m de haut et sont disposées sur toute la longueur des six balcons (voir figures 3 et 4).

Montrer que le coefficient d'absorption des plaques perforées α_{ab} permettant d'obtenir un temps de réverbération Tr_{opt} peut s'écrire :

$$\alpha_{ab} = \alpha_0 + \frac{0,16}{S_{ab}} V^{2/3} \left(\frac{1}{0,07} - \frac{V^{1/3}}{Tr_c} \right)$$

où S_{ab} est la surface totale de ces plaques perforées.

Calculer la valeur numérique de S_{ab} et de α_{ab} .

2.5) On dispose une source sonore ponctuelle et omni-directionnelle sur la scène (point S). Son niveau de puissance acoustique est $L_W=90$ dB. Un microphone (point M) est placé dans l'axe central de la salle, à une distance r de la source.

Donner l'expression du niveau de pression acoustique $L_p(M)$ au point M en fonction de L_W , r , et A l'aire d'absorption équivalente de la salle.

Calculer ce niveau $L_p(M)$ dans le cas de la salle vide puis dans le cas de la salle comble, pour un microphone situé à $r = 5$ m de la source.

Même question pour un microphone situé à $r = 15$ m de la source.

Comparer pour ces 2 positions, la nature du champ sonore dans la salle vide et dans la salle comble.

2.6) La plaquette de l'opéra mentionne à propos de la grande salle de spectacles : « *Cette architecture sans angle droit et avec un plancher très pentu favorise l'acoustique (...). Les cavités sur le revêtement des balcons et sous les sièges minimisent les phénomènes de réverbération sonore* ».

Expliquez les principes physiques à l'origine des technologies mises en œuvre dans la salle qui « favorisent l'acoustique » et « minimisent les réverbérations ».

PARTIE 3 – Etude de la structure de la salle de répétition (4 points)



Figure 5 : La structure métallique de la grande salle de répétition (www.opera-lyon.com).

La grande salle de répétition du ballet est composée, pour sa couverture, d'une série d'arcs en poutrelles métalliques sur lesquels repose une verrière (figure 5).

Une poutrelle métallique peut-être schématisée par un arc bi-articulé comme le montre la figure 6 ci-dessous.

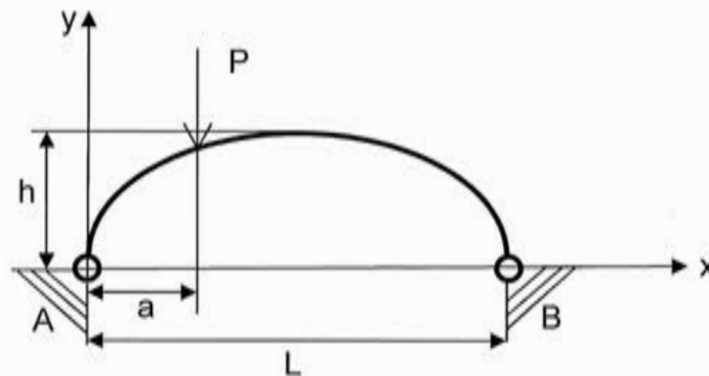


Figure 6 : Schématisation de la structure porteuse.

- 3.1) Déterminer le degré d'hyperstaticité de la structure.
- 3.2) L'arc métallique est de la forme : $y = dx^2 + ex + f$, déterminer d, e et f.
- 3.3) Donner l'expression du moment de flexion le long de l'arc de parabole.
- 3.4) Déterminer les réactions aux appuis.
- 3.5) Si $a = k \times L$, donner l'expression de la réaction horizontale en B en fonction de P, L, h et k.

Ainsi pour une série de charges concentrées positionnées à $k_1 \times L$, $k_2 \times L$, $k_3 \times L$, ... la réaction horizontale en B peut-être calculée par une méthode de superposition avec $P = \sum p_i$ et $k_i = x_i/L$.

