Agrégation externe de Mécanique 2006

AUTOMATIQUE – INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
Eléments de correction

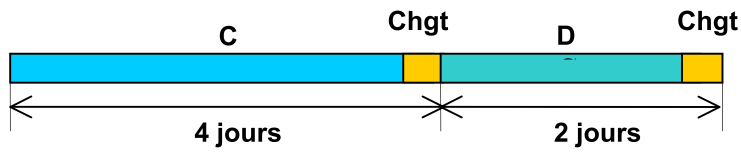
PARTIE A
SEQUENTIEL : SPECIFICATIONS GENERALES ET DETAILLEES

Question A1.1

Déterminer le temps moyen nécessaire pour produire une pièce pour satisfaire à l'exigence de production de la ligne de fabrication des bobines C et D.

Nombre de pièces à produire par an : 500 000 * 3 = 1 500 000 bobines de type C & D
Deux modes de calculs sont possibles.

Hypothèse 1 : les temps de changement d'outillage ne sont pas affectés par le TRS, les temps de changement d'outillage s'effectuant pendant les campagnes de 4 ou 2 jours, en fin de campagne.



On a donc des cycles de 6 jours à 3 x 6.8 = 20.4 heures/jour, ce qui donne 81 h + 0.6 h pour C et 40.2 h + 0.6 h pour D soit finalement 81 + 40.2 = 121.2 heures productives par cycle de 6 jours.
L'année (216.5 jours) correspond à 36 cycles de 6 jours + 0.5 jour. On admettra qu'il n'y a donc pas de changement de production pendant ce résidu de temps.

Le nombre d'heures productives dans l'année est de (36 x 121.2) + 10.2 = 4373.4 heures.
En appliquant le TRS, on obtient : 4373.4 x 0.8 = 3498.72 heures de production de pièces bonnes, soit 12 595 392 secondes.
Pour 1 500 000 pièces, le temps de cycle moyen est de 12 595 392 / 1 500 000 # 8,4 s.

Hypothèse 2 : les temps de changement d'outillage sont affectés par le T.R.S.

Détermination des cadences de production pour respecter les exigences du cahier des charges.

Nombre d'heures de production de pièces bonnes : 216,5*6,8*3*0,8 = 3533,28 h.

