

## ÉLÉMENTS DE CORRECTION

### 1.) Étude de la préhension des conteneurs

La prise des conteneurs s'effectue sur l'interface définie dans le détail C de l'annexe B à l'aide d'un mécanisme de préhension. Dans l'étude d'avant-projet sommaire, plusieurs solutions ont été retenues parmi lesquelles un préhenseur à inertie (grappin) et un préhenseur à doigts pivotants. L'étude de ces deux solutions est détaillée dans cette partie.

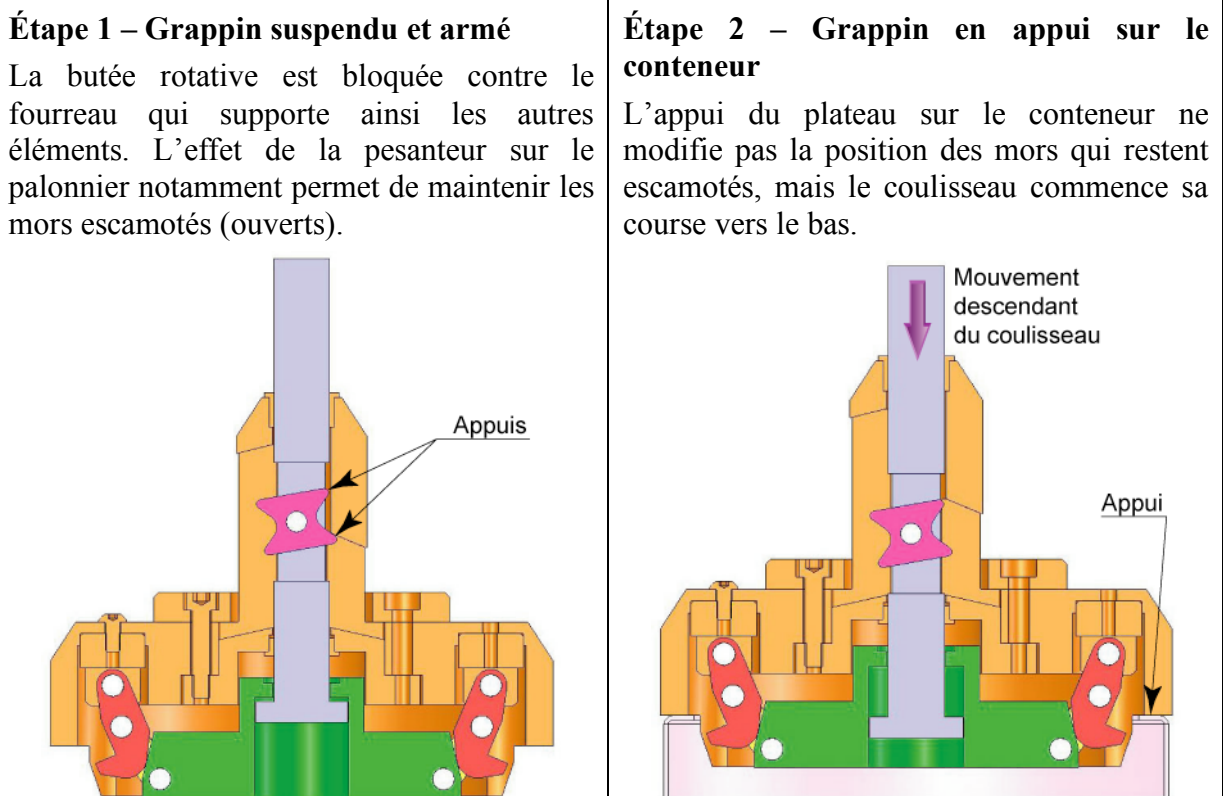
#### 1.1.) Étude d'un préhenseur à inertie (grappin)

La structure de ce préhenseur est proposée dans l'annexe F. Il s'agit d'un préhenseur utilisé, dans un autre contexte, pour manipuler des conteneurs.

Le grappin est suspendu au système de levage par le coulisseau 2.

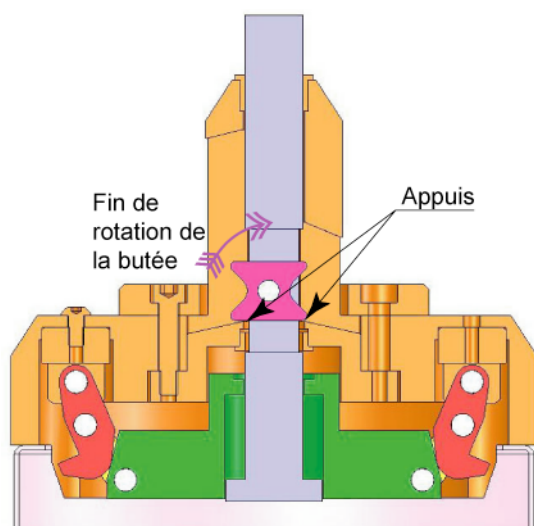
#### *Question 1 : Étapes de fonctionnement*

Un des éléments clé du fonctionnement de ce préhenseur est la **butée rotative**. C'est sa position angulaire qui libère ou qui verrouille le mouvement du coulisseau par rapport au fourreau comme le montre la succession des figures ci-après.



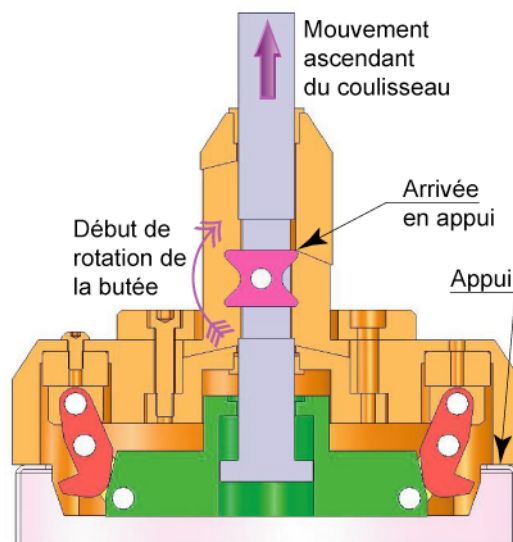
### Étape 3 – Descente du coulisseau et pivotement de la butée rotative à l'horizontale

Lorsque le coulisseau arrive dans la position basse, la butée rotative 5 entre en contact avec la partie inférieure du fourreau 4, elle pivote en se positionnant à l'horizontale. L'effet de la pesanteur sur le palonnier maintient toujours les mors escamotés



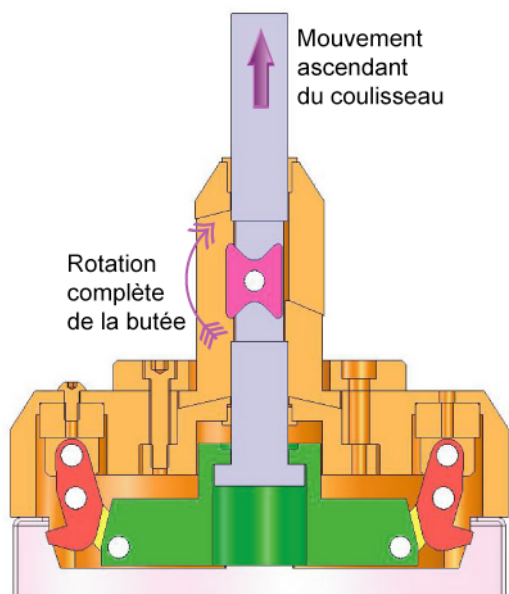
### Étape 4a – Remontée du coulisseau et contact de la butée rotative avec le fourreau

La remontée du coulisseau (alors que le reste du grappin est toujours en appui sur le conteneur) amène la butée rotative en contact avec la partie supérieure du fourreau, ce qui amorce un nouveau pivotement de la butée.



