

## 2) Prédétermination du profil de la came de correction angulaire des galets et de la géométrie du galet associé

La maîtrise du contrôle de la direction et la nature du mouvement du pistolet lié à la bielle réceptrice 2 au cours de l'évolution du carrousel sont réalisées à l'aide de la came liée au bâti dans laquelle le galet 5 puise ses informations (voir figure 2).

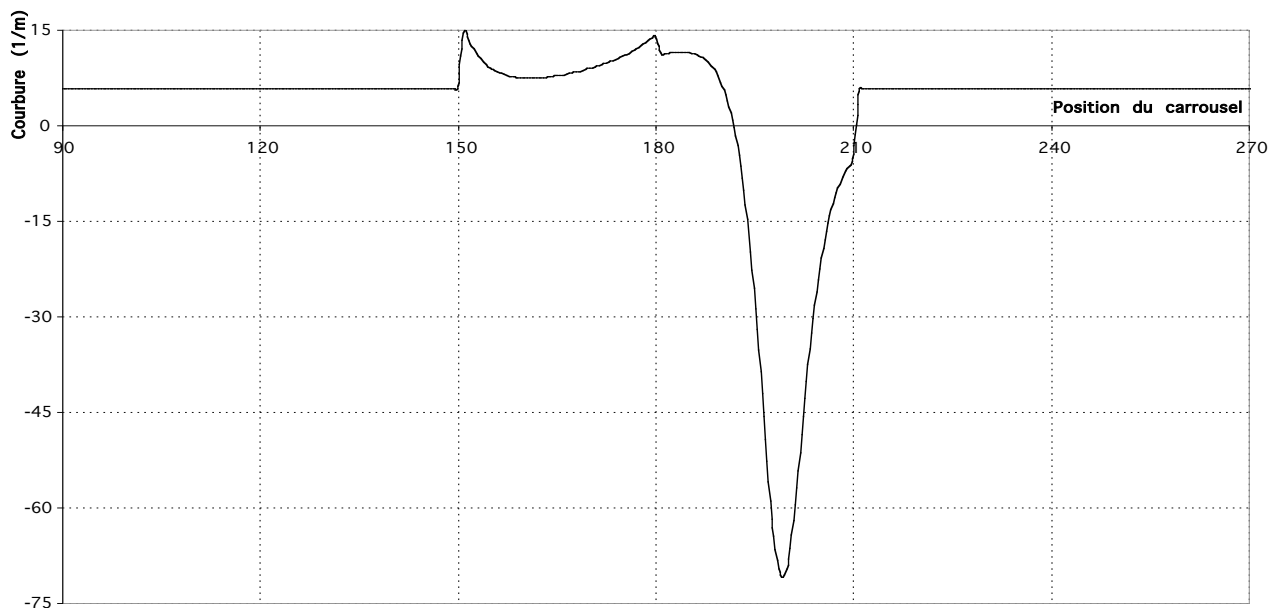
La figure 3 représente la vue de dessus des positions du squelette des pièces 1, 2, 3 et 4 au cours de l'évolution du bras principal 1, la vitesse du tapis par rapport au bâti est portée par  $\vec{y}_0$ .

Le carrousel tourne à vitesse constante  $\dot{\theta}_0$  égale à 2 rad/s. Le pistolet est alimenté en produit uniquement au cours des deux phases c et c', phases durant lesquelles l'angle  $\theta$  reste constant. Lorsque l'une de ces deux phases est terminée, le pistolet est complètement retourné pour retrouver durant la nouvelle phase de peinture une orientation fixe par rapport au tapis. Cette phase de retournement se décompose en deux : une phase a (ou a') caractérisée par une accélération angulaire  $\ddot{\theta}$  constante positive, notée  $\ddot{\theta}_0$ , suivie d'une phase b (ou b') de décélération constante. Les deux phases ont la même durée.

L'origine des temps est prise pour le début de la phase a lorsque le couple  $(\theta, \dot{\theta})$  a pour valeur  $(\theta_0, 0)$ .

Les valeurs particulières du couple  $(\theta, \dot{\theta})$  sont précisées sur la figure 3.

