

Corrigé de l'épreuve d'automatique - informatique industrielle

Équipement d'une machine de forage des sols

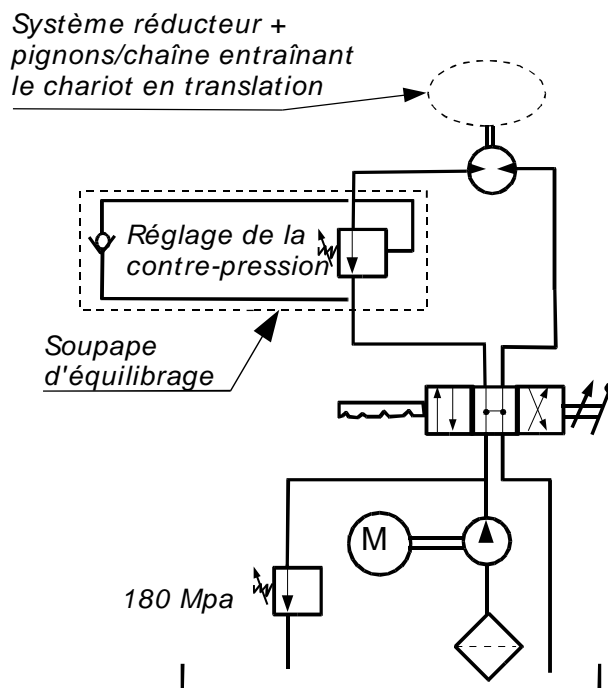
Partie A – Analyse de la structure actuelle

Q 1 - Expliquer brièvement le rôle de la soupape d'équilibrage dans ce type de circuit.

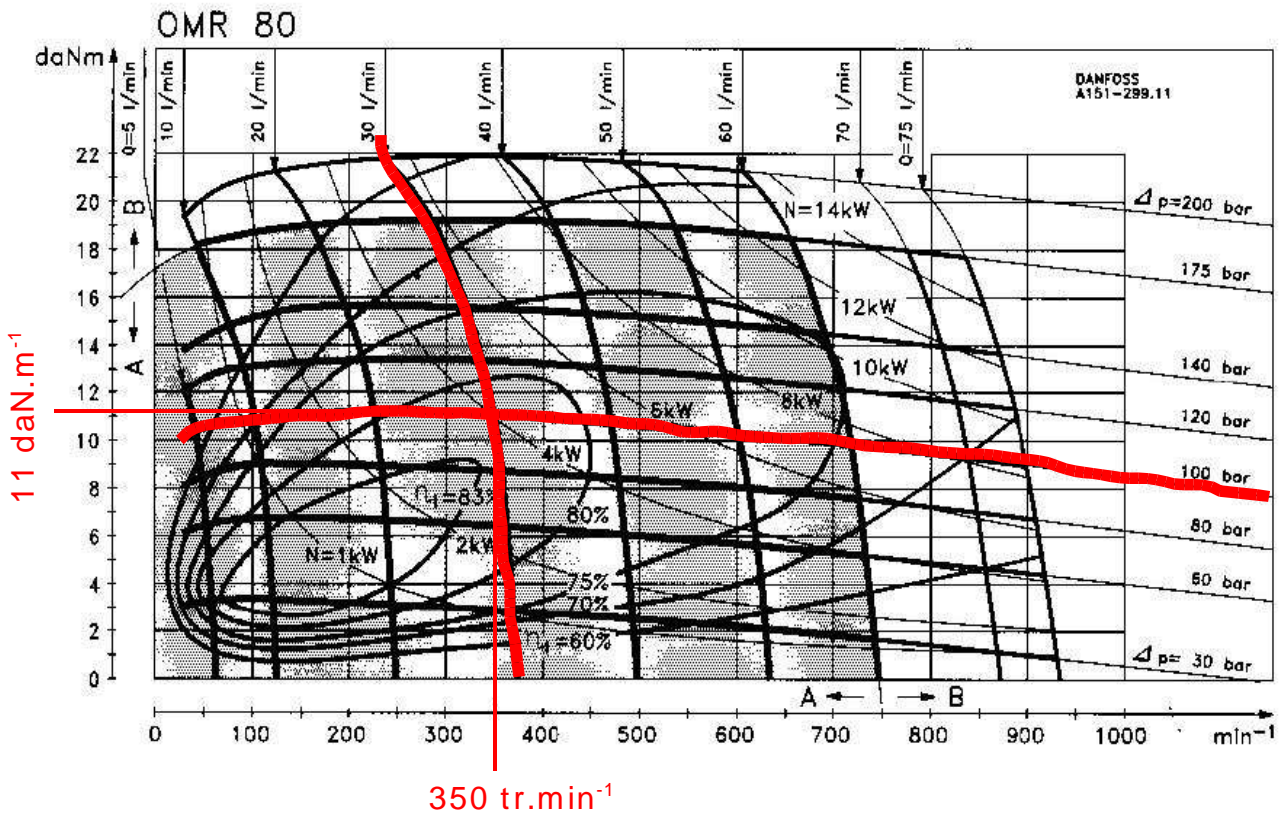
Dans ce type de circuit, la soupape d'équilibrage sert à contrôler le déplacement lorsque la charge devient motrice. Ici, elle permet de compenser le poids propre du train de tubes, qui exerce un effort de poussée sur la tête de forage.