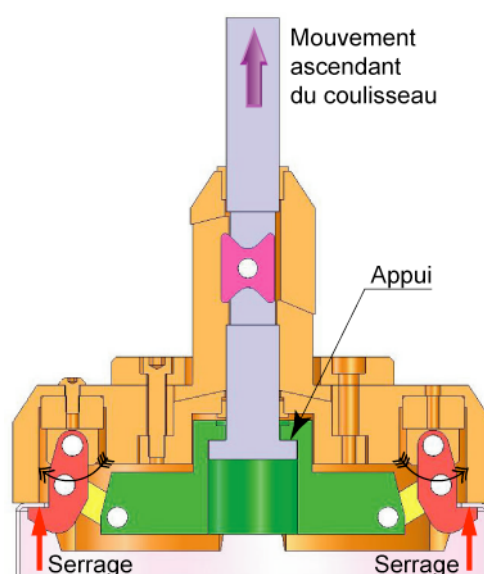
### Étape 4b – Rotation à la verticale de la butée rotative

Le mouvement de remontée du coulisseau continue, ce qui fait pivoter la butée rotative en la positionnant à la verticale. Dès lors, le mouvement ascendant du coulisseau n'est plus entravé et peut se poursuivre au-delà de la position qu'il avait lors de l'étape 1.



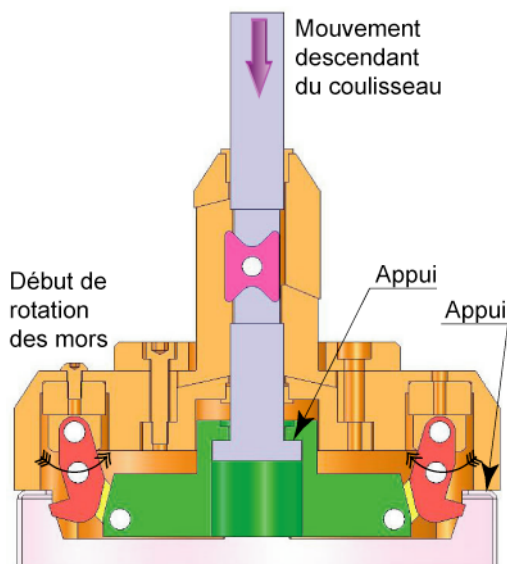
### Étape 5 – Serrage et soulèvement du conteneur

Lorsque l'épaulement bas du coulisseau entre en contact avec le fond de l'alésage du palonnier, ce dernier est entraîné vers le haut, ce qui provoque la fermeture des mors et le serrage du conteneur contre la face inférieure du plateau.



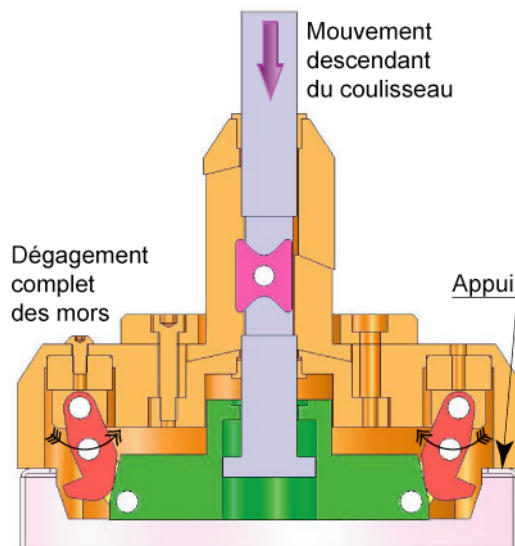
### Étape 6 – Dépose du conteneur et ouverture des mors

Après manipulation et dépose du conteneur, le coulisseau 2 redescend. L'effet de la pesanteur sur le palonnier amorce l'ouverture des mors.



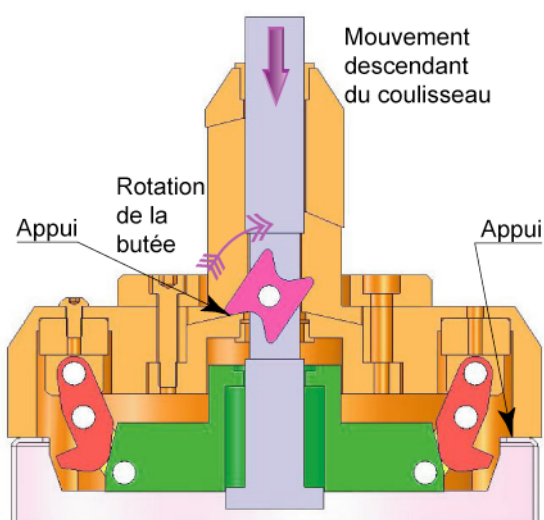
### Étape 7a – Descente du coulisseau

Le mouvement de descente du coulisseau 2 continue ce qui permet d'ouvrir complètement les mors.



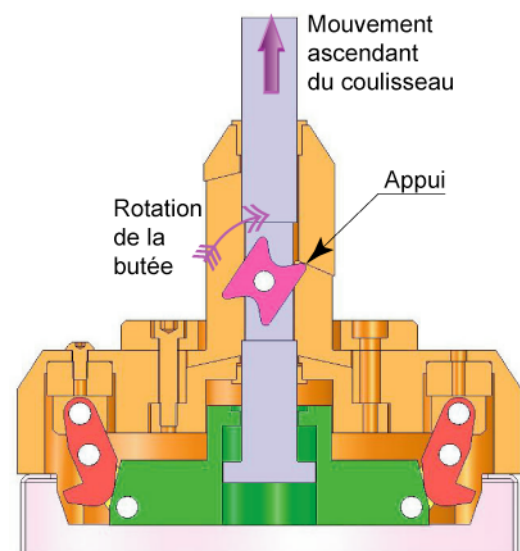
### Étape 7b – Armement de la butée rotative 5

Le mouvement de descente du coulisseau 2 continue et amène la butée rotative 5 à nouveau en contact avec la partie inférieure du fourreau 4, ce qui la fait pivoter à nouveau pour l'amener dans une position inclinée (position armée).



### Étape 8 – Remontée du coulisseau 2 et entraînement du fourreau 4

La remontée du coulisseau 2 (alors que le reste du grappin reste en appui sur le conteneur) amène la butée rotative 5 en contact avec la partie supérieure du fourreau, ce qui la fait à nouveau pivoter en la bloquant contre le fourreau 4. Celui-ci est alors entraîné et soulève le reste du grappin (étape 1). Celui-ci est alors entraîné et soulève le reste du grappin → Étape 1

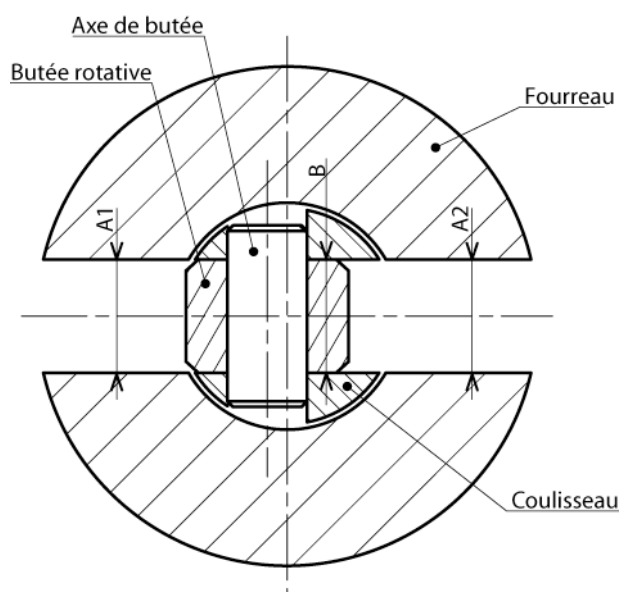


*Remarques*

- La succession des positions de la butée rotative définit le **fonctionnement séquentiel** du préhenseur ;
- Au cours d'un cycle de fonctionnement (saisie puis dépose d'un conteneur) la butée rotative pivote d'un demi-tour sur elle-même dans le sens horaire ;
- La butée rotative, et donc son axe ne supportent au plus que le poids du grappin, sans le coulisseau (étape 1). Par contre, c'est le coulisseau qui supporte la globalité de la charge soulevée et du grappin (étape 5) ;
- Vu globalement, le fonctionnement du verrouillage du préhenseur est semblable au fonctionnement d'un stylo à pointe rétractable.

*Question 2 : Représentation de la section C–C*

Les flancs de la butée sont en permanence en vis-à-vis des flancs de la rainure du fourreau (jeu fonctionnel sur la cote B).