- **Q-2-1)** A partir des différentes phases décrites, donner du début de la phase a à la fin de la phase c, en précisant les domaines de définition, l'évolution de  $\theta$  et de  $\dot{\theta}$  en fonction du temps, puis la relation  $\ddot{\theta}(\theta)$ .
- **Q-2-2)** En déduire les équations cartésiennes paramétriques, le paramètre retenu étant  $\theta$ , du profil théorique de la came permettant d'obtenir ce mouvement.
- **Q-2-3)** Après avoir rappelé l'expression du rayon de courbure local à une courbe, proposer un organigramme de calcul permettant d'établir l'expression du rayon de courbure local à ce profil théorique en fonction du paramètre  $\theta$ .
- **Q-2-4)** La courbe ci-dessous (courbe 1) présente le résultat du calcul de la courbure du profil théorique de la came (trajectoire dans  $R_0$  du point E) sur un demi-tour de carrousel. Dans quelle phase se situe la zone qui limitera la taille du galet, et quel est le diamètre maximal admissible pour ce galet ?



Courbe 1 : évolution de la courbure de la came sur un demi-tour de carrousel

### 3) Étude dynamique de l'ensemble carrousel-bras. Détermination de la pression de contact galet-came

Les questions Q-3-6 à Q-3-8 sont indépendantes des questions Q-3-1 à Q-3-5.

Nous nous limiterons à nouveau à l'étude d'un seul des bras du carrousel. Ce sous-ensemble est constitué de 5 solides qui sont supposés, dans cette partie, indéformables (voir figure 4). Dans la configuration retenue, les positions angulaires des biellettes 2 et 4 sont identiques ainsi que celles du tirant 3 et du bras principal 1.

#### Le bâti 0

Il est supposé galiléen. Le repère associé  $(O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$  est tel que  $\bar{z}_0$  est vertical ascendant.

Définition de la came :  $\vec{OE} = p\bar{u} + q\bar{z}_0$

Profil défini par  $\bar{u} = \bar{u}(\bar{x}_0)$ , où  $\bar{u} = (\bar{x}_0, \bar{u}) = (\bar{y}_0, \bar{v})$

Normale à la came en E :  $\bar{n}$

#### Le bras principal 1

Caractéristiques géométriques :  $\vec{OA} = a\bar{x}_1 + b\bar{z}_0$        $\vec{OC} = c\bar{x}_1$

Caractéristiques cinétiques : Masse  $M_1$

$\vec{OG}_1 = l_1\bar{x}_1 + h_1\bar{z}_0$

$$\bar{I}(O,1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0}$$

Ce bras est lié au bâti par une liaison pivot d'axe  $(O, \bar{z}_0)$ . Le paramètre angulaire est  $\theta$  et le repère associé au solide  $(O, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0)$ .

#### La biellette réceptrice 2 (et les pistolets qui lui sont rigidement liés)

Caractéristiques géométriques :  $\vec{AD} = d\bar{x}_2 + f\bar{z}_0$

$\vec{AP} = x_p\bar{x}_2 + z_p\bar{z}_0$  et

où P est le point d'application de la résultante des forces de poussée du fluide sur le pistolet (phase de peinture c) et la direction de cette résultante

Caractéristiques cinétiques : Masse  $M_2$

$\vec{AG}_2 = l_2\bar{x}_2 + h_2\bar{z}_0$

$$\bar{I}(A,2) = \begin{bmatrix} A_2 & F_2 & E_2 \\ F_2 & B_2 & D_2 \\ E_2 & D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_0}$$

Cette biellette est liée au bras 1 par une liaison pivot d'axe  $(A, \bar{z}_0)$ . Le paramètre angulaire est  $\theta$  (position absolue) et le repère associé au solide  $(A, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_0)$ .

#### Le tirant 3

Caractéristiques géométriques :  $\vec{BD} = (a + c)\bar{x}_1 + (b + f)\bar{z}_0$

Caractéristiques cinétiques : Masse  $M_3$

$\vec{BG}_3 = \frac{(a + c)}{2}\bar{x}_1 + \frac{(b + f)}{2}\bar{z}_0$

$$\bar{I}(B,3) = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0}$$

Ce tirant est lié à la biellette motrice par une liaison pivot d'axe  $(B, \bar{z}_0)$  et à la biellette réceptrice par une liaison linéaire annulaire en D de direction  $\bar{z}_0$ . Le repère associé au solide est  $(B, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0)$ .

### La bielle 4

Caractéristiques géométriques :  $\overline{CB} = d\vec{x}_2$        $\overline{CE} = e\vec{x}_2 + q\vec{z}_0$

Caractéristiques cinétiques : Masse négligeable

Cette bielle est liée au bras 1 par une liaison pivot d'axe  $(C, \vec{z}_0)$ .

