

All, Agrégation externe 2007

Eléments de correction

PARTIE A

ETUDE DE LA COMMANDE SEQUENTIELLE

A1. COMMANDE SEQUENTIELLE DU ROBOT

QA1-1 Le noyau étant constitué de sable aggloméré avec un liant, proposer une solution technologique permettant de ne pas l'endommager lors du serrage. Citer un composant matériel permettant d'obtenir l'information « pinces serrées ».

Le maintien du noyau sur le préhenseur du CSE s'effectue par dépression. Citer un composant matériel permettant d'obtenir l'information « noyau saisi par le préhenseur CSE ».

La prise du noyau par le robot est effectuée au moyen d'un préhenseur doté de pinces pneumatiques (voir annexe DAA4). Le noyau étant constitué de sable aggloméré avec un liant, proposer une solution technologique permettant de ne pas l'endommager lors du serrage. Citer un composant matériel permettant d'obtenir l'information « pinces serrées ».

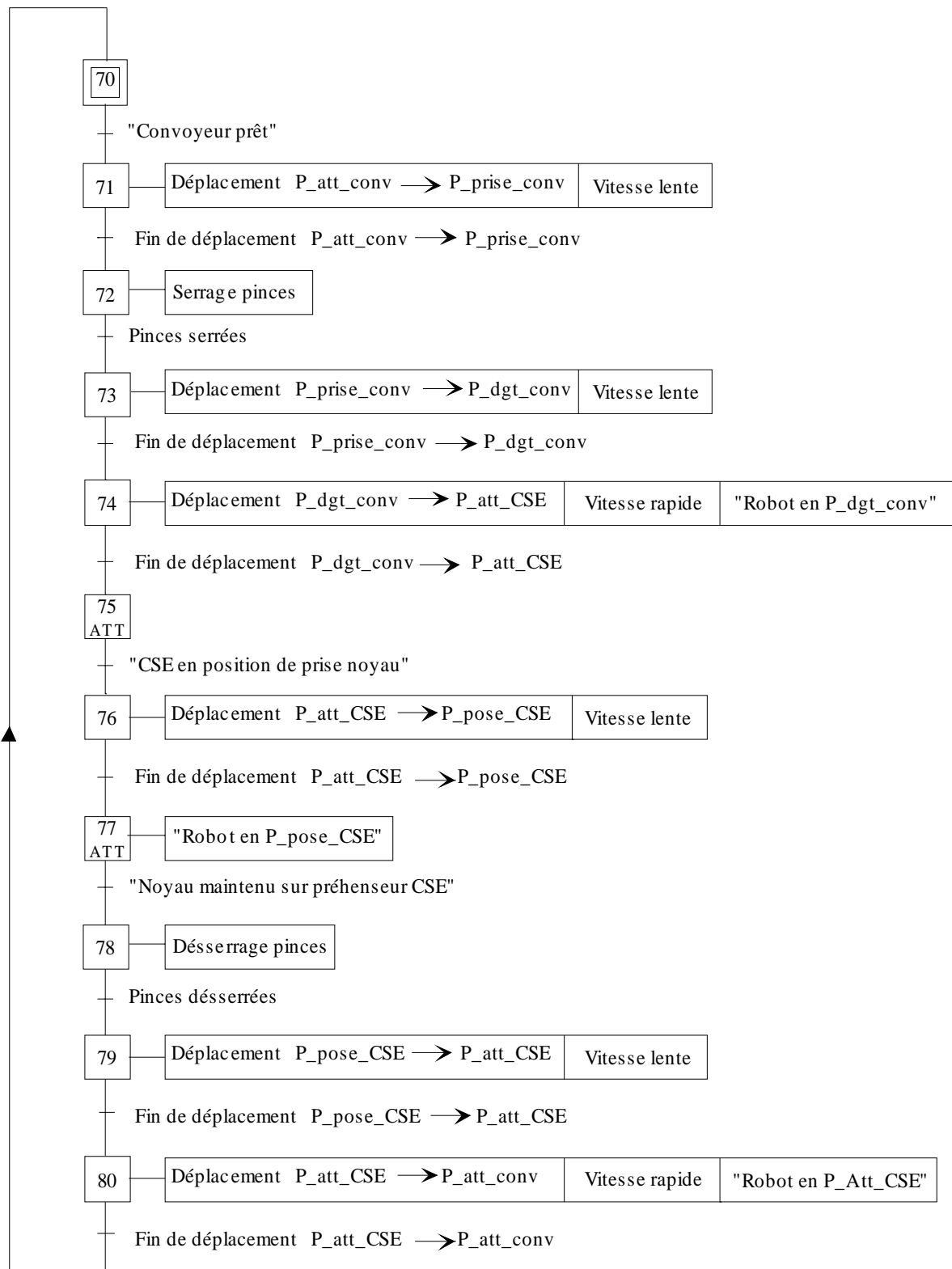
Au niveau de la mécanique, il est nécessaire d'augmenter la surface de contact afin de diminuer la pression. La multiplication du nombre de doigts, permettant également de mieux répartir les efforts, va dans ce sens. Dans la même logique, on choisira un matériau de revêtement souple pour les doigts des pinces.

Au niveau pneumatique, une solution simple à mettre en oeuvre consiste à réguler la pression de l'air à une valeur faible, permettant ainsi de diminuer les efforts de serrage.

L'information « pinces serrées » est classiquement obtenue au moyen d'un capteur à seuil de pression.

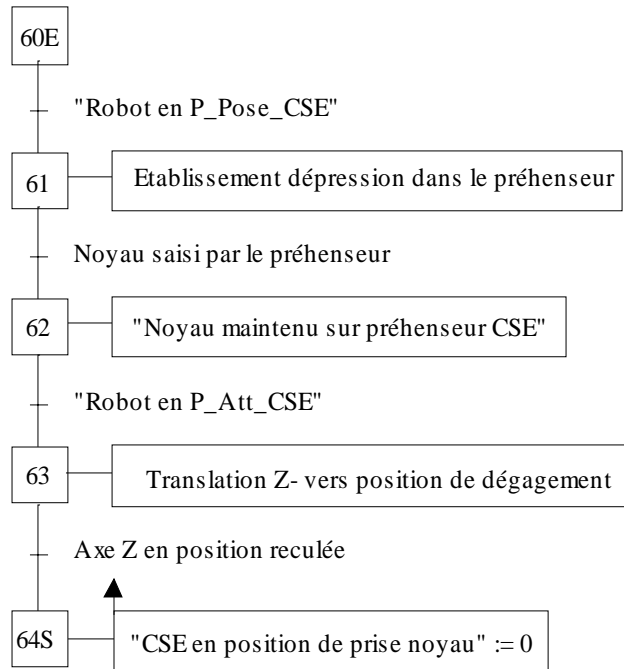
Pour l'information « pinces serrées », on utilise généralement un vacuostat dont le seuil est réglé sur une valeur adéquate.

QA1-2 En utilisant la caractérisation des entrées-sorties fournie en annexe DAA5, élaborer le grafcet décrivant le fonctionnement séquentiel de la commande du robot ainsi que la communication avec le CSE et le convoyeur (Grafcet de « TRANSFERT NOYAU SUR CSE », étape initiale 70).