C'est la butée qui assure la position angulaire du fourreau par rapport au coulisseau en jouant le rôle d'une clavette (jeu fonctionnel sur la cote A). de l'autre côté, la butée doit pouvoir s'engager ou se dégager de la rainure du fourreau. Celle-ci ne doit en aucun cas empêcher le pivotement de la butée rotative.

Si on suppose que les appuis plans latéraux sont prépondérants dans la liaison coulisseau – butée, il faut :

garantir qu'il n'y aura aucun contact au niveau de la rainure opposée.

définir la géométrie des contacts axe/butée et axe/coulisseau pour assurer cette prépondérance.

*Question 3 : Justifier l'appellation de « préhenseur à inertie »*

Lorsque le grappin est armé (étape 1), c'est l'effet de la pesanteur notamment sur le palonnier qui maintient les mors ouverts.

Lorsque le plateau est en appui sur le conteneur (étapes 2 à 4a), c'est l'effet conjugué de la pesanteur et de l'inertie (fin du mouvement de descente) qui permet au coulisseau de continuer sa course.

C'est encore l'effet de la pesanteur qui permet d'ouvrir les mors (étape 6).

Le contact brutal du grappin sur le conteneur peut, en cas de grippage, favoriser l'ouverture des mors.

De plus, le grappin ne peut fonctionner que dans la position verticale (celle du document B2.a).

Ce sont autant de raisons qui peuvent justifier l'appellation donnée par le constructeur.

Ce principe justifie les formes massives utilisées, notamment celles du plateau et du palonnier.

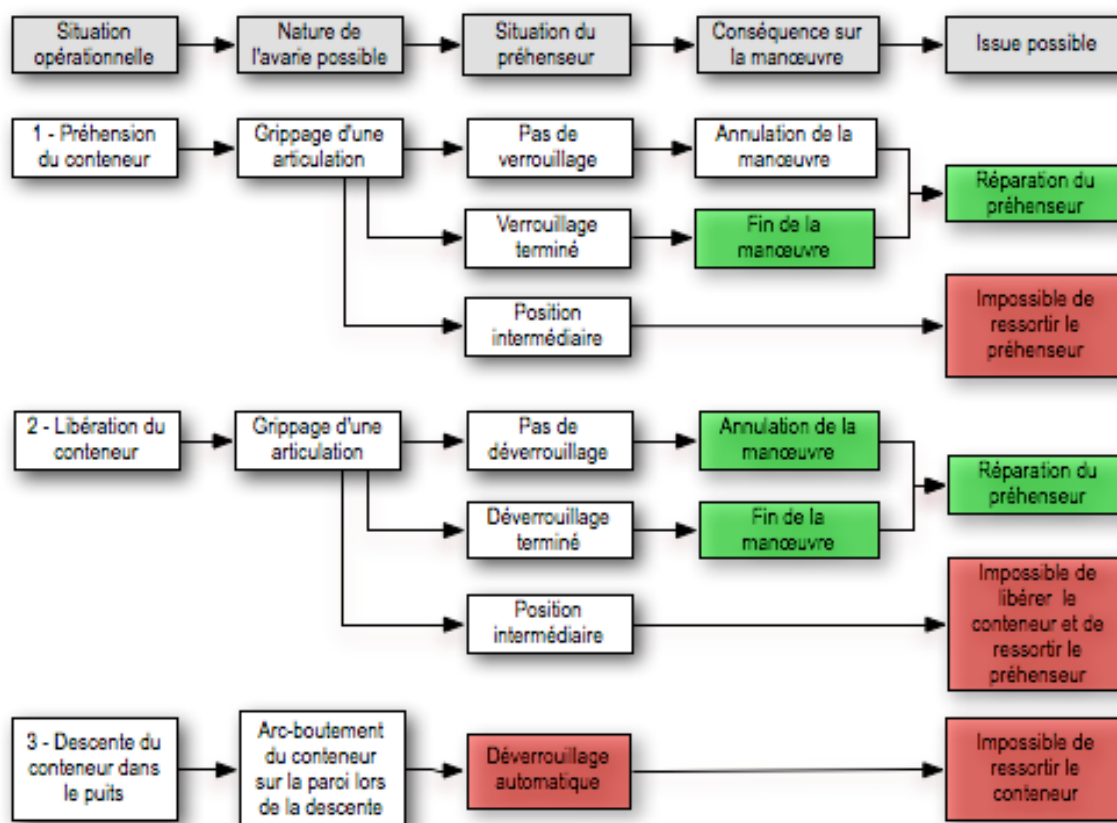
**Question 4 : Analyse critique de ce préhenseur au regard des exigences du cahier des charges**

- le cahier des charges exigeant la redondance de l'accrochage du conteneur, la conception de mors extérieurs fonctionnant sur le même principe semble difficile à réaliser ;
- l'interface d'accroche du conteneur n'est pas la même et nécessiterait une adaptation de l'interface correspondante du préhenseur ;
- les risques de grippage dans les liaisons sont importants et incompatibles avec la sécurité exigée ;
- l'accrochage du conteneur n'est pas piloté, mais dépend du fonctionnement séquentiel du grappin, donc de la succession des positions angulaires de la butée rotative. En cas de défaillance de la rotation de la butée, le grappin risque de se bloquer.

Études mécaniques à effectuer :

- **étude de résistance des matériaux** – La charge totale à soulever (grappin et conteneur, soit une masse de plus de 20 000 kg) est complètement supportée par le coulisseau. Il conviendrait donc de déterminer la section minimale à donner au coulisseau compte tenu que la zone la plus fragile se situe au niveau de l'axe de la butée rotative (zone de concentration de contraintes) ;
- **étude des pressions de contact** sur les axes des mors et sur les mors compte tenu que seuls trois mors sur les quatre supportent la charge.

**Question 5 : Bilan des risques d'avaries encourus lors de la préhension, de libération et de descente du conteneur**

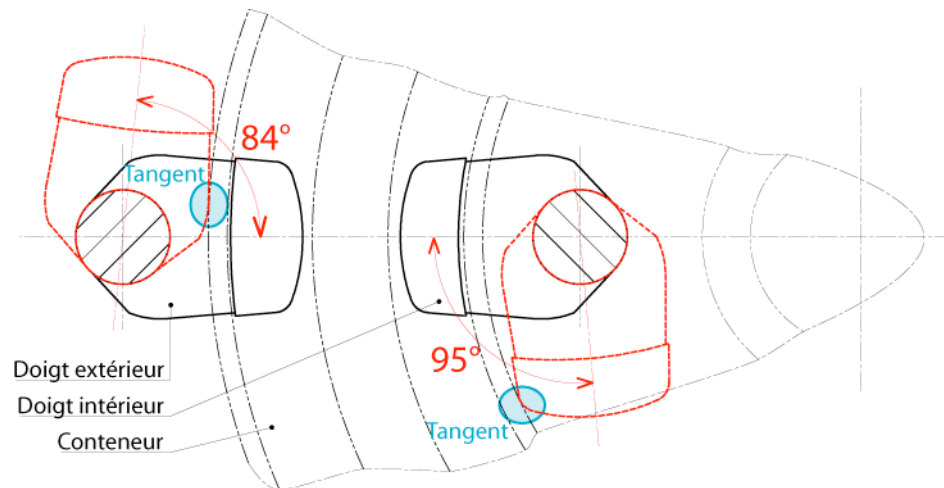


## 1.2.) Conception d'un préhenseur à doigts pivotants

### Question 6 : Angle minimal de rotation des doigts pour assurer un dégagement correct

Sur la vue de dessus locale des doigts (document 1-b), il faut rechercher la position angulaire des doigts pour laquelle l'enveloppe de la forme des doigts est tangente ou extérieure aux collerettes du conteneur. En redessinant les doigts dans la situation de tangence, trouve les angles :

- 84° minimum pour les doigts extérieurs ;
- 95° minimum pour les doigts intérieurs.



### Question 7 : Charge maximale supportée par un doigt

Compte tenu du caractère hyperstatique du montage à 4 doigts, les dispersions dimensionnelles et de forme des éléments peuvent amener un contact sur 3 doigts seulement. Dans ce cas, et en supposant un centrage rigoureux du conteneur par rapport à la pince, les deux doigts diamétralement opposés supporteront la totalité de la charge, répartie pour moitié sur chacun.