Le repère associé au solide est  $(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ .

### Le galet 5

Caractéristiques géométriques : Rayon  $r$

Caractéristiques cinétiques : Masse négligeable

Le galet est lié à la bielle 4 par une liaison pivot d'axe  $(E, \vec{z}_0)$ .

Le paramètre angulaire est  $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_5) = (\vec{y}_0, \vec{y}_5)$  et le repère associé au solide  $(E, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)$ .

### hypothèses et données :

- Toutes les liaisons sont supposées parfaites. L'action de contact de la came sur le galet, modélisée par un contact ponctuel en E de normale  $\vec{n}$ , sera notée  $\vec{P}$ .
- Le moteur d'entraînement impose un couple  $C\vec{z}_0$  sur le carrousel.
- Le pistolet impose un effort  $\vec{P}$  en P sur la bielle 2 avec  $\vec{P} = P\vec{n}$ .

**Dans cette partie, nous allons rechercher le couple que doit fournir le moteur d'entraînement pour entraîner le carrousel à vitesse constante donnée, l'effort généré au niveau du contact came/galet et le torseur des actions transmises par la liaison entre le bras 1 et la bielle 2.**

- **Q-3-1)** Pour déterminer directement le couple moteur (et seulement le couple moteur) par la méthode de Lagrange, quel paramétrage doit on choisir ?
- **Q-3-2)** Même question pour déterminer le couple moteur et l'effort du contact came/galet. Écrire ces équations.
- **Q-3-3)** Quelles équations aurait-on dû écrire pour obtenir ces deux même équations à l'aide du théorème général de la dynamique ?

Les courbes ci-après donnent les résultats d'un calcul numérique : la première (courbe 2) présente l'évolution de  $\dot{\varphi}$  sur un demi-tour de carrousel, et la seconde (courbe 3) les allures des évolutions de l'effort normal  $N$  au contact galet/came et de la pression de contact  $p_{\max i}$  dans ce même contact. Pour cette dernière courbe, aucune échelle d'ordonnée n'est donnée.

La pression de contact calculée est issue du modèle de Hertz. Dans le cas d'un contact entre 2 éléments cylindriques (sans léger bombé comme il avait été supposé jusqu'à maintenant pour l'hypothèse d'un contact ponctuel en E), de même module d'élasticité  $E$  supposant suivre la loi de Hooke, le modèle de Hertz conduit à

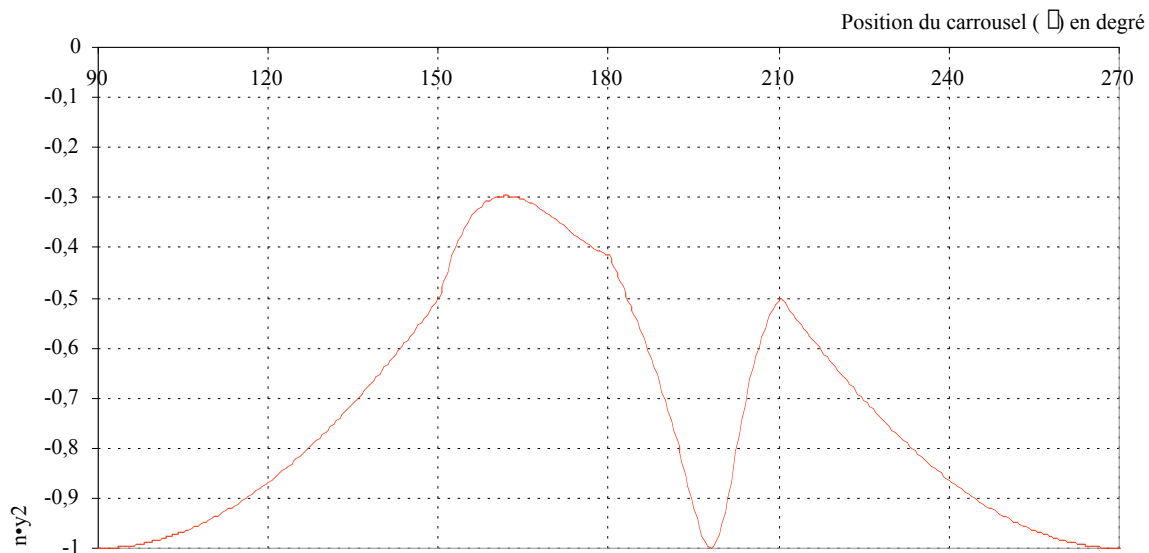
une pression maximale de contact égale à  $p_{\max i} = 0,42 \sqrt{\frac{|N|}{l} \cdot E \cdot \left| \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2} \right|}$ , où  $l$  est la longueur du contact et  $r_1, r_2$

les rayons de courbure des éléments au niveau du contact.