TRANSFERT NOYAU SUR CSE

QA1-3 En respectant la caractérisation des entrées-sorties fournie en annexe DAA5, représenter l'expansion de la macro-étape M60 « POSE NOYAU » (étape d'entrée 60E).

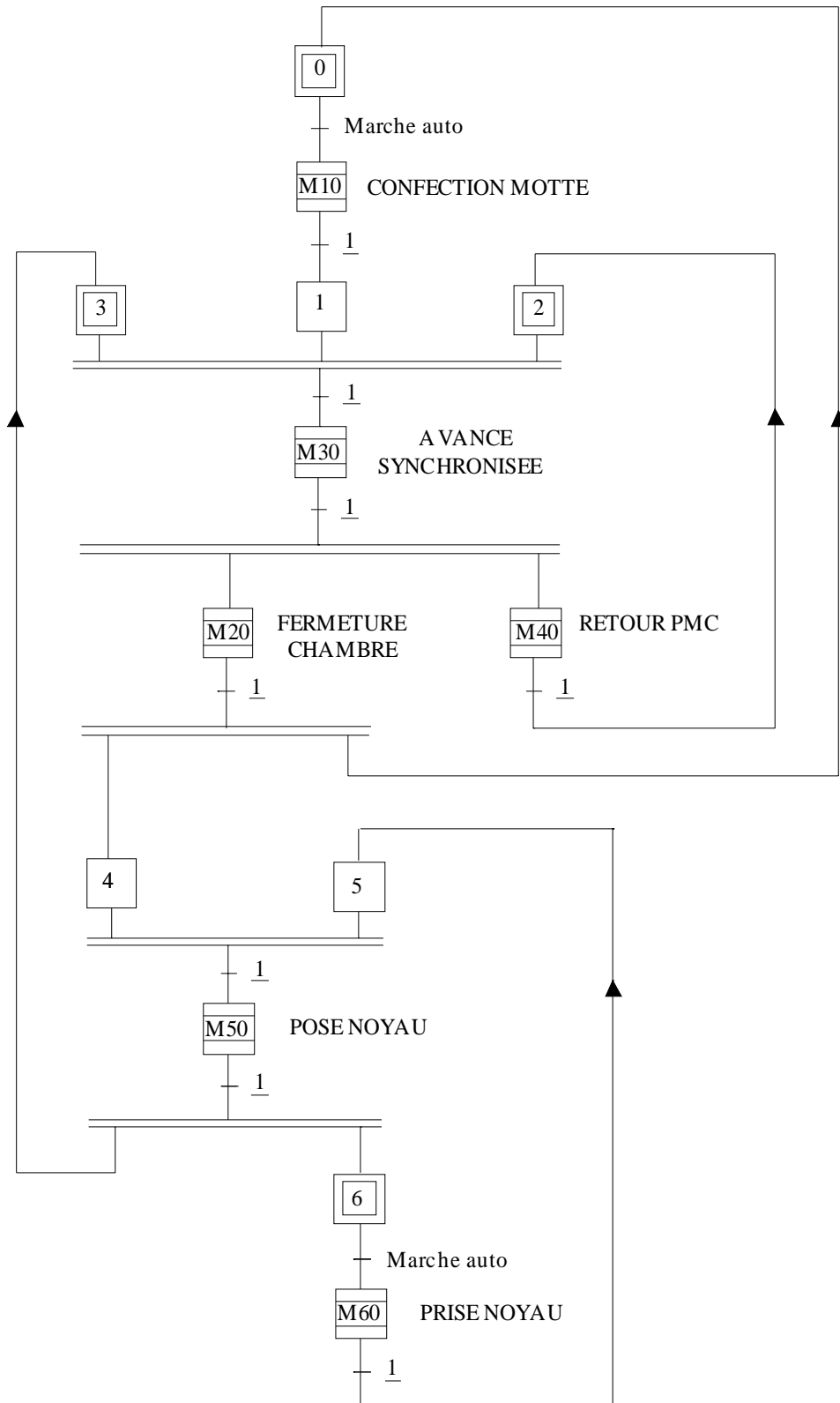


PRISE NOYAU

QA1-4 En s'attachant à minimiser le temps de cycle, proposer sur le document réponse DRA1 un grafcet GCT de coordination des tâches (représentées chacune par une macro-étape) pour la commande des parties opératives DISAMATIC + CSE + PMC (PC1).

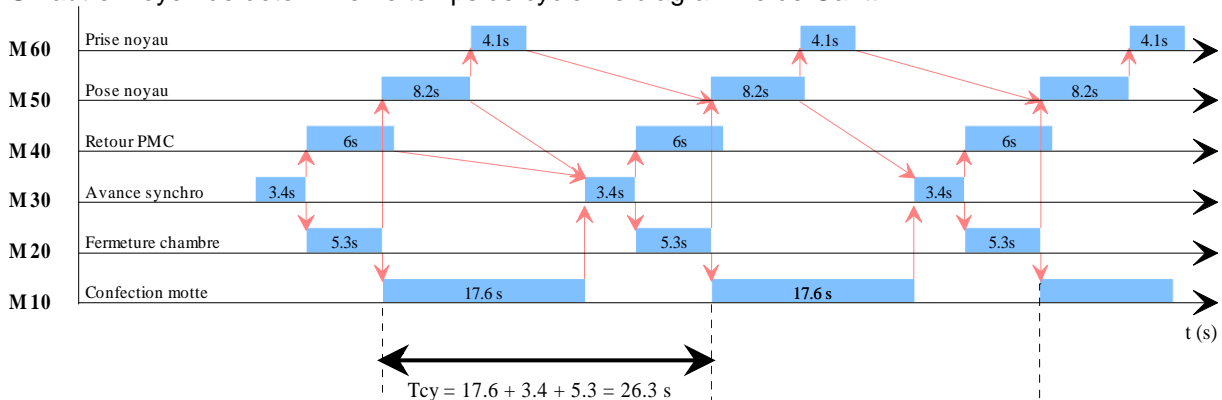
L'analyse des antériorités de chacune des tâches peut être faite à l'aide d'un tableau comme ci-dessous :

Tâches		Début si :	Fin autorise
CONFECTION MOTTE	M10	Fin M20	M30
FERMETURE CHAMBRE	M20	Fin M30	M10 ET M50
AVANCE SYNCHRONISEE	M30	Fin M10.Fin M40.Fin M50	M20 ET M40
RETOUR PMC	M40	Fin M30	M30
POSE NOYAU	M50	Fin M20.Fin M60	M30 ET M60
PRISE NOYAU	M60	Fin M50	M50



QA1-5 En utilisant les valeurs fournies par le tableau suivant, déterminer le temps de cycle de la PC1.

La boucle la plus longue est M10-M30-M20, soit $t_{cy} = 17.6 + 3.4 + 5.3 = 26.3$ secondes.
Un autre moyen de déterminer le temps de cycle : le diagramme de Gantt.



QA1-6 Calculer la production journalière maximale de blocs moteurs.

La production journalière effective a lieu pendant $24 \times 3600 \times 0.92 = 79488$ secondes, soit $79488 / 26.3 = 3022$ blocs-moteur par jour.