Q 2 - Indiquer sur le document réponse **DR1**, cadre **Q2**, la correspondance entre le sens de circulation du fluide dans le moteur et les phases de **forage** et de **remontée** du train de tubes.

Sens de circulation	Phase de travail
←	Forage
→	Remontée du train de tubes



Q 3 - On suppose que la vitesse de descente de la tête de forage correspond à un débit Q de **30l/min** en sortie de moteur. Construire **en rouge** sur le document réponse **DR1**, dans le cadre **Q3** reprenant ce diagramme de fonctionnement, le **point de fonctionnement** correspondant à un réglage de pression de 100 bar (on **néglige la contre-pression**).



Q 4 - Quelles sont dans ce cas les valeurs du **couple** C_m fourni par le moteur hydraulique, et de la **vitesse de rotation** Ω_m ?

$$\Omega_m = 350 \text{ tr.min}^{-1} = 36,65 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$C_m = 11 \text{ daN.m}^{-1} = 110 \text{ N.m}^{-1}$$

Q 5 - Calculer l'effort de poussée F_p sur le chariot de translation à partir de C_m , r et ϕ_p (on négligera les frottements dans le système de transmission).

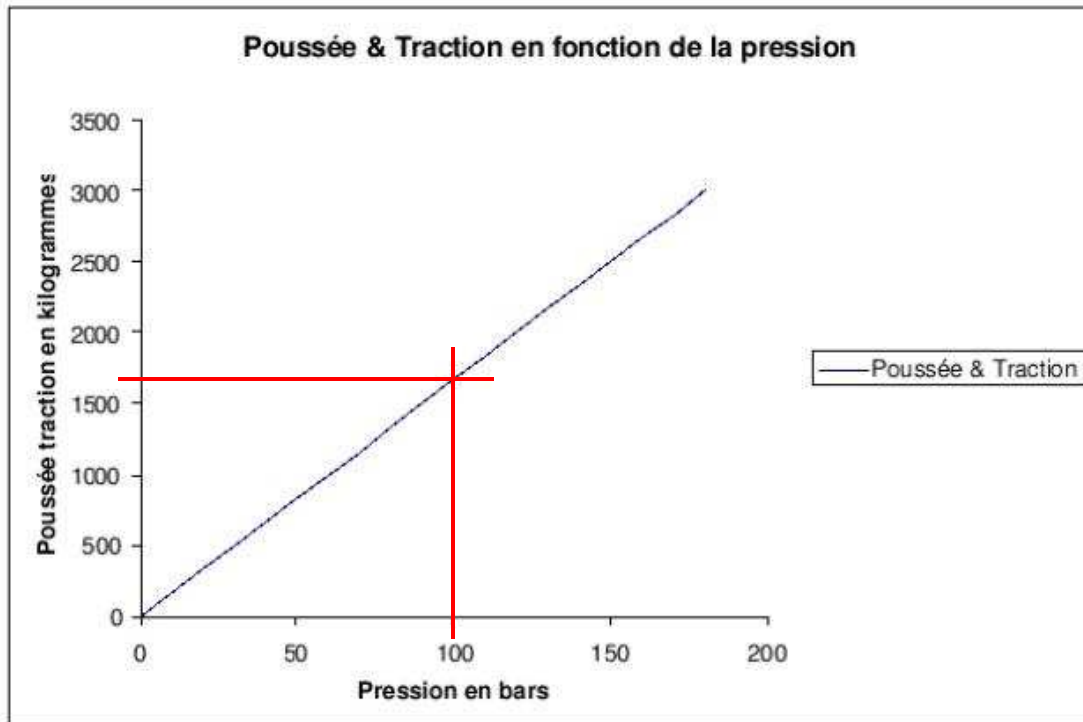
On a :

$$\frac{C_m}{r} = F_p \cdot \frac{\phi_p}{2} \quad , \quad \text{donc} \quad F_p = \frac{C_m}{r} \cdot \frac{2}{\phi_p}$$

application numérique :

$$F_p = 110 * 3,8 * 2 / 50.10^{-3} = 16720 \text{ N}$$

Q 6 - Déterminer l'écart (en pourcentage) entre l'effort de poussée F_p calculé à la question Q5, et celui fourni par l'**abaque** de la figure 9.



Pour $\Delta P = 100$ bar, on a :

$$F_p = 16,6 * 9,81 * \Delta P = 16284 \text{ N}$$

Par conséquent l'écart entre l'effort calculé et l'effort prévu par l'abaque de la figure 9 est de :

$$\text{écart} = \frac{\Delta F_p}{\bar{F}_p} = 0,026 = 2,6 \%$$

Q7 - Sur quel paramètre l'opérateur doit-il agir pour traiter ce phénomène, en conservant une pression en sortie de pompe identique ?