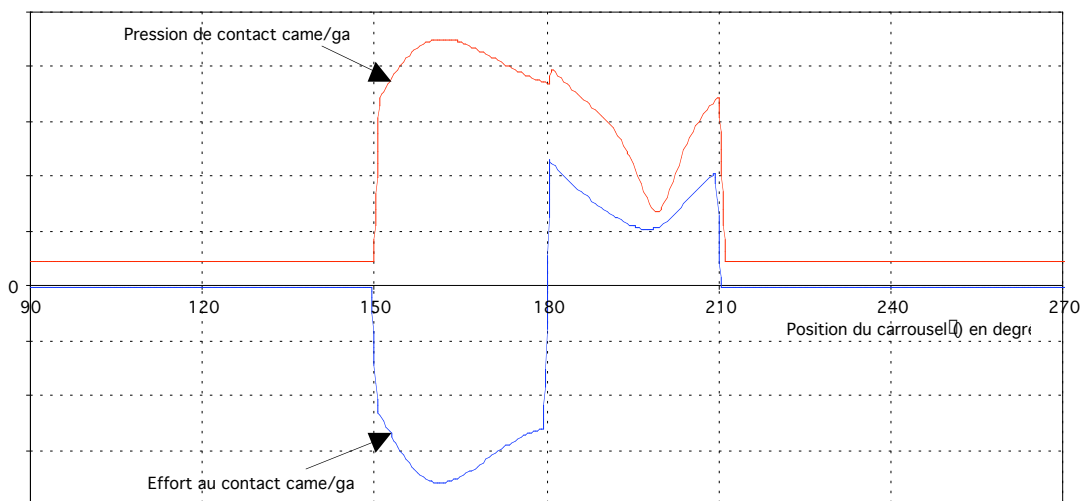
Ici,  $l = 20$  mm,  $r_1 = r = 12,5$  mm et  $r_2$  est le rayon de courbure de la came. Dans le cas de contact convexe-concave (tangence intérieure), ces deux rayons de courbure doivent être de signe contraire.

On donne également :

$C_2 = 4,95 \text{ kg.m}^2$        $M_2 = 14 \text{ kg}$        $M_3 = 3,5 \text{ kg}$        $a = 1,2 \text{ m}$        $d = 120 \text{ mm}$        $l_2 = 100 \text{ mm}$   
 $c = 176 \text{ mm}$        $e = 60 \text{ mm}$



Courbe 2 : évolution de  $n.y_2$  sur un demi-tour de carrousel



Courbe 3 : allures des évolutions de  $N$  et  $p_{\text{maxi}}$  sur un demi-tour de carrousel

- **Q-3-4)** Dans quelle phase de fonctionnement l'effort  $N$  est-il maximum ? Retrouver la valeur de cet effort maximum à l'aide des équations écrites à la question Q-3-2.
- **Q-3-5)** Après avoir étudié les conditions de fonctionnement (signe de  $N$ , came concave ou convexe) dans la zone où  $p_{\text{maxi}}$  est maximum, vérifier la tenue de l'ensemble came/galet réalisé en 45 S<sub>i</sub>C<sub>r</sub>M<sub>o</sub>6 trempé revenu pour lequel  $E = 210 \text{ GPa}$  et  $R_{re} = 1550 \text{ MPa}$ .

## Recherche des efforts transmis au bras 1 par la biellette 2.

- **Q-3-6)** Quelles équations issues du théorème général de la dynamique doit-on écrire pour déterminer le torseur des actions transmises par la liaison entre le bras 1 et la biellette 2 ?
- **Q-3-7)** Quel paramétrage aurait-il fallu choisir pour déterminer directement le couple moteur, l'effort du contact came/galet et le torseur des actions transmises par la liaison 1/2 à partir des équations de Lagrange ?

Les efforts transmis au bras 1 par la biellette 2 vont être à l'origine d'une déformation du bras 1. Durant la phase de peinture, cette déformation sera à l'origine de variations de la distance pistolet/objet à peindre et donc source d'imperfections.