A2. CONTROLE DE LA POSITION DE LA PLAQUE DE SERRAGE ET DE LA PLAQUE PIVOTANTE

QA2-1 Expliquer en quelques lignes le principe du codeur rotatif absolu, ainsi que ses avantages et inconvénients comparativement à un codeur incrémental.

Un codeur absolu délivre un signal image de la position à mesurer sous la forme d'un code numérique binaire. Il dispose de N pistes agencées suivant le code désiré, généralement du code GRAY, mais aussi du code binaire naturel, du code BCD ou du code EXCESS. A chacune des N pistes est associé un détecteur optique fournissant le signal binaire correspondant. Un codeur générant un code binaire sur N bits permet donc de distinguer 2^N positions différentes.

Avantages par rapport à un codeur incrémental :

- Chaque secteur possédant son code unique, il est inutile de déterminer le sens de rotation.
- Le code est connu en permanence : il n'y a pas besoin de procédure de prise d'origine lors de la mise sous tension.

Inconvénients par rapport à un codeur incrémental :

- Plus onéreux.
- Interface avec la commande plus complexe (N entrées).

QA2-2 La documentation du constructeur (cf. annexe DAA8) fait état de plusieurs codages possibles en sortie. Rappeler le principe des codes BCD et GRAY, ainsi que leur raison d'être relativement au code binaire naturel.

Le codage BCD consiste à coder chaque chiffre décimal en binaire sur quatre bits de 0000 à 1001. Ce code qui est un bon intermédiaire entre le binaire et le décimal, est souvent utilisé pour les entrées-sorties de type roue codeuse ou afficheur 7 segments.

Le code GRAY permet de remédier à un défaut du code binaire lorsque l'on cherche à coder des états successifs d'informations provenant d'organes technologiques. Par exemple le passage du code 7 (0111) au code 8 (1000) implique le changement d'état simultané de 4 bits, technologiquement impossible. Une solution élégante à ce problème consiste à utiliser un code binaire GRAY possédant la propriété suivante : entre deux nombres successifs du code, il ne se produit qu'un seul changement d'état de bit à la fois : ainsi le passage de 7 (0100) à 8 (1100).

QA2-3 Calculer le nombre de points par tour nécessaires à l'obtention de la résolution demandée.

Le périmètre des roues dentées est égal à $\pi \times 300 = 924.48\text{mm}$

La résolution minimale de 0.5mm correspond à une fraction de tour égale à $0.5/924.48 = 5.3 \cdot 10^{-4}$

Le nombre de points minimal est l'inverse, soit 1885 points par tour après arrondi.

QA2-4 En déduire le nombre de bits utiles pour coder respectivement le nombre de points par tour et le nombre de tours.

Il faut utiliser 11 bits qui permettent le codage de 2048 points.

Chaque tour correspondant à un déplacement de 924.48mm, la course maximale de 3000 mm correspond à $3000/924.48 = 3.24$ tours du codeur. Le codage de ce nombre de tours requiert donc 2 bits supplémentaires.

QA2-5 Justifier que le codeur présenté en annexe DAA8 est capable.

Le codeur présenté possède une capacité de 25 bits, répartis en 13 bits pour la résolution par tour (8192 points) et en 12 bits pour que le nombre de tours (4096 tours). De ce point de vue, il convient largement.

QA2-6 Calculer la résolution effectivement obtenue en mm.

A 2048 points par tour, la résolution effective est de $924.48/2048 = 0.45\text{mm}$.

QA2-7 Calculer la fréquence maximale des signaux de sortie du codeur. Conclure.

Vitesse de rotation du codeur à 1m/s : $1/0.15 = 6.66 \text{ rad/s}$, soit 1.06 tour par seconde.

Fréquence maximale des signaux : $1.06 \times 2048 = 2.17 \text{ kHz}$

Cette fréquence est compatible avec l'interface de commande (5 kHz).

PARTIE B ASSERVISSEMENT EN POSITION DU VERIN PRINCIPAL

B1. ETUDE STRUCTURELLE

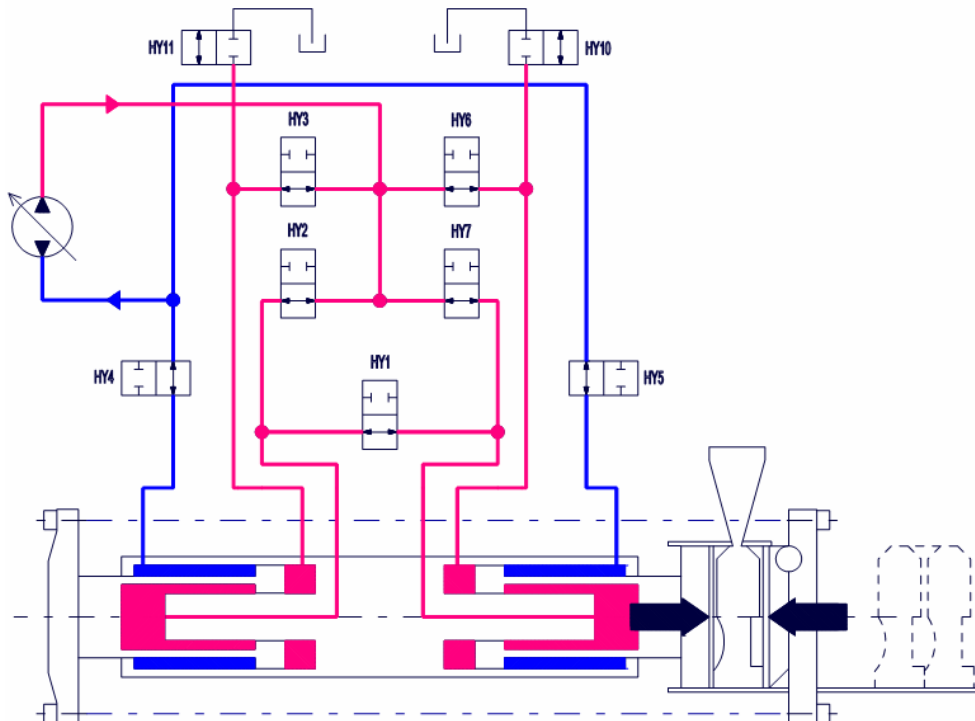
QB1-1 Sur votre feuille, reprendre la structure du tableau d'alimentation du vérin principal (cf. Tab. 1) et le compléter en indiquant pour les différentes phases de façonnage (de 2 à 6), si la chambre considérée se trouve en admission (Ad) ou à l'échappement (Ec).

	Chambres						Plaques	
	A	B	C	D	E	F	Amont	Aval
Phase 2	Ec	Ad	Ad	Ad	Ad	Ec	Z+	Z-
Phase 3	X	X	X	Ec	Ec	Ad	immobile	Z+
Phase 4	Ec	Ad	Ad	X	X	X	Z+	immobile
Phase 5	Ad	Ec	Ec	X	X	X	Z-	immobile
Phase 6	X	X	X	Ad	Ad	Ec	immobile	Z-

Tableau alimentation des différentes chambres

Remarque : Les chambres (B et C) et (D et E) sont toujours alimentées simultanément.