Un doigt supporte donc  $20\,000 \times 9,81/2 = 98\,100$  N.

### Question 8 : Vérification de la pression de contact entre les doigts et le conteneur

Calcul à la "pression de Hertz".

Soit (1) la surface plane et (2) la surface sphérique :

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r_1} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R}$$

$$\text{D'où les valeurs de A et B : } \begin{cases} 2(A + B) = \frac{2}{R} \\ 2(B - A)^2 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} A = \frac{1}{2R} \\ B = \frac{1}{2R} \end{cases}$$

On en déduit  $\theta$  :

$$\cos\theta = \frac{B - A}{B + A} = 0 \quad \text{soit} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

Les coefficients m et n sont égaux :  $m = n = 1$

Le doigt en acier et la collerette en fonte ont des modules d'Young et des coefficients de Poisson voisins, soit :

$$E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = 0,3$$



D'où le module d'Young du contact :

$$E' = \frac{E}{2(1-\nu^2)} = 109890 \text{ MPa}$$

$$\text{Rayon du cercle de contact : } a = b = \left[ \frac{3Q}{4(A+B)E'} \right]^{1/3} = \left[ \frac{3QR}{4E'} \right]^{1/3} = 8,7 \text{ mm}$$

$$\text{Et la pression maxi : } p_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab} = 612 \text{ MPa}$$

Cette pression représente les 2/3 de la pression admissible pour les matériaux considérés.

### Question 9 : Comportement du doigt chargé

Un modèle RdM simple permet d'analyser la déformation :

- la semelle inférieure est soumise à de la flexion simple, de moment fléchissant dans la section ( $S_1$ ) :  $M_f = Q(d-x)$ . Sa section importante et la relative proximité de l'effort font que ses déformations ont une influence modeste sur les déplacements de la zone de charge ;
- la partie cylindrique verticale est soumise à de la traction et de la flexion pure, de moment fléchissant constant quelle que soit la position de la section ( $S_2$ ) :  $M_f = Qd$ . La section plus faible, la distance à l'effort plus importante et la longueur de l'arbre sont les causes essentielles des déplacements de la zone d'application de la charge.

Échelle du dessin  $\rightarrow 0,4$

Échelle des déformations  $\rightarrow 1 : 8,2$

Évaluation du déplacement  $\Delta$  du centre de la zone de contact :  $\Delta = 6/0,4/8,2 = 1,8 \text{ mm}$

Inconvénient de la déformation : il faudrait s'assurer que les déformations ne provoquent pas le déplacement du contact au bord de la zone sphérique, sur l'arête du doigt.

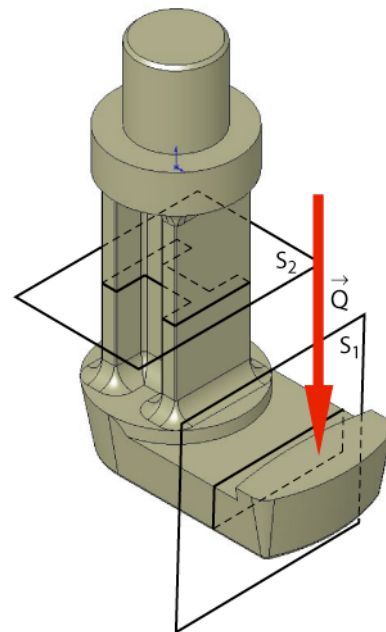
Avantage de la déformation : l'importance de la déformation joue en faveur d'une meilleure répartition des efforts sur les quatre doigts.

Si les déformations sont excessives (déplacement trop important du point de chargement), il convient de rigidifier en **augmentant le moment quadratique** de flexion (*figure ci-contre*), prioritairement dans la zone de forte influence sur ce déplacement : tronçon (2) dans sa partie supérieure en premier lieu, puis dans sa partie inférieure, et enfin le tronçon (1).

### Analyse des contraintes

Au niveau des contraintes, la section de jonction entre le tronçon 1 et le tronçon 2 est la plus sollicitée (jusqu'à 1800 MPa dans la zone intérieure). Il est donc nécessaire de modifier les formes dans cette zone : augmentation du rayon de raccordement, mise en place d'une nervure.

Si la contrainte de flexion est excessive (peu probable) : il suffit d'accroître le terme ( $I_{Gz}/v$ ) en suivant une loi analogue à celle du moment fléchissant : fonction affine pour la partie inférieure, constante pour la partie verticale (solution à contrainte maxi constante).



### **Question 10 : Proposition de solution pour le guidage des doigts**

Très forte sollicitation du guidage en phase statique. Pas d'effort en principe au cours du mouvement de rotation (si ce n'est les efforts du dispositif de l'entraînement en rotation). L'utilisation de paliers lisses type Permaglide (PTFE, INA) semble s'imposer.

La forte valeur du moment radial dans la liaison (Q d) implique l'emploi de deux paliers aussi éloignés que possible l'un de l'autre. Le palier inférieur sera situé au plus près de la partie horizontale du doigt, de façon à réduire la longueur déformée de l'arbre.

Arrêt en translation : épaulement rapporté par vis sur l'arbre en partie supérieure, capable d'encaisser la charge de 100 kN en toute sécurité. Interposition d'une rondelle Permaglide.

Lubrification au montage par graisse et étanchéité soignée (pas de maintenance).

### **Question 11 : Proposition de solution pour l'entraînement des doigts**

Le couple à transmettre est très faible et le déplacement se fait hors charge.

Aucun décalage relatif des doigts est toléré, l'entraînement par adhérence est donc à proscrire.

Les rotations des doigts sont limitées (autour d'un quart de tour) et doivent avoir 2 positions stables (ouvert, fermé).

Il faut entraîner simultanément les 4 doigts extérieurs d'une part avec un premier moteur et les 4 doigts intérieurs d'autre part avec un autre moteur.

1 - On peut envisager une **solution par biellettes**.

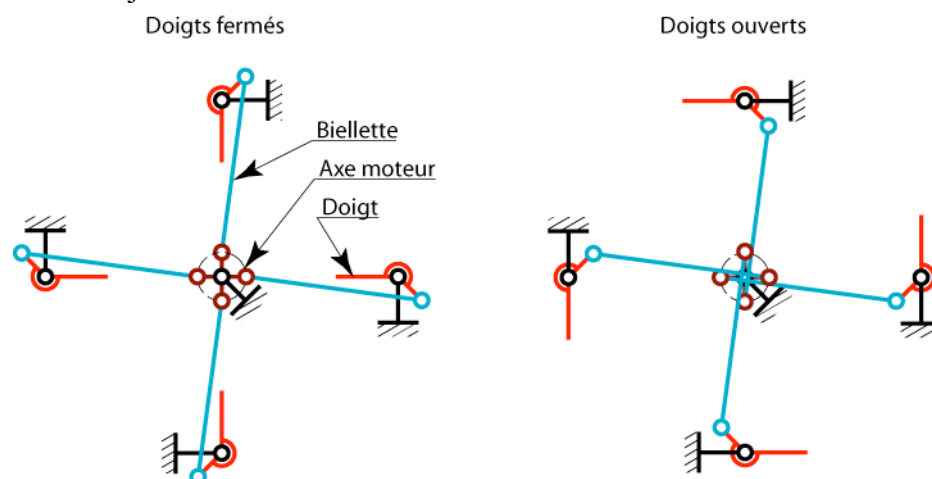
À chaque  $\frac{1}{2}$  tour de l'axe moteur, les doigts s'ouvrent et se ferment successivement.

#### *Inconvénients*

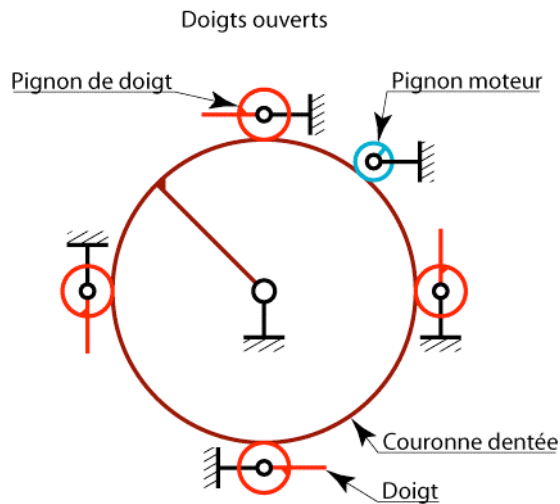
Les biellettes doivent se trouver dans des plans différents et l'axe moteur doit avoir la forme d'un vilebrequin, d'où un encombrement important au dessus des doigts et un déport de l'action exercée sur les doigts. Le montage fait intervenir un grand nombre de pièces.

