

# ÉPREUVE DE MÉCANIQUE DES SYSTÈMES ET DES MILIEUX DÉFORMABLES

## 1. PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE

L'épreuve de mécanique des systèmes et des milieux déformables de la session 2005 porte sur l'étude du vol de la fusée Ariane 5 et de quelques caractéristiques de son moteur Vulcain. Le découpage du sujet en 6 parties permet d'aborder un grand nombre de points du programme de l'agrégation de Mécanique.

Le sujet débute (partie 1) par une étude du vol de la fusée dans le cas général réduite ensuite au cas d'un vol souhaité plan (cas rencontré en pratique). Cette étude permet de mettre en évidence la nécessité d'orienter la tuyère centrale correspondant au moteur Vulcain.

La suite du sujet s'intéresse plus particulièrement à ce moteur cryogénique avec l'étude de ses modes de vibrations (partie 2), des contraintes et des déformations dans l'enveloppe par utilisation d'un modèle de mécanique des milieux continus (partie 3), du pivotement dans la fixation de type cardan d'un modèle de type poutre (partie 4) pour se terminer par une étude thermique et thermodynamique des écoulements (parties 5 et 6).

Le sujet est certes long, mais il a permis aux candidats de s'exprimer largement. Même si la structure du sujet impose d'avoir pris connaissance de l'ensemble de la problématique avant d'aborder les questions, le découpage en parties indépendantes permet aux candidats de tirer le meilleur de leurs aptitudes.

## 2. COMMENTAIRES GÉNÉRAUX

Si aucun candidat n'a abordé toutes les parties, on note cependant d'excellentes copies, tant dans la rigueur de la démarche que dans la mise en œuvre des connaissances scientifiques. Les copies des candidats ayant eu à cœur de mener calculs et analyse avec rigueur ont été très appréciées.

A contrario, on note un niveau surprenant sur certaines copies avec une rigueur déficiente, une analyse incomplète ou inexistante voire même des erreurs de base sur les principes les plus classiques de la mécanique (tels la définition de l'ensemble isolé, le bilan des actions mécaniques ou le choix du théorème et de sa direction de projection).

La présentation des copies est globalement très correcte avec une réelle volonté de la grande majorité des candidats de mettre en évidence leurs résultats et leurs démarches. Les quelques copies ayant une présentation indigne d'un futur professeur agrégé ont été pénalisées, ne serait-ce que parce que certains résultats étaient illisibles.

Il est étonnant de constater le manque de volonté d'un très grand nombre de candidats qui « baissent les bras » dès que la difficulté augmente. En arrêtant ainsi

brutalement sa réflexion au milieu d'un calcul à cause d'une difficulté ponctuelle, qu'elle soit réelle (les calculs sont en effet parfois assez complexes, surtout dans la première partie) ou supposée (une hypothèse omise et la reprise des calculs semble insurmontable), le candidat donne de lui-même une impression négative. Le jury n'est alors pas enclin à noter de manière positive un candidat qui souhaite devenir professeur et abandonne aussi vite quand une difficulté se présente.

Compte tenu de la longueur du sujet et du fait que les candidats abordent le sujet de manière linéaire, les parties 5 et 6 sont peu traitées.

Pour conclure, on peut dire que le niveau des candidats est globalement satisfaisant voire très satisfaisant avec cependant de très grandes disparités dans la rigueur de la démarche scientifique, élément pourtant fondamental de la mécanique.

### **3. COMMENTAIRES SUR LES DIFFÉRENTES PARTIES**

#### **Partie 1. Étude de la phase de décollage de la fusée et validation de la nécessité de pouvoir orienter les axes des tuyères TG et TD du moteur Vulcain**

##### *a) présentation de la problématique*

La fusée ARIANE 5 est composée d'un corps central et de deux propulseurs à poudre situés symétriquement par rapport à ce corps central. Les trois tuyères en extrémités de ces parties sont orientables selon deux directions par un système de type Cardan piloté par deux vérins. La possibilité de pivotement est comprise entre  $\pm 6^\circ$  dans les deux directions mais, lors des vols réussis, le pivotement n'a jamais dépassé  $\pm 2^\circ$ .

Le but de cette première partie est de valider la nécessité d'orienter la tuyère centrale de la fusée en faisant l'hypothèse que les tuyères des propulseurs à poudre latéraux sont bloquées en position centrale et donc ne participent pas au guidage de la fusée.

