

## ANALYSE ET CONCEPTION DE SYSTEMES - Éléments de correction

### Étude de la préhension des conteneurs

La prise des conteneurs s'effectue sur l'interface définie dans le détail C de l'annexe B à l'aide d'un mécanisme de préhension. Dans l'étude d'avant-projet sommaire, plusieurs solutions ont été retenues parmi lesquelles un préhenseur à inertie (grappin) et un préhenseur à doigts pivotants. L'étude de ces deux solutions est détaillée dans cette partie.

#### Étude d'un préhenseur à inertie (grappin)

La structure de ce préhenseur est proposée dans l'annexe F. Il s'agit d'un préhenseur utilisé, dans un autre contexte, pour manipuler des conteneurs.

Le grappin est suspendu au système de levage par le coulisseau 2.

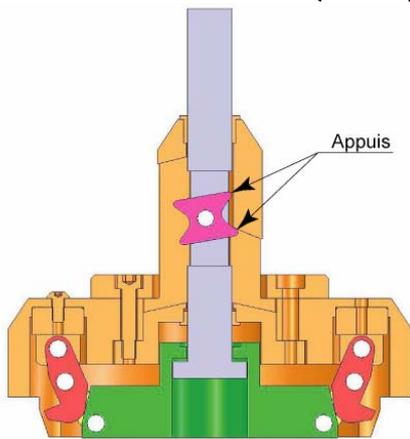
#### Question 1 : étapes de fonctionnement

Un des éléments clé du fonctionnement de ce préhenseur est la **butée rotative**. C'est sa position angulaire qui libère ou qui verrouille le mouvement du coulisseau par rapport au fourreau.

Il est à noter que la succession des positions de cette butée rotative définit le **fonctionnement séquentiel** du préhenseur.

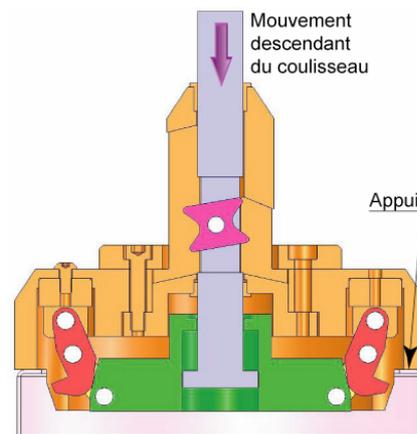
#### Étape 1 - Grappin armé

La butée rotative 5 est bloquée contre le fourreau 4 qui supporte ainsi les autres éléments. L'effet de la pesanteur sur le palonnier 13 notamment permet de maintenir les mors escamotés (ouverts).



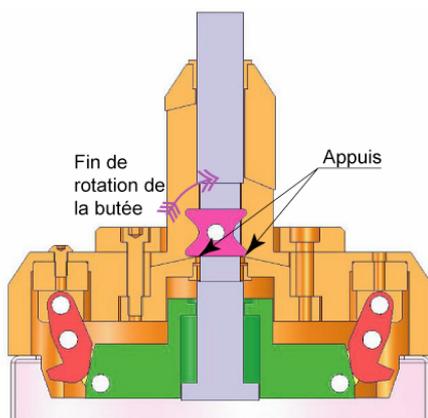
#### Étape 2 - Appui du plateau 1 sur le conteneur 16

L'appui du plateau 1 sur le conteneur 16 ne modifie pas la position des mors qui restent escamotés, mais le coulisseau 2 continue sa course vers le bas.



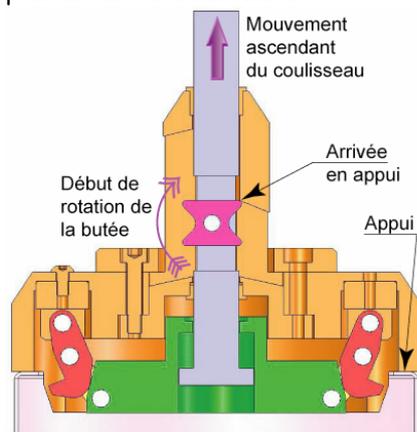
#### Étape 3 - Descente du coulisseau 2 et rotation de la butée rotative 5 à l'horizontale

Lorsque la butée rotative 5 entre en contact avec la partie inférieure du fourreau 4, elle pivote en se positionnant à l'horizontale.



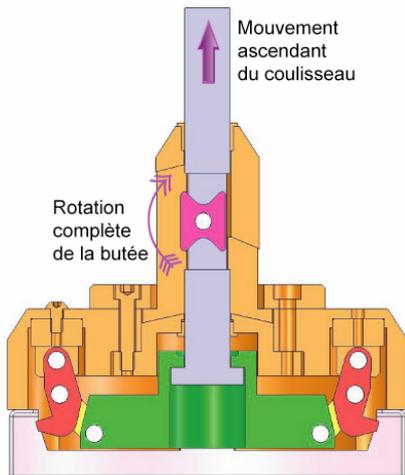
#### Étape 4a - Remontée du coulisseau 2 et contact de la butée rotative 5 avec le fourreau 4

La remontée du coulisseau 2 (alors que le reste du grappin est toujours en appui sur le conteneur) amène la butée rotative 5 en contact avec la partie supérieure du fourreau, ce qui la fait à nouveau pivoter en la positionnant à la verticale.



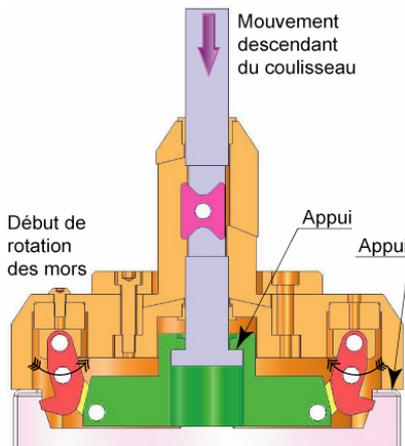
### Étape 4b - Rotation à la verticale de la butée rotative 5

Le mouvement de remontée du coulisseau 2 continue, ce qui la fait pivoter la butée rotative 5 en la positionnant à la verticale.



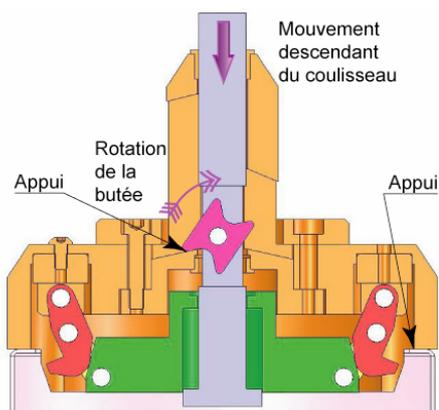
### Étape 6 - Dépose du conteneur et ouverture des mors

Après manipulation et dépose du conteneur, le coulisseau 2 redescend en ouvrant les mors.



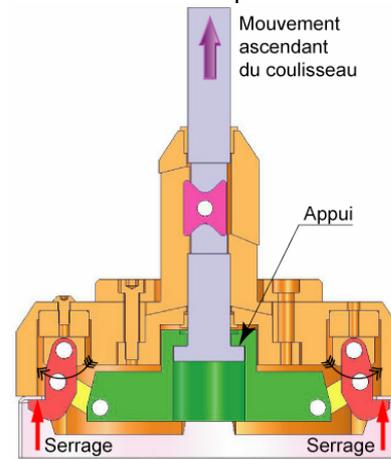
### Étape 7b - Armement de la butée rotative 5

Le mouvement de descente du coulisseau 2 continue et amène la butée rotative 5 à nouveau en contact avec la partie inférieure du fourreau 4, ce qui la fait pivoter pour l'amener dans une position inclinée (position armée).



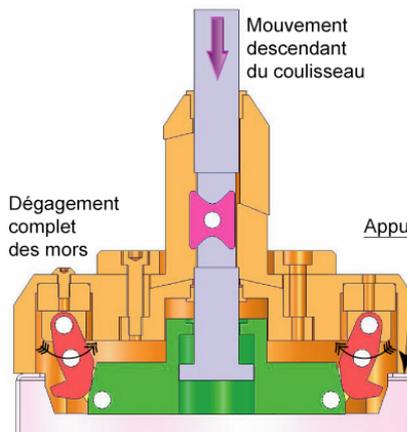
### Étape 5 - Serrage du conteneur

Lorsque l'épaulement bas du coulisseau 2 entre en contact avec le fond de l'alésage du palonnier 13, ce dernier est entraîné vers le haut, ce qui provoque la fermeture des mors et le serrage du conteneur contre la face inférieure du plateau 1.



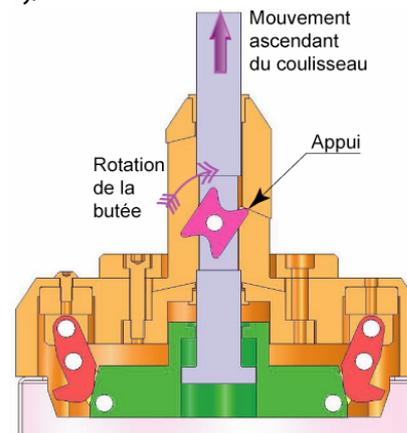
### Étape 7a - Descente du coulisseau

Le mouvement de descente du coulisseau 2 continue et l'effet de la pesanteur sur le palonnier 13 maintient les mors ouverts.