#### *Avantage*

Le moteur tourne toujours dans le même sens.







## 2 - solution par engrenages.

La rotation du pignon moteur entraîne la rotation de la couronne dentée. Chaque doigt porte un pignon ou un secteur denté qui engrène avec la couronne. La couronne peut être intérieure ou extérieure.

### *Inconvénients*

Le moteur doit pouvoir tourner dans les deux sens de rotation. Risque de difficulté de positionnement angulairement des doigts.

### *Avantages*

Solution plus simple faisant intervenir moins de pièces. Encombrement au dessus des doigts réduit.

## **Question 12 : Proposition de type de constituants**

### *Choix du modèle*

- capable de détecter l'acier doux du doigt ;
- taille M18 (détection 5 mm) pour la robustesse, pour allier une bonne précision à une grande tolérance de positionnement, l'encombrement n'étant pas un critère déterminant ;
- blindé pour éviter les interférences avec les autres composants ;
- embrochable pour la maintenance ;
- normalement ouvert.

Le modèle E2EG-X2C1 (ou B1) semble bien adapté.

### *Choix de la position*

Au plus près du doigt, pour ne pas être trahi par une rupture éventuelle de celui-ci. Axe du capteur parallèle à l'axe de rotation du doigt.

## **Question 13 : Projet de conception du préhenseur**

Voir document en annexe

### *Remarques*

- le guidage en rotation est réalisé par un coussinet à large collerette. L'arrêt en translation du doigt vers le haut est assuré (collerette monobloc sur le doigt) en cas de butée du doigt sur le conteneur.
- l'épaulement donné sur le dessin des doigts n'était pas imposé : il était donc inutile de prendre des palier en 2 parties montées radialement.
- l'entraînement en rotation des doigts extérieurs est assuré par un engrenage extérieur afin de limiter le rapport de transmission et l'encombrement (par rapport à un engrenage intérieur).
- Vu le faible nombre d'exemplaires fabriqué, le corps du préhenseur est conçu en construction mécanosoudée.

### *Remarques*

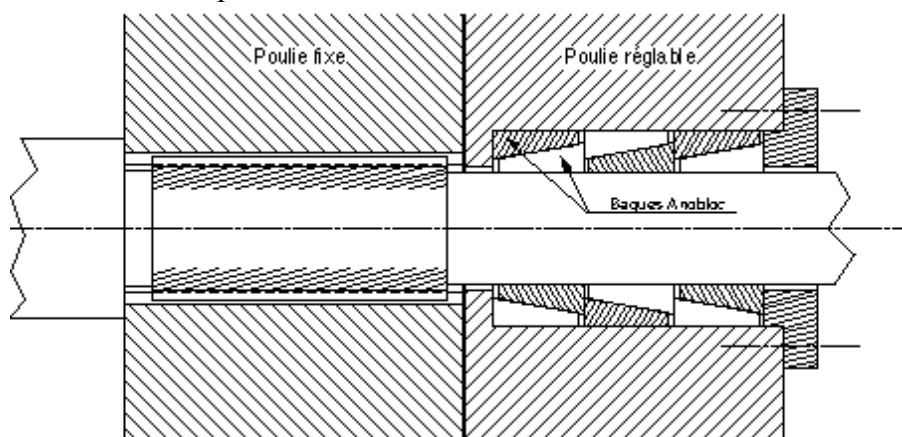
- le préhenseur doit former un ensemble clos qui protège les différents organes.
- la lubrification et l'étanchéité seront assurées.
- le préhenseur est suspendu au mécanisme de levage par 4 réas (voir la figure 4.1).

## 2.) Étude du levage du conteneur

### 2.1.) Commande et redondance

#### Question 14

Sur un ensemble de quatre tambours,, l'un doit être fixe par rapport à l'arbre d'entraînement et les trois autres doivent pouvoir être réglés angulairement de manière à rattraper les incertitude sur les longueurs des quatre câbles. Pour le tambour fixe une liaison par arbre cannelé est possible, pour les tambours réglables une liaison par adhérence peut convenir. Une solution par bagues « Anobloc » a été adoptée ci-dessous.



#### Question 15 : longueur utile du câble

La descente du conteneur situé dans la partie basse du puits nécessite une course de 12,720m, la longueur utile du câble compte tenu du mouflage est donc 25,440m, à cette longueur il convient d'ajouter bien évidemment les longueurs que l'on peut qualifier de longueurs mortes telle que les distances treuil-1<sup>ère</sup> poulie supérieure, entre les deux poulies supérieures, etc..., pour lesquelles à cet instant du sujet les données étaient insuffisantes.

Le treuil de secours ne sera utilisé qu'en cas de problème à la descente ou à la remontée d'un conteneur par le treuil principal, il devra avoir une même longueur utile de câble, mais la géométrie retenue devra être telle que l'on puisse enrouler sur son tambour une longueur égale à quatre fois la course de descente d'un conteneur.

### 2.2.) Caractéristiques du mécanisme de levage

#### Question 16 : Classe du mécanisme

##### Classe de fonctionnement

D'après le cahier des charges, le système n'effectue qu'un seul transfert de conteneur par jour.

La descente et la remontée du treuil s'effectue pour le conteneur inférieur en environ 26 minutes, et pour le conteneur supérieur en environ 16 minutes. On peut donc utiliser un temps moyen d'utilisation de 21 minutes en faisant l'hypothèse que l'on comble complètement un puits avant de passer au suivant.

Le temps de fonctionnement moyen permettrait d'utiliser une classe de fonctionnement  $T_2$ , mais nous obtenons pour le transfert des 12000 conteneurs (environ pendant 40ans) une durée théorique totale de 4200 heures. Il faut donc envisager un changement de câble au cours de la durée de vie du système. On choisit en conséquence une classe de fonctionnement  $T_3$

*État de sollicitation*

Compte tenu de la vitesse de descente et de remontée d'un conteneur l'hypothèse d'un calcul statique est satisfaisante.

Le système effectue une descente avec la charge maxi de  $21500 \cdot 9.81 \approx 211\text{kN}$  soit environ  $26,4\text{kN}$  par brin puis la remontée avec la charge de  $1500 \cdot 9.81 \approx 14,7\text{kN}$  soit  $1,84\text{kN}$  par brin. Donc le système fonctionne la moitié du temps avec la charge maximale et l'autre moitié avec une charge minimale.

La loi de cumulation permet de coefficient de charge K :

La description des états de sollicitations permet de prendre comme coefficients intermédiaires de charge  $K_i$ , respectivement les valeurs 0,82 et 0,55 pour la charge maximale et la charge minimale.

$$K = (0.5 \cdot 0,82^3 + 0,5 \cdot 0,55^3)^{1/3} \approx 0.71.$$

On prend donc comme état de sollicitations la classe  $L_2$  qui est la plus proche de la valeur calculée.

Le tableau 3 permettrait maintenant de choisir comme classe de mécanisme la classe  $M_3$ . Mais compte tenu de la remarque sur les manutentions dangereuses on utilisera la classe  $M_4$ .

**Question 17 : Détermination du câble**

Le choix de la classe de mécanisme permet de déterminer le coefficient  $Z_P$ , on prendra  $Z_P = 4$ . On en déduit que la charge minimale de rupture doit être supérieure à  $106\text{kN}$ . En consultant l'annexe F on en déduit que l'on doit choisir une classe de résistance  $R_0$  égale à  $2160\text{ Pa}$ .

Le coefficient est donc égal à :  $C = \sqrt{\frac{4}{0,356 \cdot 2160}} = 7,2 \cdot 10^{-2}$ .

On en déduit que le diamètre minimal du câble  $d_{\text{mini}} = 7,2 \cdot 10^{-2} \sqrt{26400} = 11,7\text{ mm}$

On prendra un câble à âme métallique, de classe de résistance  $2160\text{MPa}$  et de  $12\text{mm}$  de diamètre de référence par exemple  $8 \times 19\text{S}$ .