- **Q-3-8)** Écrire les équations énumérées à la question Q-3-6 en tenant compte des particularités du mouvement dans la phase de peinture (phase c). On supposera (sans doute abusivement) que le régime permanent est tout de suite établi en fin de phase de décélération. Est-il possible d'explicitier chacune des composantes du torseur associé aux actions du bras 1 sur la biellette 2 ?

### 4) Étude approfondie de la résistance et des déformations d'un bras principal

Dans cette partie, la question Q-4-2 est indépendante des autres questions abordées.

Le repère associé au bâti  $(0, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$  est tel que  $\bar{z}_0$  est vertical ascendant. Le pistolet étant lié à la biellette réceptrice 2, elle-même en liaison pivot d'axe  $(A, \bar{z}_0)$  avec le bras principal 1, il est essentiel de s'assurer que les rotations et déplacements de la section droite en A restent compatibles avec une finition irréprochable souhaitée lors de la phase de peinture.

Lors des phases c et c' de peinture, le carrousel tourne à vitesse angulaire constante  $\dot{\alpha}_0$ . L'ossature du bras principal 1 (géométrie et section) ainsi que les notations et repères nécessaires sont complètement définis figures 5. Le tronçon OCF est considéré comme indéformable. Le point courant M de la ligne moyenne du tronçon FA déformable, géométriquement symétrique par rapport au plan  $(F, \vec{i}, \vec{k})$  de section droite S et de masse linéique  $\rho$ , est repéré par son abscisse s.

L'opérateur d'inertie du tronçon MA en G, centre d'inertie de MA est noté

$$\begin{bmatrix} I(s) & 0 & 0 \\ 0 & J(s) & 0 \\ 0 & 0 & K(s) \end{bmatrix}_{\vec{i}, \vec{y}_1, \vec{k}}$$

### Détermination du torseur des efforts de cohésion

- **Q-4-1)** Dans un premier temps, les actions exercées par la liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \bar{z}_0)$  sont notées de

manière générale: 
$$\begin{bmatrix} 2 \\ \square \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{S} = X_{21}\bar{x}_1 + Y_{21}\bar{y}_1 + Z_{21}\bar{z}_0 \\ \vec{M}_A = L_{21}\bar{x}_1 + M_{21}\bar{y}_1 \end{bmatrix}$$

Écrire les six conséquences scalaires du principe fondamental de la dynamique appliqué au tronçon MA.

Comme, dans toute la suite de cette partie, les contraintes générées par les efforts tranchants et l'effort normal seront négligées devant celles générées par les moments fléchissants et le moment de torsion, en déduire les composantes du moment, exprimé en M, du torseur de cohésion.

### Simplification des actions extérieures transmises par la biellette 2 au bras principal 1

- **Q-4-2)** Chaque extrémité de bras est munie d'un pistolet à peinture de type AIRMIX<sup>®</sup> à chaud. Ce type de conception (voir figure 6) permet d'économiser de la peinture en ayant un débit d'air axial à faible vitesse (5 m<sup>3</sup>/h à 0,7 m/s) entraînant des particules de peinture de 50 μm de diamètre. La viscosité étant fortement décroissante avec la température, il est intéressant d'injecter la peinture dans le pistolet à 60 °C, afin de réduire les pertes de charge d'injection. Pour cela un réchauffeur est interposé sur la canalisation d'amenée de la peinture

et un contournement la ramène au point initial (voir figure 6). On s'intéresse dans cette première approche à l'aspect hydrodynamique de cette pulvérisation à chaud.

Sachant que les conditions d'utilisation sont les suivantes :

air                    débit :  $5\text{ m}^3/\text{h}$  s'effectuant à  $20^\circ\text{C}$  sous 4 bars  
                           vitesse axiale moyenne :  $0,7\text{ m/s}$   
                            $\rho_{\text{air}} = 1,296\text{ kg/m}^3$  à  $0^\circ\text{C}$

peinture            débit :  $500\text{ cm}^3/\text{min}$  à travers une buse de  $0,5\text{ mm}$  de diamètre  
                            $\rho_{\text{peinture}} = 960\text{ kg/m}^3$  à la température d'éjection

Déterminer la résultante des forces de poussée exercées sur le bras support du pistolet.  
 Est-il légitime de négliger cette résultante par rapport aux efforts de pesanteur ?