3.6) Dans ces conditions déterminer l'expression de la réaction horizontale en B en fonction de x et de p .

3.7) Appliquer le résultat précédent à une charge uniformément répartie sur la totalité de l'arc.

3.8) Dans les conditions précédentes, calculer le moment de flexion à n'importe quel point de l'arc (x,y) et conclure.

PARTIE 4 – Renforcement du sol sous le parvis par colonnes ballastées (4 points)

La réhabilitation complète de l'opéra de Lyon a nécessité d'importantes reprises en sous-œuvre et notamment sous le parvis en raison de la présence de la ligne de métro. Il fallait donc prévoir un renforcement du sol. Une solution envisagée a été de mettre en œuvre un réseau de colonnes ballastées.

- 4.1) Expliquer les différents phasages de la mise en œuvre d'une colonne ballastée.
- 4.2) Expliquer la technique la plus couramment utilisée.
- 4.3) Expliquer le fonctionnement mécanique d'une colonne ballastée.

La figure 7 schématise un réseau de colonnes ballastées, une cellule unitaire, les contraintes du domaine cylindrique d'influence de la colonne et les déformations de la colonne et du sol ambiant. Chaque milieu est caractérisé, d'une manière générale, par les paramètres mécaniques suivants :

- sol encaissant homogène : E_s , ν_s , C_s et éventuellement φ_s , respectivement Module d'Young, coefficient de Poisson, Cohésion et angle de frottement du sol.
- colonnes ballastées : E_c , ν_c , φ_c , respectivement Module d'Young, coefficient de Poisson et angle de frottement du ballaste.

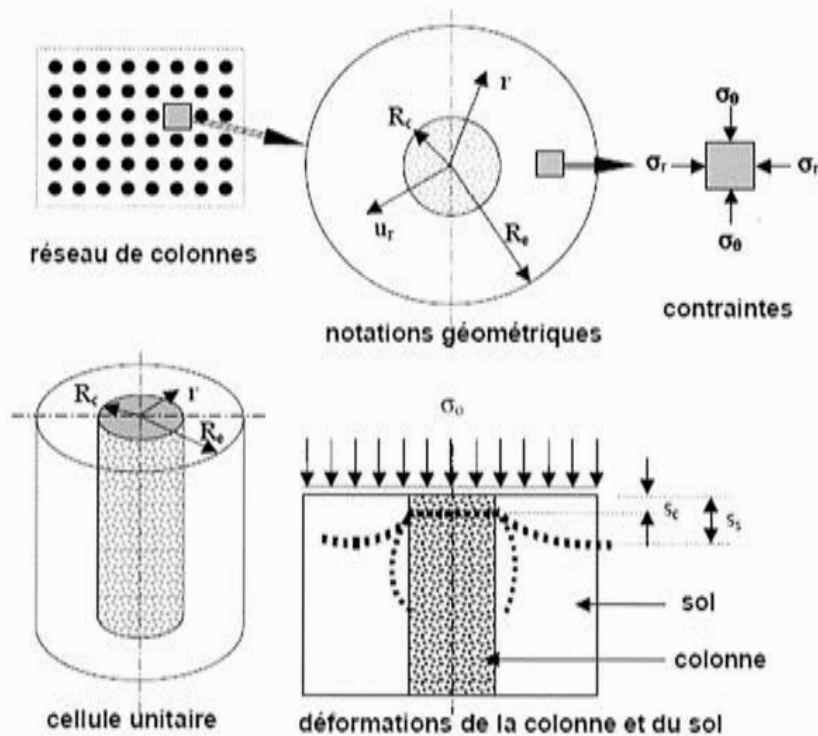


Figure 7 : Principe de la cellule unitaire et application aux colonnes ballastées de la théorie de l'expansion d'une cavité cylindrique dans un milieu élastique infini (Vesic, 1972) d'après A. Dhouib et al. 2004.