*Remarque*

La prise en compte du poids du câble aurait une influence faible sur ce calcul, en effet il n'augmenterait la charge sur le câble d'une valeur inférieure à  $200\text{N}$ .

**Question 18 : Détermination du couple  $\{D_2, n\}$  compatible**

Pour un câble à 8 torons extérieurs le coefficient  $t$  permettant de déterminer les diamètres des poulies et du tambour de treuil est égal à l'unité.

Pour une classe de mécanismes  $M_4$ , on obtient les valeurs suivantes :

- pour le tambour :  $D_2 = 16 \cdot 1 \cdot 12 = 192\text{ mm}$
- pour les poulies :  $D_1 = 18 \cdot 1 \cdot 12 = 216\text{ mm}$ .

Les hypothèses relatives à la détermination du diamètre du tambour du treuil donnent les conditions suivantes :

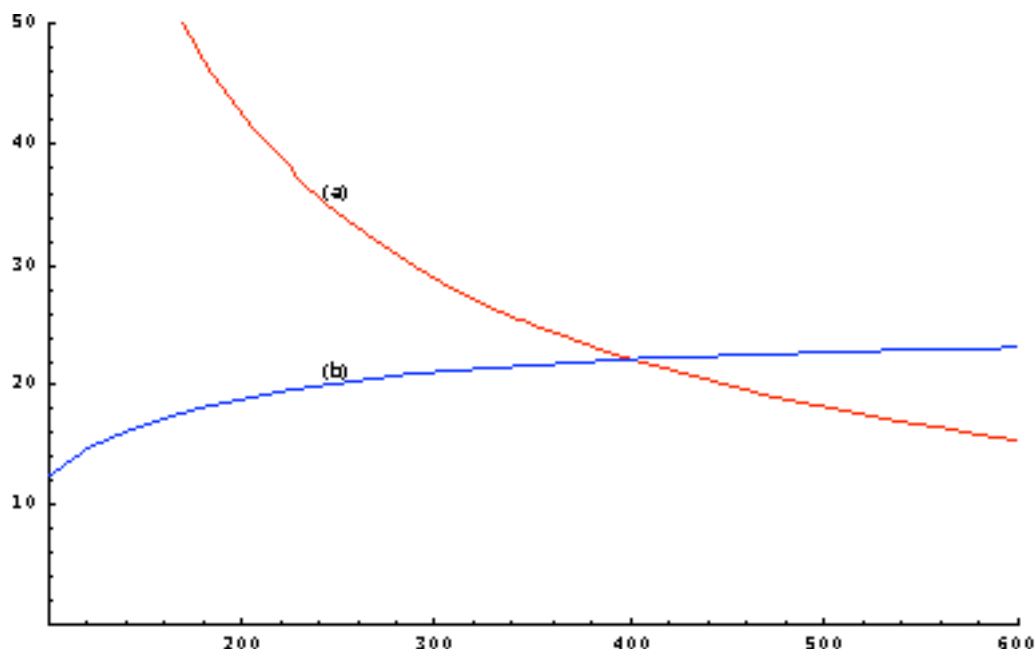
- si la charge descend d'une course  $c = 12,72\text{m}$  le câble devra se dérouler sur une longueur égale à  $2c$ . Sachant que l'on souhaite conserver au déroulement et à l'enroulement un tour supplémentaire, nous obtenons la relation suivante :  $n > \frac{2c}{\pi D_2} + 2$  (Courbe a);
- l'angle de déviation maximal doit être inférieur à  $4^\circ$ , il se calcule à partir de la relation :

$$\arctan\left(\frac{p}{\pi D_2}\right) + \arctan\left(\frac{(n+2)p}{h}\right) < \frac{\pi}{45}$$

Cette relation peut s'écrire :  $n < \frac{2 \pi p D_2 + 2 p^2 \tan(\frac{\pi}{45}) + \pi D_2 h \tan(\frac{\pi}{45}) - h p}{p (\pi D_2 + p \tan(\frac{\pi}{45}))}$  (Courbe b)

*Remarque*

On n'a pas été tenu compte de l'inclinaison de l'hélice, le rapport  $\frac{p}{D_2}$  est petit devant 1.



L'analyse de ces tracés montre que le diamètre du tambour du treuil doit être supérieur à 402mm. Pour que les 2 conditions puissent être vérifiées simultanément. On choisit par exemple  $D_2 = 410$  mm ce qui donne pour la 1<sup>ère</sup> équation  $n > 21,7$  et pour la seconde  $n < 22,2$ . On remarque que la condition sur le diamètre minimal est toujours respectée.

Choix final :  $D_2 = 410$  mm et  $n = 22$ .

### ***Question 19: Adaptation de ce résultat au treuil de secours***

Pour le treuil de secours ce résultat n'est pas directement exploitable car la position d'attente du câble sur le treuil correspond à une position centrée car ce treuil doit pouvoir remonter un conteneur ou en descendre un en cas de problème avec le treuil principal. La condition sur l'angle de déviation sera plus difficile à respecter.

### **2.3.) Prise en compte des effets de fatigue**

#### ***Question 20 : Expressions de $\alpha(R^*)$ et $\chi(\sigma_T^*)$***

Les expressions initiales s'écrivent :

$$\text{Log } N = \alpha(\text{log}(D/d)) \text{Log} \sigma_T + \beta(\text{Log}(D/d))$$

$$\text{Log } N = \chi(\sigma_T) \text{Log}(D/d) + \varepsilon(\sigma_T)$$

En utilisant les notations proposées, on écrit :

$$N^* = \alpha(R^*) \sigma_T^* + \beta(R^*) \quad (1)$$

$$N^* = \chi(\sigma_T^*) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*) \quad (2)$$

**Question 21 : Equation de base de FEYRER**

Dérivons les expressions (1) et (2) par rapport à  $\sigma_T^*$  et  $R^*$ , on obtient :

$$\frac{\partial N^*}{\partial \sigma_T^*} = \alpha(R^*) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 N^*}{\partial \sigma_T^* \partial R^*} = \frac{d\alpha(R^*)}{dR^*} \quad (3)$$

$$\frac{\partial N^*}{\partial R^*} = \chi(\sigma_T^*) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 N^*}{\partial \sigma_T^* \partial R^*} = \frac{d\chi(\sigma_T^*)}{d\sigma_T^*} \quad (4)$$

Les équations (3) et (4) doivent être vérifiées, quels que soient  $\sigma_T^*$  et  $R^*$ . Ce qui ne peut l'être que si elles sont égales toutes les deux à une même constante K.

$$\frac{d\alpha(R^*)}{dR^*} = K \quad \Rightarrow \quad \alpha(R^*) = K R^* + A$$

$$\frac{d\chi(\sigma_T^*)}{d\sigma_T^*} = K \quad \Rightarrow \quad \chi(\sigma_T^*) = K \sigma_T^* + B$$

Nous pouvons donc écrire les nouvelles expressions de  $N^*$  :

$$N^* = (K R^* + A) \sigma_T^* + \beta(R^*) \quad (5)$$

$$N^* = (K \sigma_T^* + B) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*) \quad (6)$$

Les deux égalités (5) et (6) doivent être vérifiées, quels que soient  $\sigma_T^*$  et  $R^*$ , on peut donc écrire :  $(K R^* + A) \sigma_T^* + \beta(R^*) = (K \sigma_T^* + B) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*)$

Ce qui se traduit par :  $A \sigma_T^* + \beta(R^*) = B R^* + \varepsilon(\sigma_T^*)$

On peut donc écrire :  $\beta(R^*) = B R^* + D$  et  $\varepsilon(\sigma_T^*) = A \sigma_T^* + D$

d'où l'expression de  $N^*$  :  $N^* = (K R^* + A) \sigma_T^* + B R^* + D$

C'est-à-dire en revenant à l'écriture à partir des expressions log, la nouvelle écriture de  $\text{Log } N$  :

$$\text{Log } N = a_0 + a_1 \text{Log } \sigma_T + a_2 \text{Log } D/d + a_3 \text{Log } \sigma_T \text{Log } D/d$$

**Question 22 : Nombre de cycles avant rupture**

Pour les valeurs numériques suivantes déterminées au cours des questions précédentes.

$$D = 410 \text{ mm} \quad d = 12 \text{ mm} \quad S = 26400 \text{ N} \quad R_0 = 2160 \text{ MPa} \quad \ell = 25.440 \text{ m}$$

On obtient  $N \approx 116000$  cycles.