Il faut agir sur la valeur de la contre-pression. En augmentant la contre-pression, on diminue la différence de pression ΔP entre l'entrée et la sortie du moteur, donc on diminue le couple moteur, et donc on diminue F_p .

Q 8 – Quels paramètres de l'essai varieraient, et dans quel sens si on effectuait le même essai, avec le même protocole de réglage et dans le même terrain mais avec une machine plus usée ?

Au même point de fonctionnement (défini par le protocole), la puissance délivrée serait inférieure (à cause de l'usure). Par conséquent, le couple moteur C_m délivré, et la vitesse de rotation Ω_m de ce moteur observés seraient plus faibles.

Q 9 – Le terrain serait-il alors jugé plus résistant, ou moins résistant ?

Le terrain serait jugé plus résistant, car pour une poussée considérée identique (ce qui est inexact), la vitesse de pénétration observée serait plus faible.

Partie B – Modélisation de la structure cible

Q 10 – Justifier l'utilisation d'une servovalve en **pression**.

On utilise une servo-valve en pression, car on veut contrôler l'effort de poussée, donc le couple délivré par le moteur hydraulique (pour un contrôle de la vitesse, on aurait utilisé une servo-valve en débit).

Q 11 – Exprimer littéralement F_p en fonction de C_m, r, ϕ_p, η_r et η_c sous la forme $F_p = \lambda_1 * C_m$. **Calculer** ensuite la valeur numérique de λ_1 en unité SI (équation 1)

$$F_p = \frac{C_m}{r} \cdot \frac{2}{\phi_p} \cdot \eta_r \cdot \eta_c, \text{ donc } F_p = \lambda_1 \cdot C_m \text{ avec } \lambda_1 = \frac{2 \cdot \eta_r \cdot \eta_c}{r \cdot \phi_p}.$$

$$\text{AN : } \lambda_1 = \frac{2 \cdot 0,98 \cdot 0,95 \cdot 3,8}{50 \cdot 10^{-3}} = 141,51 \text{ SI d'où } F_p = 141,51 C_m \text{ (équation 1)}$$

Q 12 – En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble chariot+patins+train de tubes, **exprimer** littéralement $\frac{d\Omega_m}{dt}$ en fonction de F_p, F_r, M et ϕ_p , sous la forme suivante : $\frac{d\Omega_m}{dt} = \lambda_2 * (F_p - F_r) + \lambda_3 * g$. **Calculer** ensuite la valeur numérique de λ_2 et λ_3 en unité SI (équation 2).

Principe fondamental de la dynamique en projection sur \vec{z} :

$$F_p + M \cdot g - F_r = M \cdot \frac{dV_t}{dt} \text{ avec } V_t = \frac{\phi_p}{2} \cdot \Omega_m \cdot r \text{ la vitesse de translation du chariot}$$

Par conséquent :

$$\frac{d\Omega_m}{dt} = \frac{2}{M \cdot \phi_p \cdot r} \cdot (F_p - F_r) + \frac{2}{\phi_p \cdot r} \cdot g, \text{ c'est à dire } \frac{d\Omega_m}{dt} = \lambda_2 \cdot (F_p - F_r) + \lambda_3 \cdot g \text{ avec}$$

$$\lambda_2 = \frac{2}{M \cdot \phi_p \cdot r} \text{ et } \lambda_3 = \frac{2}{\phi_p \cdot r}. \text{ AN : } \lambda_2 = 0,338 \text{ SI et } \lambda_3 = 152 \text{ SI}.$$

$$\text{D'où : } \frac{d\Omega_m}{dt} = 0,338 \cdot (F_p - F_r) + 152 \cdot g \text{ (équation 2)}$$

Q 13 – Exprimer littéralement le **couple moteur** en fonction de la **chute de pression** à l'intérieur du moteur Δp et de C (équation 3). **Calculer** ensuite la valeur numérique de C en unités SI. **Calculer** le pourcentage d'erreur entre cette valeur et celle que l'on peut tirer du **diagramme de fonctionnement** du moteur donné en figure 10.

$$C_m = C \cdot \Delta P \quad \text{avec} \quad C = \frac{80,3}{2 \cdot \pi \cdot 10^{-6}} = 1,278 \cdot 10^{-5} SI$$

$$\text{D'où } C_m = 1,278 \cdot 10^{-5} \Delta P \quad (\text{équation 3})$$

La lecture du diagramme de fonctionnement nous donne $C_m = 110 N.m^{-1}$ pour $\Delta P = 100 \cdot 9,81 \cdot 10^{-4} Pa$, donc d'après le diagramme de fonctionnement :

$$C = \frac{C_m}{\Delta P} = \frac{110}{100 \cdot 9,81 \cdot 10^{-4}} = 1,121 \cdot 10^{-5} SI$$

Par conséquent l'écart entre la valeur calculée de C, et celle déduite du diagramme de fonctionnement du moteur est de :

$$\text{écart} = \frac{\Delta C}{\bar{C}} = 0,131 = 13 \%$$

Q 14 – Exprimer littéralement l'inertie équivalente du système ramenée sur l'arbre moteur en fonction de J_m, ϕ_p, M et r . Calculer ensuite la valeur numérique de J_{eq} .