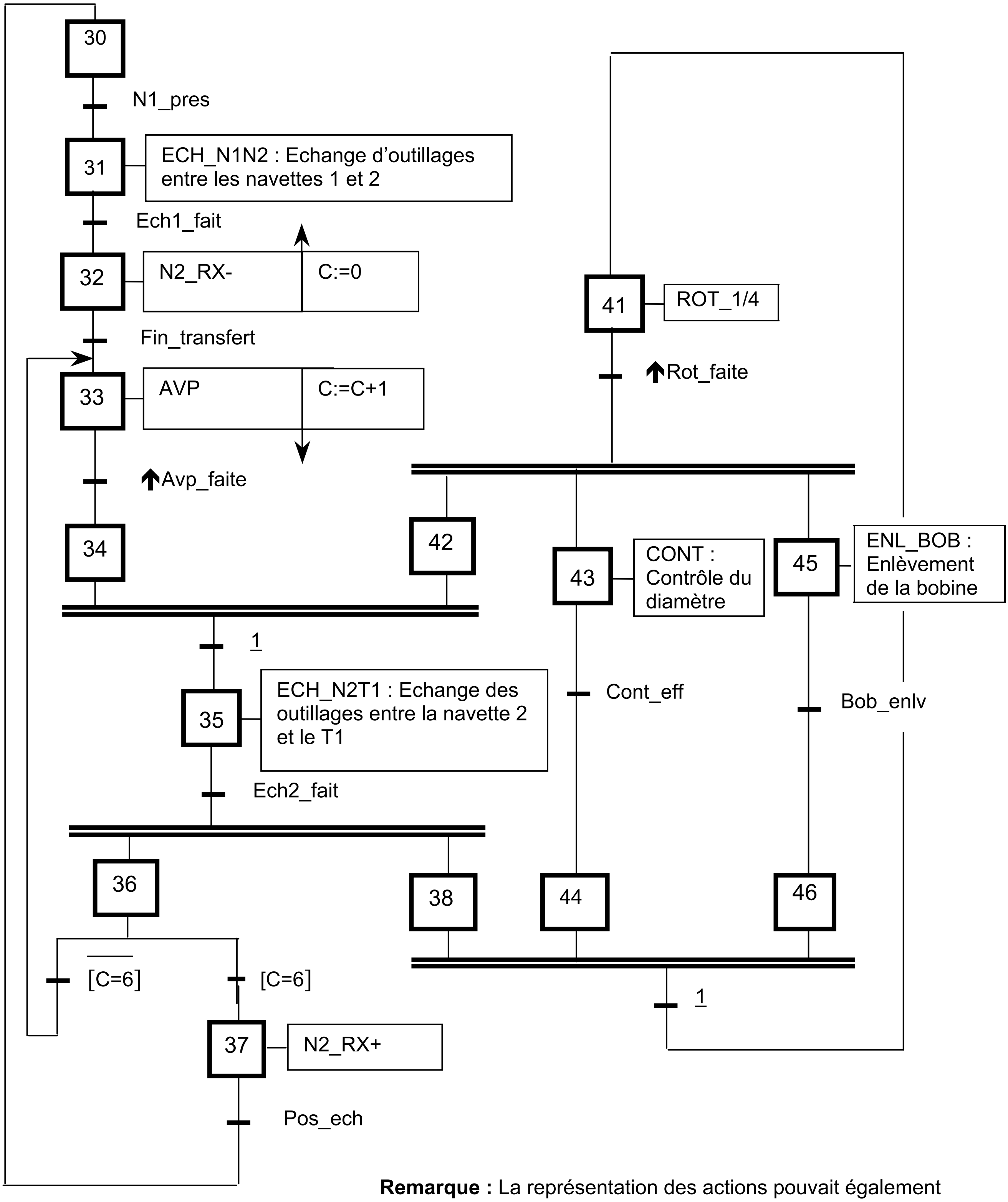
Prise en compte des temps nécessaires aux changements de campagne : Il y a 2 changements de campagnes tous 6 jours,

Calcul global sur une année : Sur une année (216,5/6)*2 # 72 changements (en négligeant le dernier), soit 43,2 heures.

Total des heures effectives de production de pièces conformes :
3533.28 – 43.2 = 3490.08 heures = 125642.88 secondes
Temps de cycle moyen par bobine : 125642.88 / 1 500 000 # 8,38 s
Les deux valeurs retenues sont : **Tcymoy = 8,4 s ou Tcymoy = 8,38 s**

Question A2.1

Compte tenu des tâches proposées document 4, élaborer le grafcet de coordination des tâches en respectant une contrainte de temps de cycle minimum.



Remarque : La représentation des actions pouvait également s'effectuer en utilisant la représentation par macro étapes. Les situations initiales ne sont pas définies à ce stade.

Question A2.2

Evaluer, en fonction des durées précisées dans le document 5, la période nécessaire entre deux mouvements de la navette 2. Ce temps est-il compatible avec celui calculé en A1.1 ?

Evaluation du temps de cycle :

Tableau des durées élémentaires

Action	Durée (s)
ECH_N1N2	5
N2-RX-	2
AVP	0,5
ECH_N2T1	5
N2_RX+	2
ROT 1/4	1
CONT	6
ENL_BOB	1

La méthode des boucles permet une évaluation rapide du temps de cycle :