##### *b) commentaires*

Les candidats travaillant linéairement sur le sujet, cette partie a été – et de loin – la plus abordée. Malgré un niveau de difficulté et de questionnement raisonnable (la méthode était imposée et guidée), la complexité du système étudié impose un paramétrage conséquent, ce qui induit des calculs importants. Par manque d'organisation, certains candidats ont eu les plus grandes difficultés à mener ces calculs à leur terme.

L'utilisation de notations intermédiaires (noter  $X_1$ ,  $Y_1$  et  $Z_1$  les composantes d'un vecteur dans une base  $b_1$  par exemple, en indiquant clairement les expressions) est un moyen rapide et efficace d'éviter d'écrire systématiquement l'ensemble des développements et les candidats qui ont utilisé cette méthode les ont en général fort bien réussis. Cependant, l'utilisation de cette méthode ne doit pas occulter le fait que le correcteur doit pouvoir retrouver aisément les différentes données en indiquant de manière claire et précise les différents termes à la fin de chaque calcul.

Sur l'ensemble des candidats ayant composé sur cette partie, soit la quasi-totalité des copies non blanches, 12 candidats ont terminé les calculs de façon correcte avec une rigueur et une méthodologie remarquable.

Pour les autres, les difficultés se sont réparties sur une méconnaissance totale ou partielle de la méthode et une incapacité à mener les calculs à cause de notations fantaisistes, sans compter évidemment, comme précisé antérieurement, les candidats qui abandonnent dès la première difficulté.

Pour donner un exemple, de nombreux candidats ont eu des difficultés pour calculer la puissance d'une action mécanique  $E$  sur un solide  $S$  en mouvement par rapport à un repère galiléen  $R$  car ils omettent de noter cette puissance sous sa forme générique  $P(E \rightarrow S/R)$  pour ne garder que la notation incorrecte  $P(E \rightarrow S)$ . Ne pas calculer cette puissance par rapport à un repère galiléen a entraîné énormément d'erreurs, certains candidats abandonnant le repère galiléen proposé pour travailler dans le repère de la fusée !

La mise en place des équations de Lagrange a, par contre, été souvent très bien réalisée par les candidats ayant eu le courage d'aller jusqu'à la fin des calculs initiaux. Le comparatif avec les théorèmes généraux de la dynamique a été problématique : ne pas indiquer le point d'écriture de l'équation de moment ou la direction de projection ne permet pas de valider la méthode.

La linéarisation n'a pas été très bien réussie, avec des conditions souvent mal évoquées et, plus surprenant pour une épreuve destinée à des futurs professeurs, des « adaptations » des formules obtenues pour aboutir aux réponses fournies dans le sujet. Comme juger convenablement un candidat qui, à partir de résultats faux, trouve la solution attendue ?

Les conclusions sur la nécessité d'orienter la tuyère ont souvent été lapidaires et sans justification, ce qui est dommage.

## **Partie 2. Étude des modes de vibrations de la tuyère centrale TC, des pulsations propres, des facteurs d'amortissement et des conditions de résonance**

### *a) présentation de la problématique*

Le cahier des charges impose que les vibrations dans la tuyère du moteur Vulcain restent inférieures à 20 Hz pour ne pas avoir de couplage avec les modes de vibrations de la fusée et du système de commande des vérins. Ces couplages rendraient la commande difficile et l'amplification des vibrations pourraient conduire à la destruction de la structure.

Le modèle mécanique proposé (et de nouveau utilisé dans la partie 4) est celui qui a permis de faire les études initiales de vibrations lors de la mise au point du moteur Vulcain. Les données numériques proposées ont été modifiées mais l'ordre de grandeur reste cohérent.

Le but de cette deuxième partie était de valider cette limitation des fréquences de résonance par une étude mécanique et vibratoire.

### *b) commentaires*

Cette partie est rassurante car il y a un seul solide à isoler, la méthodologie est évidente et la forme, certes numérique, du résultat est fournie. C'est pourquoi cette partie a été relativement abordée par les candidats et parfois d'une excellente manière.

Plus encore que sur la première partie, la rigueur a été un élément limitant du développement des calculs, certains candidats étant incapables de faire un bilan correct des actions mécaniques s'exerçant sur le système isolé.