$$J_{eq} = J_m + J_{\text{ensemble en translation}} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{2} J_{\text{ensemble en translation}} \cdot \Omega_m^2 = M \cdot \frac{1}{2} \cdot V_t^2,$$

$$\text{avec} \quad V_t = \frac{\Phi_p}{2} \cdot \Omega_m \cdot r \quad \text{la vitesse de translation du chariot,}$$

$$\text{donc} \quad J_{eq} = J_m + \frac{M \cdot \Phi_p^2 \cdot r^2}{4}$$

$$\text{AN : } J_{eq} = 30 \cdot 10^{-4} + \frac{450 \cdot (50 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 3,8^2} = 0,02248 \text{ Kg.m}^2$$

Q 15 – En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble moteur+réducteur+pignons, exprimer littéralement Δp en fonction de $J_{eq}, \Omega_m, \frac{d\Omega_m}{dt}, C, f, \phi_p, \eta_r, \eta_c, r$ et F_p (équation 4).

Principe fondamental de la dynamique autour de l'axe \vec{z} :

$$J_{eq} \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = C_m - f \cdot \Omega_m - \frac{F_p \cdot \Phi_p \cdot r}{2 \cdot \eta_r \cdot \eta_c}$$

Couple moteur
Couple résistant dû aux frottements visqueux
Couple résistant dû au chariot

Comme $C_m = C \cdot \Delta P$, on obtient finalement :

$$\Delta P = \frac{J_{eq}}{C} \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} + \frac{f}{C} \cdot \Omega_m + \frac{F_p \cdot \Phi_p \cdot r}{2 \cdot C \cdot \eta_r \cdot \eta_c} \quad (\text{équation 4})$$

Q 16 – A partir des équations des débits entrants et sortants, **exprimer** littéralement Q en fonction de $\Omega_m, C, \Delta p, \frac{d\Delta p}{dt}, \mu, V$ et B (équation 5).

En notant les différents pressions qui entrent en jeu pour modéliser le débit de fluide dans le moteur :

- P_1 la pression à l'admission du moteur,
- P_2 la pression au refoulement du moteur,
- P_d la pression dans la drain,

Le débit entrant s'écrit :

$$Q_{entrant} = \frac{dV}{dt} + \mu \cdot \Delta P + \mu \cdot (p_1 - P_d) + \frac{V}{B} \cdot \frac{dp_1}{dt}$$

De la même manière, le débit sortant s'écrit :

$$Q_{sortant} = \frac{dV}{dt} + \mu \cdot \Delta P - \mu \cdot (p_2 - P_d) - \frac{V}{B} \cdot \frac{dp_2}{dt}$$

En écrivant que $Q_{entrant} = Q_{sortant}$, et en éliminant P_d entre les expressions de Q issues des débits entrant et sortant on obtient :

$$2 \cdot Q = 2 \cdot \frac{dV}{dt} + 2 \cdot \mu \cdot \Delta P + \mu \cdot (p_1 - p_2) + \frac{V}{B} \cdot \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$$

Finalement, comme $V = C \cdot \Omega_m$ et $\Delta P = (p_1 - p_2)$ on a :

$$Q = C \cdot \Omega_m + \frac{3}{2} \cdot \mu \cdot \Delta P + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d\Delta P}{dt} \quad (\text{équation 5})$$

Q 17 – A partir de la transformée de Laplace des équations 4 et 5, **exprimer littéralement** Q sous la forme $Q(s) = F_1(s) \cdot \Omega(s) + F_2(s) \cdot F_p(s)$

La transformée de l'équation 4 par Laplace donne :

$$\Delta P(s) = \frac{J_{eq}}{C} \cdot s \cdot \Omega_m(s) + \frac{f}{C} \cdot \Omega_m(s) + \frac{\Phi_p \cdot r}{2 \cdot C \cdot \eta_r \cdot \eta_c} \cdot F_p(s)$$

La transformée de l'équation 5 par Laplace donne :

$$Q(s) = C \cdot \Omega_m(s) + \frac{3}{2} \cdot \mu \cdot \Delta P(s) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot s \cdot \Delta P(s)$$

En éliminant $\Delta P(s)$ entre ces deux dernières équations on obtient :