### Vérification du dimensionnement du bras principal 1

• **Q-4-3)** Le tronçon a un comportement élastique linéaire (module d'Young  $E = 2.10^{11}\text{ Pa}$ , coefficient de Poisson  $\nu = 0,3$ ) de limite élastique à l'extension de  $240\text{ MPa}$ .

La forme simplifiée des actions extérieures transmises par la biellette 2 au bras principal 1 conduit à ne retenir que les composantes utiles :

$$X_{21} = 16,2\text{ N} \quad Y_{21} = 0\text{ N} \quad Z_{21} = -50\text{ N} \quad L_{21} = 0\text{ Nm} \quad M_{21} = 0\text{ Nm}$$

On donne :  $\alpha = 16^\circ$ ,  $\dot{\alpha}_0 = 2\text{ rad/s}$ ,  $\rho = 6,3\text{ kg/m}$ ,  $L = 0,55\text{ m}$ ,  $p+c = 0,285\text{ m}$ ,  
 $S = 808\text{ mm}^2$ , hauteur de la poutre  $34\text{ mm}$ .

Après avoir exprimé les moments principaux d'inertie en fonction des moments quadratiques et des autres caractéristiques de la poutre, calculer le moment en F du torseur des efforts de cohésion.

- **Q-4-4)** En déduire la contrainte normale maximale. Conclure quant à la tenue du bras.
- **Q-4-5)** Soient  $U_{\vec{i}}$ ,  $U_{\vec{y}_1}$ ,  $U_{\vec{k}}$  les déplacements sous sollicitation du point A et  $\varphi_{\vec{i}}$ ,  $\varphi_{\vec{y}_1}$ ,  $\varphi_{\vec{k}}$  les rotations de la section droite de centre A. Calculer ces différents termes. Conclure quant aux perturbations possibles lors de la phase de peinture.
- **Q-4-6)** Lorsque la composante  $L_{21}$ , par suite d'un mauvais équilibrage de l'ensemble constitué de la biellette et du pistolet, est non nulle, préciser le type de sollicitations auxquelles est soumis le tronçon FA. Expliquer alors la conduite des calculs à tenir, pour retrouver contrainte maximale et déplacement du point A.
- **Q-4-7)** Les deux corps creux ont un rôle complémentaire, celui de l'alimentation en air comprimé des pistolets. Ils sont alimentés en air comprimé au voisinage du point O et restituent l'air au voisinage du point A. Cette réserve d'air pressurisé permet d'éviter les modifications de la pression d'alimentation des pistolets lors du démarrage ou de l'arrêt des autres éléments pneumatiques de la cabine. Ces corps creux sont des profilés carrés de  $30\text{ mm} \times 30\text{ mm}$  et d'épaisseur  $2\text{ mm}$ . Justifier si, la pression interne maximale étant de  $0,8\text{ MPa}$ , la prise en compte de celle-ci remet en cause la tenue du bras en F ?

### 5) Étude du circuit d'alimentation en peinture des pistolets et de la pulvérisation

Les approches aérodynamique et thermique de la pulvérisation à chaud sont abordées dans cette étude.

Les questions Q-5-7 à Q-5-12 de l'étude thermique sont indépendantes des questions Q-5-1 à Q-5-6 correspondant à l'étude aérodynamique.

Les micro-gouttelettes sphériques de peinture d'un diamètre  $D = 2$  à  $50 \mu\text{m}$  se trouvent, après mixage avec l'air, mêlées à un jet d'air avec un différentiel de vitesse  $V_0$  de  $1 \text{ m/s}$  (particules allant plus vite que l'air). On supposera que l'écoulement général est parallèle à l'axe  $\bar{x}$  du pistolet (figure 6) et qu'il peut être considéré comme incompressible. Dans les questions Q-5-1 à Q-5-6, on s'efforce de caractériser le régime d'écoulement du fluide visqueux qu'est l'air autour des micro-sphères de peinture et de déterminer la pression exercée initialement par l'air sur ces sphères. Un formulaire de définitions vectorielles est fourni pour une aide éventuelle (annexes 1 à 3). On respectera scrupuleusement le formalisme d'écriture et les notations de ces annexes.

