

Epreuve

d'avant projet de mécanisme:

ELEMENTS DE CORRIGE

**PREMIERE PARTIE : DIMENSIONNEMENT DU MOTEUR D'ENTRAINEMENT ET DES
COMPOSANTS DE GUIDAGE DU CINQUIEME AXE**

Question 1

$$\begin{aligned}\vec{V}(G_2 \in S_2 / B) &= \vec{\Omega}(S_2 / 0) \wedge \overrightarrow{OG_2} \\ &= \vec{\Omega}(S_2 / 0) \wedge (b.\vec{y}_2 - a.\vec{z}_2) = \dot{\theta}_{10}.\vec{z}'_1 \wedge (b.\vec{y}_2 - a.\vec{z}_2) \\ &= \dot{\theta}_{10}(a.\sin \alpha - b.\cos \alpha)\vec{x}_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_O(S_2/B) &= [I_O(S_2)]\vec{\Omega}(S_2/B) \\ &= [I_O(S_2)]\left[-\dot{\theta}_{10}.\sin \alpha.\vec{y}_1 + \dot{\theta}_{10}.\cos \alpha.\vec{z}_1\right] \\ &= \dot{\theta}_{10}\left[-(B_2.\sin \alpha + D_2.\cos \alpha)\vec{y}_1 + (D_2.\sin \alpha + C_2.\cos \alpha)\vec{z}_1\right]\end{aligned}$$

En remplaçant α par 45° , on obtient

pour la résultante cinétique: $M_2.\vec{V}(G_2 \in S_2 / B) = \frac{\sqrt{2}}{2} M_2 \dot{\theta}_{10}(a - b)\vec{x}_1$

pour le moment cinétique:

$$\vec{\sigma}_O(S_2/B) = \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{\theta}_{10}\left[-(B_2 + D_2)\vec{y}_1 + (D_2 + C_2)\vec{z}_1\right]$$

$$\begin{aligned}\vec{\Gamma}(G_2 \in S_2 / B) &= \left[\frac{d\vec{V}(G_2 \in S_2 / B)}{dt}\right]_B = \left[\frac{d\vec{V}(G_2 \in S_2 / B)}{dt}\right]_{B_1} + \dot{\theta}_{10}.\vec{z}'_1 \wedge \vec{V}(G_2 \in S_2 / B) \\ &= \ddot{\theta}_{10}(a.\sin \alpha - b.\cos \alpha)\vec{x}_1 + \dot{\theta}_{10}^2(a.\sin \alpha - b.\cos \alpha)(\cos \alpha.\vec{y}_1 + \sin \alpha.\vec{z}_1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_O(S_2/B) &= \left[\frac{d\vec{\sigma}_O(S_2/B)}{dt}\right]_B = \left[\frac{d\vec{\sigma}_O(S_2/B)}{dt}\right]_{B_1} + \dot{\theta}_{10}.\vec{z}'_1 \wedge \vec{\sigma}_O(S_2/B) \\ &= \ddot{\theta}_{10}\left[-(B_2.\sin \alpha + D_2.\cos \alpha)\vec{y}_1 + (D_2.\sin \alpha + C_2.\cos \alpha)\vec{z}_1\right] \\ &\quad + \dot{\theta}_{10}^2\left[(B_2 - C_2).\sin \alpha.\cos \alpha + D_2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)\right]\vec{x}_1\end{aligned}$$

En remplaçant α par 45° , on obtient

pour la résultante dynamique:

$$M_2\vec{\Gamma}(G_2 \in S_2 / B) = M_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\ddot{\theta}_{10}(a - b)\vec{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\theta}_{10}^2(a - b)(\vec{y}_1 + \vec{z}_1)\right]$$

pour le moment dynamique:

$$\vec{\delta}_O(S_2/B) = \frac{\sqrt{2}}{2}\ddot{\theta}_{10}\left[-(B_2 + D_2)\vec{y}_1 + (D_2 + C_2)\vec{z}_1\right] + \frac{\dot{\theta}_{10}^2}{2}[B_2 - C_2]\vec{x}_1$$

Question 2

On applique le principe fondamental de la dynamique à S_2 .