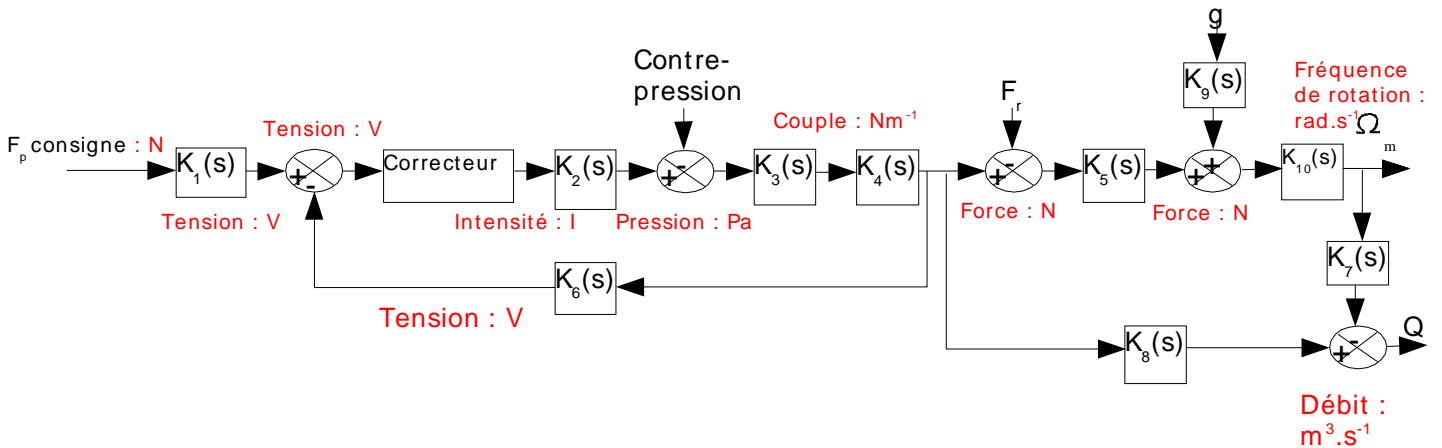
$$Q(s) = \left[\left(\frac{f + J_{eq} \cdot s}{C} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \mu + \frac{V}{2B} \cdot s \right) + C \right] \cdot \Omega_m(s) + \left[\frac{\Phi_p \cdot r}{2 \cdot C \cdot \eta_r \cdot \eta_c} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \mu + \frac{V}{2B} \cdot s \right) \right] \cdot F_p(s)$$

C'est à dire : $Q(s) = F_1(s) \cdot \Omega_m(s) + F_2(s) \cdot F_p(s)$ avec :

$$F_1(s) = \left(\frac{f + J_{eq} \cdot s}{C} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \mu + \frac{V}{2B} \cdot s \right) + C$$

$$\text{et } F_2(s) = \frac{\Phi_p \cdot r}{2 \cdot C \cdot \eta_r \cdot \eta_c} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \mu + \frac{V}{2B} \cdot s \right)$$

Q 18 – Sur le document réponse **DR2**, indiquer les **grandeurs physiques en entrée et sortie** de chaque **bloc**.



Q 19 – Exprimer littéralement, ou le cas échéant numériquement, les fonctions de transfert $K_i(s)$ du diagramme bloc représenté sur le document réponse DR2.

$$K_1(s) = K_6(s) = \frac{10}{30000} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ V.N}^{-1} \quad (\text{Le gain du capteur est de } 10\text{V pour } 3000 \text{ daN}).$$

$$K_2(s) = \frac{K_2}{1 + \frac{z_s}{\omega_s} \cdot s + \frac{s^2}{\omega_s^2}} \quad \text{Avec } \omega_s = 2 \pi f_s = 2 \cdot \pi \cdot 140 = 879,6 \text{ s}^{-1}, \quad z_s = 0,8 \quad \text{et}$$

$$K_2 = \frac{180 \cdot 10^5}{20 \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^8 \text{ Pa} \cdot \text{A}^{-1} \quad (180 \text{ bar pour } 20 \text{ mA})$$

$$\text{Finalement : } K_2(s) = \frac{9 \cdot 10^8}{1 + 9,09 \cdot 10^{-4} \cdot s + 1,29 \cdot 10^{-6} \cdot s^2}$$

$$K_3(s) = C = 1,278 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

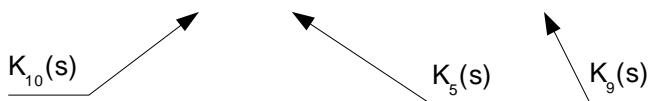
$$K_4(s) = \lambda_1 = 141,51 \text{ SI}$$

Pour déterminer $K_5(s)$, $K_9(s)$, et $K_{10}(s)$ il faut appliquer la transformée de Laplace à l'équation 2 :

$\Omega_m(s) \cdot s = \lambda_2 \cdot (F_p(s) - F_r(s)) + \frac{\lambda_3 \cdot g}{s}$ (dans l'équation 2, le terme $\lambda_3 \cdot g$ n'est pas une constante, il s'agit, dans le domaine temporel, de $\lambda_3 \cdot g \cdot u(t)$ avec $u(t)$ un échelon unitaire.

Par conséquent dans le domaine fréquentiel, ce terme devient $\frac{\lambda_3 \cdot g}{s}$)

$$\text{D'où : } \Omega_m(s) = \frac{1}{s} \cdot \left[\lambda_2 \cdot (F_p(s) - F_r(s)) + \frac{\lambda_3}{s} \cdot g \right], \quad \text{avec } \lambda_2 = 0,338 \text{ SI} \quad \text{et} \quad \lambda_3 = 152 \text{ SI}$$



Finalement :

$$K_5 = 0,338, \quad K_9(s) = \frac{152}{s} \quad \text{et} \quad K_{10}(s) = \frac{1}{s}$$

$$K_7(s) = -F_1(s) \quad \text{AN : } K_7(s) = -8,81 \cdot 10^{-2} - (0,11 + 7,04 \cdot 10^{-8} \cdot V) \cdot s - 8,79 \cdot 10^{-8} \cdot V \cdot s^2$$

$$K_8(s) = F_2(s) \quad \text{AN : } K_8(s) = 0,034 + 2,76 \cdot 10^{-8} \cdot V \cdot s$$

Partie C – Étude de l'asservissement de l'effort sur le chariot de translation

Q 20 – Si F_R **augmente** (terrain plus dur), **indiquer le sens de variation de Q**, de la **contre-pression**, et de **l'effort de poussée** sur le chariot. **Justifiez** brièvement chacune de vos réponses.