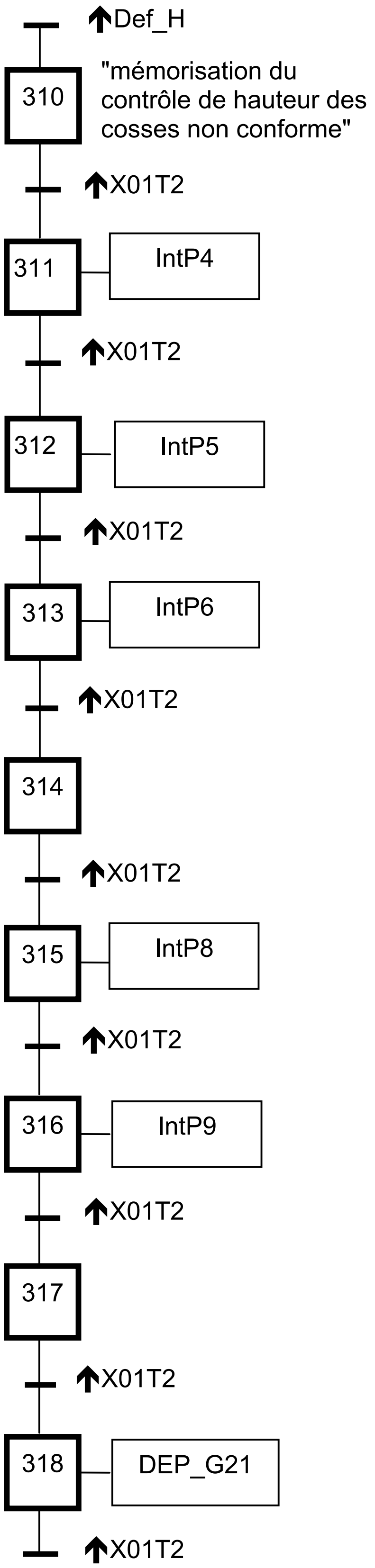
Circuits critiques	Durée (s)
1 : {30,31,32,33,34,35}	12,5
2 : {41,43}	7
3 : {41,43}	7
4 : {41,43}	7
5 : {41,43}	7
6 : {41,35,37}	8
Total	**48,5**

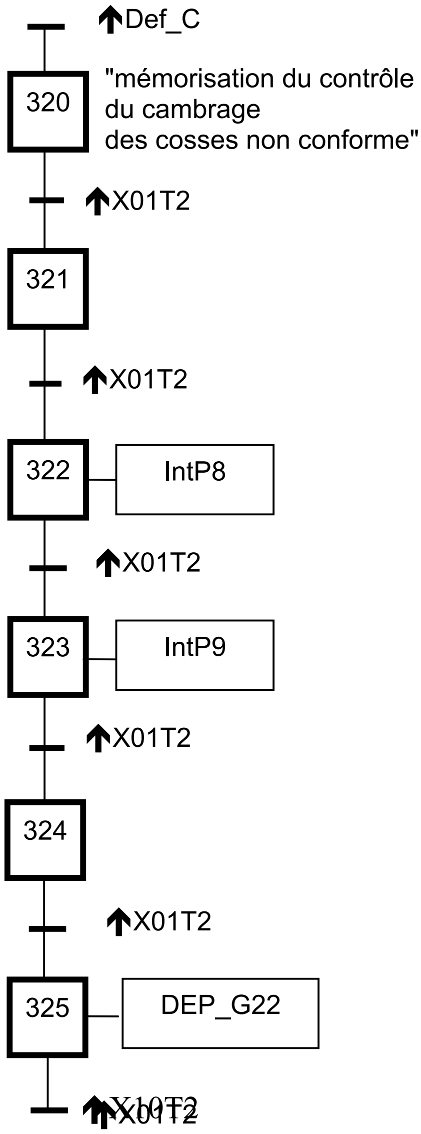
Il était également possible de tracer un diagramme de GANTT, un nombre significatif de candidats l'a pratiqué. Ce temps (48,5s) pour la réalisation de 6 bobines est compatible avec la durée estimée en A1.1. En effet, pour garantir la production de 6 bobines dans les conditions évoquées en A1.1, il faut 6*8,4 = 50,4 s.