### Étape 8 - Remontée du coulisseau 2 et entraînement du fourreau 4

La remontée du coulisseau 2 (alors que le reste du grappin reste en appui sur le conteneur) amène la butée rotative 5 en contact avec la partie supérieure du fourreau 4, ce qui la fait à nouveau pivoter en la bloquant contre le fourreau 4. Celui-ci est alors entraîné et soulève le reste du grappin (étape 1).



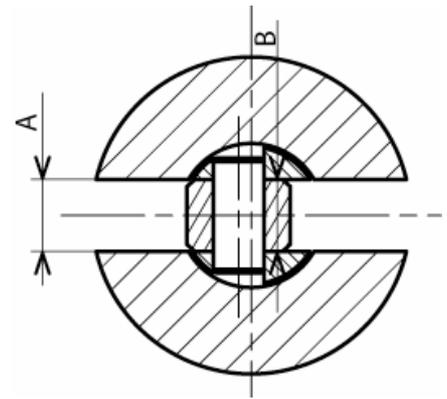
**Question 2 : représentation de la section C-C**

Les flancs de la butée sont en permanence en vis-à-vis des flancs de la rainure du fourreau (jeu fonctionnel sur la cote B).

C'est la butée qui assure la position angulaire du fourreau par rapport au coulisseau en jouant le rôle d'une clavette (jeu fonctionnel sur la cote A). De l'autre côté, la butée doit pouvoir s'engager ou se dégager de la rainure du fourreau. Celle-ci ne doit en aucun cas empêcher le pivotement de la butée rotative.

Si on suppose que les appuis plans latéraux sont prépondérants dans la liaison coulisseau - butée, il faut :

- garantir qu'il n'y aura aucun contact au niveau de la rainure opposée ;
- définir la géométrie des contacts axe/butée et axe/coulisseau pour assurer cette prépondérance.

**Question 3 : justifier l'appellation de « préhenseur à inertie »**

Cette question peut amener une réponse positive ou négative, selon les arguments développés.

**Appellation justifiée :**

lorsque le grappin est armé (étape 1), c'est l'effet de la pesanteur notamment sur le palonnier 13 qui maintient les mors ouverts.

Lorsque le plateau 1 est en appui sur le conteneur (étapes 2 à 4a), c'est l'effet conjugué de la pesanteur et de l'inertie (fin du mouvement de descente) qui permet au coulisseau 2 de continuer sa course.

C'est encore l'effet de la pesanteur qui permet d'ouvrir les mors (étape 6).

Ce sont autant de raisons qui peuvent justifier l'appellation donnée par le constructeur.

Ce principe justifie les formes massives utilisées, notamment celles du plateau 1 et du palonnier 13.

**Appellation non justifiée :**

le qualificatif « à inertie » donne à penser que la commande du grappin est basée sur des effets dynamiques, associés aux masses et/ou inerties de ses constituants, liés à une accélération de mouvement. Or le fonctionnement est essentiellement statique, la gravité étant seule à l'origine de la commande, à la fermeture comme à l'ouverture. Une appellation « préhenseur par gravité » serait plus indiquée.

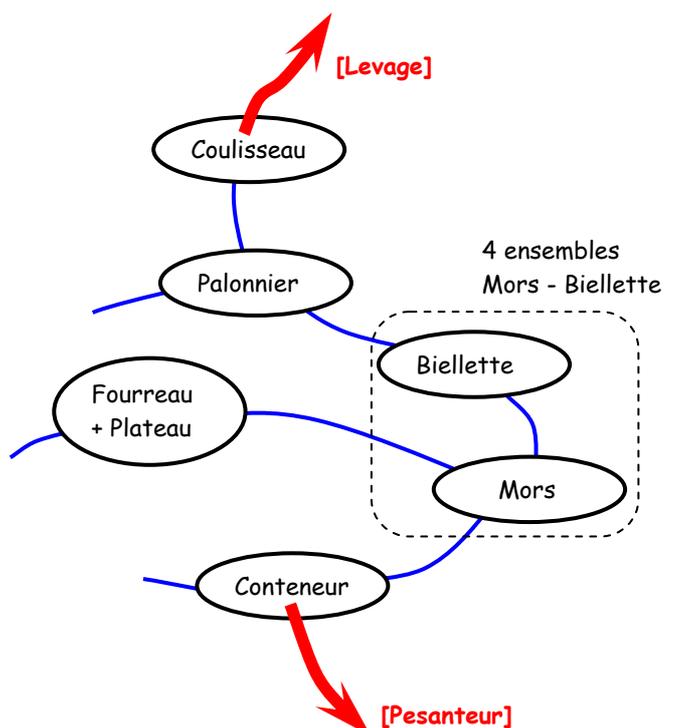
**Question 4 : analyse critique de ce préhenseur au regard des exigences du cahier des charges**

- le cahier des charges exigeant la redondance de l'accrochage du conteneur, la conception de mors extérieurs fonctionnant sur le même principe semble difficile à réaliser ;
- les risques de grippage dans les liaisons est important et incompatible avec la sécurité exigée ;
- le fonctionnement séquentiel du grappin est lié à la succession des positions angulaires de la butée rotative 5. En cas de défaillance de la rotation de la butée, le grappin risque de se bloquer.

**Études mécaniques à effectuer :**

Le grappin est le plus sollicité au moment du soulèvement de la charge, pour l'essentiel l'action de pesanteur sur le grappin et le conteneur (masse de plus de 20 000 kg), et l'effort de levage sur le coulisseau. Les pièces et liaisons situées entre ces éléments sont soumises à des efforts importants qui justifient une analyse approfondie.

- **étude statique** : elle est destinée à s'assurer que le grappin reste fermé en phase de soulèvement du conteneur. Elle permet également d'évaluer les efforts dans les liaisons. Cette phase nécessite des hypothèses pour lever l'indétermination statique, du fait en particulier de la présence de 4 mors pour agripper la charge ;
- **étude de résistance des matériaux** : la charge totale à soulever est complètement supportée par le coulisseau. Il convient de vérifier sa capacité du point de vue des contraintes, notamment dans la zone la plus fragile se situant au niveau de l'axe de la

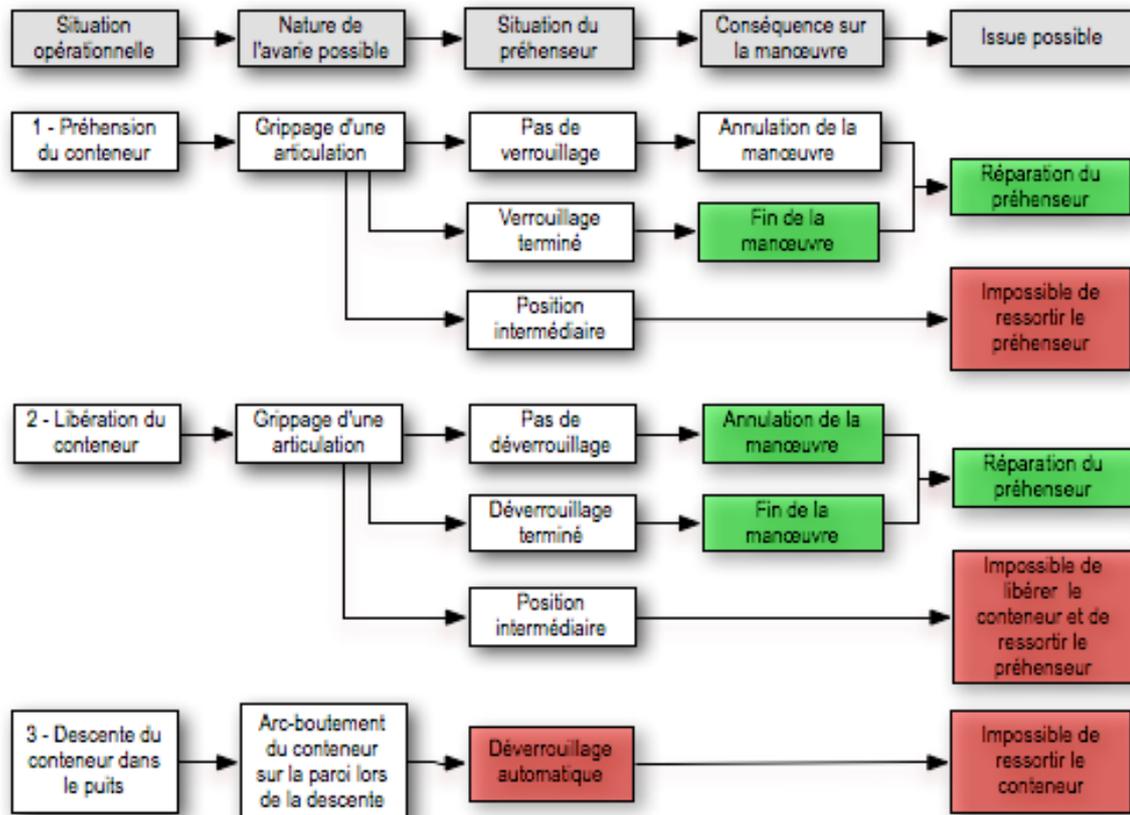


butée rotative (section réduite et zone de concentration de contraintes).