- Lorsque F_R augmente, Q diminue car le train de tube ralentit.
- Lorsque Q diminue, la contre-pression diminue car à chaque instant :

$$Q_{\text{soupape d'équilibrage}} = K \sqrt{\text{Contre-pression} - P_{\text{atmosphérique}}}$$

- Lorsque la contre-pression diminue, l'effort de poussée F_p augmente, car $F_p = \lambda_1 \cdot C \cdot \Delta P$, c'est à dire : $F_p = \lambda_1 \cdot C \cdot (\text{Contre-pression} - \text{Pression en sortie de servo-valve})$

Q 21 – Si F_R **diminue** (terrain plus tendre), **indiquer le sens de variation de Q**, de la **contre-pression**, et de **l'effort de poussée** sur le chariot. **Justifier** brièvement chacune de vos réponses.

- Lorsque F_R diminue, Q augmente car le train de tube accélère.
- Lorsque Q augmente, la contre-pression augmente car à chaque instant :

$$Q_{\text{soupape d'équilibrage}} = K \sqrt{\text{Contre-pression} - P_{\text{atmosphérique}}}$$

- Lorsque la contre-pression augmente, l'effort de poussée F_p diminue, car $F_p = \lambda_1 \cdot C \cdot \Delta P$, c'est à dire : $F_p = \lambda_1 \cdot C \cdot (\text{Contre-pression} - \text{Pression en sortie de servo-valve})$

Q 22 – **Quelle hypothèse faut-il faire** pour justifier que l'on étudie la **réponse** du système à une **perturbation** de la contre-pression P_c **indépendamment** du **point de fonctionnement** auquel on se trouve ?

Il faut faire l'hypothèse que le système soit linéaire.

Q 23 – **Exprimer** F_p **en fonction de** $F_{pc}, P_c, K_C(s), K_1(s), K_2(s), K_3(s), K_4(s)$ et $K_6(s)$.

A partir du diagramme bloc on peut écrire : $F_p = K_3 \cdot K_4 \cdot [K_c \cdot K_2 \cdot (K_1 \cdot F_{pc} - K_6 \cdot F_p) - P_c]$

$$\text{Par conséquent : } F_p = \frac{K_c K_1 K_2 K_3 K_4}{1 + K_c K_2 K_3 K_4 K_6} \cdot F_{pc} - \frac{K_3 K_4}{1 + K_c K_2 K_3 K_4 K_6} \cdot P_c$$

Q 24 – **Exprimer** la réponse F_{pp} à une perturbation P_{cp} de la contre-pression **en fonction de** $K_C(s), K_1(s), K_2(s), K_3(s), K_4(s)$ et $K_6(s)$.

En faisant l'hypothèse que le système est linéaire, on décompose son état comme la somme d'un état initial + un état dynamique (qui représente la perturbation).

Soit l'état initial du système :

- $F_{pc}(t) = F_{pc0} \cdot u(t)$ avec $u(t)$ un échelon unitaire,
- $F_p(t) = F_{p0} \cdot u(t)$,
- $P_c(t) = P_{c0} \cdot u(t)$

Soit l'état dynamique du système (indice p pour « perturbation »):

- $F_{pcp}(t) = 0$ avec $u(t)$ un échelon unitaire,
- $F_{pp}(t)$: réponse recherchée,
- $P_{cp}(t)$: perturbation étudiée.

Comme le système est supposé linéaire, et en utilisant la relation établie à la question 23 :

$$F_p = \frac{K_c K_1 K_2 K_3 K_4}{1 + K_c K_2 K_3 K_4 K_6} \cdot F_{pc} - \frac{K_3 K_4}{1 + K_c K_2 K_3 K_4 K_6} \cdot P_c$$

On peut écrire que la réponse à la perturbation est, dans le domaine fréquentiel :

$$F_p(s) = - \frac{K_3 K_4}{1 + K_c K_2 K_3 K_4 K_6} \cdot P_{cp}(s)$$

Q 25 – Calculer l'erreur statique de notre système pour une perturbation P_{cc} de la forme d'un échelon unitaire de 3 bars.

Application du théorème de la valeur finale :

$$\epsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} F_{pp}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F_{pp}(p)$$

Pour $P_{cp}(t) = K \cdot u(t)$, c'est à dire $P_{cp}(s) = \frac{K}{s}$ on a :

$$\epsilon_s = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F_{pp}(p) = K \cdot 3,32 \cdot 10^{-6}$$

L'erreur statique suit à une perturbation de type échelon de 3 bar est donc :

$$\epsilon_s = 3 \cdot 10^5 \cdot 3,32 \cdot 10^{-6} = 0,996 \text{ N}$$

Q 26 – Comment annuler cette erreur ?