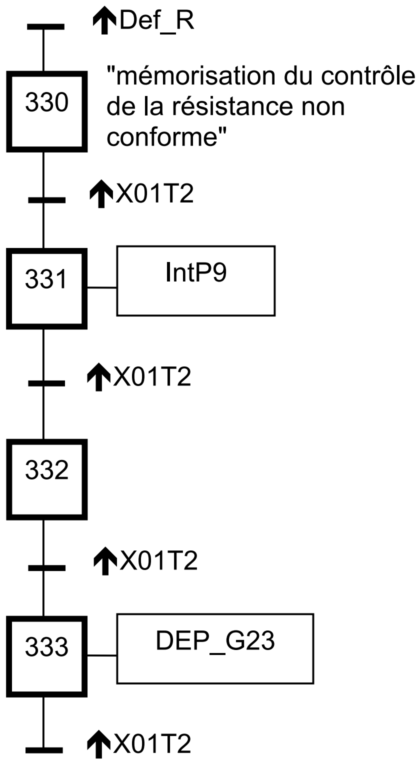
Question A3.1

Proposer, à l'aide des outils graphiques, un modèle d'élaboration des variables : IntP4 à IntP9 et les variables complémentées ; dep_conv, dep_G21.
On se limitera à la prise en compte d'un défaut constaté au poste 3.

La description par grafcet a été privilégiée dans ce corrigé.







IntP4 = X311
IntP5 = X312
IntP6 = X313
IntP8 = X315+X322 /IntP8 = /X315./X322
IntP9 = X316+X323+X331 /IntP9=/X316./X323./X331

DEP_G21 = X318
DEP_G22 = X325
DEP_G23 = X333
DEP_CONV = /X318./X325./X333....

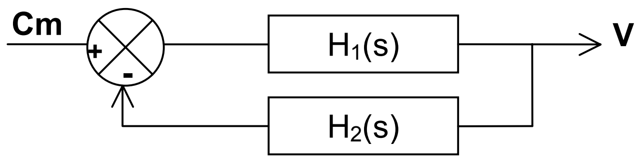
Aut_prise = X110T2

PARTIE B :
ASSERVISSEMENT DE LA NAVETTE

B1 : Détermination d'un modèle du système mécanique

Question B1.1 :

Ecrire les équations de la mécanique pour l'ensemble correspondant à J_{eq} et pour la masse M. Montrer que le système peut être représenté par le schéma bloc suivant :



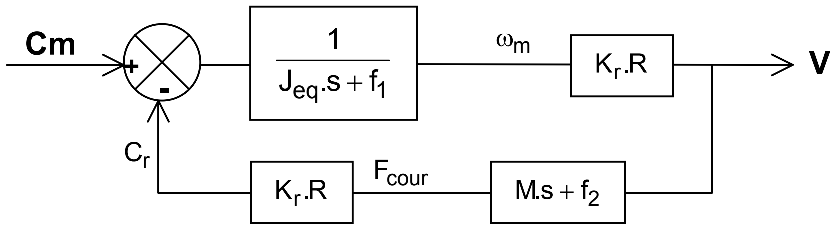
Avec :

$$H_1(s) = \frac{K_r.R}{J_{eq}.s + f_1} \quad \text{et} \quad H_2(s) = K_r.R(M.s + f_2)$$

Le système est composé de la masse M en déplacement, de la courroie considérée comme infiniment rigide, du réducteur et du moteur.

- **Arbre moteur** : $J_{eq}\dfrac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_r - f_1.\omega_m$; avec C_r couple résistant exercé sur l'arbre.
- **Masse M** : $M\dfrac{dV}{dt} = F_{cour} - f_2.V$; avec F_{cour} la force exercée par la courroie.
- **Courroie et réducteur** : $C_r = K_r.R.F_{cour}$ et $K_r = \dfrac{\omega_p}{\omega_m}$

En utilisant ces relations, il est possible de mettre le système sous la forme du schéma bloc suivant :



On en déduit : $H_1(s) = \dfrac{K_r.R}{J_{eq}.s + f_1}$ et $H_2(s) = K_r.R(M.s + f_2)$

Question B1.2 :

Donner l'expression de la fonction de transfert $H(s) = \dfrac{V(s)}{C_m(s)}$

Donner les expressions du gain statique A et de la constante de temps τ en fonction des différents paramètres physiques.