D'après la figure 4.1, la câble subit au cours d'une descente ou d'une remontée de conteneur 5 flexions chacune constituant un cycle. Donc le câble retenu, dans les conditions d'utilisation prévues par la cahier des charges, devrait permettre de descendre ou remonter 11600 conteneurs.

**Remarque**

La question n'était pas abordée dans le sujet, mais FEYRER minore le nombre de cycles possible lorsque le câble subit des flexion alternées (ce qui est le cas dans cette application). La relation utilisée déduite d'expérience s'écrit :  $\text{Log } N_{\text{alternées}} = 0,9555 + 0,618 \text{Log } N_{\text{répétées}} + 0,424 \text{Log}(D/d)$ . Dans cette application, on trouverait un nombre de cycles voisin de 54400, soit la remontée et la descente de 5400 conteneurs.

**3.) Étude du positionnement longitudinal****Question 23 : Détermination de la loi de mouvement**

L'accélération est supposée de la forme :  $a(t) = a_0 \sin^2\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)$

Le texte ne le précisait pas mais la phase de décélération utilisait un modèle identique, on peut donc écrire : pour la phase de décélération  $a(t) = -a_0 \sin^2\left(\frac{\pi(T-t)}{\tau}\right)$  où  $T$  est la durée du cycle.

On intègre une première fois avec la condition initiale  $V(0) = 0$  :

$$V = \frac{a_0 \tau \left[ \frac{\pi t}{\tau} - \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \right]}{2 \pi}$$

On intégrant une seconde fois avec la condition initiale  $e(0) = 0$  :

$$e(t) = \frac{a_0 \left[ (\pi t)^2 - \tau^2 (1 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)) \right]}{4 \pi^2}$$

Pendant la phase d'accélération ou de décélération le chariot parcourt la distance  $e_0 = \frac{a_0 t^2}{2}$  et pendant la phase à vitesse constante, la distance  $e_1 = V(\tau) (T - 2\tau)$ .

En utilisant les conditions du cahier des charges :  $e_{\max} = 2,3 \text{ m}$  et  $V_{\max} = 5 \text{ m/mn}$ , on obtient :  
 $a_0 = 0,03 \text{ m s}^{-2}$  et  $\tau = 5,4 \text{ s}$

### Question 24 : Couple $C_e$

Théorème de l'énergie puissance :  $2 T(\Sigma/R_g) = m \dot{x}^2 + (I_v + I_m) \dot{\theta}_{10}^2$  avec  $\dot{x}_{20} = -\frac{p_v}{2\pi} \dot{\theta}_{10}$

D'où :  $2 T(\Sigma/R_g) = [I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2}] \dot{\theta}_{10}^2$

Puissance développée par les actions extérieures :  $P(\bar{\Sigma}/\Sigma) = C_e \dot{\theta}_{10}$

Le théorème de l'énergie puissance permet donc d'écrire :  $[I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2}] \ddot{\theta}_{10} \dot{\theta}_{10} = C_e \dot{\theta}_{10} + P_f$

où  $P_f$  est la puissance développée par les inter effort, le sujet donnant une courbe de rendement du système vis-écrou à billes.

Déterminons une expression de  $P_f$

Le théorème de l'énergie puissance appliqué au chariot seul, permet d'écrire :  $m_2 \ddot{x}_{20} = F_{1/2}$

On peut écrire :  $C_e \dot{\theta}_{10} - F_{12} \dot{x}_{20} + P_f = 0$  (1)

Pendant la phase motrice, le rendement est donné par la relation  $\eta = \frac{F_{12} \dot{x}_{20}}{C_e \dot{\theta}_{10}}$

La relation (1) s'écrit :  $m_2 \ddot{x}_{20} \dot{x}_{20} \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) + P_f = 0$

D'où  $P_f = \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) \ddot{\theta}_{10} \dot{\theta}_{10}$

D'où l'expression du couple  $C_e$  :  $C_e = [I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2}{4 \eta \pi^2}] \ddot{\theta}_{10}$

Pendant le ralentissement le rendement est donné par la relation :  $\eta_1 = \frac{C_e \dot{\theta}_{10}}{F_{12} \dot{x}_{20}}$ .



On procédant de la même manière, on obtient :  $C_e = [I_v + I_m + \frac{m_2 p_v^2 \eta_1}{4 \pi^2}] \ddot{\theta}_{10}$

### Question 25 : Déphasage $\Delta\theta$

On applique le théorème de l'énergie puissance :  $2 T(\Sigma/R_g) = I_m \dot{\theta}_m^2 + \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \dot{\theta}_v^2$

Fonction de force associée aux actions extérieures et intérieures :  $U = -\frac{K}{2} (\theta_v - \theta_m)^2$

Dans cette relation K est la raideur en torsion de la vis  $K = \frac{G I_0}{L_v}$

Puissance développée :  $C_e \ddot{\theta}_m$

En utilisant le formalisme de Lagrange, on obtient les relations :

$$I_m \ddot{\theta}_m = K(\theta_v - \theta_m) + C_e \quad \text{et} \quad \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \ddot{\theta}_v = -K(\theta_v - \theta_m)$$

Le déphasage est donc donné par la relation :  $(\theta_m - \theta_v) = \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2 K} \ddot{\theta}_v$

Pour une vis à filets roulés de  $\varnothing 25\text{mm}$  de diamètre, un pas de 10mm et une longueur  $L = 3\text{m}$ , on obtient :  $(\theta_m - \theta_v) = 1,1 \cdot 10^{-2}$  rad soit  $0,66^\circ$

### Question 26 : Dimensionnement de la vis

L'effort maximal sur la vis est obtenu pour l'accélération maximale c'est-à-dire à l'instant  $\tau/2$  où alors  $a_0 = 0,03 \text{ m s}^{-2}$ . On obtient  $F_{\text{maxi}} = 3900 \text{ N}$

D'après l'annexe E2b, le diamètre à fond de gorge de la vis est égal à 21,7 mm, on détermine la contrainte normale  $\sigma_n = 10,5 \text{ MPa}$ .

Si on néglige les inerties du moteur et de la vis devant celle du chariot avec sa charge, on obtient  $C_e = [\frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2 \eta}] \ddot{\theta}_{10}$

D'après la figure 5.2, le rendement d'un système vis-écrou à billes est voisin de 0,97, de plus l'accélération maximale est obtenue pour  $\tau/2$  et dans ce cas  $\ddot{\theta}_{10\text{max}} \approx 19,5 \text{ rad s}^{-2}$ .

D'où  $C_e \approx 6,6 \text{ Nm}$  et une contrainte de torsion  $\tau_t \approx 3,3 \text{ MPa}$ .