En implantant un correcteur de type intégrateur en amont de la perturbation.

Partie D – Pilotage de l'essai

Q 27 – Dans quelle étape placer l'initialisation de N et de Ct_1 , et avec à quelles valeurs ?

N doit être initialisé à l'étape 20, à la valeur 0. Ct_1 doit être initialisé à la valeur Ct_i entre les étapes 30 et 40.

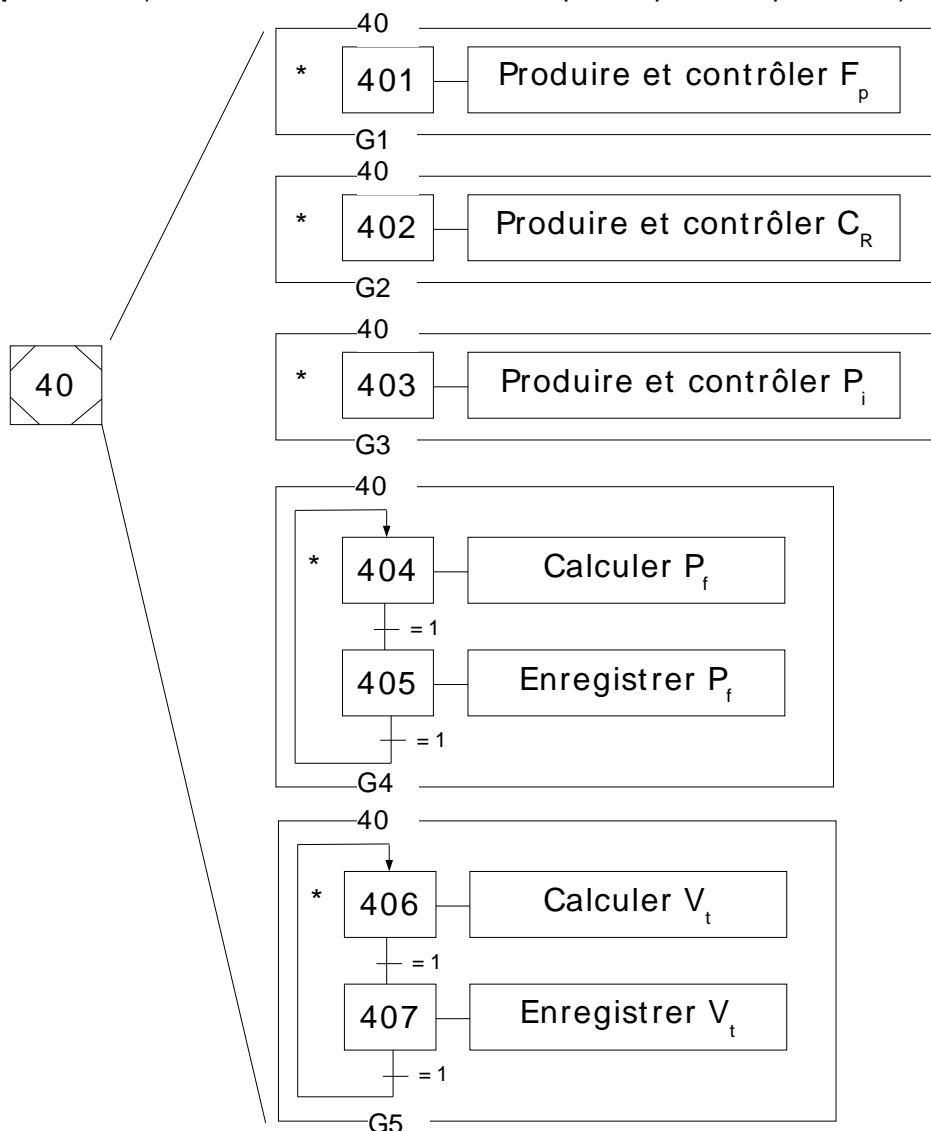
Remarque : P_f doit aussi être initialisé à 0 dans l'étape 20.

Q 28 – Exprimer la règle de mise à jour de p_f à chaque cycle automate.

