

ÉPREUVE D'ANALYSE ET CONCEPTION DE MÉCANISMES

COMMENTAIRES DES CORRECTEURS DE L'ÉPREUVE

Les auteurs du sujet remercient M. LIÈVEN Thierry du CEA et M. PANLAE de la société MECACHIMIE pour leur accueil, les informations et les documents fournis pour l'élaboration du sujet.

La loi BATAILLE de 1991 donnait aux scientifiques une période de 15 ans pour étudier diverses solutions pour le traitement et le stockage des déchets nucléaires. Trois solutions d'études avaient été retenues : le stockage profond en couches géologiques, l'entreposage en sub-surface et la transmutation.

Le sujet était basé sur l'avant-projet d'un engin de transport et de manutention (ETM) réalisé par la société MECACHIMIE à la demande du CEA et destiné à l'entreposage en sub-surface c'est-à-dire dans des galeries percées à flanc de colline.

Dans une première partie (Étude d'un préhenseur à inertie) on s'intéressait à la préhension des conteneurs avec l'étude critique d'un grappin utilisé dans un contexte différent, puis à l'étude d'une nouvelle solution adaptée au cahier des charges fourni.

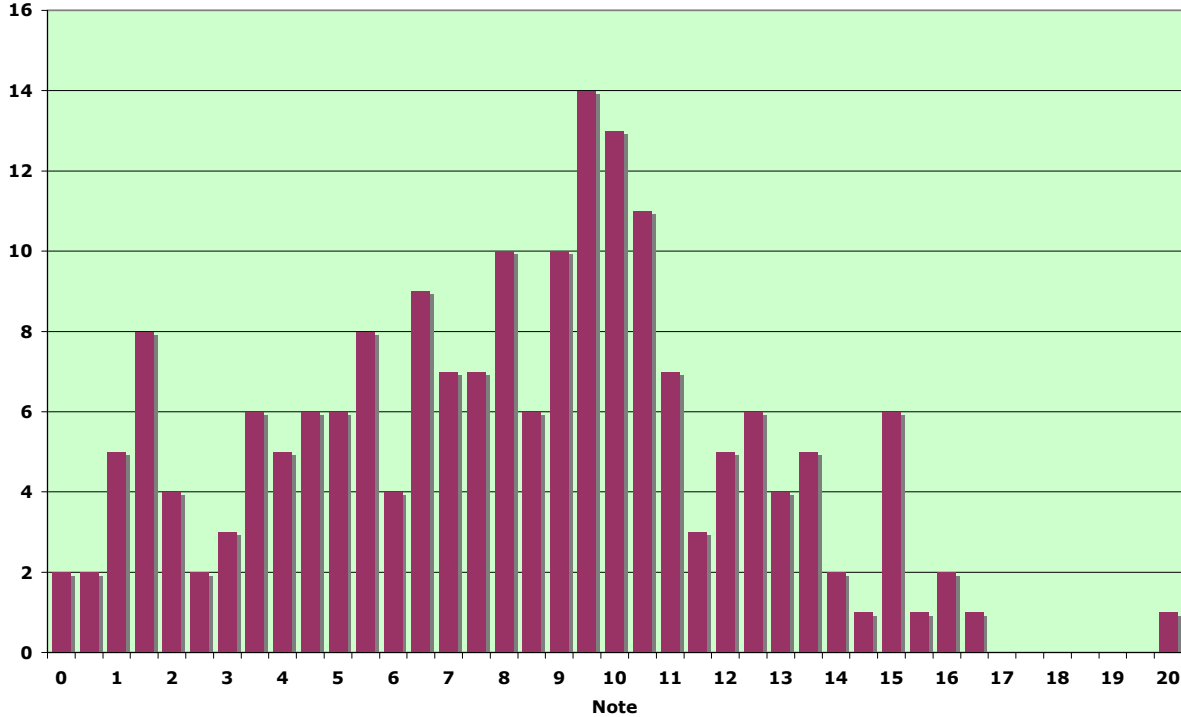
Pour l'étude de la solution initiale 60% des candidats ont analysé avec précision le rôle de la butée rotative du grappin, butée qui donnait un caractère séquentiel à toute action de saisie puis de dépose des conteneurs (moyenne pour ces questions : 5.6/10). Ensuite le sujet s'orientait vers la conception d'un grappin avec préhension des conteneurs par des doigts pivotants. Cette étude permettait d'analyser le comportement mécanique des doigts dans le but de réaliser l'avant-projet d'un préhenseur respectant le cahier des charges. Cette partie de conception a été abordée par de nombreux candidats, 66% d'entre eux ont obtenu une note supérieure à 14.8/26. Il faut cependant constater un défaut de maîtrise de la communication graphique pour un grand nombre de candidats (impossibilité d'usinage et/ou de montage, maîtrise de la conception des liaisons élémentaires, représentation plus proche du schéma que d'une solution dimensionnée, etc.). Il est nécessaire de rappeler que la communication technique fait partie des fondamentaux que doit maîtriser l'agrégé de mécanique.

Une deuxième partie du sujet s'intéressait au problème du déplacement des conteneurs dans les puits. Il s'agissait de déterminer les caractéristiques des treuils, des poulies et du câble capables de soulever la charge compte tenu de la norme en vigueur lors de l'utilisation de câbles toronnés. Ensuite une méthode de calcul à la fatigue des câbles toronnés était introduite. Si la première sous partie a été abordée par la plupart des candidats, la seconde concernant la fatigue a souvent été délaissée. 32% des candidats ont obtenu une note supérieure à 5.5/14. Certains candidats ne réfléchissent pas suffisamment à l'adéquation entre leur réponse et le problème posé ainsi qu'aux ordres de grandeur de leurs résultats. Signalons par exemple le cas de cette réponse trouvée d'un câble de diamètre 40mm enroulé sur une poulie de diamètre 8mm, les calculs effectués montraient qu'il ne s'agissait pas d'une inversion des deux résultats.

Une troisième partie permettait d'étudier le positionnement du châssis longitudinal par l'intermédiaire d'un mécanisme vis-écrou à billes. Si les premières questions de cette partie ont été traitées par quelques candidats les deux parties conception du guidage et montage de la vis n'ont été que très rarement abordées. De plus, les solutions développées n'étaient pas toujours adaptées. Il semble que pour les candidats la seule solution permettant un réglage radial soit le trou oblong et ceci quelle que soit l'importance du décalage à effectuer.

En conclusion générale nous avons remarqué que trop de candidats délaissent les parties de conception pour se réfugier dans les parties à connotation mécanique ou technologique.

Répartition des notes



ÉLÉMENTS DE CORRECTION

1.) Étude de la préhension des conteneurs

La prise des conteneurs s'effectue sur l'interface définie dans le détail C de l'annexe B à l'aide d'un mécanisme de préhension. Dans l'étude d'avant-projet sommaire, plusieurs solutions ont été retenues parmi lesquelles un préhenseur à inertie (grappin) et un préhenseur à doigts pivotants. L'étude de ces deux solutions est détaillée dans cette partie.

