Annexe D

Contact en solides – Modèle de Hertz

Hypothèses

Les deux solides 1 et 2 en contact sont semi-infinis.

Les rayons de courbure principaux au voisinage du point de contact sont connus et notés respectivement R_1, r_1, R_2, r_2.

Les solides 1 et 2 sont parfaitement élastiques, homogènes et isotropes.

L'action d'un solide sur l'autre est normale à la surface de contact. On néglige les effets du frottement sur la répartition des pressions de contact.

La répartition de la pression normale au voisinage du contact est ellipsoïdale.

Notations

- Q : charge normale exercée par le solide 1 sur le solide 2
- θ : angle formé par les plans contenant les rayons de courbure principaux
- E_1 et E_2 : modules d'élasticité longitudinale de 1 et 2
- ν_1 et ν_2 : coefficients de Poisson des solides 1 et 2.

Relations générales

Calcul des coefficients

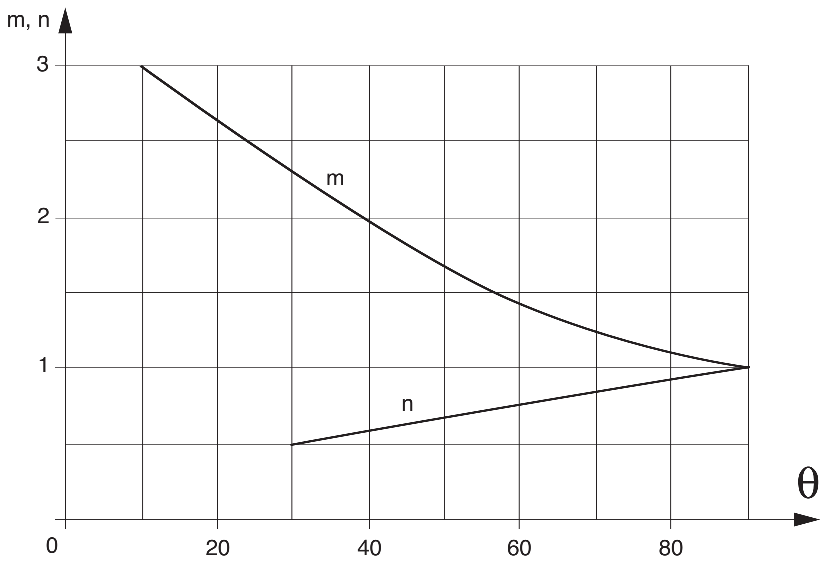
À partir des rayons de courbure R_1, r_1, R_2 et r_2, on détermine les constantes A et B par les deux relations :

$$2(A+B) = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_2}$$

$$2(B-A)^2 = \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r_1}\right]^2 + \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{r_2}\right]^2 + 2\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r_1}\right]\left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{r_2}\right]\cos(\theta)$$

On calcule ensuite un angle θ par la relation : $\cos(\theta) = \dfrac{B-A}{B+A}$

Les coefficients m et n sont déterminés en utilisant les courbes :

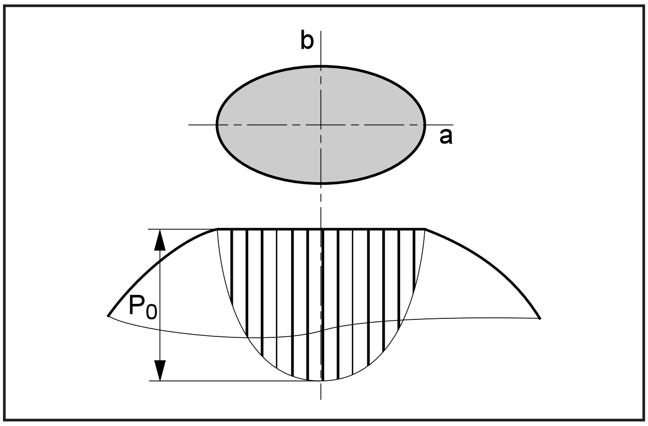


Annexe D *(suite)*

Contact en solides – Modèle de Hertz

Le « module d'YOUNG du contact » E' est ensuite calculé par : $\frac{1}{E'} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$

Aire de contact



L'aire de contact est une ellipse de grand axe a et de petit axe b :

$$a = m\left[\frac{3\,Q}{4\,(A+B)\,E'}\right]^{1/3}$$

$$b = n\left[\frac{3\,Q}{4\,(A+B)\,E'}\right]^{1/3}$$

L'excentricité est : $e = \frac{b}{a} = \frac{m}{n}$

Pressions de contact

La répartition des pressions normales dans la zone de contact, de forme ellipsoïdale, est :

$$P(x, y) = \frac{3\,Q}{2\,\pi\,a\,b}\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$$

D'où une pression maximale au centre de la zone de contact : $P_0 = \frac{3\,Q}{2\,\pi\,a\,b}$