On peut assimiler la cellule unitaire à un cylindre long à section circulaire. En raison de la symétrie axiale et de l'uniformité dans la même direction, les composantes de cisaillement et de déplacement transversal sont nulles et les trois contraintes σ_r , σ_θ et σ_z vérifient les deux équations d'équilibre régissant l'expansion latérale d'une cavité cylindrique (Vesić, 1972).

4.4) A partir de ce qui précède, trouver les deux équations d'équilibre permettant de déterminer σ_r , σ_θ en fonction de r et σ_z en fonction de z .

4.5) A partir des relations suivantes et en négligeant les déformations axiales, exprimer σ_r , σ_θ en fonction des déformations et des paramètres mécaniques du sol.

$$\varepsilon_r = (1 - \nu_s^2)/E_s \times (\sigma_r - (\sigma_\theta \times \nu_s)/(1 - \nu_s))$$

$$\varepsilon_\theta = (1 - \nu_s^2)/E_s \times (\sigma_\theta - (\sigma_r \times \nu_s)/(1 - \nu_s))$$

L'introduction du déplacement radial u_r conduit aux déformations suivantes :

$$\varepsilon_r = du_r/dr$$

$$\varepsilon_\theta = u_r/r$$

4.6) En reportant ces équations dans les équations précédentes puis dans les équations d'équilibre, trouver l'équation différentielle du second ordre qui permet de déterminer u_r en fonction de r . Intégrer cette équation différentielle.

4.7) Déterminer les contraintes σ_r , σ_θ et σ_z en fonction de r , des caractéristiques mécaniques du sol et des deux constantes d'intégration.

4.8) En appliquant le résultat précédent à une colonne ballastée en place avec $\sigma_r (r=R_c) = \sigma_h = K_0 \times \sigma_v$ et $u_r (r=R_e) = 0$ déterminer les deux constantes d'intégration.

PARTIE 5 – Etude du verre et de l'acier de la grande verrière (4 points)



Figure 8 : La grande verrière de la salle de répétition (www.opera-lyon.com).

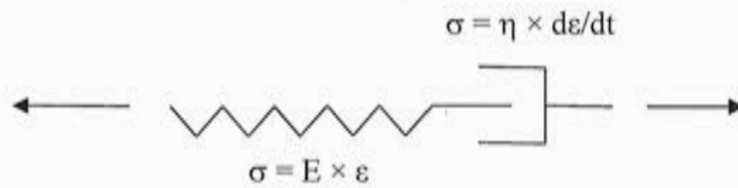
La grande verrière de la salle de répétition est composée de plaques de verre trempé et de profilés métalliques en acier.

- 5.1) Donner une définition pour un acier à haute limite élastique.
- 5.2) Expliquer la nuance S355MC et HX380LAD.
- 5.3) Expliquer en quoi l'utilisation de l'acier dans la construction participe au développement durable.
- 5.4) Expliquer le procédé de fabrication du verre trempé.

Le procédé de fabrication du verre trempé provoque l'apparition de contraintes au cours du refroidissement en raison de forts gradients thermiques dans l'élément, et de contraintes résiduelles car le verre présente un comportement viscoélastique variable avec la température.

- 5.5) Expliquer la conséquence de ces contraintes résiduelles sur le comportement mécanique du verre trempé.
- 5.6) Expliquer les modèles rhéologiques viscoélastiques courants utilisés dans l'étude du comportement du verre trempé.

Le modèle de Maxwell se présente sous la forme suivante avec E le module d'Young et η la viscosité du verre:



5.7) Déterminer l'équation générique du modèle de Maxwell.

5.8) En considérant que la viscosité du verre est une fonction de la température de la forme : $\text{Log } \eta = A + B/(T-T_0)$ avec T la température de la trempe et T_0 , A et B des constantes, exprimer l'augmentation de contrainte résiduelle au cours du temps en fonction de T_0 , A, B, T et E.