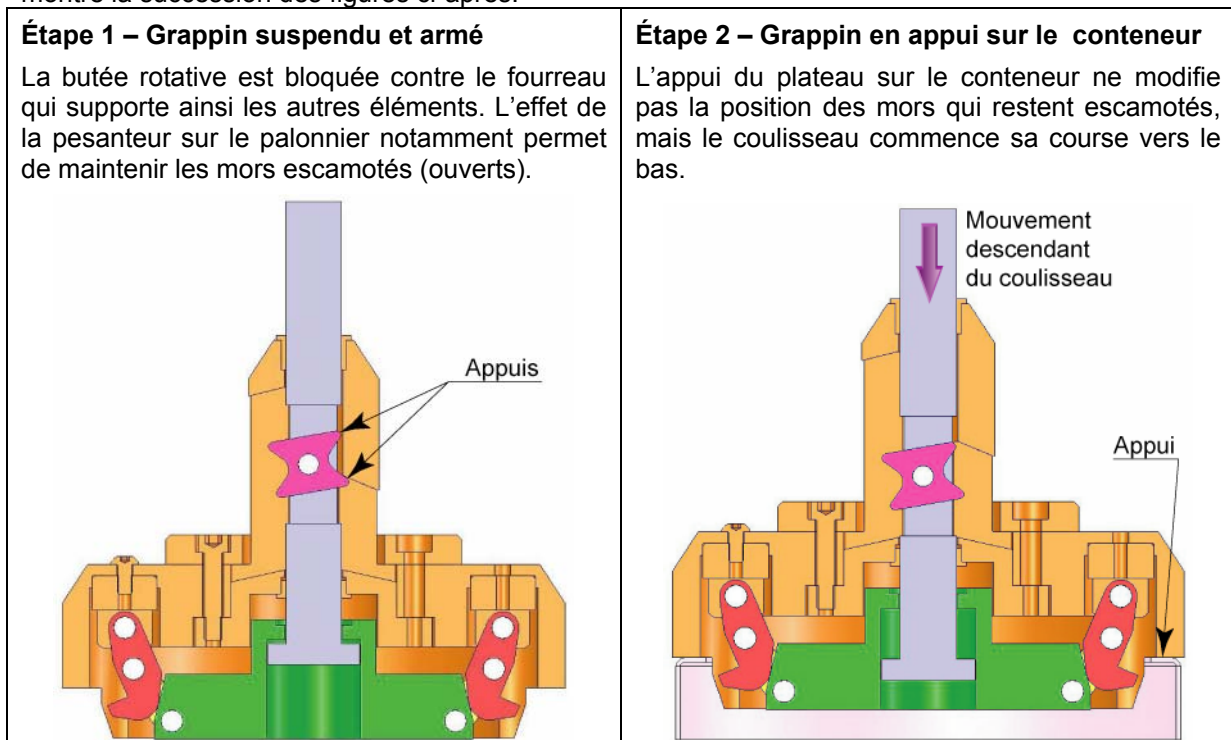
Étude d'un préhenseur à inertie (grappin)

La structure de ce préhenseur est proposée dans l'annexe F. Il s'agit d'un préhenseur utilisé, dans un autre contexte, pour manipuler des conteneurs.

Le grappin est suspendu au système de levage par le coulisseau 2.

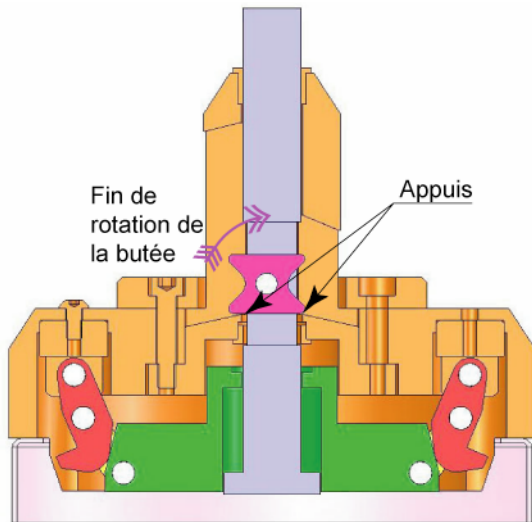
Question 1 : Étapes de fonctionnement

Un des éléments clé du fonctionnement de ce préhenseur est la **butée rotative**. C'est sa position angulaire qui libère ou qui verrouille le mouvement du coulisseau par rapport au fourreau comme le montre la succession des figures ci-après.



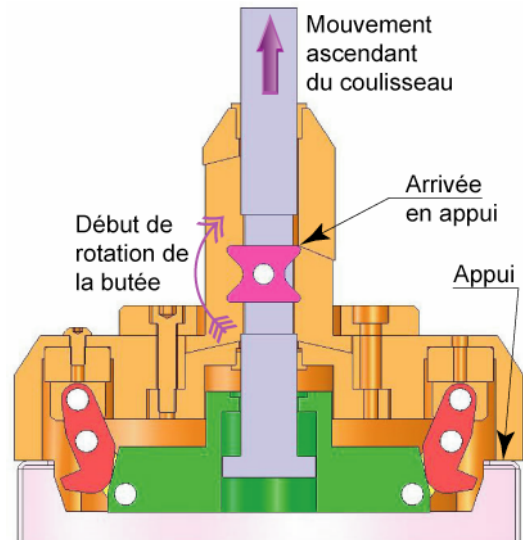
Étape 3 – Descente du coulisseau et pivotement de la butée rotative à l'horizontale

Lorsque le coulisseau arrive dans la position basse, la butée rotative 5 entre en contact avec la partie inférieure du fourreau 4, elle pivote en se positionnant à l'horizontale. L'effet de la pesanteur sur le palonnier maintient toujours les mors escamotés



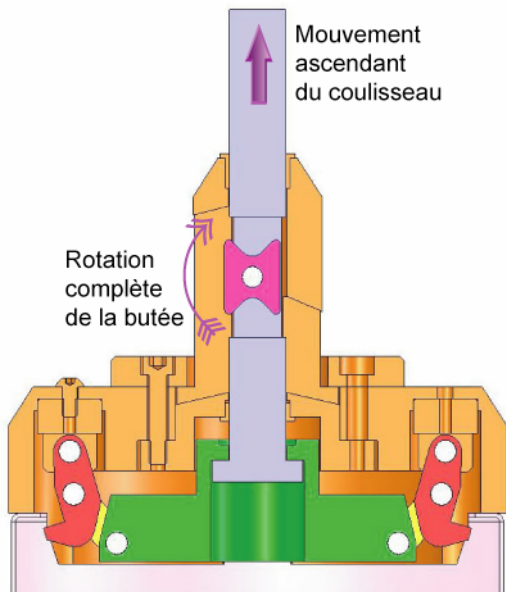
Étape 4a – Remontée du coulisseau et contact de la butée rotative avec le fourreau

La remontée du coulisseau (alors que le reste du grappin est toujours en appui sur le conteneur) amène la butée rotative en contact avec la partie supérieure du fourreau, ce qui amorce un nouveau pivotement de la butée.



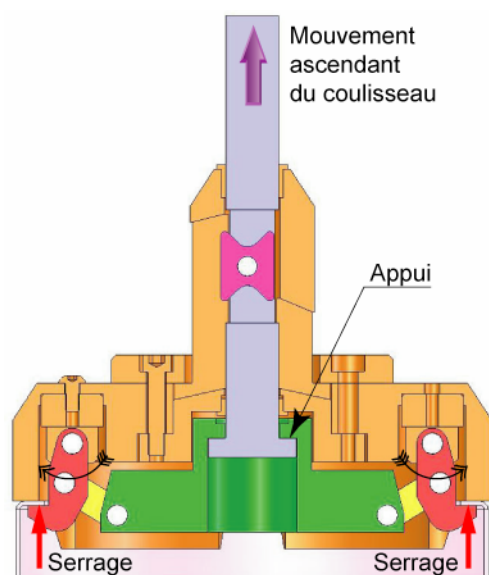
Étape 4b – Rotation à la verticale de la butée rotative

Le mouvement de remontée du coulisseau continue, ce qui fait pivoter la butée rotative en la positionnant à la verticale. Dès lors, le mouvement ascendant du coulisseau n'est plus entravé et peut se poursuivre au-delà de la position qu'il avait lors de l'étape 1.



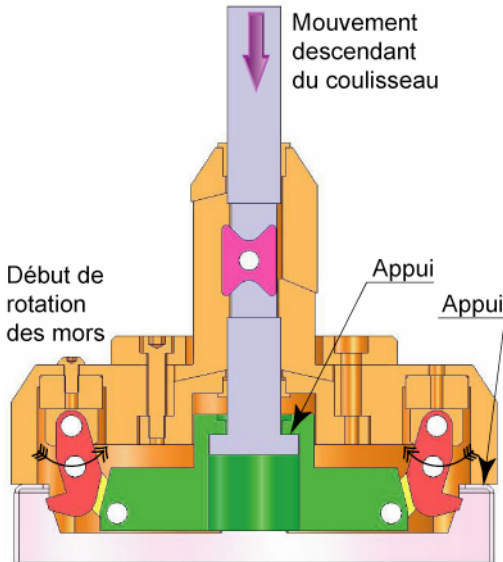
Étape 5 – Serrage et soulèvement du conteneur

Lorsque l'épaulement bas du coulisseau entre en contact avec le fond de l'alésage du palonnier, ce dernier est entraîné vers le haut, ce qui provoque la fermeture des mors et le serrage du conteneur contre la face inférieure du plateau.