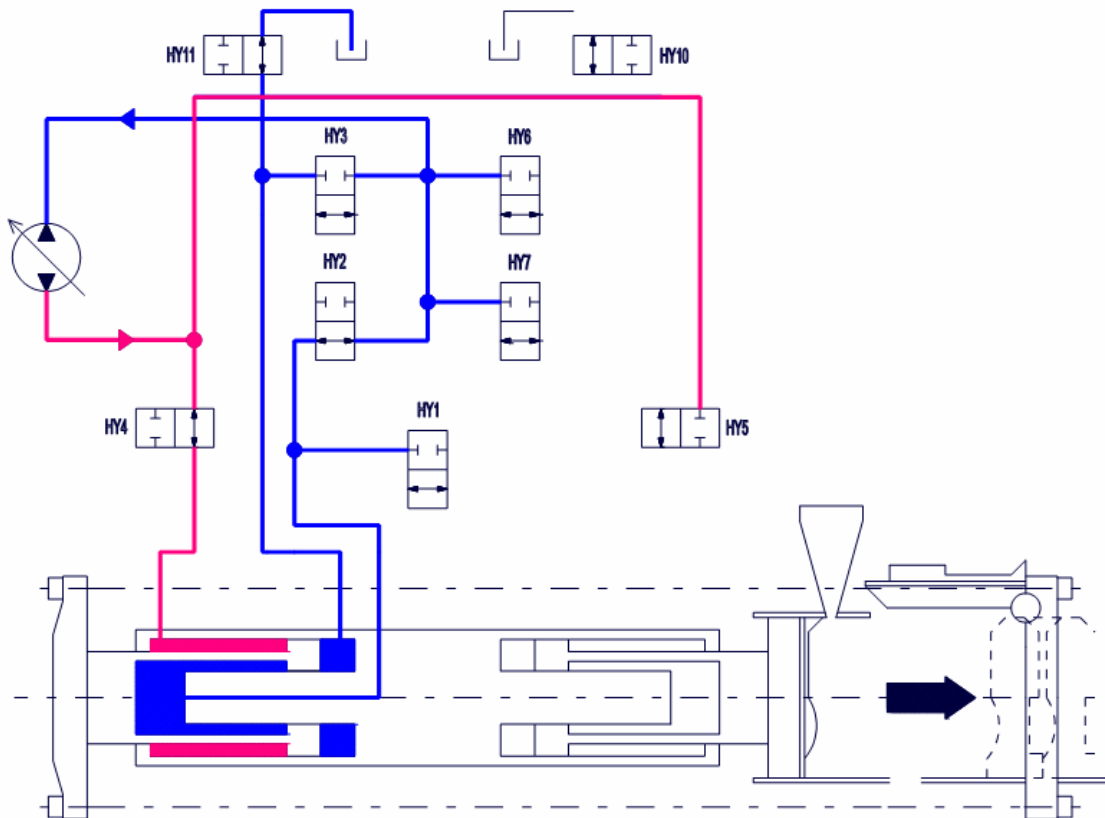
QB1-2 Sur le document-réponse DR1, compléter le schéma d'alimentation du vérin principal pour la phase de serrage de la motte (phase 2).



QB1-3 Quelle est la fonction de l'électrovanne HY1 ?

Sa fonction est d'équilibrer la pression dans les deux vérins de serrage assurant ainsi une compression identique de la motte, garantissant une cohésion de cette dernière suffisante.

QB1-4 Sur le document réponse DR2, tracer le schéma d'alimentation du vérin principal pour la phase d'ouverture de la chambre de moulage (phase 3).



QB1-5 Pourquoi l'électrovanne HY11 doit obligatoirement être ouverte dans cette phase ?

Dans cette phase, le circuit ne peut pas être fermé car le volume expulsé est nettement supérieur au volume entrant. Il faut donc un retour à la bêche qui s'effectue par l'électrovanne HY11.

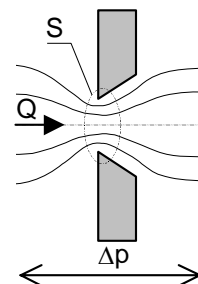
QB1-6 Justifier en quelques lignes la forme originale du double vérin principal.

La course du vérin de serrage est importante ($c=3000$ mm) pour un diamètre d'environ $\Phi = \sqrt{\frac{4.S}{\pi}} \approx 300$ mm. D'où un rapport de 10 entre la course et le diamètre et un risque de flambement de la tige. La forme de la tige et du bâti assurent un guidage optimal notamment lors de la phase d'éjection de la motte (course maxi).

QB1-7 Expliquer en quelques lignes l'origine de ces expressions reliant la pression et le débit.

Equation de Bernoulli généralisé pour écoulement à travers un orifice de paroi mince qui donne la

$$\text{relation } Q = C_d S \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$



QB1-8 En utilisant judicieusement le principe fondamental de la statique, le principe de conservation

de la masse et les relations de débit de la servovalve, montrer que $\frac{dz(t)}{dt} = \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a - \frac{F_z}{S_1}}{\Delta P_n (1 + \lambda^3)}}$

avec $\lambda = \frac{S_2}{S_1}$. On supposera que $P_r = 0$.

Compte tenu des limitations d'ouverture de servodistributeur, la capacité de l'actionneur à délivrer de la puissance à la charge est bornée. On cherche à établir l'équation caractéristique correspondante. Pour le distributeur :

$$Q_1 = Q_n \sqrt{\frac{P_a - P_1}{\Delta P_n}} \text{ et } Q_2 = Q_n \sqrt{\frac{P_2 - P_r}{\Delta P_n}}$$

On applique le théorème de la résultante statique TRS appliqué à la tige dans R_g en projection selon \vec{Z} , ce qui donne :

$$P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 - F_z = 0$$

Le principe de conservation de la masse donne (la vitesse de translation est conservée, hypothèse fluide incompressible, pas de débit de fuite) :

$$\frac{Q_1}{S_1} = \frac{Q_2}{S_2} \Rightarrow Q_1 = \frac{S_1}{S_2} \cdot Q_2$$

Ce qui donne en utilisant les relations de débit du distributeur, la relation suivante :

$$Q_n \sqrt{\frac{P_a - P_1}{\Delta P_n}} = \frac{S_1}{S_2} Q_n \sqrt{\frac{P_2 - P_r}{\Delta P_n}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_a - P_1}{\Delta P_n} = \left[\frac{S_1}{S_2} \right]^2 \frac{P_2 - P_r}{\Delta P_n} \Rightarrow P_a - P_1 = \left[\frac{S_1}{S_2} \right]^2 P_2 \text{ si on suppose que } P_r = 0$$

On utilise cette relation dans l'équation de la résultante statique, ce qui donne :

$$P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 - F_z = 0 \Leftrightarrow P_1 \cdot S_1 - S_2 \left[\frac{S_2}{S_1} \right]^2 (P_a - P_1) - F_z = 0$$

Ce qui donne après manipulations, la relation :

$$P_1 \left[S_1 + \frac{S_2^3}{S_1^2} \right] = F_z + \frac{S_2^3}{S_1^2} P_a, \text{ soit finalement } P_1 = \left[F_z + \frac{S_2^3}{S_1^2} P_a \right] \cdot \left[\frac{S_1^2}{S_1^3 + S_2^3} \right]$$

Donc :

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q_1}{S_1} = \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a - P_1}{\Delta P_n}} \text{ avec } P_a - P_1 = P_a - \left[F_z + \frac{S_2^3}{S_1^2} P_a \right] \cdot \left[\frac{S_1^2}{S_1^3 + S_2^3} \right]$$