Bilan des actions mécaniques:

- action de la console sur S_2 (liaison pivot): $\{T_{cons} \rightarrow S_2\} = \begin{Bmatrix} X_C & L_C \\ Y_C & M_C \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_{O, B_1}$

- action des pignons arbrés

- action de la pesanteur:

$$\{T_{pes} \rightarrow S_2\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -M_2.g & 0 \end{Bmatrix}_{G_2, B}$$

$$= \begin{Bmatrix} -M_2.g.\sin\alpha.\sin\theta_{10} & L_{pes} \\ -M_2.g.\sin\alpha.\cos\alpha.(\cos\theta_{10}-1) & M_2.a.g.\sin\alpha.\sin\theta_{10} \\ -M_2.g.(\sin^2\alpha.\cos\theta_{10} + \cos^2\alpha) & M_2.b.g.\sin\alpha.\sin\theta_{10} \end{Bmatrix}_{O, B_1}$$

$$\text{avec } L_{pes} = -M_2.g[a \sin\alpha.\cos\alpha(\cos\theta_{10}-1) + b(\sin^2\alpha.\cos\theta_{10} + \cos^2\alpha)]$$

En exploitant l'équation de moment dynamique autour de l'axe $O\vec{z}_2$, on obtient pour le moment des actions mécaniques exercées par les pignons arbrés 21 et 21' sur la roue dentée 14:

$$\ddot{\theta}_{10}(D_2 \sin\alpha + C_2 \cos\alpha) + M_2.g.b.\sin\alpha.\sin\theta_{10}$$

ou, en remplaçant α par 45° :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} [\ddot{\theta}_{10}(D_2 + C_2) + M_2.g.b.\sin\theta_{10}]$$

Question 3

Lors de la phase de rotation, le couple que doivent exercer les pignons 21 et 21' correspond à la courbe M_z figurant sur le document 6.

On y lit que la valeur maximale est égale à 14 N.m et la valeur minimale à -18 N.m.

Comme, au cours de ce mouvement on ne commande aucune rotation du 5^{ème} axe, le moteur 8 doit être à même d'exercer un couple de maintien dont la valeur maximale est égale à 0,17 N.m (en tenant compte du rapport de réduction du train d'engrenages et en faisant l'hypothèse que son rendement est égal à 1), ce qui correspond à une valeur très raisonnable.

Question 4

On isole le système matériel S_2 et on applique le principe fondamental de la dynamique.

Bilan détaillé des actions mécaniques exercées sur S_2 :

- Action de la butée 20 (**appui plan** unilatéral)
- Action de la butée 16 (**appui plan** unilatéral)

- Action de la douille 19 (pivot glissant, voire linéique annulaire car le jeu dans la liaison pivot glissant et la précision d'usinage des diverses pièces font que les mouvements de rotation suivant \vec{x}_1 et \vec{y}_1 sont éliminés par les appuis plans)
- Action du pignon 21 ou 21' (**linéaire rectiligne**). On ne prend en compte qu'un seul engrenage car, suivant la phase (motrice ou de freinage), c'est l'un ou l'autre des engrenages qui transmettra la puissance. Encore que, si ce raisonnement semble valable pour les composantes d'effort transmises par les engrenages, il semble moins justifié pour les composantes de moment.
- Action de la pesanteur (connue).

Calcul du degré d'hyperstatisme en modélisant la liaison entre la douille 19 et S_2 par une liaison linéique annulaire et en considérant qu'il n'y a qu'un seul engrenage : $h=4$ (si l'on prend en compte les deux engrenages mais avec une composante d'effort nulle, $h=5$).

Faisons l'hypothèse que l'effort suivant \vec{z}_1 et les composantes de moment suivant $H_2 \vec{x}_1$ et $H_2 \vec{y}_1$ sont intégralement reprises par une seule des butées 16 ou 20 (situation défavorable vis à vis de la réalité). Le problème devient alors solvable, mais les butées à aiguilles seront surdimensionnées.

Remarque : nous avons fait l'hypothèse qu'aucune précontrainte n'est exercée au montage.

Question 5

- Annulation du jeu dans la transmission de puissance :
On dispose de deux chaînes de transmission de puissance entre le pignon arbré 11 et la roue dentée 14. On assemble l'ensemble de la chaîne de transmission de puissance sans bloquer l'un des manchons expansibles 28. On exerce alors un couple antagoniste entre l'arbre 29 et la roue 27 (grâce aux encoches et au trou six pans réalisés respectivement dans 27 et 29) et l'on serre le manchon 28. Le jeu dans la chaîne de transmission de puissance se trouve donc être annulé. Suivant le sens du couple à transmettre, la puissance cheminera par l'une ou l'autre des séries d'engrenages.
- Annulation du jeu dans la liaison pivot :
La liaison pivot est réalisée grâce à une douille et deux butées à aiguilles. Le jeu dans la douille peut être minimisé par un choix judicieux des diamètres des pièces 15 et 19. Le jeu dans la liaison réalisée par les butées peut, quant à lui, être annulé en agissant sur l'épaisseur de la pièce 17. On procédera par appairage.