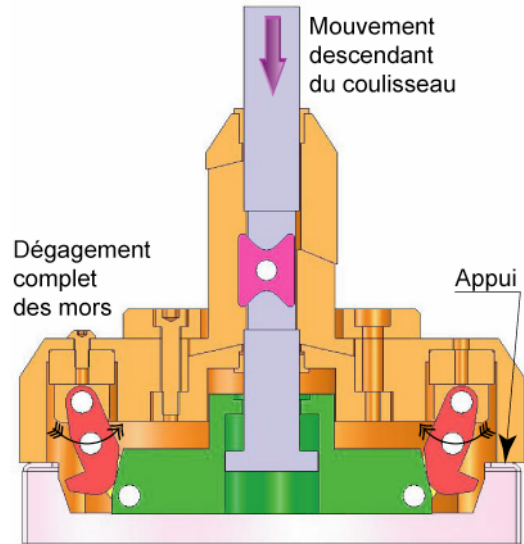
Étape 6 – Dépose du conteneur et ouverture des mors

Après manipulation et dépose du conteneur, le coulisseau 2 redescend. L'effet de la pesanteur sur le palonnier amorce l'ouverture des mors.



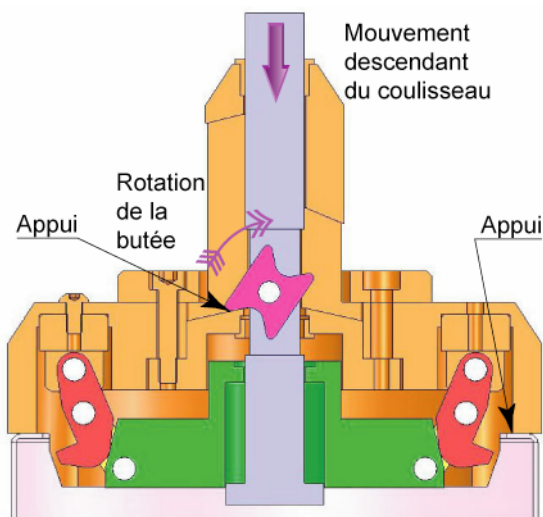
Étape 7a – Descente du coulisseau

Le mouvement de descente du coulisseau 2 continue ce qui permet d'ouvrir complètement les mors.



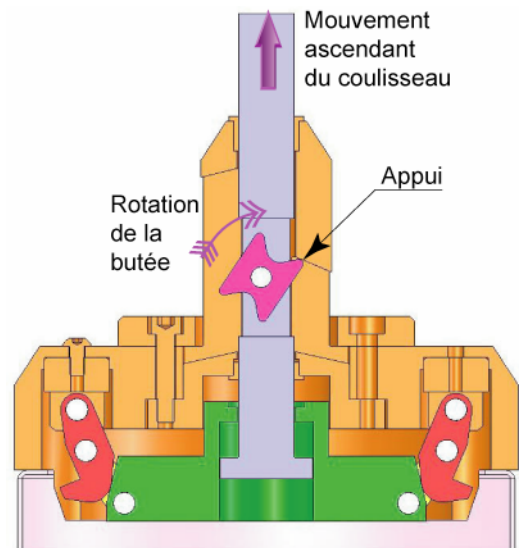
Étape 7b – Armement de la butée rotative 5

Le mouvement de descente du coulisseau 2 continue et amène la butée rotative 5 à nouveau en contact avec la partie inférieure du fourreau 4, ce qui la fait pivoter à nouveau pour l'amener dans une position inclinée (position armée).



Étape 8 – Remontée du coulisseau 2 et entraînement du fourreau 4

La remontée du coulisseau 2 (alors que le reste du grappin reste en appui sur le conteneur) amène la butée rotative 5 en contact avec la partie supérieure du fourreau, ce qui la fait à nouveau pivoter en la bloquant contre le fourreau 4. Celui-ci est alors entraîné et soulève le reste du grappin (étape 1). Celui-ci est alors entraîné et soulève le reste du grappin → Étape 1

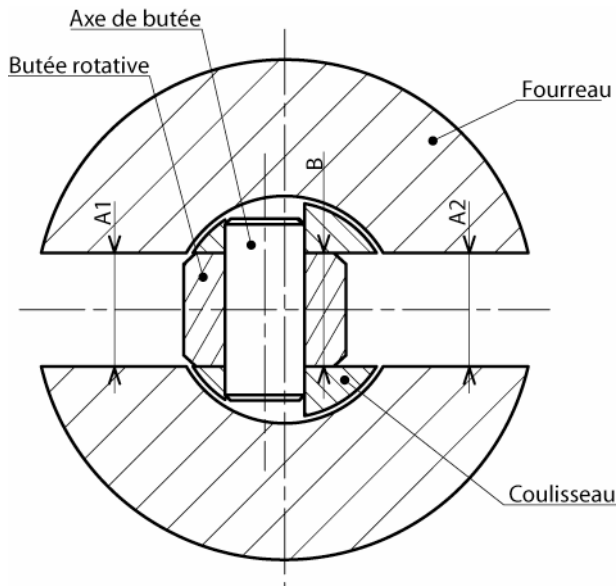


Remarques

- La succession des positions de la butée rotative définit le **fonctionnement séquentiel** du préhenseur ;
- Au cours d'un cycle de fonctionnement (saisie puis dépose d'un conteneur) la butée rotative pivote d'un demi-tour sur elle-même dans le sens horaire ;

- La butée rotative, et donc son axe ne supportent au plus que le poids du grappin, sans le coulisseau (étape 1). Par contre, c'est le coulisseau qui supporte la globalité de la charge soulevée et du grappin (étape 5) ;
- Vu globalement, le fonctionnement du verrouillage du préhenseur est semblable au fonctionnement d'un stylo à pointe rétractable.

Question 2 : Représentation de la section C-C



Les flancs de la butée sont en permanence en vis-à-vis des flancs de la rainure du coulisseau (jeu fonctionnel sur la cote B).

C'est la butée qui assure la position angulaire du fourreau par rapport au coulisseau en jouant le rôle d'une clavette (jeu fonctionnel sur la cote A1). de l'autre côté, la butée doit pouvoir s'engager ou se dégager de la rainure du fourreau. Celle-ci ne doit en aucun cas empêcher le pivotement de la butée rotative (jeu fonctionnel sur la cote A2).

Si on suppose que les appuis plans latéraux sont prépondérants dans la liaison coulisseau – butée, il faut :

garantir qu'il n'y aura aucun contact au niveau de la rainure opposée.

définir la géométrie des contacts axe/butée et axe/coulisseau pour assurer cette prépondérance.

Question 3 : Justifier l'appellation de « préhenseur à inertie »

Lorsque le grappin est armé (étape 1), c'est l'effet de la pesanteur notamment sur le palonnier qui maintient les mors ouverts.

Lorsque le plateau est en appui sur le conteneur (étapes 2 à 4a), c'est l'effet conjugué de la pesanteur et de l'inertie (fin du mouvement de descente) qui permet au coulisseau de continuer sa course.

C'est encore l'effet de la pesanteur qui permet d'ouvrir les mors (étape 6).

Le contact brutal du grappin sur le conteneur peut, en cas de grippage, favoriser l'ouverture des mors.

De plus, le grappin ne peut fonctionner que dans la position verticale (celle du document B2.a).

Ce sont autant de raisons qui peuvent justifier l'appellation donnée par le constructeur.

Ce principe justifie les formes massives utilisées, notamment celles du plateau et du palonnier.

Question 4 : Analyse critique de ce préhenseur au regard des exigences du cahier des charges

- le cahier des charges exigeant la redondance de l'accrochage du conteneur, la conception de mors extérieurs fonctionnant sur le même principe semble difficile à réaliser ;
- l'interface d'accroche du conteneur n'est pas la même et nécessiterait une adaptation de l'interface correspondante du préhenseur ;
- les risques de grippage dans les liaisons sont importants et incompatibles avec la sécurité exigée ;
- l'accrochage du conteneur n'est pas piloté mais dépend du fonctionnement séquentiel du grappin, donc de la succession des positions angulaires de la butée rotative 5. En cas de défaillance de la rotation de la butée, le grappin risque de se bloquer.

Études mécaniques à effectuer

Le grappin est le plus sollicité au moment du soulèvement de la charge, pour l'essentiel l'action de pesanteur sur le grappin et le conteneur (masse de plus de 20 000 kg), et l'effort de levage sur le coulisseau. Les pièces et liaisons situées entre ces éléments sont soumises à des efforts importants qui justifient une analyse approfondie.

Étude statique : elle est destinée à s'assurer que le grappin reste fermé en phase de soulèvement du conteneur.