On simplifie l'expression de la différence de pression, ce qui permet d'écrire :

$$P_a - P_1 = P_a - \left[\frac{F_z \cdot S_1^2 + S_2^3 \cdot P_a}{S_1^3 + S_2^3} \right] = \frac{P_a (S_1^3 + S_2^3)}{S_1^3 + S_2^3} - \frac{F_z \cdot S_1^2}{S_1^3 + S_2^3} - \frac{P_a \cdot S_2^3}{S_1^3 + S_2^3} = \frac{P_a \cdot S_1^3}{S_1^3 + S_2^3} - \frac{F_z \cdot S_1^2}{S_1^3 + S_2^3}$$

Soit finalement :

$$P_a - P_1 = \frac{P_a - \frac{F_z}{S_1}}{1 + \lambda^3} \text{ avec } \lambda = \frac{S_2}{S_1}$$

Finalement, l'expression de la vitesse de déplacement de la tige du vérin s'exprime sous la forme demandée, soit :

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a - \frac{F_z}{S_1}}{\Delta P_n (1 + \lambda^3)}}$$

QB1-9 Montrer alors que dans le cas d'un vérin symétrique, cette relation devient :

$$\frac{dz(t)}{dt} = \frac{Q_n}{S} \sqrt{\frac{P_a - \frac{F_z}{S}}{2 \cdot \Delta P_n}}$$

Dans le cas particulier d'un vérin double tige, $S_1 = S_2 = S \Rightarrow \lambda = 1$, la relation précédente donne classiquement l'expression suivante :

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q_n}{S} \sqrt{\frac{P_a - \frac{F_z}{S}}{2 \cdot \Delta P_n}}$$

QB1-10 Montrer que dans le plan (F_z, V^2) , la relation caractéristique (QB1-8) est une droite. Placer alors les deux premiers points de fonctionnement (vitesse à vide, effort bloqué).

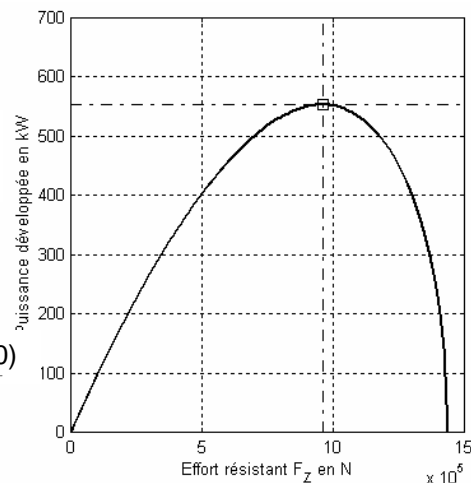
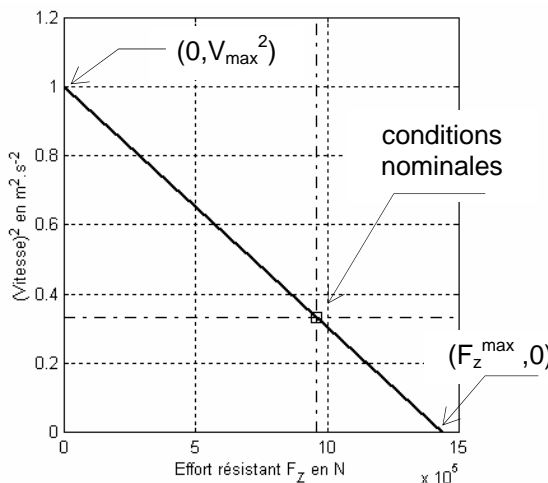
En élevant la relation caractéristique au carré, on montre facilement que dans le plan $(F-V)$ que cette évolution est du type parabolique. En passant du plan $(F-V)$, au plan (F, V^2) , les paraboles deviennent des droites. On trace en particulier la droite de consommation à vide minimale qui devient la droite passant par les points $(0, V_{\max}^2), (F_z^{\max}, 0)$.

Lorsque la vitesse de sortie de la tige s'annule, on peut déterminer l'effort maximal F_z^{\max} (ou encore effort bloqué), ce qui donne :

$$F_z^{\max} = P_a \cdot S_1$$

Si $F_z = 0$, et que l'on connaît la vitesse maximale V^{\max} , on peut déterminer le débit nominal Q_n , soit

$$Q_n = \frac{V^{\max} \cdot S_1}{\sqrt{\frac{P_a}{\Delta P_n (1 + \lambda^3)}}}$$



QB1-11 Déterminer la puissance galiléenne développée par l'actionneur en régime stationnaire pour un point de fonctionnement (F_z, V) . Montrer alors qu'il existe un point de fonctionnement nominal (F_z^{nom}, V_n) pour lequel cette puissance est maximale.

Pour un point de fonctionnement dans le plan 'force-vitesse' $(F_z(t), \frac{dz(t)}{dt})$, la puissance galiléenne

développée s'exprime comme $P_{(F,V)} = F_z(t) \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a - \frac{F_z(t)}{S_1}}{\Delta P_n (1 + \lambda^3)}}$. Si on cherche à maximiser cette

puissance, on cherche le point de fonctionnement correspondant, ce qui revient à déterminer la valeur de l'effort correspondant :

$$\frac{dP_{(F,V)}}{dF_z(t)} = 0 \Rightarrow \frac{dz(t)}{dt} - \frac{F_z(t)}{2 \frac{dz(t)}{dt} S_1 (1+\lambda^3) \Delta P_n} = 0 \Rightarrow F_z(t) = \frac{2}{3} P_a S_1 = \frac{2}{3} F_z^{\max}$$

pour $0 \leq F_z(t) \leq F_z^{\max}$

Donc, $F_z^{\text{nom}} = \frac{2}{3} F_z^{\max}$ et donc $V_n^2 = 3V_{\max}^2$

Ainsi il est classique d'énoncer le principe suivant '2/3 de la pression disponible sont utilisés pour vaincre la charge, 1/3 afin d'assurer le débit au droit du distributeur'.

QB1-12 Reprendre sur votre feuille le tableau (cf Tab. 2) et le compléter en effectuant toutes les différentes applications numériques si $\lambda = 0.13$.