L'indication du résultat à obtenir permet aux candidats de reprendre le cours de la résolution même si le calcul théorique n'a pas abouti. La contrepartie est que cette donnée a incité certains candidats (dans une proportion non négligeable ...) à modifier leurs calculs afin de faire en sorte que leurs résultats correspondent aux données du texte : ces candidats ont été sévèrement pénalisés, ce genre d'attitude n'étant pas acceptable.

La linéarisation des équations a posé problème : la linéarisation à l'ordre 1 de  $\sin(\alpha + \beta)$  avec  $\alpha$  petit et  $\beta$  quelconque (mais non petit) donne  $\sin(\alpha + \beta) \approx \alpha \cos \beta + \sin \beta$  et non  $\alpha + \beta$ . Cette méconnaissance a induit de nombreuses erreurs.

La résolution matricielle avec des valeurs numériques est souvent fautive malgré les calculatrices.

### **Partie 3. Étude des contraintes dans la tuyère centrale TC par une étude analytique sur un modèle de type «enveloppe mince»**

#### *a) présentation de la problématique*

Sous la pression des gaz dans la tuyère, celle-ci va se déformer. Malgré les matériaux utilisés et le refroidissement (problématiques abordées dans les parties 5 et 6) la contrainte limite à l'intérieur du matériau peut être atteinte.

La forme de la tuyère (épaisseur très petite par rapport aux autres dimensions) permet d'utiliser un modèle de type coque, ce qui rend les calculs moins complexes dans ce cas de problème à symétrie matérielle. Cette méthode n'étant peut-être pas très connue des candidats, le questionnement était extrêmement guidé.

Le but de cette troisième partie est de valider que la contrainte équivalente de Von Mises dans la partie divergente de la tuyère du moteur Vulcain reste inférieure à la contrainte fixée par le cahier des charges.

#### *b) commentaires*

Cette partie est rassurante car les questions sont très guidées : les ensembles à isoler sont indiqués et les équations à obtenir sont fournies. Seule la méthode de résolution de ces dernières est laissée à la discrétion du candidat.

On note de très bonnes copies montrant une connaissance fine et complète de la méthode et des principes de la mécanique des milieux continus.

De nouveau, la forme du questionnement a mis en évidence de nombreux candidats essayant, sans rigueur, d'obtenir la réponse attendue alors que le bilan des actions mécaniques sur les éléments proposés est incomplet voire incohérent. Ces copies ont été fortement pénalisées.

L'expression de la contrainte équivalente de Von Mises est inconnue par une très grande majorité des candidats. La forme simplifiée dans le cas d'un modèle coque n'a quasiment jamais été proposée alors qu'il s'agit là d'un problème très classique de mécanique des milieux continus.

La recherche des solutions des équations différentielles demande de la rigueur pour aboutir à un résultat exploitable et on ne peut que déplorer que de nombreux candidats proposent des solutions « toutes faites » qui ne correspondent pas au problème posé. En mécanique, chaque problème est différent mais les méthodologies sont identiques et les résultats obtenus sur un problème ne peuvent être transposés sur un autre sans une certaine analyse : vouloir appliquer des « recettes » est contraire à l'esprit de cette matière !

#### **Partie 4. Étude de la déformée de la tuyère centrale TC par une étude analytique sur un modèle de type « poutre »**

##### *a) présentation de la problématique*

Sous l'action des vérins d'orientation de la tuyère, celle-ci va s'orienter (théoriquement de  $\pm 6^\circ$ ) selon deux directions grâce au montage de type Cardan. Cependant, l'effort des vérins va aussi créer une déformation de la structure de la tuyère au voisinage du point de fixation.

Le cahier des charges impose que le pivotement, au niveau du Cardan, de la structure du divergent, dû aux actions des vérins, reste inférieur à  $0,5^\circ$ .

Le but de cette quatrième partie est de valider que la rotation de la structure au niveau de sa fixation reste inférieure à celle imposée dans le cahier des charges en utilisant le même modèle mécanique que dans la deuxième partie et en prenant les hypothèses de la Résistance des Matériaux (modèle poutre).

##### *b) commentaires*

Cette partie est laissée totalement libre dans sa méthodologie ce qui a apparemment déconcerté de nombreux candidats, probablement habitués à être plus guidés.

Le questionnement est en effet libre car l'application est très simple et peut être résolue en quelques lignes : les candidats qui ont sérieusement abordé cette partie, l'ont bien, voire très bien réussie. Les quelques erreurs venant souvent de l'application numérique.