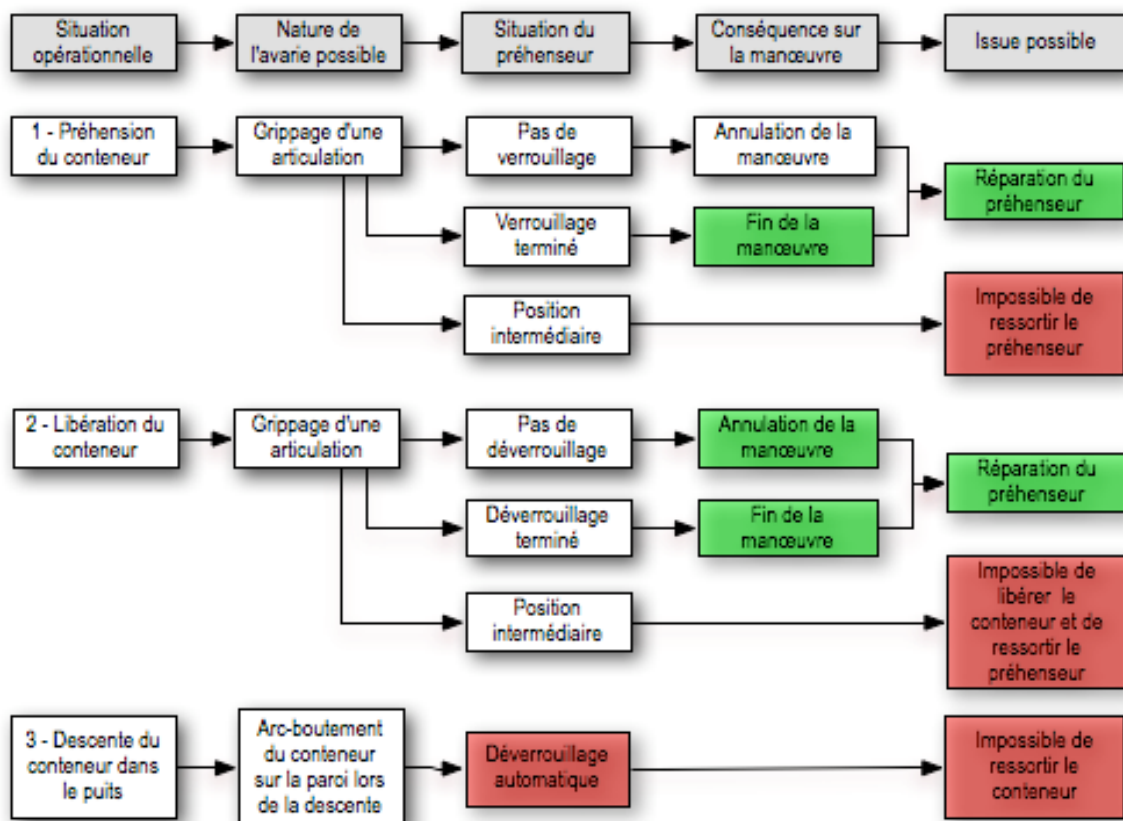
Elle permet également d'évaluer les efforts dans les liaisons. Cette phase nécessite des hypothèses pour lever l'indétermination statique, du fait en particulier de la présence de 4 mors pour agripper la charge ;

Étude de résistance des matériaux : la charge totale à soulever est complètement supportée par le coulisseau. Il convient de vérifier sa capacité du point de vue des contraintes, notamment dans la zone la plus fragile se situant au niveau de l'axe de la butée rotative (section réduite et zone de concentration de contraintes).

Les mors et les biellettes sont également des pièces fortement sollicitées qui justifient une étude des contraintes, de même que leurs axes de liaisons, sollicités au cisaillement.

Étude des liaisons : toutes les liaisons de la chaîne sont soumises à des charges élevées, justifiant une étude des pressions de contact (contact mors – conteneur, axes de biellettes et de mors en particulier). Les vis maintenant le contact dans les encastrement des chapes 9 sur le plateau 1 doivent faire l'objet d'une analyse attentive...

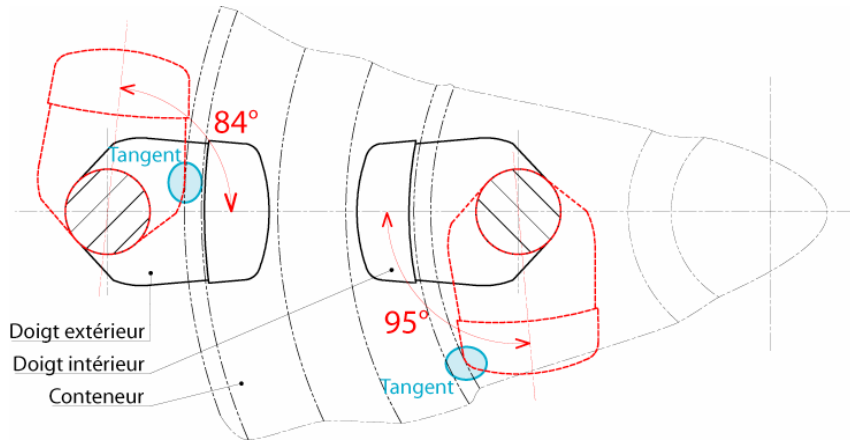
Question 5 : Bilan des risques d'avaries encourus lors de la préhension, de libération et de descente du conteneur



Conception d'un préhenseur à doigts pivotants

Question 6 : Angle minimal de rotation des doigts pour assurer un dégagement correct

Sur la vue de dessus locale des doigts (document 1-b), il faut rechercher la position angulaire des doigts pour laquelle l'enveloppe de la forme des doigts est tangente ou extérieure aux collerettes du conteneur.



En redessinant les doigts dans la situation de tangence, trouve les angles :

- 84° minimum pour les doigts extérieurs ;
- 95° minimum pour les doigts intérieurs.

Question 7 : Charge maximale supportée par un doigt

Compte tenu du caractère hyperstatique du montage à 4 doigts, les dispersions dimensionnelles et de forme des éléments peuvent amener un contact sur 3 doigts seulement. Dans ce cas, et en supposant un centrage rigoureux du conteneur par rapport à la pince, les deux doigts diamétralement opposés supporteront la totalité de la charge, répartie pour moitié sur chacun.

Un doigt supporte donc $20\ 000 \times 9,81/2 = 98\ 100\ \text{N}$.

Question 8 : Vérification de la pression de contact entre les doigts et le conteneur

Calcul à la "pression de Hertz".

Soit (1) la surface plane et (2) la surface sphérique : $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r_1} = 0$ et $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R}$

$$\text{D'où les valeurs de A et B : } \begin{cases} 2(A+B) = \frac{2}{R} \\ 2(B-A)^2 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} A = \frac{1}{2R} \\ B = \frac{1}{2R} \end{cases}$$

$$\text{On en déduit } \theta : \cos\theta = \frac{B-A}{B+A} = 0 \quad \text{soit} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

Les coefficients m et n sont égaux : $m = n = 1$

Le doigt en acier et la collerette en fonte ont des modules d'Young et des coefficients de Poisson voisins, soit : $E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5\ \text{MPa}$ $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$

$$\text{D'où le module d'Young du contact : } E' = \frac{E}{2(1-\nu^2)} = 109890\ \text{MPa}$$

$$\text{Rayon du cercle de contact : } a = b = \left[\frac{3Q}{4(A+B)E'} \right]^{1/3} = \left[\frac{3QR}{4E'} \right]^{1/3} = 8,7\ \text{mm}$$

$$\text{Et la pression maxi : } p_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab} = 612\ \text{MPa}$$

Cette pression représente les 2/3 de la pression admissible pour les matériaux considérés.

Question 9 : Analyse des déformations

Un modèle RdM simple permet d'analyser la déformation :

- la semelle inférieure est soumise à de la flexion simple, de moment fléchissant dans la section (S_1) : $M_f = Q(d-x)$. Sa section importante et la relative proximité de l'effort font que ses déformations ont une influence modeste sur les déplacements de la zone de charge ;
- la partie cylindrique verticale est soumise à de la traction et de la flexion pure, de moment fléchissant constant quelle que soit la position de la section (S_2) : $M_f = Q d$. La section plus faible, la distance à l'effort plus importante et la longueur de l'arbre sont les causes essentielles des déplacements de la zone d'application de la charge.