Les mors et les biellettes sont également des pièces fortement sollicitées qui justifient une étude des contraintes, de même que leurs axes de liaisons, sollicités au cisaillement.

- **étude des liaisons** : toutes les liaisons de la chaîne sont soumises à des charges élevées, justifiant une étude des pressions de contact (contact mors - conteneur, axes de biellettes et de mors en particulier). Les vis maintenant le contact dans les encastrement des chapes 9 sur le plateau 1 doivent faire l'objet d'une analyse attentive...

**Question 5 : Bilan des risques d'avaries encourus lors de la préhension, de libération et de descente du conteneur**

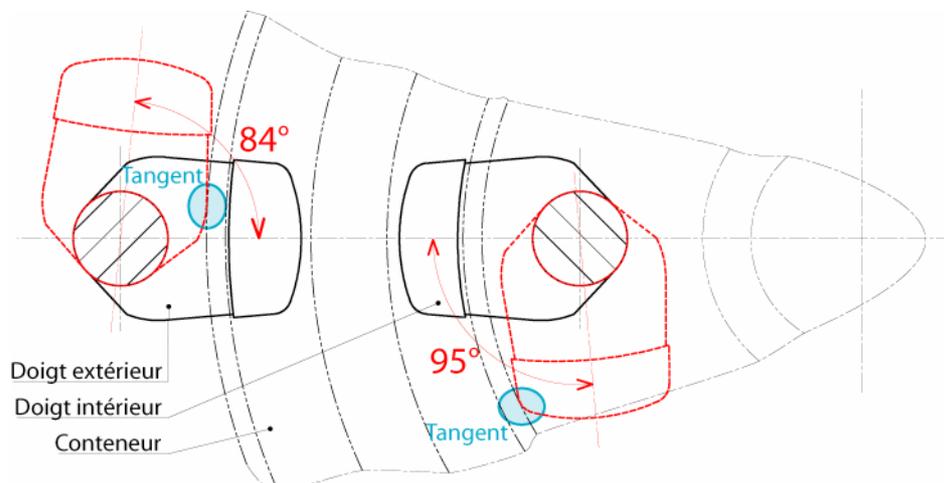


### Conception d'un préhenseur à doigts pivotants

**Question 6 : Angle minimal de rotation des doigts pour assurer un dégagement correct**

En déplaçant les doigts de façon à ce qu'ils soient tangents soit à l'extérieur de la collerette du conteneur, soit à l'intérieur, on trouve les angles :

- 84° minimum pour les doigts extérieurs ;
- 95° minimum pour les doigts intérieurs.



**Question 7 : Charge maximale supportée par un doigt**

Compte tenu du caractère hyperstatique du montage à quatre doigts, les dispersions dimensionnelles et de forme des éléments peuvent amener un contact sur 3 doigts seulement. Dans ce cas, et en supposant un centrage rigoureux du conteneur par rapport à la pince, les deux doigts diamétralement opposés supporteront la totalité de la charge, répartie pour moitié sur chacun.

Il suffit pour le justifier d'exploiter le moment des actions appliquées au conteneur, en statique, en projection dans le plan horizontal passant par les contacts.

Charge maxi normale au contact doigt - collerette :  $20 \cdot 10^3 \times 9.81 / 2 = 98,1 \cdot 10^3 \text{ N}$

**Question 8 : Vérification de la pression de contact entre les doigts et le conteneur**

Calcul à la "pression de Hertz".

Soit (1) la surface plane et (2) la surface sphérique :  $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r_1} = 0$  et  $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R}$

$$\text{D'où les valeurs de A et B : } \begin{cases} 2(A+B) = \frac{2}{R} \\ 2(B-A)^2 = 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} A = \frac{1}{2R} \\ B = \frac{1}{2R} \end{cases}$$

On en déduit  $\theta : \cos\theta = \frac{B-A}{B+A} = 0$  soit  $\theta = \frac{\pi}{2}$

Les coefficients m et n sont égaux :  $m = n = 1$

Le doigt en acier et la collerette en fonte ont des modules d'Young et des coefficients de Poisson voisins, soit :

$$E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad \nu_1 = \nu_2 = 0,3$$

D'où le module d'Young du contact :  $E' = \frac{E}{2(1-\nu^2)} = 109890 \text{ MPa}$

Rayon du cercle de contact :  $a = b = \left[ \frac{3Q}{4(A+B)E'} \right]^{1/3} = \left[ \frac{3QR}{4E'} \right]^{1/3} = 8,7 \text{ mm}$

Et la pression maxi :  $p_{\max} = \frac{3Q}{2\pi ab} = 612 \text{ MPa}$

Cette valeur représente 2/3 de la pression admissible pour les matériaux considérés.

**Question 9 : Comportement du doigt chargé**

Un modèle RdM simple permet d'analyser la déformation :

- la semelle inférieure est soumise à de la flexion simple, de moment fléchissant dans la section ( $S_1$ ) :  $M_f = Q(d-x)$ . Sa section importante et la relative proximité de l'effort font que ses déformations ont une influence modeste sur les déplacements de la zone de charge ;
- la partie cylindrique verticale est soumise à de la traction et de la flexion pure, de moment fléchissant constant quelle que soit la position de la section ( $S_2$ ) :  $M_f = Qd$ . La section plus faible, la distance à l'effort plus importante et la longueur de l'arbre sont les causes essentielles des déplacements de la zone d'application de la charge.

• Échelle du dessin  $\rightarrow 0,4$

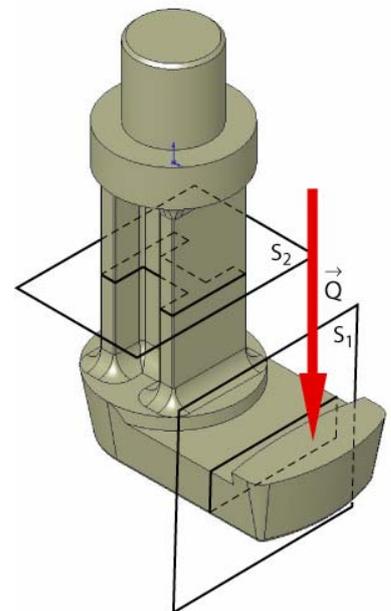
Échelle des déformations  $\rightarrow 1 : 8,2$

Évaluation du déplacement  $\Delta$  du centre de la zone de contact :

$$\Delta = 6/0,4/8,2 = 1,8 \text{ mm}$$

Inconvénient de la déformation : il faudrait s'assurer que les déformations ne provoquent pas le déplacement du contact au bord de la zone sphérique, sur l'arête du doigt.

Avantage de la déformation : l'importance de la déformation joue en faveur d'une meilleure répartition des efforts sur les quatre doigts.

**Problèmes éventuels**

- la zone de jonction entre le tronçon 1 et le tronçon 2 est la plus sollicitée (jusqu'à 1800 MPa dans la zone intérieure). Il est donc nécessaire de modifier les formes dans cette zone : augmentation du rayon de raccordement, mise en place d'une nervure.
- si la contrainte de flexion est excessive (peu probable) : il suffit d'accroître le terme ( $I_{Gz}/v$ ) en suivant une loi analogue à celle du moment fléchissant : fonction affine pour la partie inférieure, constante pour la partie verticale (solution à contrainte maxi constante) ;

- si les déformations sont excessives (déplacement trop important du point de chargement), il convient de rigidifier en augmentant le moment quadratique de flexion, prioritairement dans la zone de forte influence sur ce déplacement : tronçon (2) en premier lieu, puis tronçon (1).

#### Question 10 : Proposition de solution pour le guidage des doigts

Conditions de fonctionnement :

- très forte sollicitation du guidage en phase statique ;
- pas d'effort en principe au cours du mouvement de rotation.

L'utilisation de paliers lisses type Permaglide (PTFE, INA) semble s'imposer.

La forte valeur du moment radial dans la liaison implique une longueur de guidage importante, éventuellement l'emploi de deux paliers aussi éloignés que possible l'un de l'autre. Le palier inférieur sera situé au plus près de la partie horizontale du doigt, de façon à réduire la longueur déformée de l'arbre.

Arrêt en translation : épaulement rapporté par vis sur l'arbre en partie supérieure, capable d'encaisser la charge de 100 kN en toute sécurité.

Interposition d'une rondelle Permaglide.

Lubrification au montage par graisse et étanchéité soignée (peu de maintenance).

#### Question 11 : Proposition de solution pour l'entraînement des doigts

Le couple à transmettre est très faible et le déplacement se fait hors charge.

Aucun décalage relatif des doigts n'est toléré, l'entraînement par adhérence est donc à proscrire.

Les rotations des doigts sont limitées (environ un quart de tour) et doivent avoir deux positions stables (ouvert, fermé).