Pour le point de fonctionnement défini, on peut déterminer la vitesse nominale, ce qui donne :

$$V_n = \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a - \frac{2}{3} S_1 F_z^{\max}}{\Delta P_n (1+\lambda^3)}} = \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a - \frac{2}{3} P_a}{\Delta P_n (1+\lambda^3)}} = \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a}{3 \Delta P_n (1+\lambda^3)}} = \frac{V^{\max}}{\sqrt{3}}$$

car $V^{\max} = \frac{Q_n}{S_1} \sqrt{\frac{P_a}{\Delta P_n (1+\lambda^3)}}$

On rappelle que :

$V_{\max} = 1 \text{ m.s}^{-1}$

$S_1 = 707 \text{ cm}^2, S_2 = 92 \text{ cm}^2 \Rightarrow \lambda = \frac{S_2}{S_1} = 0.13$ (cf. Fig. DAB2)

On regroupe les principaux résultats dans le tableau suivant :

P_a (en bar)	180	<i>Pression d'alimentation</i>
ΔP_n (en bar)	5	<i>Perte de charge par voie</i>
F_z^{\max} (en kN)	1438	<i>Effort bloqué</i>
F_z^{nom} (en kN)	959	<i>Effort nominal</i>
Q_n (en L.mn ⁻¹)	800	<i>Débit nominal</i>
V^{\max} (en m.s ⁻¹)	1	<i>Vitesse à vide</i>
V_n (en m.s ⁻¹)	0.577	<i>Vitesse nominale</i>
\mathcal{P}_{\max} (en kW)	553.56	<i>Puissance maximale</i>

B2. MODELE DE COMMANDE

QB2-1 En utilisant le principe de conservation de la masse et le principe fondamental de la dynamique (théorème de la résultante dynamique appliqué à la tige-charge de masse m dans le repère galiléen \mathcal{R} et en projection suivant \vec{Z}), établir la fonction de transfert pour le vérin symétrique (cf. Fig. B9) dans le domaine de Laplace s'exprime comme :

$$Z(p) \left[mp^2 + f_p p + \beta S^2 \frac{V_2 + V_1}{V_1 V_2} \right] + F_z(p) = \frac{\beta S}{p} \left[\frac{V_2 Q_1(p) + V_1 Q_2(p)}{V_1 V_2} \right]$$

Equations de continuité pour les deux chambres dans le cas où le fluide est compressible donnent :

$$Q_1 = S \frac{d}{dt} z(t) + \frac{V_1}{\beta} \frac{d}{dt} P_1(t) \text{ et } Q_2 = S \frac{d}{dt} z(t) - \frac{V_2}{\beta} \frac{d}{dt} P_2(t)$$

L'application du théorème de la résultante dynamique TRD à la 'tige du vérin + motte' donne en projection selon \vec{Z} :

$$m \frac{d^2}{dt^2} z(t) = S.P_1(t) - S.P_2(t) - F_z(t) - f_p p$$

On translate ces expressions dans le domaine de Laplace (CI nulles), ce qui donne :

$$Q_1(p) = SpZ(p) + \frac{V_1}{\beta} p P_1(p) \text{ et } Q_2(p) = SpZ(p) - \frac{V_2}{\beta} p P_2(p)$$

$$[mp^2 + f_p p] Z(p) = S.P_1(p) - S.P_2(p) - F_z(p)$$

En exprimant les deux pressions $P_i(p)$, et en remplaçant dans l'expression du théorème de la résultante, il vient :

$$[mp^2 + f_p p] Z(p) = S \cdot \frac{\beta}{V_1 p} [Q_1(p) - SpZ(p)] - S \cdot \frac{\beta}{V_2 p} [-Q_2(p) + SpZ(p)] - F_z(p)$$

On regroupe l'expression sous la forme :

$$Z(p) \left[mp^2 + f_p p + \beta S^2 \frac{V_2 + V_1}{V_1 V_2} \right] + F_{ext}(p) = \frac{\beta S}{p} \left[\frac{V_2 Q_1(p) + V_1 Q_2(p)}{V_1 V_2} \right]$$

QB2-2 Quel phénomène est modélisé par le terme ' $Z(p)f_p p$ ' ? Précisez l'unité de f_p .

Ce terme modélise un terme de dissipation type visqueux entre la tige et chambre et entre la motte et bâti. L'unité de f_p est $N.s.m^{-1}$.

QB2-3 Etablir alors la fonction de transfert classique $Z(p) = H_1(p)Q(p) + H_2(p)F_z(p)$.

En concédant les hypothèses simplificatrices :

- vérin en position médiane donc $V_1 = V_2 = V_0$,
- on considère que le débit moyen instantané est peu différent de celui qui s'établirait en régime établi sur une charge hydraulique symétrique, ce qui conduit à $Q_1 = Q_2 = Q$,

On obtient alors la relation classique :

$$Z(p) \left[mp^2 + f_p p + \frac{2\beta S^2}{V_0} \right] + F_z(p) = \frac{\beta S}{p} \left[\frac{2Q(p)}{V_0} \right]$$

On peut alors déterminer la fonction de transfert $Z(p) = H_1(p)Q(p) + H_2(p)F_z(p)$

$$Z(p) = \frac{2\beta S}{p(2\beta S^2 + V_0 p(mp + f_p))} Q(p) - \frac{V_0 p}{p(2\beta S^2 + V_0 p(mp + f_p))} F_z(p)$$

QB2-4 Etablir la fonction de transfert $Z(p) = f(Q_i(p), S_i, V_i, m, \beta, F_z(p))$.

Equations de continuité pour les deux chambres dans le cas où le fluide est compressible donnent :

$$Q_1 = S_1 \frac{d}{dt} z(t) + \frac{V_1}{\beta} \frac{d}{dt} P_1(t) \text{ et } Q_2 = S_2 \frac{d}{dt} z(t) - \frac{V_2}{\beta} \frac{d}{dt} P_2(t)$$

L'application du théorème de la résultante dynamique à la tige du vérin donne en projection selon \vec{Z} :

$$m \frac{d^2}{dt^2} z(t) = S.P_1(t) - S.P_2(t) - F_z(t) - f_p p$$

On translate ces expressions dans le domaine de Laplace, ce qui donne :

$$Q_1(p) = S_1 p Z(p) + \frac{V_1}{\beta} p P_1(p) \text{ et } Q_2(p) = S_2 p Z(p) - \frac{V_2}{\beta} p P_2(p)$$

$$[mp^2 + f_p p] Z(p) = S_1 \cdot P_1(p) - S_2 \cdot P_2(p) - F_z(p)$$

En exprimant les deux pressions $P_i(p)$, et en remplaçant dans l'expression du théorème de la résultante, il vient :

$$[mp^2 + f_p p] Z(p) = S_1 \cdot \frac{\beta}{V_1 p} [Q_1(p) - S_1 p Z(p)] - S_2 \cdot \frac{\beta}{V_2 p} [-Q_2(p) + S_2 p Z(p)] - F_z(p)$$

On regroupe l'expression sous la forme :

$$Z(p) \left[mp^2 + f_p p + \beta \frac{S_1^2 V_2 + S_2^2 V_1}{V_1 V_2} \right] + F_z(p) = \frac{\beta}{p} \left[\frac{S_1 V_2 Q_1(p) + S_2 V_1 Q_2(p)}{V_1 V_2} \right]$$

QB2-5 En analysant et identifiant les relations déterminées aux questions précédentes (QB1-13 et

QB1-15), démontrer que l'expression de la section équivalente est. $S_{eq} = \frac{S_1^2 V_2 + S_2^2 V_1}{S_1 V_2 + S_2 V_1}$.

On cherche à établir la relation d'une section équivalente permettant d'étudier le comportement dynamique du vérin dissymétrique d'une manière analogue au vérin symétrique.