Échelle du dessin $\rightarrow 0,4$
8,2

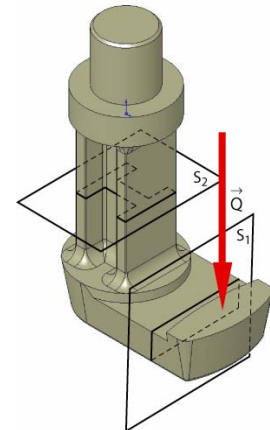
Échelle des déformations $\rightarrow 1 :$

Évaluation du déplacement Δ du centre de la zone de contact : $\Delta = 6/0,4/8,2 = 1,8$ mm

Inconvénient de la déformation : il faudrait s'assurer que les déformations ne provoquent pas le déplacement du contact au bord de la zone sphérique, sur l'arête du doigt.

Avantage de la déformation : l'importance de la déformation joue en faveur d'une meilleure répartition des efforts sur les quatre doigts.

Si les déformations sont excessives (déplacement trop important du point de chargement), il convient de rigidifier en **augmentant le moment quadratique** de flexion (*figure ci-contre*), prioritairement dans la zone de forte influence sur ce déplacement : tronçon (2) dans sa partie supérieure en premier lieu, puis dans sa partie inférieure, et enfin le tronçon (1).



Analyse des contraintes

Au niveau des contraintes, la section de jonction entre le tronçon 1 et le tronçon 2 est la plus sollicitée (jusqu'à 1800 MPa dans la zone intérieure). Il est donc nécessaire de modifier les formes dans cette zone : augmentation du rayon de raccordement, mise en place d'une nervure.

Si la contrainte de flexion est excessive (peu probable) : il suffit d'accroître le terme (I_{Gz}/v) en suivant une loi analogue à celle du moment fléchissant : fonction affine pour la partie inférieure, constante pour la partie verticale (solution à contrainte maxi constante).

Question 10 : Proposition de solution pour le guidage des doigts

Très forte sollicitation du guidage en phase statique. Pas d'effort en principe au cours du mouvement de rotation (si ce n'est les efforts du dispositif de l'entraînement en rotation). L'utilisation de paliers lisses type Permaglides (PTFE, INA) semble s'imposer.

La forte valeur du moment radial dans la liaison ($Q d$) implique l'emploi de deux paliers aussi éloignés que possible l'un de l'autre. Le palier inférieur sera situé au plus près de la partie horizontale du doigt, de façon à réduire la longueur déformée de l'arbre.

Arrêt en translation : épaulement rapporté par vis sur l'arbre en partie supérieure, capable d'encaisser la charge de 100 kN en toute sécurité. Interposition d'une rondelle Permaglides.

Lubrification au montage par graisse et étanchéité soignée (pas de maintenance).

Question 11 : Proposition de solution pour l'entraînement des doigts

Le couple à transmettre est très faible et le déplacement se fait hors charge.

Aucun décalage relatif des doigts est toléré, l'entraînement par adhérence est donc à proscrire.

Les rotations des doigts sont limitées (autour d'un quart de tour) et doivent avoir 2 positions stables (ouvert, fermé).

Il faut entraîner simultanément les 4 doigts extérieurs d'une part avec un premier moteur et les 4 doigts intérieurs d'autre part avec un autre moteur.

1 - On peut envisager une **solution par biellettes**.

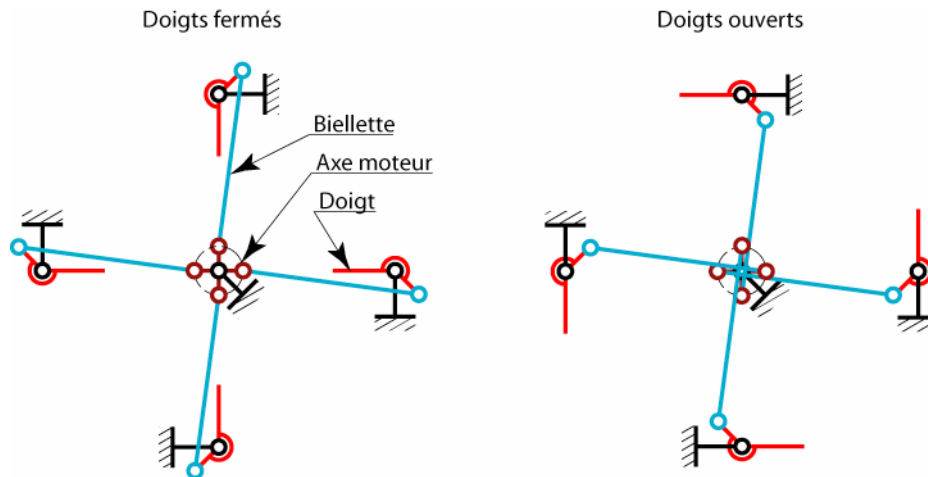
À chaque $\frac{1}{2}$ tour de l'axe moteur, les doigts s'ouvrent et se ferment successivement.

Inconvénients

Les biellettes doivent se trouver dans des plans différents et l'axe moteur doit avoir la forme d'un vilebrequin, d'où un encombrement important au dessus des doigts et un déport de l'action exercée sur les doigts. Le montage fait intervenir un grand nombre de pièces.

Avantage

Le moteur tourne toujours dans le même sens.



	<p>2 - solution par engrenages.</p> <p>La rotation du pignon moteur entraîne la rotation de la couronne dentée. Chaque doigt porte un pignon ou un secteur denté qui engrène avec la couronne. La couronne peut être intérieure ou extérieure.</p> <p><i>Inconvénients</i></p> <p>Le moteur doit pouvoir tourner dans les deux sens de rotation. Risque de difficulté de positionnement angulaire des doigts.</p> <p><i>Avantages</i></p> <p>Solution plus simple faisant intervenir moins de pièces. Encombrement au dessus des doigts réduit.</p>
--	--

Question 12 : Proposition de type de constituants

Choix du modèle

- capable de détecter l'acier doux du doigt ;
- taille M18 (détection 5 mm) pour la robustesse, pour allier une bonne précision à une grande tolérance de positionnement, l'encombrement n'étant pas un critère déterminant ;
- blindé pour éviter les interférences mutuelles et celles avec les autres composants ;
- embrochable pour la maintenance ;
- normalement ouvert.

Le modèle E2EG-X5C1 (ou B1) semble bien adapté.

Choix de la position

Au plus près du doigt, pour ne pas être trahi par une rupture éventuelle de celui-ci. Axe du capteur parallèle à l'axe de rotation du doigt afin de détecter sa présence franche.

Question 13 : Projet de conception du préhenseur

Voir document en annexe

Remarques

- le guidage en rotation est réalisé par un coussinet à large collerette. L'arrêt en translation du doigt vers le haut est assuré (collerette monobloc sur le doigt) en cas de butée du doigt sur le conteneur.
- l'épaulement donné sur le dessin des doigts n'était pas imposé : il était donc inutile de prendre des palier en 2 parties montées radialement.
- l'entraînement en rotation des doigts extérieurs est assuré par un engrenage extérieur afin de limiter le rapport de transmission et l'encombrement (par rapport à un engrenage intérieur).
- Vu le faible nombre d'exemplaires fabriqués, le corps du préhenseur est conçu en construction mécanosoudée.

Remarques

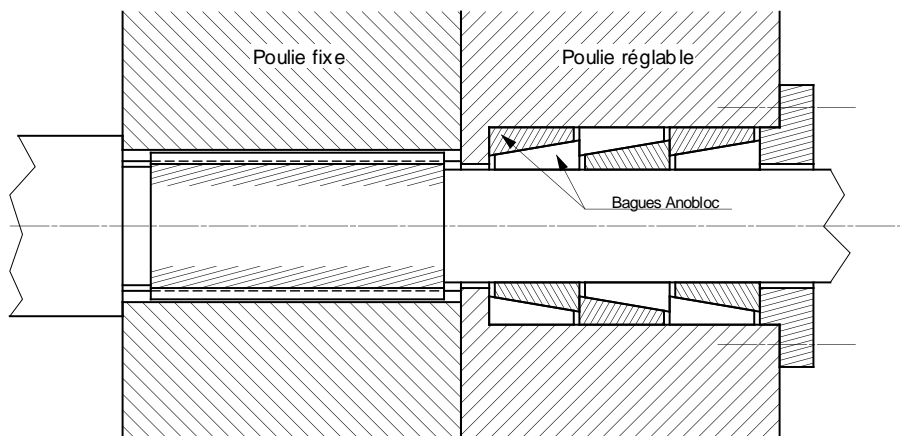
- le préhenseur doit former un ensemble clos qui protège les différents organes.
- la lubrification et l'étanchéité seront assurées.
- le préhenseur est suspendu au mécanisme de levage par 4 réas (voir la figure 4.1).