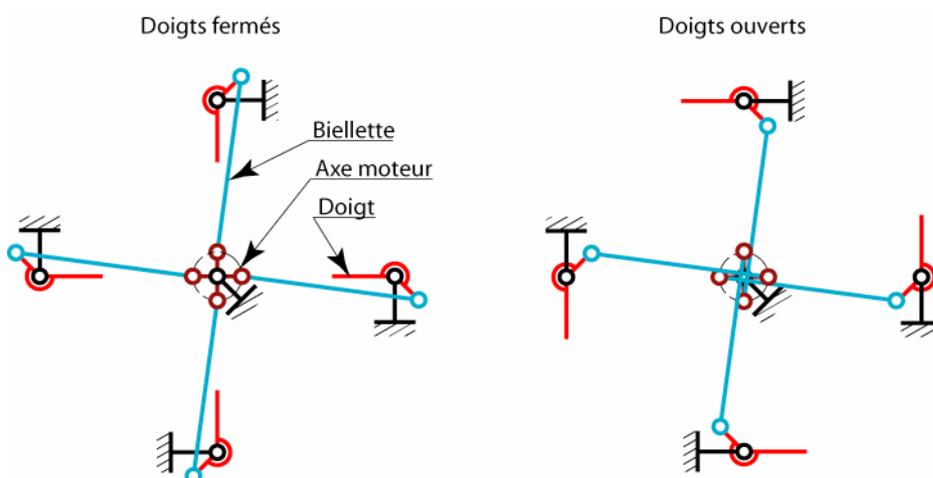
Il faut entraîner simultanément les 4 doigts extérieurs avec un premier moteur, les 4 doigts intérieurs avec un autre moteur.

##### 1 - Solution par biellettes.

À chaque demi-tour de l'axe moteur, les doigts s'ouvrent et se ferment successivement.

##### Inconvénients

- Les biellettes doivent se trouver dans des plans différents et l'axe moteur doit avoir la forme d'un vilebrequin, d'où un encombrement important au dessus des doigts et un déport de l'action exercée sur les doigts.
- Le montage fait intervenir un nombre important de pièces.



##### Avantage

- Le moteur tourne toujours dans le même sens.

##### 2 - Solution par engrenages.

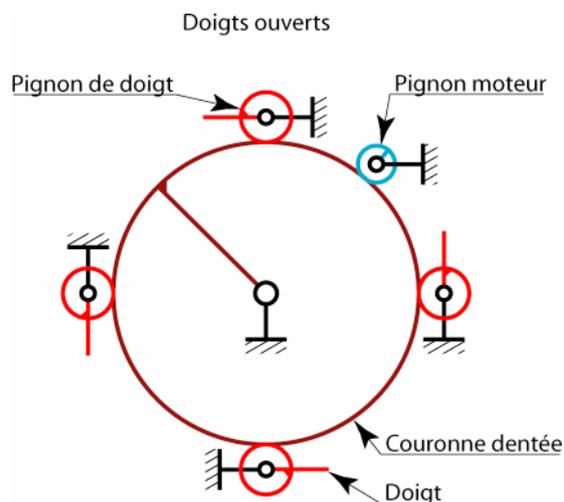
La rotation du pignon moteur entraîne la rotation de la couronne dentée. Chaque doigt porte un pignon ou un secteur denté qui engrène avec la couronne. La couronne peut être intérieure ou extérieure.

##### Inconvénients

- Le moteur doit pouvoir tourner dans les deux sens de rotation.
- Nécessité de veiller au bon positionnement angulaire des doigts.

##### Avantages

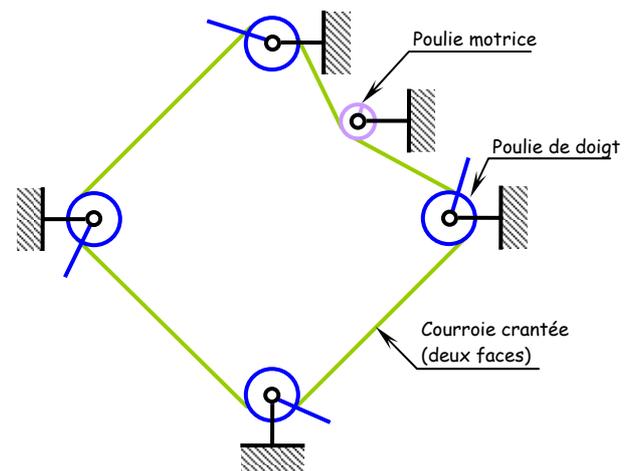
- Solution plus simple faisant intervenir moins de pièces.
- Encombrement au dessus des doigts réduit.



### 3 - Solution par poulies et courroies crantées.

Solution analogue à celle par engrenages, en utilisant 4 poulies liées aux 4 doigts, entraînées par courroie crantée depuis une poulie liée à l'arbre moteur.

Cette solution présente l'avantage de réduire encore le nombre de pièces et de liaisons.



#### Question 12 : proposition de type de détecteur

##### Choix du modèle

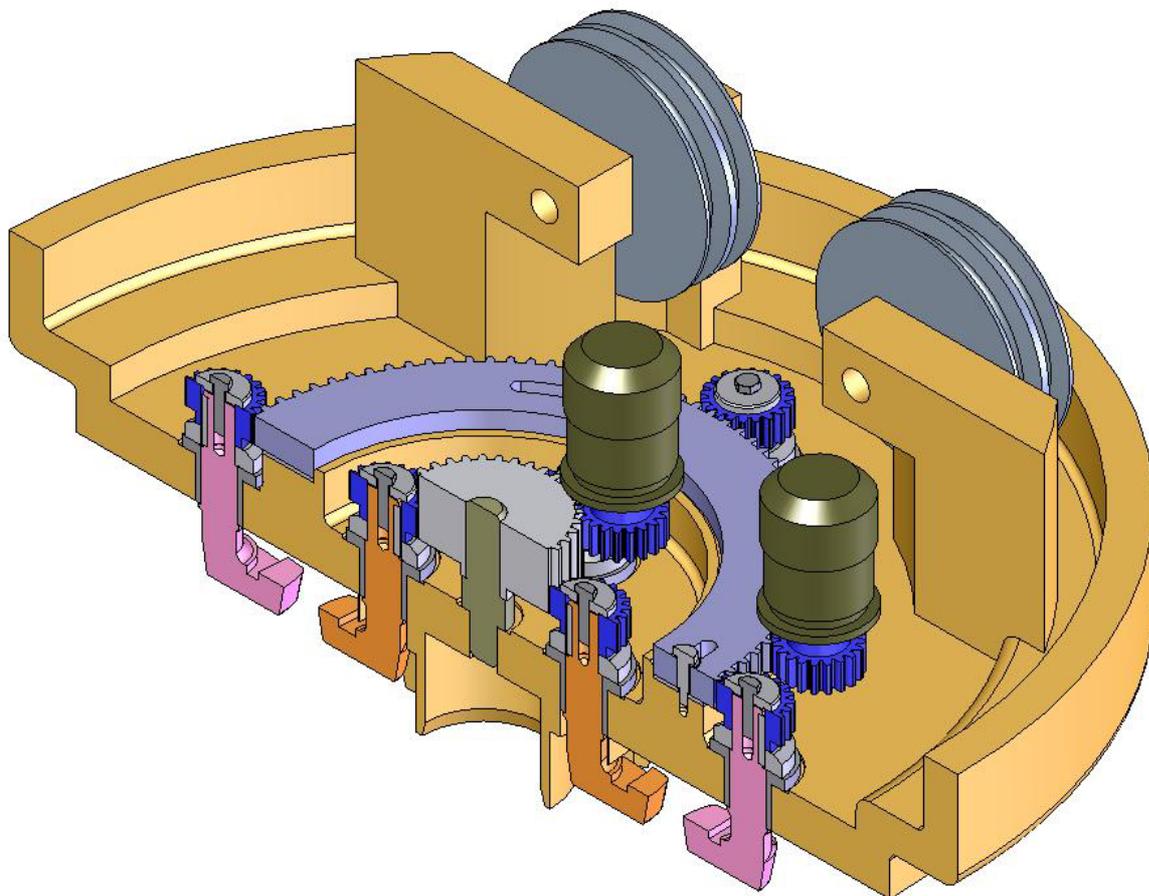
- capable de détecter l'acier doux du doigt ;
- taille M18 (détection 5 mm) pour la robustesse, pour allier une bonne précision à une grande tolérance de positionnement, l'encombrement n'étant pas un critère déterminant ;
- blindé pour limiter le risque d'interférences avec d'autres composants ;
- embrochable pour une maintenance plus aisée ;
- normalement ouvert.

Le modèle E2EG-X2C1 (ou B1) semble bien adapté.

##### Choix de la position

Au plus près du doigt, pour ne pas être trahi par une rupture éventuelle de celui-ci. Axe du capteur parallèle à l'axe de rotation du doigt.