La courroie crantée permet d'amortir les effets dynamiques (vibrations, couples de démarrage...). Sa raideur doit cependant être suffisante, sous peine de dégrader les performances de l'asservissement en position du 5^{ème} axe.

DEUXIEME PARTIE : ETUDE DE L'USINAGE D'UNE FORME COMPLEXE

Question 6 Etablissement du modèle direct.

$$\begin{aligned}\overline{\Delta\theta} &= \theta_{21}\overline{z}_1 + \theta_{10}\overline{z}' \\ &= -\theta_{21}\sin\alpha\sin\theta_{10}\overline{x} + [\theta_{21}\sin\alpha\cos\alpha(\cos\theta_{10}-1) - \theta_{10}\sin\alpha]\overline{y} \\ &\quad + [\theta_{21}(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\cos\theta_{10}) + \theta_{10}\cos\alpha]\overline{z}\end{aligned}$$

d'où, en remplaçant α par 45° :

$$\overline{\Delta\theta} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\theta_{21}\sin\theta_{10}\overline{x} + \left[\frac{\theta_{21}}{2}(\cos\theta_{10}-1) - \frac{\sqrt{2}}{2}\theta_{10}\right]\overline{y} + \left[\frac{\theta_{21}}{2}(1+\cos\theta_{10}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\theta_{10}\right]\overline{z}$$

Avant déplacement: $\overline{OA} = -d\overline{z}$

Après déplacement:

$$\begin{aligned}\overline{OA} &= -d\overline{z}_1 \\ &= d\sin\alpha\sin\theta_{10}\overline{x} + (-d\cos\theta_{10}\sin\alpha\cos\alpha + d\sin\alpha\cos\alpha)\overline{y} \\ &\quad - (d\sin^2\alpha\cos\theta_{10} + d\cos^2\alpha)\overline{z}\end{aligned}$$

donc $\overline{\Delta A} = d\sin\alpha\sin\theta_{10}\overline{x} + d\sin\alpha\cos\alpha(1-\cos\theta_{10})\overline{y} + d(1-\sin^2\alpha\cos\theta_{10} - \cos^2\alpha)\overline{z}$

d'où, en remplaçant α par 45° :

$$\overline{\Delta A} = \frac{\sqrt{2}}{2}d\sin\theta_{10}\overline{x} + \frac{d}{2}(1-\cos\theta_{10})\overline{y} + \frac{d}{2}(1-\cos\theta_{10})\overline{z}$$

Question 7 Etablissement du modèle inverse.

$$\begin{aligned}\Delta\theta_x(t) &= -\theta_{21}\sin\alpha\sin\theta_{10} &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\theta_{21}\sin\theta_{10} \\ \Delta\theta_z(t) &= \theta_{21}(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\cos\theta_{10}) + \theta_{10}\cos\alpha &= \frac{\theta_{21}}{2}(1+\cos\theta_{10}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\theta_{10} \\ \Delta\theta_y(t) &= \theta_{21}\sin\alpha\cos\alpha(\cos\theta_{10}-1) - \theta_{10}\sin\alpha &= \frac{\theta_{21}}{2}(\cos\theta_{10}-1) - \frac{\sqrt{2}}{2}\theta_{10}\end{aligned}$$

Cette rotation s'effectue autour de $A\overline{y}$, c'est à dire autour de l'axe de la fraise. Elle ne modifie donc en rien la forme à usiner; elle affecte simplement la vitesse de coupe, mais d'une façon très minime car elle est très inférieure à celle-ci.

Question 8

On utilise les trois autres axes du centre d'usinage (translations suivant \vec{x}, \vec{y} et \vec{z}) afin d'assurer l'immobilité du point A par rapport à la fraise.

TROISIEME PARTIE : DISPOSITIF DE PALETTISATION EROWA UPC**Question 9**

$\left\{ \begin{array}{l} \delta\theta \vec{z} \\ \delta x \vec{x} + \delta y \vec{y} \end{array} \right\}_{O_P}$ correspond au torseur des petits déplacements de la palette.

Déplacé en A, ce torseur devient $\left\{ \begin{array}{l} \delta\theta \vec{z} \\ (\delta x - e \cdot \delta\theta) \vec{x} + \delta y \vec{y} \end{array} \right\}_A$

Soit $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_A \vec{z} \\ u_A \vec{x} \end{array} \right\}_A$ les défauts de mise en position, en A, du segment de centrage femelle par rapport à la palette.