- **Q-5-1)** Calculer le nombre de Reynolds  $R_e$  de l'écoulement d'air relatif au diamètre  $D$  d'une micro-sphère. L'air est pris à sa température d'injection de  $20^\circ\text{C}$  (viscosité cinématique  $\nu = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ )

Lorsque le nombre de Reynolds est petit,  $R_e$  inférieur à 1 ou de l'ordre de l'unité, on considère que l'on est en régime de Stokes se caractérisant par le fait que les efforts dynamiques sont très faibles devant les efforts extérieurs. Les expressions générales de la continuité et de la dynamique (équations de Navier-Stokes en écoulement incompressible pour un fluide non pesant) (voir annexe 2) conduisent alors aux équations :

$$\text{div } \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\text{et } \overrightarrow{\text{grad}}(P - P_0) = \mu \overrightarrow{\Delta} \vec{V} \quad (2)$$

$P_0$  étant la pression de référence de l'écoulement non perturbé au voisinage des micro-sphères de peinture (les notations vectorielles sont celles de l'annexe 3).

- **Q-5-2)** On définit le champ vectoriel  $\vec{\omega}$  comme le rotationnel du champ des vitesses  $\vec{V}$ . Montrer que la symétrie d'axe  $O\bar{x}$  permet d'écrire dans la base  $(\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_\varphi)$  associée aux coordonnées sphériques  $r, \theta$  et  $\varphi$  :

$$\vec{\omega} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{V} = \omega(r, \theta) \bar{e}_\theta$$

où  $\omega(r, \theta)$  est un scalaire et  $\bar{e}_\theta$  le vecteur unitaire défini en annexe 1.

- **Q-5-3)** En utilisant les formulations vectorielles rappelées dans l'annexe 3 et l'équation (2), montrer que l'on peut écrire :

$$\overrightarrow{\text{grad}} P = 0 \quad (3)$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} \omega = \vec{0} \quad (4)$$

- **Q-5-4)** Le champ des vecteurs vitesses étant, pour des raisons de symétrie, indépendant de  $\varphi$ , exprimer tout à tour  $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{\omega}$  et  $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{\omega})$ . Établir l'expression scalaire  $\omega(r, \theta)$  que l'on recherchera sous la forme :

$$\omega(r, \theta) = f(r) \cdot g(\theta) \quad (5)$$

Vérifier que  $f(r)$  et  $g(\theta)$  peuvent être de la forme :

$$g(\theta) = \sin(\theta) \quad (6)$$

$$f(r) = \frac{\omega_1}{r^2} + \omega_2 r \quad (7)$$

où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont deux constantes d'intégration déterminables par l'examen des conditions aux limites.

**L'expression de la fonction de courant, en poursuivant les calculs, permet d'exprimer les composantes du vecteur vitesse :**

$$V_r = V_0 \left( \frac{3D}{4r} - \frac{D^3}{16r^3} \right) \cos \theta \quad (8)$$

$$V_\theta = \omega V_0 \left( \frac{3D}{8r} + \frac{D^3}{32r^3} \right) \sin \theta \quad (9)$$

et des constantes  $\omega_1 = \frac{3}{4} D V_0 \quad (10)$

$$\omega_2 = 0 \quad (11)$$

**L'expression du champ de pression est maintenant recherchée.**

• **Q-5-5)** En utilisant l'équation (2) et le résultat de la question Q-5-4, montrer que la pression liée à la seule traînée évolue en  $r$  et  $\theta$  telle que : 
$$P = P_0 + \frac{3}{4} \rho V_0^2 \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (12)$$

• **Q-5-6)** Enfin, exprimer les forces de pression et de viscosité exercées par l'écoulement d'air sur une micro-sphère. On utilisera, pour la viscosité, l'expression de la contrainte de cisaillement donnée Annexe 2 en rappelant que l'air en écoulement est considéré comme non pesant.

Application numérique avec les valeurs fournies en Q-4-2 et Q-5-1.

**Le régime d'écoulement de l'air sur les micro-sphères de peinture étant bien caractérisé, l'étude thermique posée par le refroidissement de la peinture dans l'air est abordée dans la suite de cette partie.**

• **Q-5-7)** La peinture est injectée à  $60^\circ\text{C}$  et doit se retrouver à  $20^\circ\text{C}$  sur la surface à recouvrir. L'analogie de Reynolds consistant à identifier l'écoulement thermique et l'écoulement hydrodynamique conduit à des corrélations entre nombres de Nusselt  $Nu_D$  et Reynolds  $Re_D$  de grandeur caractéristique  $D$  (diamètre de la sphère) telles que : 
$$Nu_D = k Re_D^n$$

A l'aide des données de l'annexe 4, exprimer le coefficient d'échange convectif pariétal  $h$  au niveau de la sphère et former le nombre de Biot  $Bi_D$  :

Conductivité de la peinture :

Produit de la masse volumique par la chaleur massique de la peinture :  $2 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3$

Conductivité de l'air :

} valeurs moyennes sur  $[20^\circ\text{C} - 65^\circ\text{C}]$

• **Q-5-8)** Si l'hypothèse  $Bi_D \ll 0,1$  est vérifiée, on peut alors considérer la sphère comme étant à température uniforme.