2.) Étude du levage du conteneur

Commande et redondance

Question 14

Sur un ensemble de quatre tambours, l'un doit être fixe par rapport à l'arbre d'entraînement et les trois autres doivent pouvoir être réglés angulairement de manière à rattraper les incertitudes sur les longueurs des quatre câbles. Pour le tambour fixe une liaison par arbre cannelé est possible, pour les tambours réglables une liaison par adhérence peut convenir. Une solution par bagues « Anobloc » a été adoptée ci-dessous.



Question 15 : longueur utile du câble

La descente d'un conteneur situé dans la partie basse du puits, nécessite une course de 12,720m. La longueur utile du câble compte tenu du mouflage est donc 25,440m, à cette longueur il convient d'ajouter bien évidemment les longueurs que l'on peut qualifier de longueurs mortes telle que les distances treuil-1^{ère} poulie supérieure, entre les deux poulies supérieures, etc., pour lesquelles à cet instant du sujet les données étaient insuffisantes.

Le treuil de secours ne sera utilisé qu'en cas de problème à la descente ou à la remontée d'un conteneur par le treuil principal, il devra avoir une même longueur utile de câble, mais la géométrie retenue devra être telle que l'on puisse enrouler sur son tambour une longueur égale à quatre fois la course de descente d'un conteneur.

Caractéristiques du mécanisme de levage

Question 16 : Classe du mécanisme

Classe de fonctionnement

D'après le cahier des charges, le système n'effectue qu'un seul transfert de conteneur par jour.

La descente et la remontée du treuil s'effectue pour le conteneur inférieur en environ 26 minutes, et pour le conteneur supérieur en environ 16 minutes. On peut donc utiliser un temps moyen d'utilisation de 21 minutes en faisant l'hypothèse que l'on comble complètement un puits avant de passer au suivant.

Le temps de fonctionnement moyen permettrait d'utiliser une classe de fonctionnement T_2 , mais nous obtenons pour le transfert des 12000 conteneurs (environ pendant 40 ans) une durée théorique totale de 4200 heures. Il faut donc envisager un changement de câble au cours de la durée de vie du système. On choisit en conséquence une classe de fonctionnement T_3 .

La valeur T_2 établie sur le seul premier critère a été considéré comme acceptable, sous réserve d'une argumentation correcte et des valeurs de durée de cycle exacte.

État de sollicitation

Compte tenu de la vitesse de descente et de remontée d'un conteneur l'hypothèse d'un calcul statique est satisfaisante.

Le système effectue une descente avec la charge maxi de $21500 \cdot 9.81 \approx 211\text{kN}$ soit environ 26,4kN par brin puis la remontée avec la charge de $1500 \cdot 9.81 \approx 14,7\text{kN}$ soit 1,84kN par brin. Donc le système fonctionne la moitié du temps avec la charge maximale et l'autre moitié avec une charge minimale.

La loi de cumulation permet de coefficient de charge K :

La description des états de sollicitations permet de prendre comme coefficients intermédiaires de charge K_i , respectivement les valeurs 0,82 et 0,55 pour la charge maximale et la charge minimale.

$$K = (0.5 \cdot 0,82^3 + 0,5 \cdot 0,55^3)^{1/3} \approx 0.71.$$

On prend donc comme état de sollicitations la classe L_2 qui est la plus proche de la valeur calculée.

Le tableau 3 permettrait maintenant de choisir comme classe de mécanisme la classe M_3 . Mais compte tenu de la remarque sur les manutentions dangereuses on utilisera la classe M_4 .

Question 17 : Détermination du câble

Le choix de la classe de mécanisme permet de déterminer le coefficient Z_p , on prendra $Z_p = 4$. On en déduit que la charge minimale de rupture doit être supérieure à 106kN. En consultant l'annexe F on en déduit que l'on doit choisir une classe de résistance R_0 égale à 2160 Pa.

$$\text{Le coefficient est donc égal à : } C = \sqrt{\frac{4}{0,356 \cdot 2160}} = 7,2 \cdot 10^{-2}.$$

$$\text{On en déduit que le diamètre minimal du câble } d_{\text{mini}} = 7,2 \cdot 10^{-2} \sqrt{26400} = 11,7 \text{ mm}$$

On prendra un câble à âme métallique, de classe de résistance 2160MPa et de 12mm de diamètre de référence par exemple 8 \times 19S.

Remarque

La prise en compte du poids du câble aurait une influence faible sur ce calcul, en effet il n'augmenterait la charge sur le câble d'une valeur inférieure à 200N.

Question 18 : Détermination du couple $\{D_2, n\}$ compatible

Pour un câble à 8 torons extérieurs le coefficient t permettant de déterminer les diamètres des poulies et du tambour de treuil est égal à l'unité.

Pour une classe de mécanismes M_4 , on obtient les valeurs suivantes :

- pour le tambour : $D_2 = 16 \cdot 1 \cdot 12 = 192 \text{ mm}$
- pour les poulies : $D_1 = 18 \cdot 1 \cdot 12 = 216 \text{ mm}$.

Les hypothèses relatives à la détermination du diamètre du tambour du treuil donnent les conditions suivantes :

- si la charge descend d'une course $c = 12,72\text{m}$ le câble devra se dérouler sur une longueur égale à $2 c$. Sachant que l'on souhaite conserver au déroulement et à l'enroulement un tour supplémentaire, nous obtenons la relation suivante :

$$n > \frac{2 c}{\pi D_2} + 2 ;$$

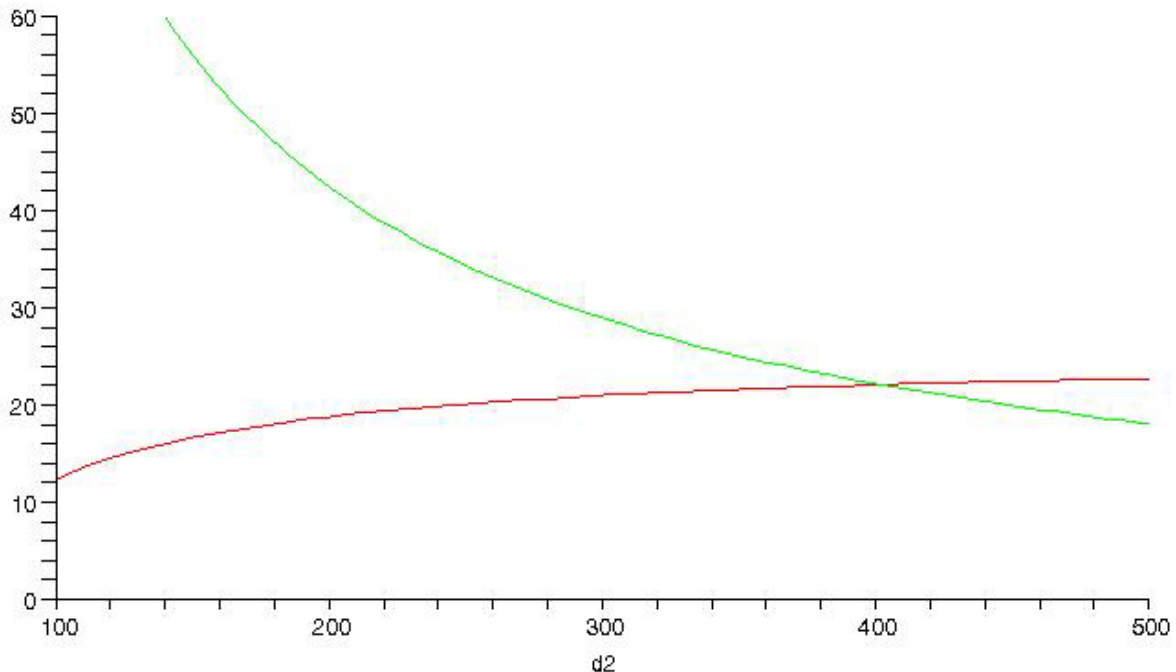
- l'angle de déviation maximal doit être inférieur à 4° , il se calcule à partir de la relation :

$$\arctan\left(\frac{p}{\pi D_2}\right) + \arctan\left(\frac{(n-2) p}{h}\right) < \frac{\pi}{45}$$

Cette relation peut s'écrire :
$$n < \frac{2 \pi p D_2 + 2 p^2 \tan\left(\frac{\pi}{45}\right) + \pi D_2 h \tan\left(\frac{\pi}{45}\right) - h p}{p (\pi D_2 + p \tan\left(\frac{\pi}{45}\right))}$$

Remarque

On n'a pas été tenu compte de l'inclinaison de l'hélice, le rapport $\frac{p}{D_2}$ est petit devant 1.