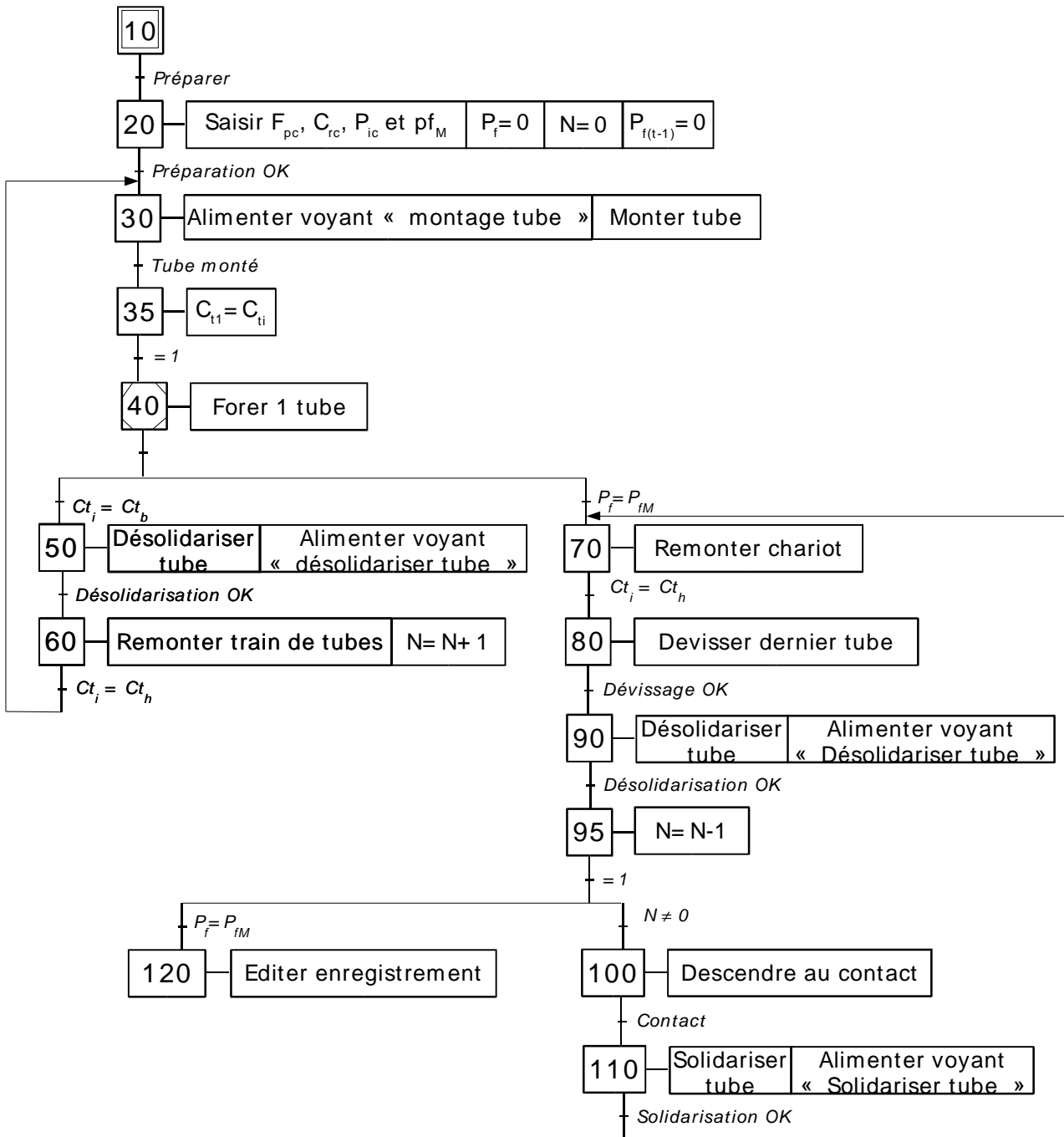
Pour tenir P_f à jour, il faut gérer les variables $P_{f(t-1)}$: profondeur de forage atteinte à la fin du tube précédent. On a alors à chaque instant :

$$P_f = P_{f(t-1)} + (Ct_i - Ct_1)$$

Q 29 – Coordonner les actions de l'étape 40 en considérant que 40 est une étape encapsulante (voir en annexe la structuration par étapes encapsulantes).



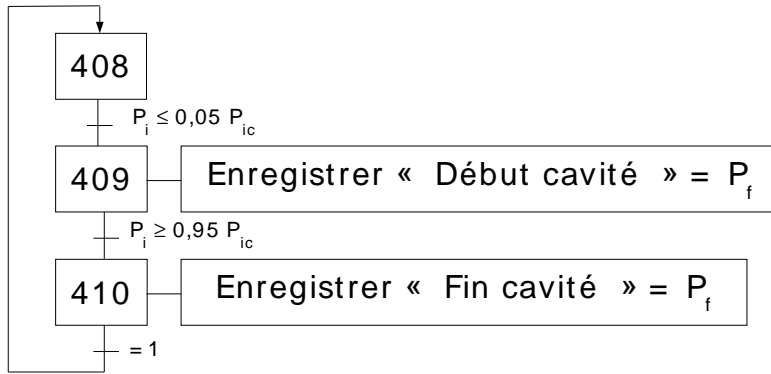
Q 30 – Compléter le graphe du document réponse DR3 pour décrire le cycle complet. Ne pas développer l'étape 40. Faire apparaître explicitement les actions de gestion de la variable N .



Q31 – Indiquer comment varie la pression d'injection des boues de forage P_i lorsque la tête de forage rencontre une cavité dans le sol.

P_i diminue, jusqu'à tendre vers la pression atmosphérique.

Q32 – Proposer un graphe gérant l'enregistrement d'une cavité.



Q33 – Ajouter ce graphe en couleur rouge sur le document réponse DR3.