Flexion de la vis sous son propre poids

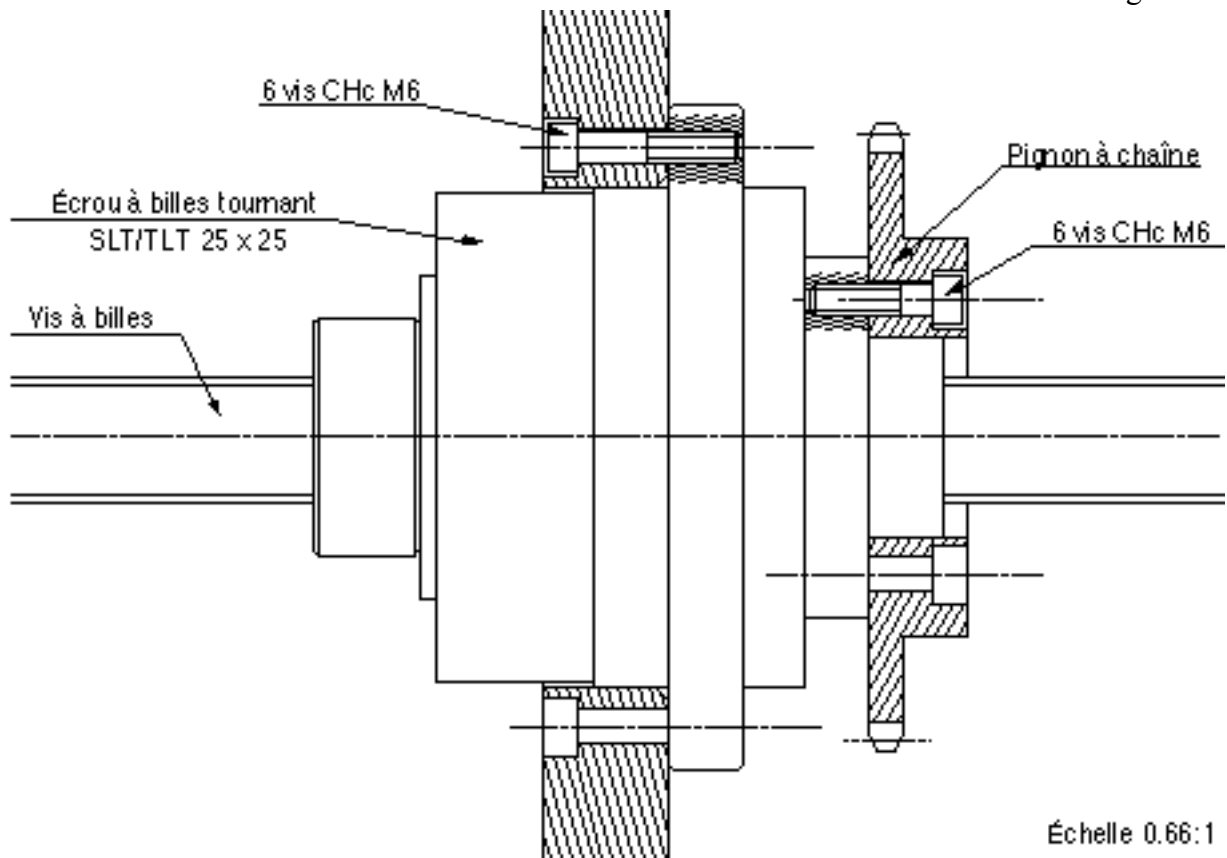
La charge  $q \approx 3,9 \text{ kg/m}$ , pour une poutre uniformément chargée la flèche au centre est donnée par la relation :  $f = \frac{k q L^4}{384 E I_{xx}}$  le coefficient k prend en compte la nature des appuis aux extrémités. Poutre une poutre bi-encastrée  $k = 1$  et pour une poutre bi-appuyée  $k = 5$ .

Dans le cas présent, on obtient respectivement une flèche comprise entre 0,38mm et 1,86mm.

La fréquence de rotation de la vis étant voisine de 500t/min, ces deux valeurs peuvent engendrer des phénomènes de fatigue rotative.

### Question 27 : Montage de l'ensemble vis-écrou

Pour éviter les problèmes de fatigue rotative, une solution consiste à solidariser la vis du châssis et réaliser une liaison pivot entre l'écrou à billes et chariot. Cette solution est représentée ci-dessous.



**Question 28 : Raideur de la vis**

La vis est sollicitée en traction compression :  $k = \frac{\pi d_v^2 E}{4 L_v} = 24600 \text{ N/mm}$

**Question 29 : Équation de mouvement du chariot**

On écrit immédiatement pour le PFD en mouvement relatif :

$$m_2 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + k u(t) = - m_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

**Question 30 : Charge critique de flambage**

Aucune contrainte de modèle n'était imposé au candidat, de même on supposait que la poutre était rotulée au deux extrémités afin de minimiser la charge critique.

La charge critique d'EULER est donnée par la relation :  $F_c = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$

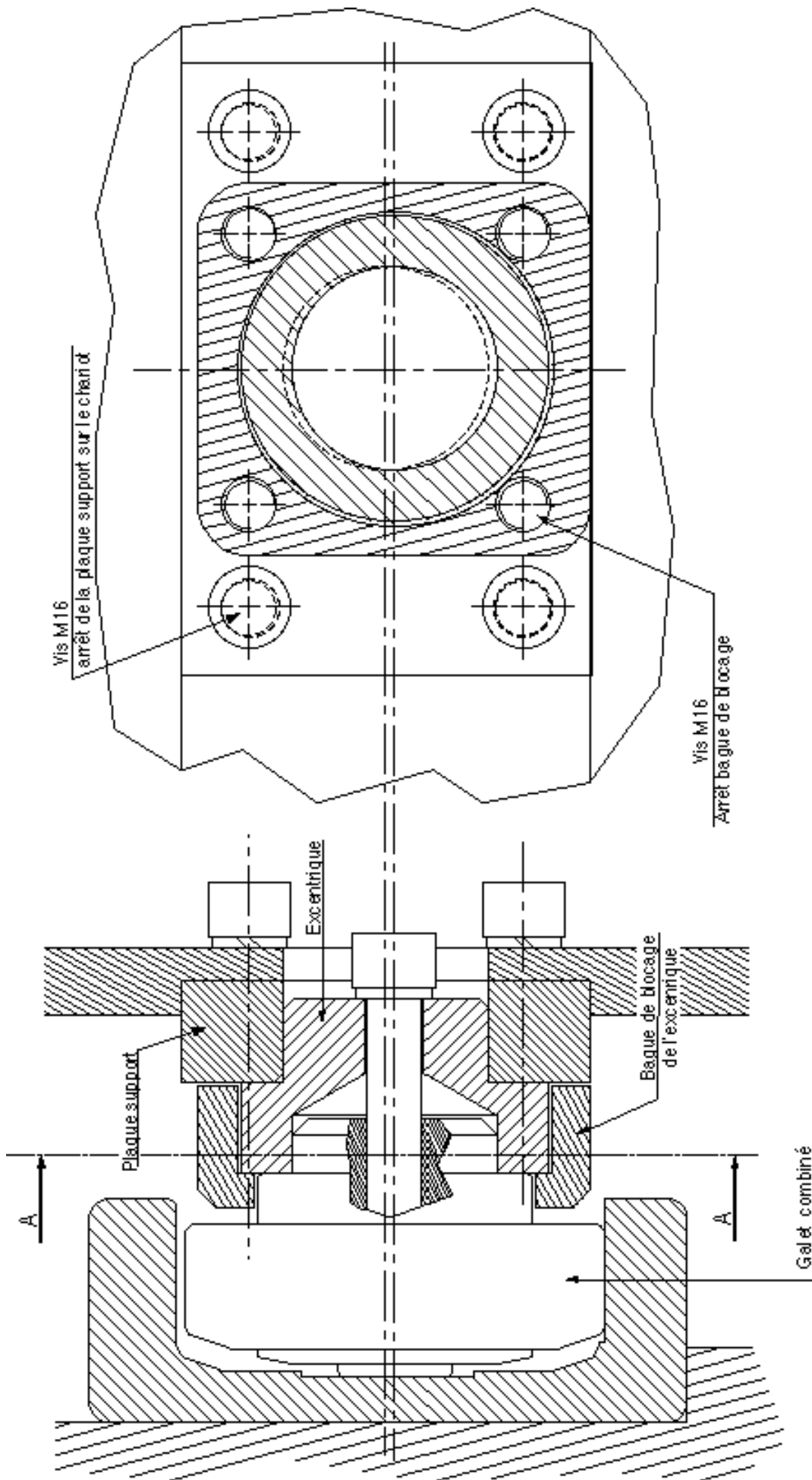
On obtient pour une vis de Ø25 une charge critique  $F_c \approx 4200\text{N}$

***Question 31 : Charge axiale maximale***

Le graphique de la figure 5.6, montre que le déplacement maximal du chariot serait voisin de 1,5mm ce qui occasionnerait une charge axiale de près 40000 N. Une augmentation importante du diamètre de la vis s'avère nécessaire ainsi qu'une modification des liaisons d'extrémité de la vis.

***Question 32 : Montage des galets ajustables***

Le principe retenu consiste à monter le galet sur un axe excentré par rapport à la plaque support. Le blocage de l'excentrique s'effectuant par adhérence avec les quatre vis M16. C'est cette solution qui est représentée sur le document en annexe.



Échelle : 0,66:1