#### Question 13 : Projet de conception du préhenseur



## Étude du levage du conteneur

### Commande et redondance

#### Question 14

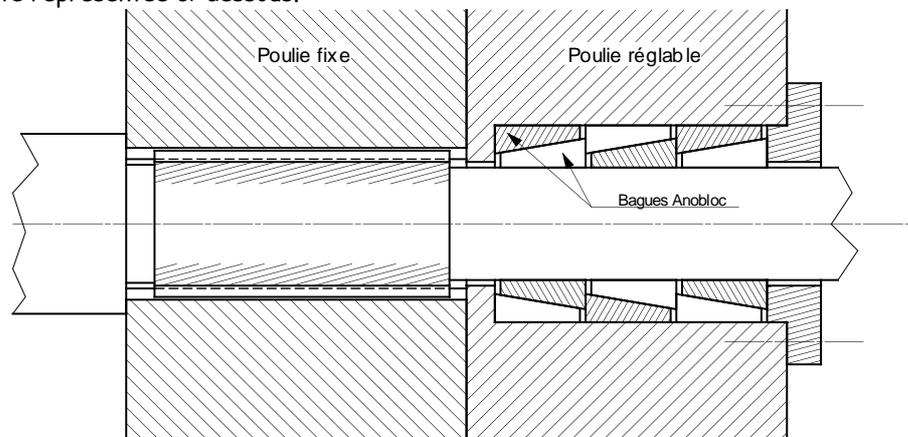
Pour assurer la redondance, les tambours et les câbles sont associés par paires. Deux câbles étant théoriquement suffisant pour réaliser le levage la charge, l'usage de quatre ensembles {câbles, tambours} confère au système un caractère hyperstatique de degré 2, qui interdit la détermination des tensions par une étude statique.

Deux réglages sont donc à prévoir pour équilibrer les tensions des quatre câbles.

Cette disposition est convenable si le décalage angulaire entre les deux paires de tambours reste faible, le décalage éventuel ayant pour effet d'incliner le conteneur. Si sa tolérance d'inclinaison est faible, il faudra prévoir trois réglages...

#### Solution de réglage par les tambours :

Un tambour de chaque paire est fixe par rapport à l'arbre d'entraînement et l'autre est réglable angulairement de manière à compenser les différences de longueur des câbles. Pour le tambour fixe une liaison par arbre cannelé est possible. Pour le tambour réglable, une liaison par adhérence peut convenir. Une solution par bagues « Anobloc » a été représentée ci-dessous.



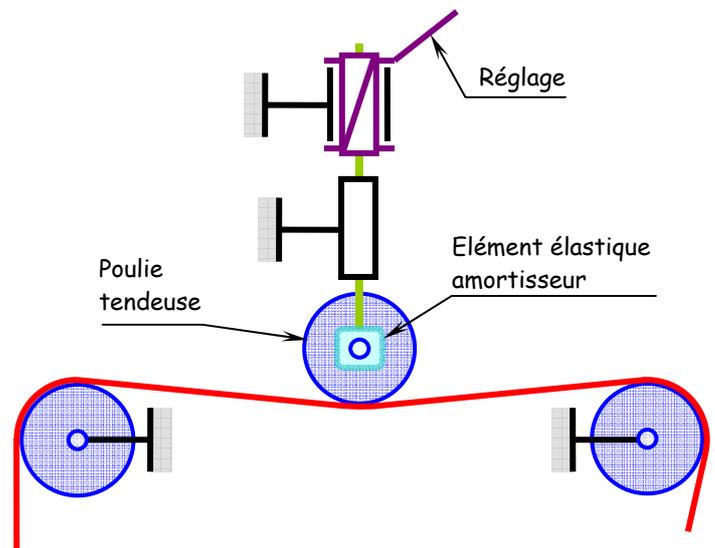
Cette solution présente l'inconvénient d'une transmission par adhérence. Il convient de vérifier sa capacité à transmettre le couple, ainsi que le maintien de cette capacité dans le temps (plusieurs années de fonctionnement...).

#### Solution de réglage par les poulies :

une autre solution consiste à lier rigidement les tambours à l'arbre du treuil, et à installer sur 3 des 4 câbles une poulie tendeuse.

Positionnée sur un brin rectiligne pour minimiser les efforts, elle pourrait être réglée par un système vis-écrou pour ajuster la tension lors de la pose.

Cette solution permettrait de maîtriser plus facilement les variations de tension liées aux phénomènes de « faux rond » lors de la rotation du treuil, en interposant un élément élastique de raideur et facteur d'amortissement convenables dans la chaîne de réglage (silentbloc).



#### Question 15 : longueur utile du câble

La descente du conteneur situé dans la partie basse du puits nécessite une course de 12,72 m. La longueur utile du câble compte tenu du mouflage est donc 25,44 m. A cette longueur il convient d'ajouter bien évidemment les longueurs que l'on peut qualifier de longueurs mortes, telle que les distances treuil-1<sup>ère</sup> poulie supérieure, entre les deux poulies supérieures, etc..., pour lesquelles à cet instant du sujet les données n'étaient pas fournies.

Le treuil de secours ne sera utilisé qu'en cas de problème sur le treuil principal. Si l'on considère qu'il doit seulement permettre de remonter le conteneur, aucune réserve de câble n'est nécessaire, et il doit avoir une capacité d'enroulement de 25,44 m.

Si on suppose qu'il doit pouvoir terminer le cycle de manutention du conteneur, il devra comporter une réserve de câble d'une longueur de 25,44 m et une capacité d'enroulement de 50,88 m.

### Caractéristiques du mécanisme de levage

#### **Question 16 : classe du mécanisme**

##### Classe de fonctionnement

Deux critères conduisent à la détermination de la classe de fonctionnement :

- la durée du cycle quotidien :  
d'après le cahier des charges, le système n'effectue qu'un seul transfert de conteneur par jour. La descente et la remontée du treuil s'effectuent pour le conteneur inférieur en environ 26 minutes, et pour le conteneur supérieur en environ 16 minutes. On peut donc considérer un temps moyen d'utilisation de 21 minutes, en faisant l'hypothèse que l'on comble complètement un puits avant de passer au suivant. Le temps de fonctionnement moyen permettrait de retenir une classe de fonctionnement  $T_2$ .
- la durée de vie du mécanisme :  
le transfert des 12000 conteneurs (environ pendant 40 ans) implique une durée théorique totale de 4200 heures. Ce second critère est plus contraignant que le précédent. On retient en conséquence une classe de fonctionnement  $T_5$ .

La valeur  $T_2$  établie sur le seul premier critère a été considérée comme acceptable, sous réserve d'une argumentation correcte et de valeurs de durée de cycle exacte. Ne respectant pas le critère de durée de vie, elle impliquera un ou plusieurs remplacements des câbles au cours de la vie du système de levage. C'est cette valeur  $T_2$  qui est retenue dans la suite.

##### État de sollicitation

Compte tenu des faibles valeurs d'accélération du conteneur lors de la montée ou de la descente, l'hypothèse d'un calcul statique est satisfaisante.

Le système effectue une descente avec la charge maxi de  $21500 \cdot 9,81 \approx 211 \text{ kN}$  soit environ 26,4 kN par brin puis la remontée avec la charge de  $1500 \cdot 9,81 \approx 14,7 \text{ kN}$  soit 1,84 kN par brin. Donc le système fonctionne la moitié du temps avec la charge maximale et l'autre moitié avec une charge minimale.

La loi de cumulation permet de déterminer le coefficient de charge  $K$ . La description des états de sollicitations permet de prendre comme coefficients intermédiaires de charge  $K_i$ , respectivement les valeurs 1 et 0,55 pour la charge maximale et la charge minimale.

$$K = (0,5 \cdot 1^3 + 0,5 \cdot 0,55^3)^{1/3} \approx 0,835.$$

On prend donc comme état de sollicitations la classe  $L_3$  qui est la plus voisine de la valeur calculée.

Le tableau 3 permettrait maintenant de choisir comme classe de mécanisme la classe  $M_3$ . Mais compte tenu de la remarque sur les manutentions dangereuses on utilisera la classe  $M_4$ .

#### **Question 17 : Détermination du câble**

Le choix de la classe de mécanisme permet de déterminer le coefficient  $Z_p = 4,0$ . On en déduit que la charge minimale de rupture doit être supérieure à  $4 \times 26,4 = 105,6 \text{ kN}$ .

La recherche d'un câble de section faible permettra de réduire les dimensions des poulies et des tambours de treuils. En consultant l'annexe F, ce critère conduit au choix d'une classe de résistance  $R_0$  égale à 2160 MPa.

Le coefficient  $C$  est donc égal à :  $C = \sqrt{\frac{4}{0,356 \times 2160}} = 7,2 \times 10^{-2}$ .

On en déduit le diamètre minimal du câble  $d_{\text{mini}} = 7,2 \cdot 10^{-2} \sqrt{26400} = 11,7 \text{ mm}$

On retiendra un câble à âme métallique, de classe de résistance 2160 MPa et de 12 mm de diamètre.