On utilise les 2 relations établies précédemment et on procède par identification, ce qui donne :

$$\begin{cases} \frac{2S^2}{V_0} = \frac{S_1^2 V_2 + S_2^2 V_1}{V_1 V_2} \Rightarrow V_0 = \frac{2S^2 V_1 V_2}{S_1^2 V_2 + S_2^2 V_1} \\ \frac{2SQ}{V_0} = \frac{S_1 Q_1 V_2 + S_2 Q_2 V_1}{V_1 V_2} \end{cases}$$

Dans le cas symétrique et d'une manière équivalente $Q_1 = Q_2 = Q$, ce que donne :

$$\frac{2S}{V_0} = \frac{S_1 V_2 + S_2 V_1}{V_1 V_2} \Rightarrow S = \frac{V_0}{2} \frac{S_1 V_2 + S_2 V_1}{V_1 V_2} = \frac{S^2 V_1 V_2}{S_1^2 V_2 + S_2^2 V_1} \frac{S_1 V_2 + S_2 V_1}{V_1 V_2}$$

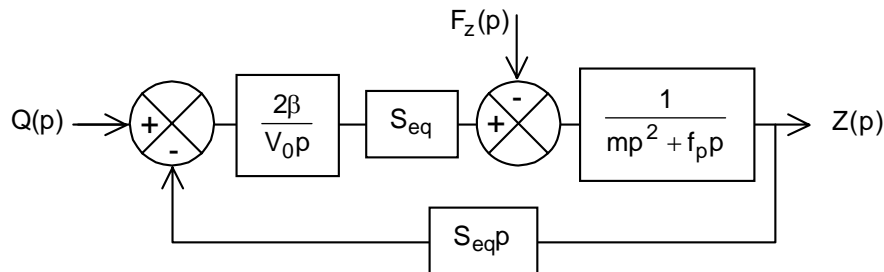
Ce qui donne finalement :

$$S = S_{eq} = \frac{S_1^2 V_2 + S_2^2 V_1}{S_1 V_2 + S_2 V_1}$$

Remarque : pour compléments, on consultera 'Actionneurs hydrauliques' J.-C. Maré, Techniques de l'Ingénieur **S7531**)

QB2-6 A partir des relations établies précédemment, déterminer l'expression de la fonction de transfert $G(p)$ en fonction de m et f_p .

Dans le domaine de Laplace (CI nulles), le schéma-bloc donne :



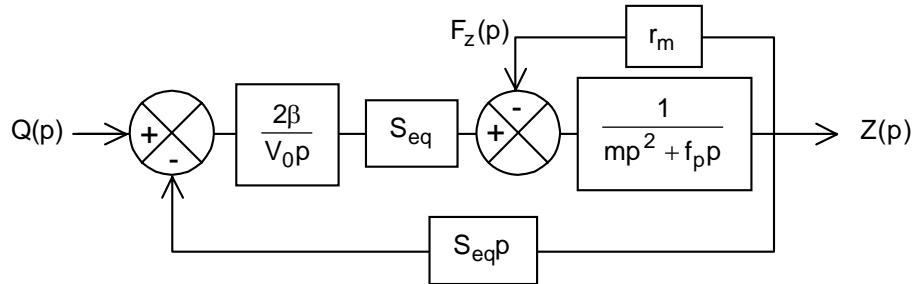
Modèle équivalent (pseudo symétrique)

Le calcul de la fonction de transfert donne en utilisant le principe de superposition :

$$Z(p) = \frac{2\beta S_{eq} Q(p) - V_0 p F_z(p)}{p(2\beta S_{eq}^2 + V_0 p(m p + f_p))}$$

QB2-7 Après avoir proposé un modèle pour $F_z(t)$ en fonction de la raideur r_m , reprendre et compléter sur votre feuille le schéma bloc de la figure B10, déterminer alors la fonction de transfert $FT(p) = \frac{Z(p)}{Q(p)}$.

On modélise le comportement de la motte comme celui d'un ressort donc $F_z(t) = r_m z(t)$ avec r_m raideur de la motte fonction de la compressibilité du sable (taux d'humidité). Dans ces conditions, le schéma-bloc devient :



Modèle équivalent (pseudo symétrique)

Dans ces conditions, la fonction de transfert devient :

$$FT(p) = \frac{Z(p)}{Q(p)} = \frac{2\beta S_{eq}}{p(2\beta S_{eq}^2 + V_0(mp^2 + f_p p + r_m))}$$

QB2-8 En exprimant les variations de volume et de pression dans les deux chambres, montrer que la raideur hydraulique peut s'exprimer comme :

$$r_h = \beta \cdot \left[\frac{S_1^2}{V_1} + \frac{S_2^2}{V_2} \right]$$

Dans le cas où l'on exerce un effort axial sur la tige du vérin (orifices obstrués), celle-ci se déplace d'une quantité dz du fait de la compressibilité du fluide notée β . On observe donc des variations de pression dans les deux chambres (1) et (2) du vérin.

On peut donc écrire (PCM) :

$$dV_1 = -S_1 \cdot dz \quad \text{et} \quad dV_2 = S_2 \cdot dz \quad (\text{l'effort axial } F_z \text{ provoque la rentrée de la tige, donc la diminution du volume } V_1 \text{ et l'augmentation du volume } V_2)$$

Les variations de pression dans les deux chambres s'expriment donc :

$$dP_1(t) = \frac{\beta \cdot S_1}{V_1} \cdot dz(t) \quad \text{et} \quad dP_2(t) = -\frac{\beta \cdot S_2}{V_2} \cdot dz(t)$$

On définit classiquement la raideur hydraulique comme $r_h = \frac{dF_z}{dz} = \frac{S_1 \cdot dP_1 - S_2 \cdot dP_2}{dz}$

Ce qui donne en utilisant les relations précédentes $r_h = \beta \cdot \left[\frac{S_1^2}{V_1} + \frac{S_2^2}{V_2} \right]$

QB2-9 En exprimant les volumes V_i en fonction de μ et c , montrer que finalement la raideur hydraulique r_h est une fonction de μ et qu'elle s'exprime comme :

$$r_h = \frac{\beta \cdot S_1}{c} \left[\frac{1}{\mu} + \frac{\lambda}{1-\mu} \right]$$

On norme la position de la tige du vérin par sa course notée c , ce donne $\mu = \frac{z}{c}$. On exprime les deux volumes soit $V_1 = S_1 \cdot z$ et $V_2 = S_2 \cdot (c - z)$ si on néglige les volumes résiduels dans chaque chambre pour les positions extrêmes.

On obtient donc pour l'expression de la raideur hydraulique, l'expression :

$$r_h = \beta \cdot \left[\frac{S_1^2}{S_1 z} + \frac{S_2^2}{S_2 (c-z)} \right] = \beta \cdot \left[\frac{S_1}{z} + \frac{S_2}{(c-z)} \right] = \frac{\beta \cdot S_1}{c} \left[\frac{1}{\mu} + \frac{\lambda}{1-\mu} \right] \text{ si } \lambda = \frac{S_2}{S_1}$$

QB2-10 Commenter en quelques lignes cette évolution. Déterminer l'expression analytique de μ qui permet d'atteindre la valeur minimale de la raideur hydraulique.

La valeur de μ qui donne la valeur minimale de la raideur en fonction du rapport des sections est :

$$\frac{dr_h}{d\mu} = 0 \rightarrow \mu_{\min} = \frac{1}{1 + \sqrt{\lambda}}$$

QB2-11 Montrer alors que la raideur minimale s'exprime comme $r_{h\min} = K \cdot \frac{\beta \cdot S_1}{c}$ avec $K = f(\lambda)$.