De nombreuses résolutions ont été proposées, allant de quelques lignes à quelques pages : toutes les solutions proposées ont été prises en compte.

Les connaissances en résistance des matériaux sont très variables et vont de la maîtrise totale à une méconnaissance des hypothèses.

Ce genre de question libre pour une réponse simple correspond aussi aux attendus dans ce concours de recrutement de professeurs et il est dommage que certains candidats n'aient pas essayé de trouver une méthode.

## **Partie 5. Étude thermodynamique des écoulements dans la tuyère**

### *a) présentation de la problématique*

Cette partie s'intéresse essentiellement à l'évolution thermodynamique d'un fluide en écoulement lors d'une détente isentropique (tuyère). Elle permet de caractériser :

- la pression dynamique de l'écoulement ;
- la forme de la tuyère pour obtenir un écoulement supersonique ;
- la température des gaz brûlés en tout point de la tuyère pour avoir les conditions aux limites servant d'entrée au calcul du flux transféré à la paroi de la tuyère et la température de celle-ci.

### *b) commentaires*

D'une manière générale seuls 30% des candidats ont abordé cette partie. La majeure partie des 10 questions posées demande de démontrer une formulation permettant de poursuivre dans l'avancement du problème. Il est courant de constater que les candidats n'hésitent pas à imaginer n'importe quelle hypothèse non physique permettant d'atteindre la formule cible (exemple : écoulement à pression constante dans une tuyère !) ou encore à s'appuyer sur le résultat demandé comme hypothèse de base. Le cheminement mathématique est souvent correct et montre une propension un peu trop grande des candidats à enchaîner des calculs sans aucune réflexion sur la physique qui les sous-tend (exemple : rares sont les candidats qui ont abordé la question 5.5. en montrant la nécessité d'un col sonique de section minimale dans la tuyère !). Quant aux calculs numériques, l'invention des calechettes ne semble pas en résoudre la rigueur.

## **Partie 6. Étude des transferts thermiques à la paroi dans le circuit régénératif et dans le « dump cooling »**

### *a) présentation de la problématique*

Cette partie est consacrée à l'étude du champ thermique présent dans la paroi de la tuyère et donc au refroidissement opéré par la circulation d'hydrogène liquide sur la partie extérieure de la tuyère. Elle se compose des éléments suivants :

- caractérisation de la température dans une ailette de section constante ;
- caractérisation du flux thermique évacué par une ailette ;
- application au cas de la paroi de la tuyère composée d'ailettes et de canaux parcourus par de l'hydrogène.

### *b) commentaires*

Seuls 15% des candidats ont abordé cette partie et aucun n'a dépassé la question 6.4. (soit 4 questions sur 9). Il est désolant de constater que les calculs thermiques de base (conduction) sont sans doute écartés par les candidats dans leur formation alors qu'il est admis que toute évolution technologique moderne passe par la prise en compte de la thermique des composants des différents systèmes. La première question est une simple application numérique comportant deux multiplications et une division. Encore faut-il extraire du tableau donné en annexe l'épaisseur d'une

aillette se présentant comme un long ruban et identifier la section et le périmètre au niveau de sa base. Moins de cinq candidats ont fait la transcription entre une ailette de section circulaire (schématisée dans l'énoncé) et une ailette de section rectangulaire. Ceci montre que les candidats cherchent à dérouler les questions sans prendre le temps de réfléchir au problème posé. Les questions 6.2., 6.3. et 6.4. correspondent au traitement mathématique de l'équation de l'énergie et le résultat final à trouver est fourni. Ces questions ont donc été traitées par les 15% des candidats précités. Le calcul se fait généralement sans problème ; par contre l'expression de constantes d'intégration en fonction de conditions limites fait chuter les 3/4 des candidats. Là encore, le manque de réflexion est patent.

Les dernières questions, simples et de bon sens physique, ont été ignorées par les candidats qui ont préféré évoluer dans leur domaine de base en oubliant que l'épreuve de mécanique est une quintessence des problèmes liés à la mécanique de base.

## 4. RÉSULTATS

224 candidats ont composé pour cette épreuve. Les notes s'étalent de 0 à 20. Les copies ayant obtenu la note 0 sont blanches ou partiellement blanches. La moyenne est 7,53/20 avec un écart type de 6,12.