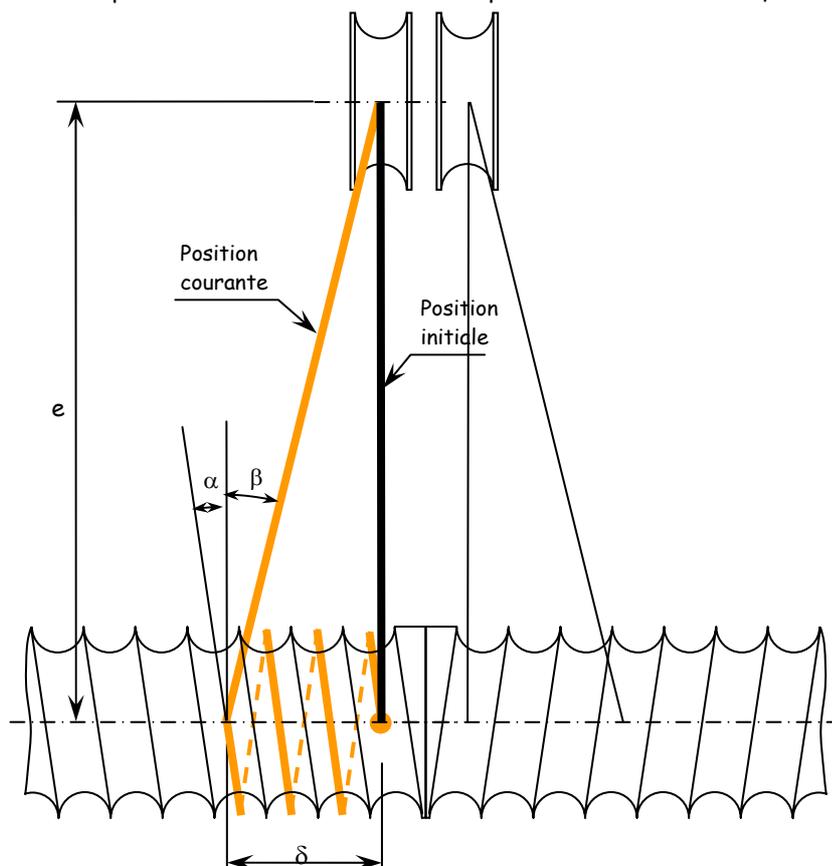
##### Remarque

La prise en compte du poids du câble aurait une influence faible sur ce calcul. En effet il n'augmenterait la charge sur le câble que d'une valeur inférieure à 400N.

**Question 18 : Détermination du couple  $\{D_2, N\}$  compatible**

En position initiale, le brin reliant le treuil à la poulie est supposé vertical.

Entre cette position initiale et la position courante, le tambour a effectué  $N$  tours. Le point d'entrée du câble sur le tambour s'est déplacé d'une distance  $\delta$  et le câble présente une inclinaison  $\beta$ .



On a les relations :

Hélice de pas  $d$ , de rayon moyen  $D_2$ , d'inclinaison  $\alpha$  :

$$\tan \alpha = \frac{d}{\pi D_2} \quad \text{ou} \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d^2}{\pi^2 D_2^2}}} \approx 1$$

Un tour d'enroulement représente une longueur de câble égale à  $L = \frac{\pi}{\cos \alpha} D_2$

Longueur totale de câble à enrouler si  $C$  est la course du conteneur :

Le nombre  $N$  de tours nécessaires au parcours de la course  $C = 12,72$  m du conteneur ( $2C$  pour le défilement du câble) et aux deux tours morts vaut :

$$N = \frac{2C \cos \alpha}{\pi D_2} + 2 \quad \text{et finalement} \quad N = \frac{2C}{\pi D_2 \sqrt{1 + \frac{d^2}{\pi^2 D_2^2}}} + 2$$

Cette fonction se simplifie si on suppose que  $\frac{d^2}{\pi^2 D_2^2} \ll 1$ , hypothèse réaliste car le tableau 6 indique pour le treuil

étudié que  $D_2$  doit être supérieur à  $16d$  soit  $\frac{d^2}{\pi^2 D_2^2} < 4 \times 10^{-4}$ .

L'expression simplifiée  $N = \frac{2C}{\pi D_2} + 2$  est représentée graphiquement dans le plan  $[D_2, N]$  par une hyperbole,

d'asymptote verticale  $D_2 = 0$  et d'asymptote horizontale  $N = 2$  (les tours morts...).

**Enroulement mini :**

Le critère d'enroulement mini (tableau 6) définit une limite inférieure admissible pour le diamètre  $D_2$  égale à  $16xd$ , représentée par une droite verticale. La zone de valeurs inférieures est exclue.

**Angle de déviation :**

Déplacement latéral maxi  $\delta_{\max i}$  du câble :

$$\delta_{\max i} = Nd \quad \text{car le pas de l'hélice est égal au diamètre } d \text{ du câble}$$

Inclinaison maxi du câble :  $\tan \beta_{\max i} = \frac{\delta_{\max i}}{e} = \frac{Nd}{e}$

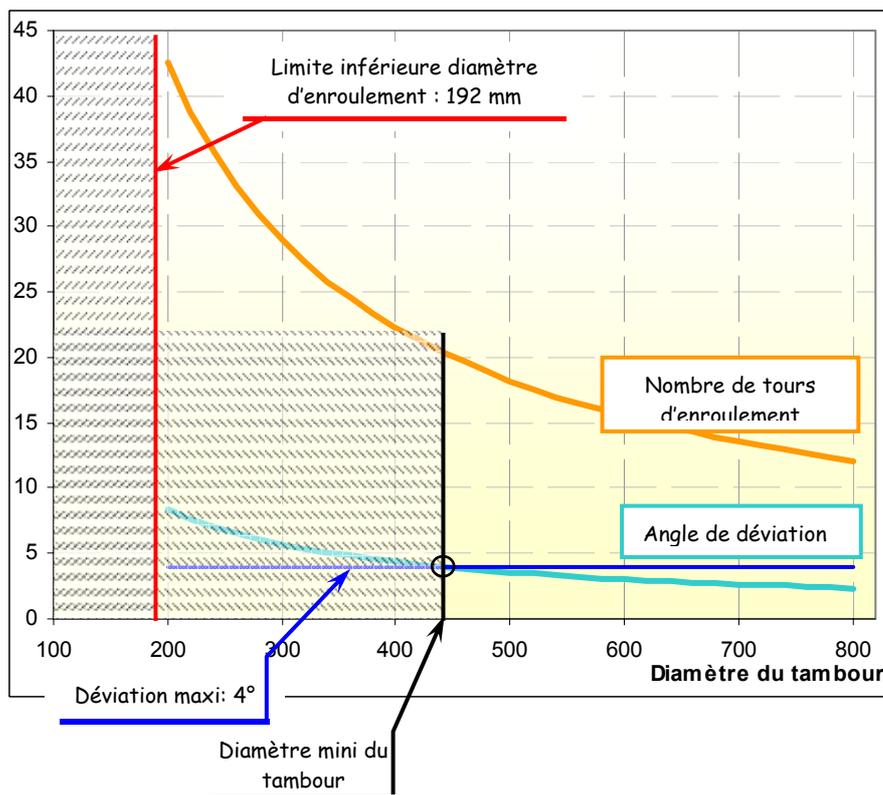
L'angle  $\beta_{\max i}$  restant petit, on peut admettre l'approximation :  $\beta_{\max i} \approx \tan \beta_{\max i} = \frac{Nd}{e} = \left( \frac{2C}{\pi D_2} + 2 \right) \frac{d}{e}$

La déviation est l'angle entre le câble et la direction de la rainure hélicoïdale au point de sortie, soit la somme  $\beta_{\max i} + \alpha$

La courbe représentative est à nouveau une hyperbole.

La limite de 4° pour la déviation maxi est plus restrictive que le diamètre mini d'enroulement (192 mm). Le diamètre de tambour doit être au moins égal à 440 mm

Pour ce diamètre, le nombre de tours d'enroulement N est compris entre 20 et 21...



### Question 19: Adaptation de ce résultat au treuil de secours

Ce résultat peut difficilement s'appliquer au treuil de secours dans la mesure où le calcul est établi à partir de critères de tenue à la fatigue : nombre de cycles, contraintes lors du passage sur le tambour ou les poulies... Or le treuil de secours n'est utilisé que de façon exceptionnelle, et le câble concerné est sollicité en statique. Seules des considérations d'homogénéité et de standardisation des composants peuvent conduire à des choix identiques pour le treuil de secours et le treuil principal.

### Prise en compte des effets de fatigue

#### Question 20 : Expressions de $\alpha(R^*)$ et $\chi(\sigma_T^*)$

Les expressions initiales s'écrivent :

$$\text{Log } N = \alpha(\text{Log}(D/d)) \text{Log} \sigma_T + \beta(\text{Log}(D/d))$$

$$\text{Log } N = \chi(\sigma_T) \text{Log}(D/d) + \varepsilon(\sigma_T)$$

En utilisant les notations proposées, on écrit

$$N^* = \alpha(R^*) \sigma_T^* + \beta(R^*) \quad (1)$$

$$N^* = \chi(\sigma_T^*) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*) \quad (2)$$

Dérivons les expressions (1) et (2) par rapport à  $\sigma_T^*$  et  $R^*$ , on obtient :

$$\frac{\partial N^*}{\partial \sigma_T^*} = \alpha(R^*) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 N^*}{\partial \sigma_T^* \partial R^*} = \frac{d\alpha(R^*)}{dR^*} \quad (3)$$

$$\frac{\partial N^*}{\partial R^*} = \chi(\sigma_T^*) \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 N^*}{\partial \sigma_T^* \partial R^*} = \frac{d\chi(\sigma_T^*)}{d\sigma_T^*} \quad (4)$$

Les équations (3) et (4) doivent être vérifiées, quels que soient  $\sigma_T^*$  et  $R^*$ . Ce qui ne peut l'être que si elles sont égales toutes les deux à une même constante K.

$$\frac{d\alpha(R^*)}{dR^*} = K \Rightarrow \alpha(R^*) = K R^* + A$$

$$\frac{d\chi(\sigma_T^*)}{d\sigma_T^*} = K \Rightarrow \chi(\sigma_T^*) = K \sigma_T^* + B$$