Le déplacement cumulé en A (déplacement du segment de centrage femelle par rapport au

segment de centrage mâle) est donc $\left\{ \begin{array}{l} (\delta\theta + \alpha_A) \vec{z} \\ (\delta x - e \cdot \delta\theta + u_A) \vec{x} + \delta y \vec{y} \end{array} \right\}_A$

k correspondant à la raideur transversale et μ à la raideur torsionnelle, l'énergie élastique emmagasinée en A est $\delta W_A = \frac{1}{2} [\mu (\delta\theta + \alpha_A)^2 + k (\delta x - e \delta\theta + u_A)^2]$

en B: $\left\{ \begin{array}{l} (\delta\theta + \alpha_B) \vec{z} \\ \delta x \vec{x} + (\delta y - e \cdot \delta\theta + v_B) \vec{y} \end{array} \right\}_B \Rightarrow \delta W_B = \frac{1}{2} [\mu (\delta\theta + \alpha_B)^2 + k (\delta y - e \delta\theta + v_B)^2]$

en C: $\left\{ \begin{array}{l} (\delta\theta + \alpha_C) \vec{z} \\ (\delta x + e \cdot \delta\theta + u_C) \vec{x} + \delta y \vec{y} \end{array} \right\}_C \Rightarrow \delta W_C = \frac{1}{2} [\mu (\delta\theta + \alpha_C)^2 + k (\delta x + e \delta\theta + u_C)^2]$

en D: $\left\{ \begin{array}{l} (\delta\theta + \alpha_D) \vec{z} \\ \delta x \vec{x} + (\delta y + e \cdot \delta\theta + v_D) \vec{y} \end{array} \right\}_D \Rightarrow \delta W_D = \frac{1}{2} [\mu (\delta\theta + \alpha_D)^2 + k (\delta y + e \delta\theta + v_D)^2]$

L'énergie totale emmagasinée vaut donc $\delta W = \delta W_A + \delta W_B + \delta W_C + \delta W_D$.

Question 10

Cherchons le minimum de la fonction $\delta W = \delta W_A + \delta W_B + \delta W_C + \delta W_D$ des variables δx , δy et $\delta\theta$.

Nous allons, pour cela, résoudre le système de trois équations à trois inconnues:

$$\frac{\partial W}{\partial \delta x} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \delta y} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \delta\theta} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial \delta x} = 0 \Rightarrow \delta x = -\frac{1}{2}(u_A + u_C) \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \delta y} = 0 \Rightarrow \boxed{\delta y = -\frac{1}{2}(v_B + v_D)} \quad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \delta \theta} = 0 \Rightarrow \boxed{\delta \theta = \frac{k.e(u_A + v_B - u_C - v_D) - \mu(\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D)}{4(\mu + k.e^2)}} \quad (3)$$

Question 11

L'interprétation de la précision indiquée par le constructeur pourrait être que tout point de la palette doit avoir un déplacement inférieur à 0,002 mm.

Soient x et y les coordonnées d'un point M quelconque de la palette ($-160 \leq x \leq 160$ et $-160 \leq y \leq 160$).

Le déplacement de M du fait des défauts de positionnement correspond à :

$$(\delta x - y.\delta \theta).\vec{x} + (\delta y + x.\delta \theta).\vec{y} = \left[-\frac{u_A + u_C}{2} - \frac{k.e(u_A + v_B - u_C - v_D) - \mu(\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D)}{4(\mu + k.e^2)}.y \right] \vec{x} + \left[-\frac{v_B + v_D}{2} + \frac{k.e(u_A + v_B - u_C - v_D) - \mu(\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \alpha_D)}{4(\mu + k.e^2)}.x \right] \vec{y}$$

$\sqrt{(\delta x - y.\delta \theta)^2 + (\delta y + x.\delta \theta)^2} \leq 0,002$ se traduirait, par exemple:

- pour $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C = \alpha_D = 0$ et $u_A = v_B = -u_C = -v_D = u$, alors $u \leq 0,8 \mu\text{m}$;
- pour $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C = \alpha_D = 0$ et $u_A = v_B = u_C = v_D = u$, alors $u \leq 1,3 \mu\text{m}$.

\Rightarrow Il est donc totalement exclu que la mise en position des segments de centrage soit assurée par une cotation adaptée des diverses pièces. Elle ne pourra se faire que par l'utilisation d'un banc de réglage.

Remarque: on constate que les défauts angulaires sont bien moins influents.