En écrivant l'expression de la boucle fermée, on démontre que : $H(s) = \dfrac{A}{1 + \tau s}$

Avec $A = \dfrac{K_r R}{f_1 + f_2 K_r^2 R^2}$ et $\tau = \dfrac{J_{eq} + M K_r^2 R^2}{f_1 + f_2 K_r^2 R^2}$

Application numérique :

$A = 0{,}565\ ms^{-1}/N.m$ et $\tau = 0{,}718\ s$

B2 : Détermination de la boucle d'asservissement de vitesse

Le moteur synchrone est piloté par un variateur de vitesse qui élabore la consigne de couple $C_{m\_réf}$. Le moteur, à l'aide de sa commande vectorielle, fournit alors un couple effectif C_m. Cet ensemble peut être représenté par la fonction de transfert suivante :

$$H_m(s) = \frac{C_m(s)}{C_{m\_réf}(s)} = \frac{1}{1+\tau_m s} \qquad \text{avec } \tau_m = 0{,}005\ s$$

Question B2.1 :

Comparer les deux fonctions de transfert H(s) et $H_m(s)$.
Donner l'expression des réponses à un échelon unité pour chacune d'elles.
Tracer leurs réponses fréquentielles dans le diagramme de Bode.
Donner la réponse temporelle V(t) à un échelon d'amplitude $C_{m\_réf}$
Justifier que dans cette étude, il est possible de remplacer $H_m(s)$ par 1.

Les deux fonctions de transfert H(s) et $H_m(s)$ sont de premier ordre, leurs gains sont du même ordre mais la constante de temps τ_m est très inférieure à τ. La composante de la réponse due à $H_m(s)$ convergera d'une manière beaucoup plus rapide que celle due à H(s). Donc la dynamique est celle induite par H(s).

La réponse à un échelon unité de H(s) est égale à $A(1-\exp(\frac{-t}{\tau}))$.

La réponse à un échelon unité de $H_m(s)$ est égale à $(1-\exp(\frac{-t}{\tau_m}))$.

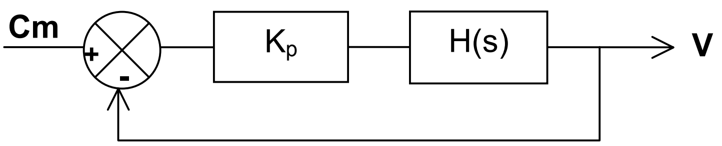
La réponse temporelle de V en réponse à un échelon de d'amplitude $C_{m\_réf}$ s'écrit :

$$V(t) = AC_{m\_ref} + \frac{AC_{m\_ref}}{\tau-\tau_m}\left(\tau_m \exp(\frac{-t}{\tau_m}) - \tau\exp(\frac{-t}{\tau})\right)$$

En négligeant τ_m devant τ et $\exp(\frac{-t}{\tau_m})$ devant $\exp(\frac{-t}{\tau})$, On conclue que V(t) possède la même réponse que H(s). $H_m(s)$ est considérée égale à 1 dans la suite du sujet.

Question B2.2 :

Donner la schéma bloc de la boucle d'asservissement de la vitesse.
Quelle est l'expression de la fonction de transfert $H_v(s) = V(s)/V_{ref}(s)$?
Mettre $H_v(s)$ sous sa forme canonique et donner l'expression du gain A_v et de la constante de temps τ_v.
Déterminer la valeur de Kp afin d'avoir une dynamique de la boucle fermée de vitesse quatre fois plus rapide que celle de la boucle ouverte.



On a : $$H_v(s) = \frac{A_v}{1+\tau_v s} \quad \text{avec } A_v = \frac{A.K_p}{1+A.K_p} \quad \text{et } \tau_v = \frac{\tau}{1+A.K_p}$$

Pour que cette boucle fermée possède une dynamique quatre fois plus rapide que la boucle ouverte, il faut que τ_v soit égal à $\tau/4$.

Application numérique :

$\tau_v = 0{,}18$ s , $K_p = 5{,}31$ et $A_v = 0{,}75$

B3 : Détermination de la boucle d'asservissement de position

Le capteur de mesure de position

La mesure de position est réalisée par un codeur incrémental disposé sur l'axe du moteur. Ce codeur possède une résolution de 200 périodes par tour.