Nous pouvons donc écrire les nouvelles expressions de  $N^*$  :

$$N^* = (K R^* + A) \sigma_T^* + \beta(R^*) \quad (5)$$

$$N^* = (K \sigma_T^* + B) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*) \quad (6)$$

#### Question 21 : Equation de base de FEYRER

Les deux égalités (5) et (6) doivent être vérifiées, quels que soient  $\sigma_T^*$  et  $R^*$ , on peut donc écrire :

$$(K R^* + A) \sigma_T^* + \beta(R^*) = (K \sigma_T^* + B) R^* + \varepsilon(\sigma_T^*)$$

Ce qui se traduit par :  $A \sigma_T^* + \beta(R^*) = B R^* + \varepsilon(\sigma_T^*)$

On peut donc écrire :  $\beta(R^*) = B R^* + D$  et  $\varepsilon(\sigma_T^*) = A \sigma_T^* + D$

D'où l'expression de  $N^*$  :  $N^* = (K R^* + A) \sigma_T^* + B R^* + D$

C'est-à-dire en revenant à l'écriture à partir des expressions log, la nouvelle écriture de Log N :

$$\text{Log } N = a_0 + a_1 \text{Log } \sigma_T + a_2 \text{Log } D/d + a_3 \text{Log } \sigma_T \text{Log } D/d$$

#### Question 22 : Nombre de cycles avant rupture

Pour les valeurs numériques suivantes déterminées au cours des questions précédentes.

$$D = 600 \text{ mm} \quad d = 16 \text{ mm} \quad S = 26400 \text{ N} \quad R_0 = 2160 \text{ MPa} \quad \ell = 25.440 \text{ m}$$

On obtient  $N \approx 116000$  cycles.

D'après la figure 4.1, la câble subit au cours d'une descente ou d'une remontée de conteneur 5 flexions, chacune constituant un cycle. Donc le câble retenu, dans les conditions d'utilisation prévues par le cahier des charges, devrait permettre de descendre ou remonter 11600 conteneurs.

### Étude du positionnement longitudinal

#### Question 23 : Détermination de la loi de mouvement

L'accélération est supposée de la forme :  $a(t) = a_0 \sin^2\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)$

Le texte ne le précisait pas mais la phase de décélération utilise un modèle similaire. On peut donc écrire dans la phase de décélération  $a(t) = -a_0 \sin^2\left(\frac{\pi(T-t)}{\tau}\right)$  où  $T$  est la durée du cycle.

On intègre une première fois avec la condition initiale  $V(0) = 0$  :

$$V(t) = \frac{a_0 \tau}{2\pi} \left( \frac{\pi t}{\tau} - \cos \frac{\pi t}{\tau} \sin \frac{\pi t}{\tau} \right)$$

On intégrant une seconde fois avec la condition initiale  $e(0) = 0$  :

$$e(t) = \frac{a_0}{4} \left( t^2 - \frac{\tau^2}{\pi^2} \sin^2 \frac{\pi t}{\tau} \right)$$

Pendant la phase d'accélération ou de décélération le chariot parcourt la distance  $e_0 = \frac{a_0}{2} t^2$  et pendant la phase

à vitesse constante, la distance  $e_1 = V(\tau) (T - 2\tau)$ .

En utilisant les conditions du cahier des charges :  $e_{\text{maxi}} = 2,3 \text{ m}$  et  $V_{\text{maxi}} = 5 \text{ m/mn}$ , on obtient :

$$a_0 = 0,03 \text{ m s}^{-2} \quad \text{et} \quad \tau = 5,4 \text{ s}$$

#### Question 24 : Couple $C_e$

Energie cinétique de l'ensemble mobile  $\Sigma = \{\text{Moteur} + \text{vis} + \text{chariot}\}$  :  $2T(\Sigma/R_g) = m_2 \dot{x}_{20}^2 + (I_v + I_m) \dot{\theta}_{10}^2$  avec

$$\dot{x}_{20} = -\frac{p_v}{2\pi} \dot{\theta}_{10}$$

$$D'où : 2T(\Sigma/R_g) = \left( \frac{m_2 p_v^2}{4\pi^2} + I_v + I_m \right) \dot{\theta}_{10}^2$$

Puissance développée par les actions extérieures :  $P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma) = C_e \dot{\theta}_{10}$

Le théorème de l'énergie cinétique « en statique » permet donc d'écrire :  $\left( \frac{m_2 p_v^2}{4\pi^2} + I_v + I_m \right) \dot{\theta}_{10} \ddot{\theta}_{10} = C_e \dot{\theta}_{10} + P_f$

où  $P_f$  est la puissance développée par les inter efforts, le sujet donnant une courbe de rendement du système vis-écrou à billes.

Déterminons une expression de  $P_f$ . Le principe fondamental de la dynamique appliqué au chariot seul, permet

d'écrire :  $m_2 \ddot{x}_{20} = F_e$  où  $F_e$  est la projection de la résultante de l'action exercée par l'écrou sur le chariot, sur son axe de translation.

De la même façon, on notera  $C_v$  la projection du moment de l'action de la vis sur l'écrou.

### Rendement du système vis-écrou :

- **Phase de démarrage :**

l'action de la vis est motrice :  $C_v$  et  $\dot{\theta}_{10}$  sont de même signe ;

le chariot est résistant,  $F_e$  est moteur pour le chariot, donc de même signe que  $\dot{x}_{20}$  :

Le bilan énergétique appliqué au système vis-écrou, supposé de masse et inertie négligeables s'écrit :

$$C_v \dot{\theta}_{10} - F_e \dot{x}_{20} + P_f = 0 \quad P_f \text{ est la puissance dissipée par frottement, négative.}$$

Le rendement s'écrit  $\eta = \frac{F_e \dot{x}_{20}}{C_v \dot{\theta}_{10}}$ , soit  $P_f = m_2 \ddot{x}_{20} \dot{x}_{20} (1 - \frac{1}{\eta})$  (3)

- **Phase de ralentissement :**

le moteur est résistant :  $C_v$  et  $\dot{\theta}_{10}$  de signes opposés ;

le chariot est moteur, donc  $F_e$  est résistant pour le chariot, et de signe opposé à  $\dot{x}_{20}$  :

Le bilan énergétique appliqué au système vis-écrou s'écrit  $C_v \dot{\theta}_{10} - F_e \dot{x}_{20} + P_f = 0$   $P_f$  est la puissance dissipée par frottement, donc négative.

Le rendement s'écrit  $\eta' = \frac{C_v \dot{\theta}_{10}}{F_e \dot{x}_{20}}$ , soit  $P_f = m_2 \ddot{x}_{20} \dot{x}_{20} (1 - \eta')$  (3')

Le mouvement du chariot étant connu, l'équation (2) donne  $F_e$ , l'équation (3) ou (3') selon le cas donne  $P_f$ , et l'équation (1) donne  $C_e$ .

### Phase de démarrage :

$$C_e = \left[ \frac{p_v^2}{4\pi^2 \eta} m_2 + I_m + I_v \right] \ddot{\theta}_{10}$$

### Phase d'arrêt :

$$C_e = \left[ \frac{p_v^2}{4\pi^2} \eta' m_2 + I_m + I_v \right] \ddot{\theta}_{10}$$

### Question 25 : Déphasage $\Delta\theta$

On applique le théorème de l'énergie cinétique :  $2 T(\Sigma/R_g) = I_m \dot{\theta}_m^2 + \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \dot{\theta}_v^2$

Fonction de force associée aux actions extérieures et intérieures :  $U = -\frac{K}{2} (\theta_v - \theta_m)^2$

Dans cette relation  $K$  est la raideur en torsion de la vis  $K = \frac{G I_0}{L_v}$

Puissance développée :  $C_e \ddot{\theta}_m$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique au moteur et au chariot, on obtient les relations :

$$I_m \ddot{\theta}_m = K(\theta_v - \theta_m) + C_e \quad \text{et} \quad \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2} \ddot{\theta}_v = -K(\theta_v - \theta_m)$$

Le déphasage est donc donné par la relation :  $(\theta_m - \theta_v) = \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2 K} \ddot{\theta}_v$

Pour une vis à filets roulés de  $\varnothing 25$ mm de diamètre, un pas de 10mm et une longueur  $L = 3$ m, on obtient :  $(\theta_m - \theta_v) = 1,1 \cdot 10^{-2}$  rad soit  $0,66^\circ$

### Question 26 : Dimensionnement de la vis

- Sollicitation en traction - compression :

L'effort maximal sur la vis est obtenu pour l'accélération maximale c'est-à-dire à l'instant  $\tau/2$  où  $a_0 = 0.03 \text{ m s}^{-2}$ .

On obtient  $F_{\text{maxi}} = 3900 \text{ N}$

D'après l'annexe E2b, le diamètre à fond de gorge de la vis est égal à 21,7 mm. On détermine la contrainte normale  $\sigma_n = 10,5 \text{ MPa}$ .

Si on néglige les inerties du moteur et de la vis devant celle du chariot avec sa charge, on obtient :

$$C_e = \left[ \frac{m_2 p_v^2}{4 \pi^2 \eta} \right] \ddot{\theta}_{10}$$

- Sollicitation en torsion :

D'après la figure 5.2, le rendement d'un système vis-écrou à billes est voisin de 0,97. De plus l'accélération maximale est obtenue pour  $\tau/2$  et dans ce cas  $\ddot{\theta}_{10\text{max}} \approx 19,5 \text{ rad s}^{-2}$ .