Question 12

Par analogie avec la question 9, on peut directement dire que l'énergie potentielle élastique emmagasinée correspond à :

$$\begin{aligned} \Delta W &= \frac{1}{2} \left[4\mu\Delta\theta^2 + k \left[(\Delta x - e\Delta\theta)^2 + (\Delta x + e\Delta\theta)^2 + (\Delta y - e\Delta\theta)^2 + (\Delta y + e\Delta\theta)^2 \right] \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[4\mu\Delta\theta^2 + k(2\Delta x^2 + 2\Delta y^2 + 4e^2\Delta\theta^2) \right] \end{aligned}$$

Question 13

L'énergie calculée à la question précédente est égale au travail correspondant à l'application des efforts de coupe: $\frac{1}{2}(F_x \Delta x + F_y \Delta y + C_z \Delta \theta)$

On obtient alors l'égalité $4\mu\Delta\theta^2 + k(2\Delta x^2 + 2\Delta y^2 + 4e^2\Delta\theta^2) = F_x \Delta x + F_y \Delta y + C_z \Delta \theta$.

Δx ne dépendant que de F_x : $\Delta x = \frac{F_x}{2k}$

Δy ne dépendant que de F_y : $\Delta y = \frac{F_y}{2k}$

$\Delta \theta$ ne dépendant que de C_z : $\Delta \theta = \frac{C_z}{4(\mu + k.e^2)}$

Application numérique: $\Delta x = 13 \mu\text{m}$, $\Delta y = 4 \mu\text{m}$ et $\Delta \theta = 62.10^{-9}$ rad.

La rotation induite par les efforts de coupe est très faible, par contre les déplacements suivant \bar{x} et \bar{y} sont loin d'être négligeables. Dans le cas d'un usinage précis, il faudra prévoir une opération de finition de façon à générer des efforts de coupe bien inférieurs à ceux pris en compte dans le calcul précédent.

Complément: preuve de l'hypothèse formulée dans la question 13, à savoir que Δx ne dépend que de F_x , Δy de F_y et $\Delta \theta$ de C_z .

Traduisons l'équilibre de la palette qui est soumise à

$$\{T_{\text{outil} \rightarrow \text{pièce}}\} = \begin{Bmatrix} F_x & C_x \\ F_y & C_y \\ F_z & C_z \end{Bmatrix}_{O_p}$$

l'action en A:

$$\begin{Bmatrix} -k(\Delta x - e.\Delta\theta) & 0 \\ 0 & -\mu.\Delta\theta \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} -k(\Delta x - e.\Delta\theta) & 0 \\ 0 & -\mu.\Delta\theta + k.e(\Delta x - e.\Delta\theta) \end{Bmatrix}_{O_p}$$

l'action en B:

$$\begin{Bmatrix} -k(\Delta y - e.\Delta\theta) & 0 \\ 0 & -\mu.\Delta\theta \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -k(\Delta y - e.\Delta\theta) & 0 \\ 0 & -\mu.\Delta\theta + k.e(\Delta y - e.\Delta\theta) \end{Bmatrix}_{O_p}$$

l'action en C:

$$\begin{Bmatrix} -k(\Delta x + e.\Delta\theta) & 0 \\ 0 & -\mu.\Delta\theta \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} -k(\Delta x + e.\Delta\theta) & 0 \\ 0 & -\mu.\Delta\theta - k.e(\Delta x + e.\Delta\theta) \end{Bmatrix}_{O_p}$$

l'action en D:

$$\left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -k(\Delta y + e.\Delta\theta) & -\mu.\Delta\theta \\ 0 & \end{array} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -k(\Delta y + e.\Delta\theta) & -\mu.\Delta\theta - k.e(\Delta y + e.\Delta\theta) \\ 0 & \end{array} \right\}_{Op}$$

ce qui nous donne les équations suivantes:

$$F_x - 2k.\Delta x = 0$$

$$F_y - 2k.\Delta y = 0$$

$$C_z - 4(\mu + k.e^2)\Delta\theta = 0$$

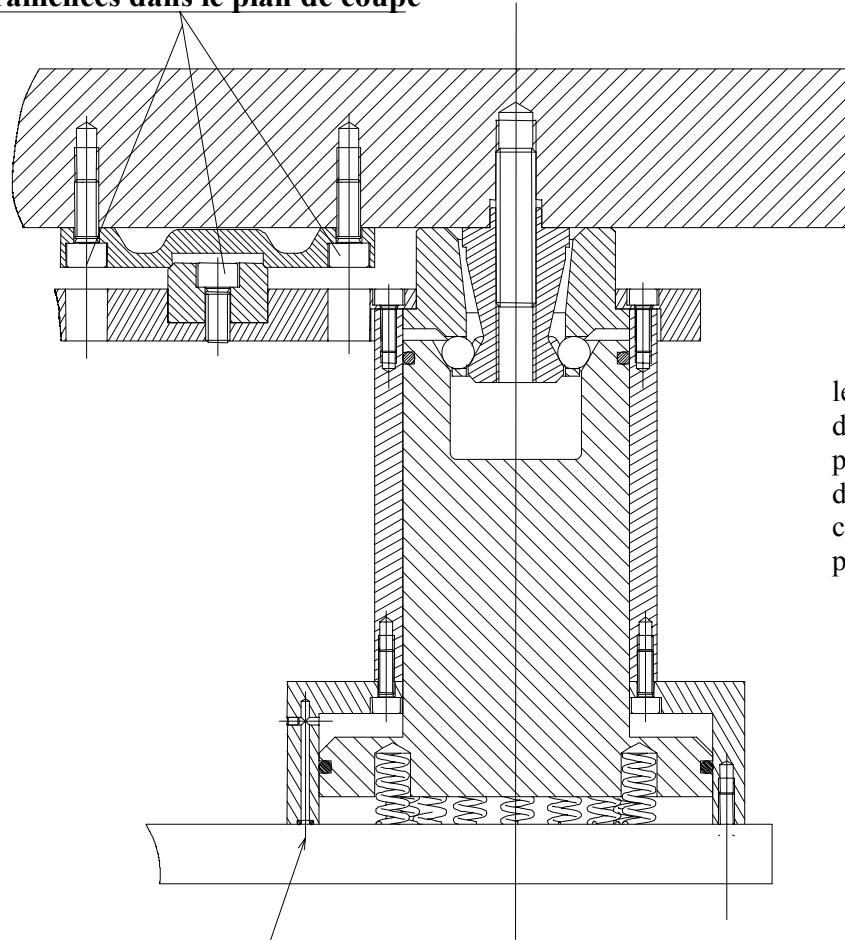
Question 14

Les liaisons élastiques permettent d'assurer la mise en position de la palette par rapport au mandrin malgré les défauts de positionnement des segments mâles et femelles par rapport, respectivement, au mandrin et à la palette.

Des valeurs élevées de k et μ sont cependant souhaitées afin que le déplacement de la palette, sous l'action des efforts de coupe, reste cohérent avec la précision souhaitée.