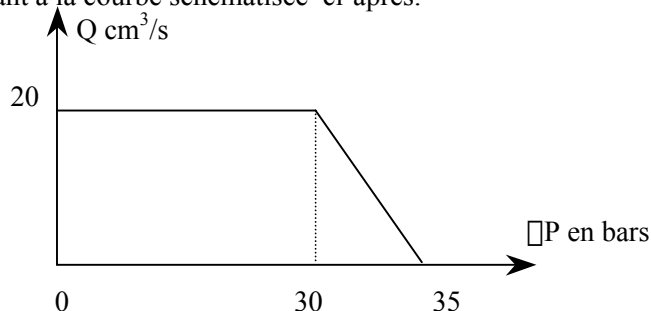
Écrire l'équation de l'énergie d'une micro-sphère et déterminer le temps mis pour passer de  $60$  à  $21^\circ\text{C}$  dans l'écoulement d'air à  $20^\circ\text{C}$ .

**On clôturera cette partie par l'étude de l'écoulement de la peinture au sein de la canalisation.**

On veut dimensionner les canalisations aller et retour de la peinture (figure 7) de manière à respecter les caractéristiques pression-débit de la pompe d'injection.

On suppose que celles-ci sont lisses intérieurement et de même diamètre.

On précise que la pompe est de type volumétrique à pistons de débit nominal fixé à  $20 \text{ cm}^3/\text{s}$  avec un fonctionnement correspondant à la courbe schématisée ci-après.



On donne les caractéristiques moyennes sur les différents tronçons de canalisation de la figure 7 :

Tubulure	Longueur (m)	Température moyenne ( $^\circ\text{C}$ )	Viscosité dynamique moyenne de la peinture (Pa.s)
5-6-7-0	5	53	$30,5 \cdot 10^{-3}$
2-0	1	20	$120 \cdot 10^{-3}$
0-00	0,5	variable	variable
0-4	1	42	$38 \cdot 10^{-3}$
4-8	1	65	$27,5 \cdot 10^{-3}$
8-5	3	60	$28,5 \cdot 10^{-3}$

La masse volumique, quant à elle, peut-être considérée comme constante et égale à  $960 \text{ kg/m}^3$ .



Les pertes de charge à l'intérieur des canalisations seront supposées régies par les pertes de charge régulières données par :

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho v^2}{2} \text{ avec}$$

L : longueur de la canalisation

D : diamètre intérieur de canalisation

$\rho$  : masse volumique de la peinture

v : vitesse moyenne de la peinture dans la canalisation

f : coefficient de frottement

On donne  $f = \frac{64}{Re_D}$  en régime laminaire  $f = 0,184 \cdot Re_D^{0,2}$  en régime turbulent

$Re_D$  : nombre de Reynolds relatif au diamètre D de la canalisation

Les pertes de charge singulières globalisées au niveau de tous les organes (coudes, vanne, réchauffeur, distributeur...) sont telles que (en unités S.I.) :  $\Delta P = 30 \cdot \frac{\rho v^2}{2}$

On précise enfin que la perte de charge dans la buse de pulvérisation du pistolet (zone 5-3 de la figure 7) est de 10 bars pour le débit nominal de peinture désiré (500 cm<sup>3</sup>/min).

- **Q-5-9)** Quelle contrainte de diamètre minimal impose le régime laminaire d'écoulement de la peinture ?
- **Q-5-10)** Montrer qu'en régime laminaire, les pertes de charge régulières sont proportionnelles au débit volume.
- **Q-5-11)** Déterminer le diamètre des canalisations en s'intéressant aux deux conditions de fonctionnement (Pistolet arrêté ou débitant) sachant que la pompe est toujours en action.  
On précisera et on justifiera toute hypothèse nécessaire à la délivrance de la solution.