Question B3.1 :

Rappeler le principe du codeur incrémental.
Pour cette application, quelle est la précision maximale que l'on peut obtenir avec ce codeur incrémental ?
En déduire Kc , le nombre d'impulsions par mètre (pour la précision maximale).

Le codeur incrémental est un capteur optique qui fournit trois signaux, deux (A et B) en quadrature de phase avec 200 périodes par tour, et un troisième C qui donne un top par tour.

- Si on ne traite que les fronts montants, on obtient 200 tops par tour du codeur.
- Si on traite les fronts montants et les fronts descendants, on peut avoir 4 tops par période et donc 800 tops par tour de codeur.

Le réducteur possède un rapport K_r et la poulie un rayon R, on en déduit qu'il y a 800 tops pour un déplacement $2\pi RK_r$ de la navette. En appliquant la proportionnalité, on déduit le nombre de tops par mètre.

Application numérique :

$K_c = 18189$ tops par mètre.

Application de la méthode de placement de pôles :

Etape 1 : détermination de A(s) et B(s)

A(s) et B(s) sont respectivement le dénominateur et le numérateur de la fonction de transfert en boucle ouverte

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{H_V(s).K_C}{s}$$

Question B3.2 :

Déterminer les deux polynômes A(s) et B(s). En déduire Na et Nb respectivement les degrés des polynômes A(s) et B(s).
Déterminer la fonction de transfert $H_x(s)=X(s)/X_{ref}(s)$.

Etape 2 : détermination des degrés de R(s) et de S(s) et du nombre de pôles à placer.

Nous avons $A(s)= s(1+\tau_v s)$ donc Na = 2
Nous avons $B(s) = K_cA_v$, donc Nb=0.

$$H_X(s) = \frac{T(s)B(s)}{S(s)A(s) + B(s)R(s)}$$

Question B3.3 :

Montrer que pour avoir une solution unique pour R(s) et S(s), il est nécessaire que les degrés Np, Ns et Nr vérifient les relations :

Nr = Na-1 et Np = 2Na-1

Combien de pôles faut-il alors placer?

P(s) = S(s)A(s)+B(s)R(s)

Donc Np=Max(Ns+Na,Nb+Nr)

Comme Ns=Nr et Na>Nb, nous déduisons que Np=Ns+Na

Nous avons besoin de déterminer les coefficients de R(s) et S(s), ce qui fait Ns+Nr+2 inconnues à trouver. Il nous faut alors autant d'équations.

Donc Np + 1 = Ns + Nr + 2.

En combinant les relations nous trouvons : Ns=Nr=1 et Np = 3. Il faut donc placer 3 pôles.

Etape 3 : Choix des pôles de P(s)

Cette méthode a été proposée par Philippe de Larminat[1]. Le placement des pôles est déduit des mécanismes de restauration de transfert de boucle (Loop Transfer Recovery : LTR). La méthode consiste à factoriser le polynôme P(s) en un facteur dominant F(s) et un facteur auxiliaire C(s). La « robustification » par LTR résulte alors de l'application des trois principes suivants :

- Déterminer F(s) de sorte que : $|F(j\omega)| \geq |A(j\omega)|$
- Choisir F(s) « proche » de A(s)
- Choisir C(s) « proche » de B(s)

Question B3.4 :

Montrer que l'application de la stratégie de détermination de F(s) et de C(s) assure que l'asservissement est stable et que la première condition de robustesse $|F(j\omega)| \geq |A(j\omega)|$ *est vérifiée.*

Tous les pôles de P(s) sont à parties réelles négatives. Donc le système est stable. Si on note α_i les racines de A(s) et β_i les racines de F(s) (β_i obtenue à partir de α_i). $|j\omega - \alpha_i|$ est la distance entre α_i et la droite des imaginaires purs.

Pour les trois cas possibles exposés dans la méthode, nous voyons que les β_i sont obtenues à partir des α_i en gardant la même distance par rapport à l'axe des imaginaires purs ou en s'en éloignant.