D'où  $C_e \approx 6,6$  Nm et une contrainte de torsion  $\tau_t \approx 3,3$  MPa.

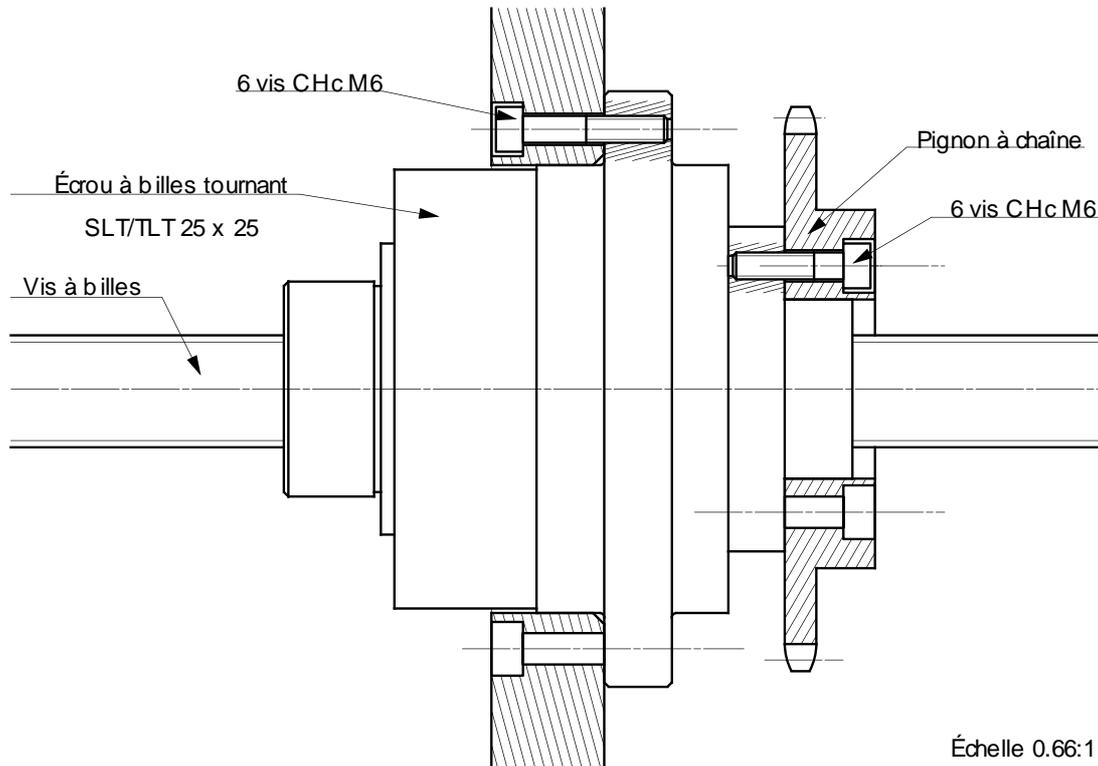
- **Sollicitation en flexion :**

Sous l'effet de la pesanteur, la vis est soumise à une sollicitation de flexion rotative, avec une flèche comprise entre 0,36 et 1,8 mm suivant les hypothèses retenues quant à la nature des liaisons assurant son guidage (pivots ou rotules).

Une évaluation de la contrainte normale de flexion montre que celle-ci est très faible, excluant le risque de rupture par fatigue.

**Question 27 : Montage de l'ensemble vis-écrou**

Pour éviter les problèmes de flexion de la vis, une solution consiste à solidariser la vis du châssis et réaliser une liaison pivot entre l'écrou à billes et le chariot. Cette solution est représentée ci-dessous.



**Question 28 : Raideur de la vis**

La vis est sollicitée en traction compression :  $k = \frac{\pi d_v^2 E}{4 L_v} = 24600$  N/mm

**Question 29 : Équation de mouvement du chariot**

PFD de l'ensemble {Châssis - Hotte} en projection sur l'axe de la translation. Le seul effort ayant une composante sur cet axe est l'action de la vis, proportionnelle à la variation de  $u(t)$ . En supposant que l'ensemble part d'une position initiale d'équilibre ( $F = 0$  pour la position  $u(0) = 0$ ) :

$$m \left( \ddot{x} + \ddot{u} \right) = k [u(t) - u(0)]$$

**Question 30 : Charge critique de flambage**

Aucune contrainte de modèle n'était imposée au candidat. De même on suppose que la poutre est rotulée à ses deux extrémités afin de minimiser la charge critique.

La charge critique d'EULER est donnée par la relation :  $F_c = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$

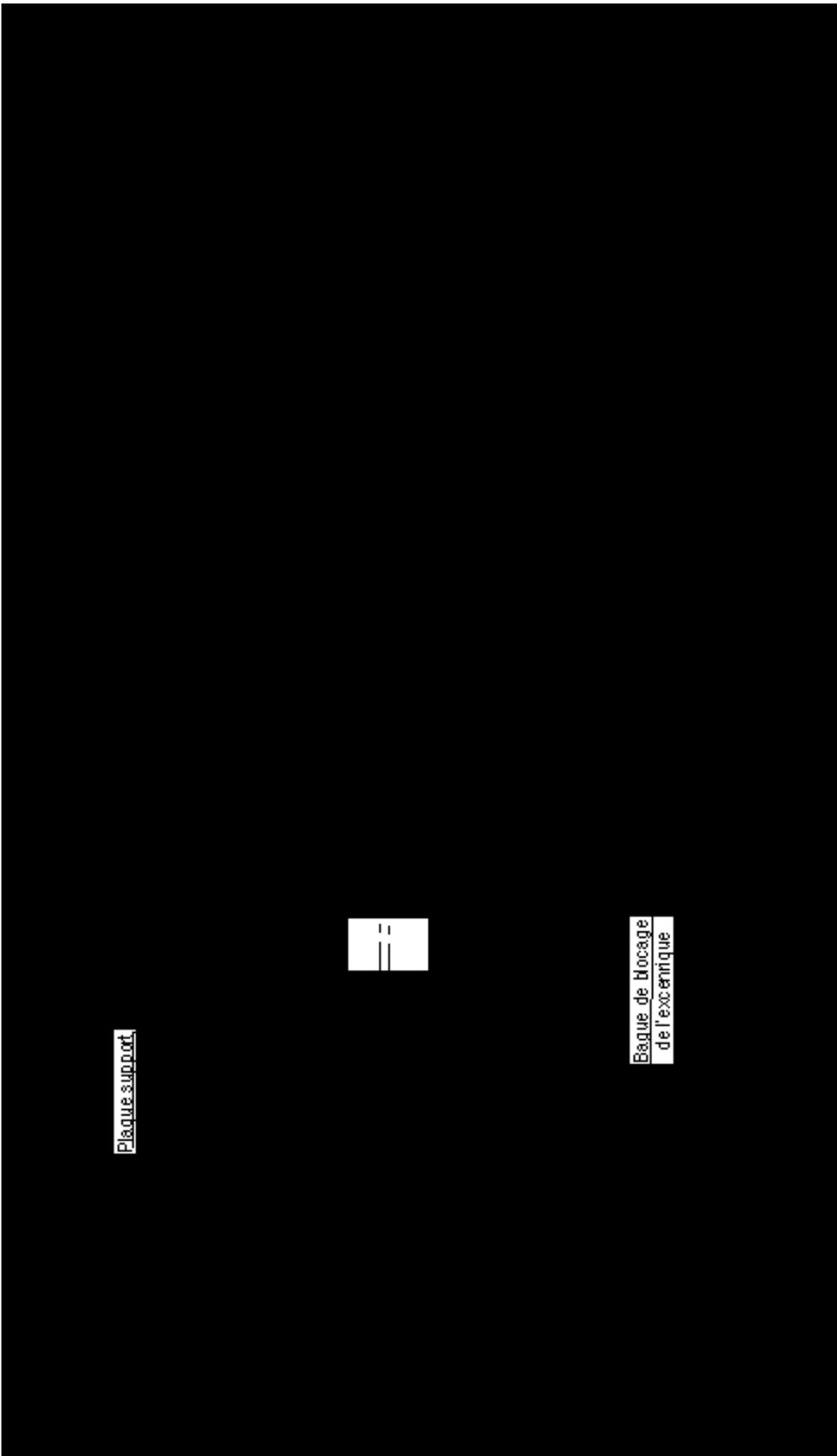
On obtient pour une vis de  $\varnothing 25$  une charge critique  $F_c \approx 4200$  N

**Question 31 : Charge axiale maximale**

Le graphique de la figure 5.6, montre que le déplacement maximal du chariot serait voisin de 1,5 mm ce qui occasionnerait une charge axiale de près 40000 N. Une augmentation importante du diamètre de la vis s'avère nécessaire ainsi qu'une éventuelle modification des liaisons d'extrémité de la vis.

**Question 32 : Montage des galets ajustables**

Le principe retenu consiste à monter le galet sur un axe excentré par rapport à la plaque support. Le blocage de l'excentrique s'effectuant par adhérence avec les quatre vis M16.



Plaque support



Bague de blocage  
de l'excentrique