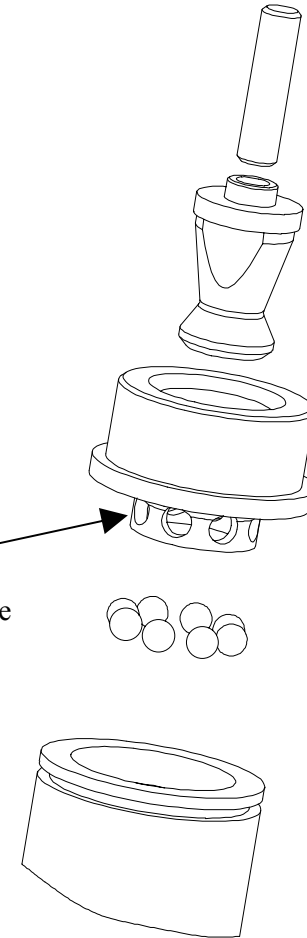
Question 15

Vis ramenées dans le plan de coupe



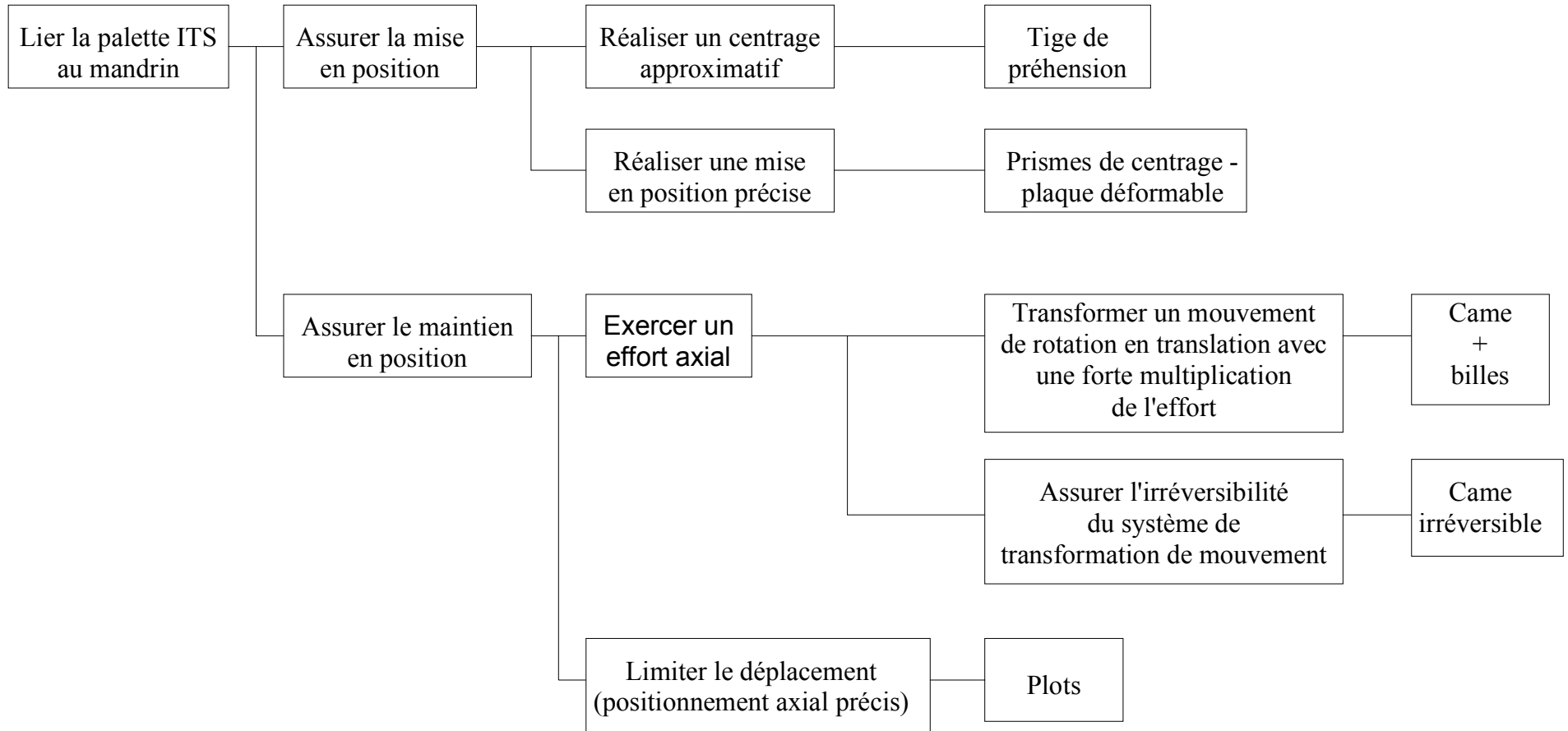
Air comprimé (débridage)

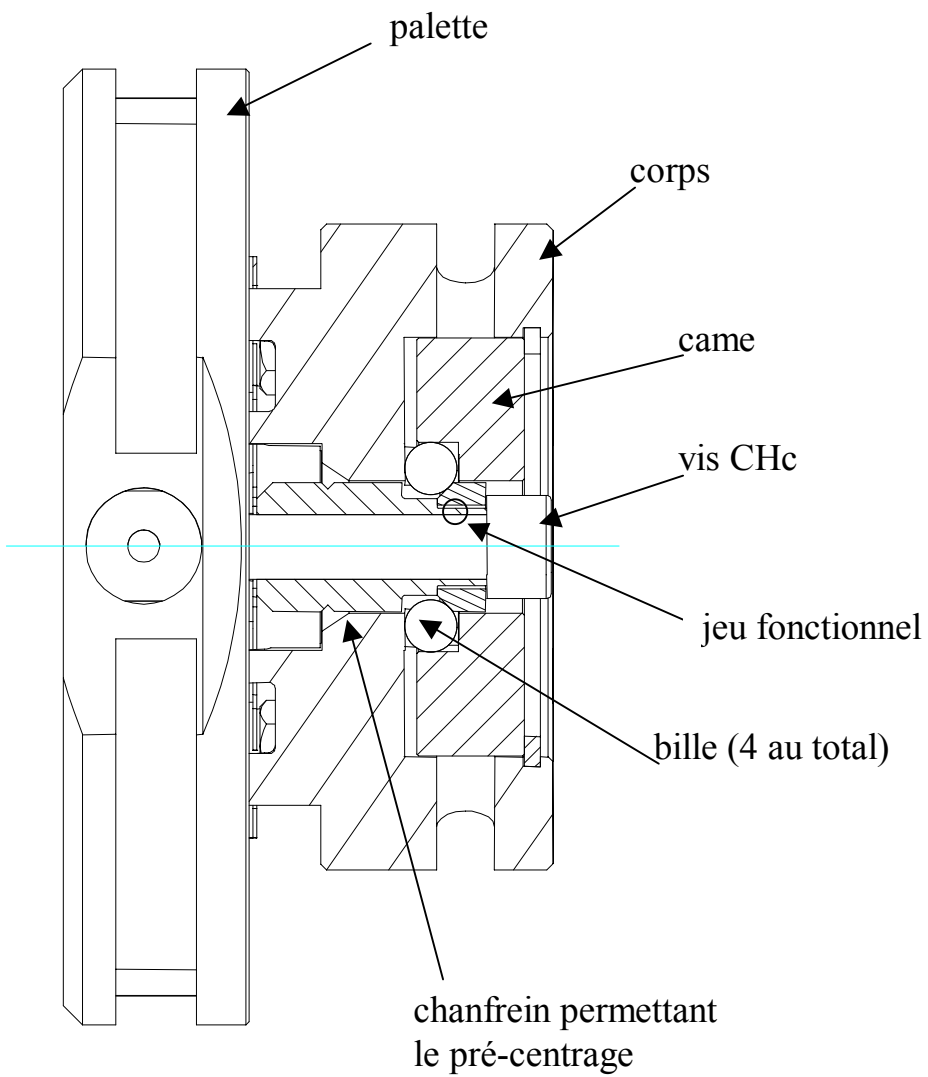
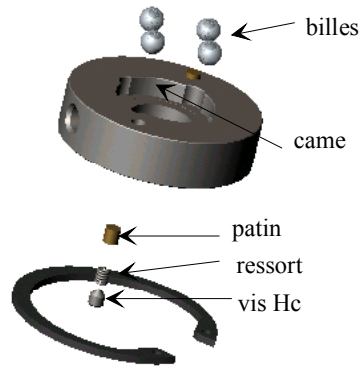
les alésages présentent un diamètre réduit (coté axe du piston) afin d'éviter la chute des billes (détail identique à celui représenté sur la dernière page du corrigé)