L'analyse de ces tracés montre que le diamètre du tambour du treuil doit être supérieur à 402mm. Pour que les 2 conditions puissent être vérifiées simultanément. On choisit par exemple $D_2 = 410\text{mm}$ ce qui donne pour la 1^{ère} équation $n > 21,7$ et pour la seconde $n < 22,2$. On remarque que la condition sur le diamètre minimal est toujours respectée.

Choix final : $D_2 = 410\text{mm}$ et $n = 22$.

Question 19: Adaptation de ce résultat au treuil de secours

Pour le treuil de secours ce résultat n'est pas directement exploitable car la position d'attente du câble sur le treuil correspond à une position centrée car ce treuil doit pouvoir remonter un conteneur ou en descendre un en cas de problème avec le treuil principal. La condition sur l'angle de déviation sera plus difficile à respecter.

Prise en compte des effets de fatigue

Question 20 : Expressions de $\alpha(R^*)$ et $\chi(\sigma_T^*)$

Les expressions initiales s'écrivent :

$$\text{Log } N = \alpha(\log(D/d)) \text{Log} \sigma_T + \beta(\text{Log}(D/d))$$

$$\text{Log } N = \chi(\sigma_T) \text{Log}(D/d) + \varepsilon(\sigma_T)$$

En utilisant les notations proposées, on écrit :

$$N^* = \alpha(R^*) \sigma_T^* + \beta(R^*) \quad (1)$$

$$N^* = \chi(\sigma_T^*) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*) \quad (2)$$

Question 21 : Equation de base de FEYRER

Dérivons les expressions (1) et (2) par rapport à σ_T^* et R^* , on obtient :

$$\frac{\partial N^*}{\partial \sigma_T^*} = \alpha(R^*) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 N^*}{\partial \sigma_T^* \partial R^*} = \frac{d\alpha(R^*)}{dR^*} \quad (3)$$

$$\frac{\partial N^*}{\partial R^*} = \chi(\sigma_T^*) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 N^*}{\partial \sigma_T^* \partial R^*} = \frac{d\chi(\sigma_T^*)}{d\sigma_T^*} \quad (4)$$

Les équations (3) et (4) doivent être vérifiées, quels que soient σ_T^* et R^* . Ce qui ne peut l'être que si elles sont égales toutes les deux à une même constante K.

$$\frac{d\alpha(R^*)}{dR^*} = K \quad \Rightarrow \quad \alpha(R^*) = K R^* + A$$

$$\frac{d\chi(\sigma_T^*)}{d\sigma_T^*} = K \quad \Rightarrow \quad \chi(\sigma_T^*) = K \sigma_T^* + B$$

Nous pouvons donc écrire les nouvelles expressions de N^* :

$$N^* = (K R^* + A) \sigma_T^* + \beta(R^*) \quad (5)$$

$$N^* = (K \sigma_T^* + B) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*) \quad (6)$$

Les deux égalités (5) et (6) doivent être vérifiées, quels que soient σ_T^* et R^* , on peut donc écrire : $(K R^* + A) \sigma_T^* + \beta(R^*) = (K \sigma_T^* + B) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*)$

Ce qui se traduit par : $A \sigma_T^* + \beta(R^*) = B R^* + \varepsilon(\sigma_T^*)$

On peut donc écrire : $\beta(R^*) = B R^* + D$ et $\varepsilon(\sigma_T^*) = A \sigma_T^* + D$

d'où l'expression de N^* : $N^* = (K R^* + A) \sigma_T^* + B R^* + D$

C'est-à-dire en revenant à l'écriture à partir des expressions log, la nouvelle écriture de $\text{Log } N$:

$$\text{Log } N = a_0 + a_1 \text{Log} \sigma_T + a_2 \text{Log } D/d + a_3 \text{Log} \sigma_T \text{Log } D/d$$

Question 22 : Nombre de cycles avant rupture

Pour les valeurs numériques suivantes déterminées au cours des questions précédentes.

$$D = 410 \text{ mm} \quad d = 12 \text{ mm} \quad S = 26400 \text{ N} \quad R_0 = 2160 \text{ MPa} \quad \ell = 25.440 \text{ m}$$

On obtient $N \approx 116000$ cycles.

D'après la figure 4.1, la câble subit au cours d'une descente ou d'une remontée de conteneur 5 flexions chacune constituant un cycle. Donc le câble retenu, dans les conditions d'utilisation prévues par la cahier des charges, devrait permettre de descendre ou remonter 11600 conteneurs.

Remarque

La question n'était pas abordée dans le sujet, mais FEYRER minore le nombre de cycles possible lorsque le câble subit des flexion alternées (ce qui est le cas dans cette application). La relation utilisée déduite d'expérience s'écrit : $\text{Log } N_{\text{alternées}} = 0,9555 + 0,618 \text{Log } N_{\text{répétées}} + 0,424 \text{Log}(D/d)$. Dans cette application, on trouverait un nombre de cycles voisin de 54400, soit la remontée et la descente de 5400 conteneurs.

3.) Étude du positionnement longitudinal

Question 23 : Détermination de la loi de mouvement

L'accélération est supposée de la forme : $a(t) = a_0 \sin^2\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)$

Le texte ne le précisait pas mais la phase de décélération utilisait un modèle identique, on peut donc écrire : pour la phase de décélération $a(t) = -a_0 \sin^2\left(\frac{\pi(T-t)}{\tau}\right)$ où T est la durée du cycle.

On intègre une première fois avec la condition initiale $V(0) = 0$: $V = \frac{a_0 \tau \left[\frac{\pi t}{\tau} - \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \right]}{2 \pi}$

On intégrant une seconde fois avec la condition initiale $e(0) = 0$: $e(t) = \frac{a_0 \left[(\pi t)^2 - \tau^2 (1 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)) \right]}{4 \pi^2}$

Pendant la phase d'accélération ou de décélération le chariot parcourt la distance $e_0 = \frac{a_0 \tau^2}{2}$ et pendant la phase à vitesse constante, la distance $e_1 = V(\tau) (T - 2 \tau)$.

En utilisant les conditions du cahier des charges : $e_{\max} = 2,3 \text{ m}$ et $V_{\max} = 5 \text{ m/mn}$, on obtient :

$$a_0 = 0,03 \text{ m s}^{-2} \quad \text{et} \quad \tau = 5,4 \text{ s}$$

Question 24 : Couple C_e

Théorème de l'énergie puissance : $2 T(\Sigma/R_g) = m \dot{x}^2 + (I_v + I_m) \dot{\theta}_{10}^2$ avec $\dot{x}_{20} = -\frac{p_v}{2 \pi} \dot{\theta}_{10}$

$$\text{D'où : } 2 T(\Sigma/R_g) = \left[I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \right] \dot{\theta}_{10}^2$$

Puissance développée par les actions extérieures : $P(\bar{\Sigma}/\Sigma) = C_e \dot{\theta}_{10}$

Le théorème de l'énergie puissance permet donc d'écrire : $\left[I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \right] \ddot{\theta}_{10} \dot{\theta}_{10} = C_e \dot{\theta}_{10} + P_f$

où P_f est la puissance développée par les inter effort, le sujet donnant une courbe de rendement du système vis-écrou à billes.

Déterminons une expression de P_f

Le théorème de l'énergie puissance appliqué au chariot seul, permet d'écrire : $m_2 \ddot{x}_{20} = F_{1/2}$

$$\text{On peut écrire : } C_e \dot{\theta}_{10} - F_{12} \dot{x}_{20} + P_f = 0 \quad (1)$$

Pendant la phase motrice, le rendement est donné par la relation $\eta = \frac{F_{12} \dot{x}_{20}}{C_e \dot{\theta}_{10}}$

La relation (1) s'écrit : $m_2 \ddot{x}_{20} \dot{x}_{20} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) + P_f = 0$

$$\text{D'où } P_f = \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \ddot{\theta}_{10} \dot{\theta}_{10}$$

$$\text{D'où l'expression du couple } C_e : C_e = \left[I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2}{4 \eta \pi^2} \right] \ddot{\theta}_{10}$$

Pendant le ralentissement le rendement est donné par la relation : $\eta_1 = \frac{C_e \dot{\theta}_{10}}{F_{12} \dot{x}_{20}}$.