Donc pour tout φ et pour tout i, $|j\omega - \beta_i| \geq |j\omega - \alpha_i|$. On en déduit que pour tout ω, $|F(j\omega)| \geq |A(j\omega)|$.

Question B3.5 :

En appliquant la méthode décrite ci-dessus, proposer un placement pour chacun des pôles du polynôme P(s).

Donner les coefficients f_i et c_i des polynômes F(s) et C(s).

Donner les coefficients p_i du polynôme P(s).

On adoptera la notation : p_i coefficient de s^i. Donc : $P(s) = p_0 + p_1 s + p_2 s^2 + \ldots + p_i s^i + \ldots$

Les pôles de A(s) sont 0 et ($-4/\tau$).

Les pôles de F(s) correspondants sont respectivement ($-4/\tau$) et ($-4/\tau$). On en déduit F(s) = $(s+4/\tau)(s+4/\tau)$.

B(s) est une constante. Le degré de C(s) est égal à 1 (=Np-2).

Donc on pose C(s) = $C(1+sT_c)$ avec $T_c=T_0/5$ et $C(0) = B(0)=K_cA_v$. On en déduit $C(s) = K_cA_v.\ ((s\tau/20)+1)$

Application numérique :

$F(s) = s^2+11{,}14s+30{,}06$

$C(s) = 490\ s+13642$

$P(s) = 490\ s^3 +19100\ s^2+ 167270\ s+ 423780$

Question B3.6 :

Ecrire le système d'équations qui permet de déterminer les coefficients r_i et s_i des polynômes R(s) et S(s). Résoudre le système.

On pose $S(s) = s_1.s+s_o$ et $R(s) = r_1.s+r_o$

En identifiant les coefficients dans l'égalité : P(s) = S(s)A(s)+B(s)R(s)

$$\begin{pmatrix} \tau_v & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \tau_v & 0 & 0 \\ 0 & 1 & K_cA_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_cA_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_0 \\ r_1 \\ r_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_3 \\ p_2 \\ p_1 \\ p_0 \end{pmatrix}$$

Application numérique :

$S(s) = 0{,}27\ s + 9{,}12$ et $R(s) = 0{,}6.10^{-3}\ s + 3{,}1.10^{-3}$

Question B3.7 :

Déterminer cette constante de manière à ce que le gain statique de $\frac{X(s)}{Xref(s)}$ *soit égal à 1.*

T(s)=T. En appliquant le théorème de la valeur finale et en imposant que le gain soit égal à 1 ; on déduit que : $T = \frac{p_0}{K_cA_v}$.

Application numérique :

T= 31,06

Question B3.8 :

Montrer que la fonction R(s)/S(s), peut être remplacée par l'une des formes du régulateur PID classique. (un régulateur PD avec filtre)

Justifier la structure trouvée et donner les valeurs des paramètres du régulateur PD.

Il y a un intégrateur dans la boucle d'asservissement, donc il n'est pas utile d'ajouter une action intégrale. Nous proposons un régulateur PD série avec filtre.

Ce régulateur est de la forme : $PD(s) = A_p\left(1+\frac{sT_d}{1+\tau_d s}\right)$

avec : A_p l'action proportionnelle, T_d l'action dérivée et τ_d la constante de temps du filtre.

On obtient les valeurs des paramètres du régulateur en posant l'égalité R(s)/S(s) = PD(s) puis en identifiant.

On alors : $A_p = \frac{r_0}{s_0}$, $\tau_d = \frac{s_1}{s_0}$ et $T_d = \frac{r_1}{r_0} - \frac{s_1}{s_0}$

Application numérique :

$A_p = 0{,}34\ 10^{-3}$, $\tau_d = 0{,}03s$ et $T_d = 0{,}15s$

Bibliographie :

[1] P. De Larminat, « Des régulateurs PID à la commande LQG-LTR : une approche robuste par placement de pôles », *Conception de commandes robuste*, J. Bernussou et A. Oustaloup (Ed.), Hermès 2002, p.99-131.