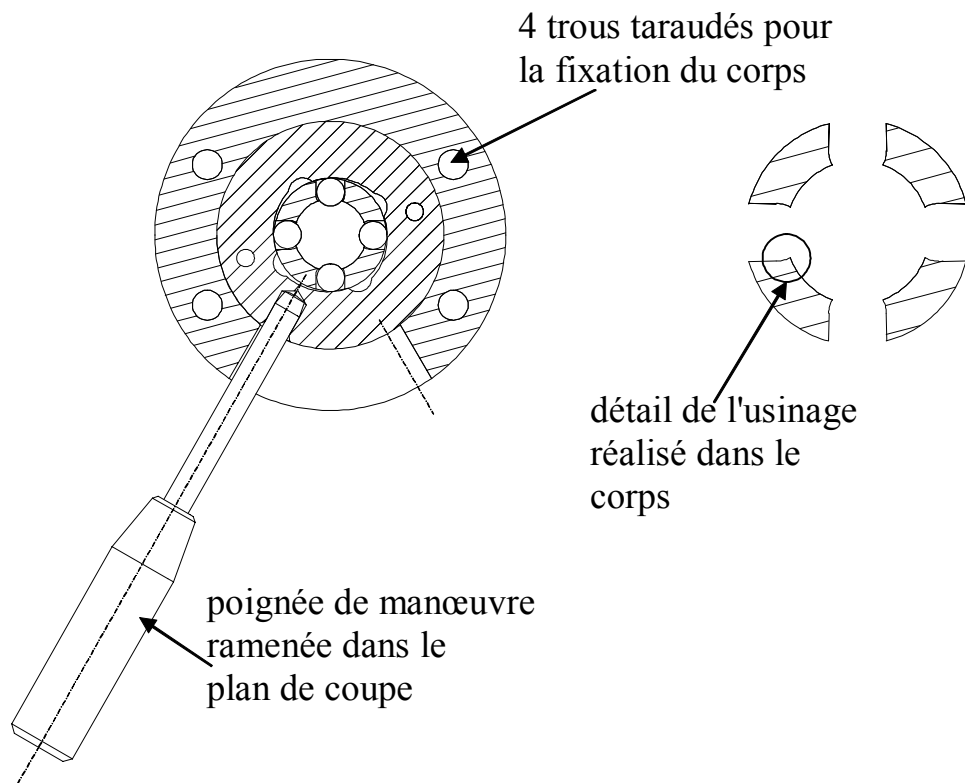


QUATRIEME PARTIE : MANDRIN A SERRAGE MANUEL

Question 16







Les deux ensembles {patin, ressort, vis Hc} permettent d'éviter toute rotation intempestive de la came lorsque le mandrin n'est pas serré.