On procédant de la même manière, on obtient : $C_e = \left[I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2 \eta_1}{4 \pi^2} \right] \ddot{\theta}_{10}$

Question 25 : Déphasage $\Delta\theta$

On applique le théorème de l'énergie puissance : $2 T(\Sigma/R_g) = I_m \dot{\theta}_m^2 + \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \dot{\theta}_v^2$

Fonction de force associée aux actions extérieures et intérieures : $U = -\frac{K}{2} (\theta_v - \theta_m)^2$

Dans cette relation K est la raideur en torsion de la vis $K = \frac{G I_0}{L_v}$

Puissance développée : $C_e \ddot{\theta}_m$

En utilisant le formalisme de Lagrange, on obtient les relations :

$$I_m \ddot{\theta}_m = K(\theta_v - \theta_m) + C_e \quad \text{et} \quad \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \ddot{\theta}_v = -K(\theta_v - \theta_m)$$

Le déphasage est donc donné par la relation : $(\theta_m - \theta_v) = \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2 K} \ddot{\theta}_v$

Pour une vis à filets roulés de $\varnothing 25\text{mm}$ de diamètre, un pas de 10mm et une longueur $L = 3\text{m}$, on obtient : $(\theta_m - \theta_v) = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$ soit $0,66^\circ$

Question 26 : Dimensionnement de la vis

L'effort maximal sur la vis est obtenu pour l'accélération maximale c'est-à-dire à l'instant $\tau/2$ où alors $a_0 = 0,03 \text{ m s}^{-2}$. On obtient $F_{\text{maxi}} = 3900 \text{ N}$

D'après l'annexe E2b, le diamètre à fond de gorge de la vis est égal à 21,7 mm, on détermine la contrainte normale $\sigma_n = 10,5 \text{ MPa}$.

Si on néglige les inerties du moteur et de la vis devant celle du chariot avec sa charge, on obtient $C_e =$

$$\left[\frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2 \eta} \right] \ddot{\theta}_{10}$$

D'après la figure 5.2, le rendement d'un système vis-écrou à billes est voisin de 0,97, de plus l'accélération maximale est obtenue pour $\tau/2$ et dans ce cas $\ddot{\theta}_{10\text{max}} \approx 19,5 \text{ rad s}^{-2}$.

D'où $C_e \approx 6,6 \text{ Nm}$ et une contrainte de torsion $\tau_t \approx 3,3 \text{ MPa}$.

Flexion de la vis sous son propre poids

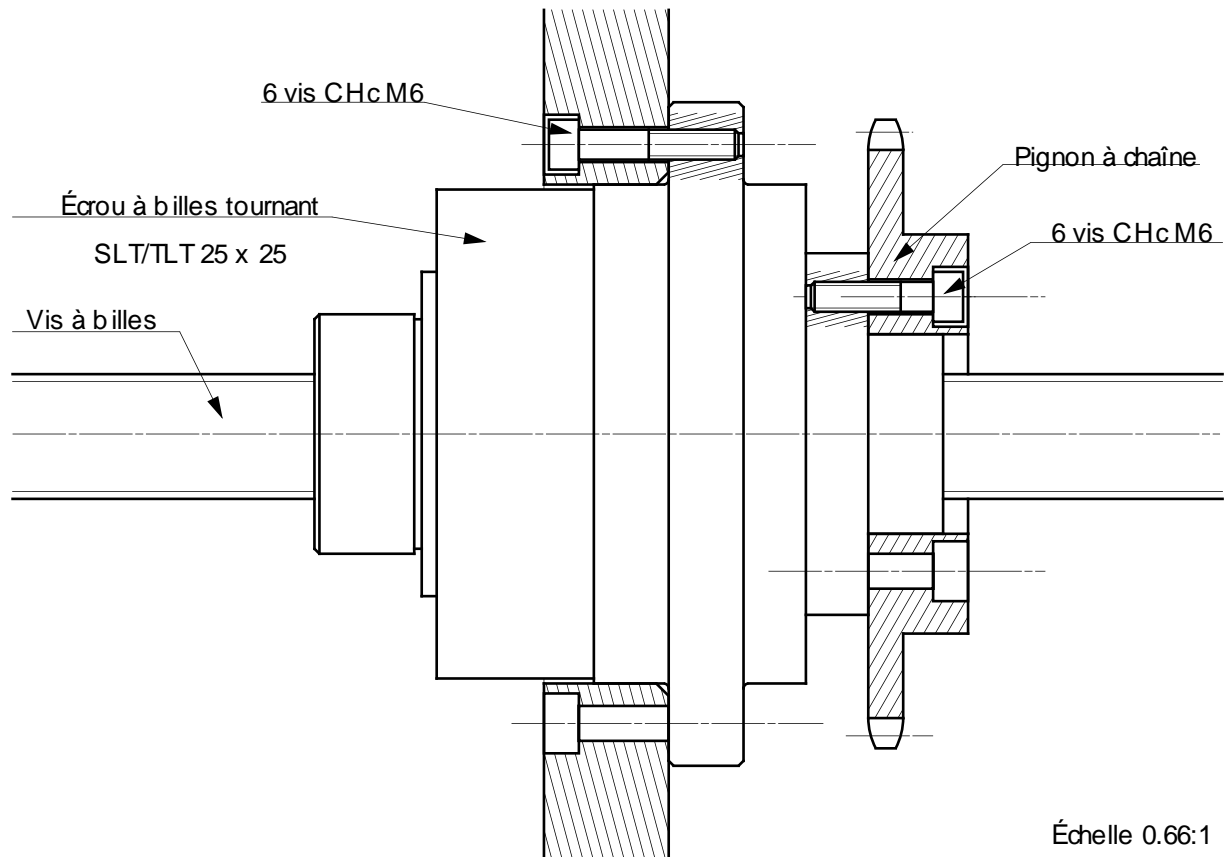
La charge $q \approx 3,9 \text{ kg/m}$, pour une poutre uniformément chargée la flèche au centre est donnée par la relation : $f = \frac{k q L^4}{384 E I_{xx}}$ le coefficient k prend en compte la nature des appuis aux extrémités. Poutre une poutre bi-encastée $k = 1$ et pour une poutre bi-appuyée $k = 5$.

Dans le cas présent, on obtient respectivement une flèche comprise entre 0,38mm et 1,86mm.

La fréquence de rotation de la vis étant voisine de 500t/mn, ces deux valeurs peuvent engendrer des phénomènes de fatigue rotative.

Question 27 : Montage de l'ensemble vis-écrou

Pour éviter les problèmes de fatigue rotative, une solution consiste à solidariser la vis du châssis et réaliser une liaison pivot entre l'écrou à billes et chariot. Cette solution est représentée ci-dessous.



Question 28 : Raideur de la vis

La vis est sollicitée en traction compression : $k = \frac{\pi d_v^2 E}{4 L_v} = 24600 \text{ N/mm}$

Question 29 : Équation de mouvement du chariot

On écrit immédiatement pour le PFD en mouvement relatif :

$$m_2 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + k u(t) = -m_2 \gamma a_g g t \exp(-\alpha t) \cos(\omega t)$$

Dans le sujet une erreur s'était glissée, il fallait lire : $\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -m_2 \gamma a_g g t \exp(-\alpha t) \cos(\omega t)$

Question 30 : Charge critique de flambage

Aucune contrainte de modèle n'était imposé au candidat, de même on supposait que la poutre était rotulée au deux extrémités afin de minimiser la charge critique.

La charge critique d'EULER est donnée par la relation : $F_c = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$

On obtient pour une vis de $\varnothing 25$ une charge critique $F_c \approx 4200 \text{ N}$

Question 31 : Charge axiale maximale

Le graphique de la figure 5.6, montre que le déplacement maximal du chariot serait voisin de 1,5mm ce qui occasionnerait une charge axiale de près 40000 N. Une augmentation importante du diamètre de la vis s'avère nécessaire ainsi qu'une modification des liaisons d'extrémité de la vis.

Question 32 : Montage des galets ajustables

Le principe retenu consiste à monter le galet sur un axe excentré par rapport à la plaque support. Le blocage de l'excentrique s'effectuant par adhérence avec les quatre vis M16. C'est cette solution qui est représentée sur le document en annexe.