La valeur de la raideur correspondante est donc $r_{h\min} = \frac{\beta \cdot S_1}{c} \cdot (1 + \sqrt{\lambda})^2 = K \cdot \frac{\beta \cdot S_1}{c}$

QB2-12 Reprendre sur votre feuille le tableau Tab. 3 et déterminer les deux valeurs numériques de la raideur hydraulique (pour l'huile utilisée $\beta = 15 \cdot 10^8 \text{ N.m}^{-2}$).

μ	r_h (en 10^6 N/m)
0.735	65.5
0.3	124.4

QB2-13 En utilisant la relation démontrée à la question QB1-21, montrer que dans le cas d'un vérin pseudo symétrique, l'expression de la raideur hydraulique devient $r_h = \frac{2\beta S_{\text{eq}}^2}{V_0}$. Préciser les hypothèses simplificatrices.

Si on suppose que $S_1 = S_2 = S_{\text{eq}}$ donc $\lambda = 1$ et le vérin en position médiane donc $V_1 = V_2 = V_0$ et $2\mu = c$, l'expression de la raideur hydraulique (avec $K=4$) devient $r_h = \frac{2\beta S_{\text{eq}}^2}{V_0}$

QB2-14 Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble 'vérin – motte' sous la forme canonique :

$$FT(p) = \frac{Z(p)}{Q(p)} = \frac{K_{vh}}{p} \frac{1}{1 + a_1 p + a_2 p^2}. \text{ Déterminer les expressions de } K_{vh} \text{ et des } a_i.$$

La fonction de transfert devient après calculs et simplifications :

$$\frac{Z(p)}{Q(p)} = \frac{2\beta S_{\text{eq}}}{p(V_0(r_m + mp^2 + f_p p) + 2\beta S_{\text{eq}}^2)} = \frac{1/S_{\text{eq}}}{p \left[1 + \frac{1}{r_h}(r_m + mp^2 + f_p p) \right]} = \frac{1}{p S_{\text{eq}}} \frac{1}{1 + \frac{r_m}{r_h} + \frac{f_p}{r_h} p + \frac{m}{r_h} p^2}$$

Ce qui s'exprime encore sous la forme :

$$\frac{Z(p)}{Q(p)} = \frac{1}{p} \left[\frac{r_h}{S_{\text{eq}}(r_m + r_h)} \right] \frac{1}{1 + \frac{f_p}{r_m + r_h} p + \frac{m}{r_m + r_h} p^2}$$

donc par identification : $K_{vh} = \frac{r_h}{S_{\text{eq}}(r_m + r_h)}$, $a_1 = \frac{f_p}{r_m + r_h}$, $a_2 = \frac{m}{r_m + r_h}$.

La fonction de transfert est d'ordre 3, de classe 1.

QB2-15 Déterminer l'expression de la pulsation propre du système non amorti ω_{0vh} . Pour cette pulsation, déterminer la phase de la fonction de transfert isochrone ainsi que son module.

On en déduit que $\omega_{0vh} = \sqrt{\frac{r_m + r_h}{m}}$, pulsation propre de l'ensemble constitué par le vérin hydraulique plein d'huile et fermé et la charge (motte).

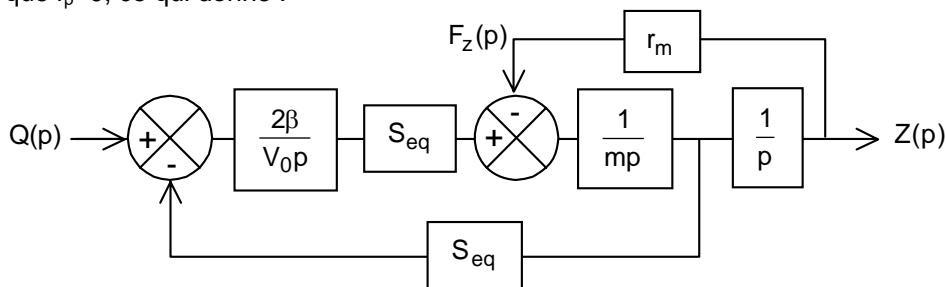
Pour $\omega = \omega_{0vh}$, la phase de la fonction de transfert est exactement de -180° . Dans ces conditions, le module de la fonction de transfert vaut :

$$\|FT\|_{\omega=\omega_{0vh}} = \frac{r_h}{S_{eq} f_p \omega_{0vh}^2} = K_{sv} \frac{m}{f_p}$$

Ce module tend vers l'infini quand le coefficient de frottement visqueux tige-chambre tend vers zéro.

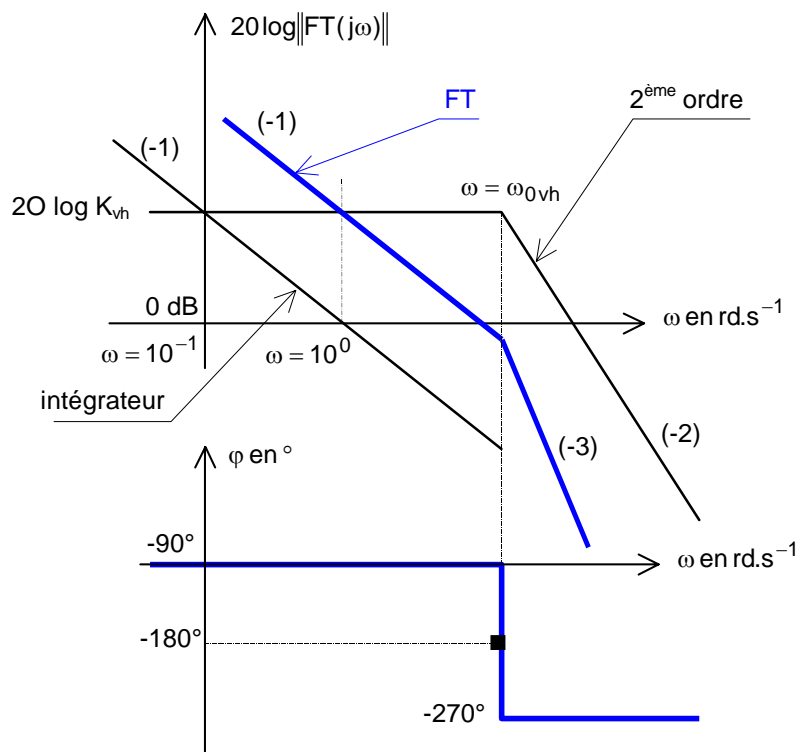
QB2-16 Conclure quant au caractère stabilisateur du phénomène de frottement 'visqueux' présent au sein du vérin hydraulique et à l'interface 'motte - bâti'.

On peut utiliser directement le résultat précédent mais également modifier le schéma-bloc en supposant que $f_p=0$, ce qui donne :



Ce schéma-bloc fait clairement apparaître 2 intégrateurs en BO, ce qui conduit à une instabilité en BF. Ceci confirme le caractère stabilisateur du frottement de type visqueux 'tige-chambre'.

QB2-17 Tracer l'allure des diagrammes de Bode (module en dB et phase en $^\circ$ en fonction de la pulsation ω en $rd.s^{-1}$) de $FT(j\omega)$. Préciser les points remarquables et indiquer les différentes pentes.

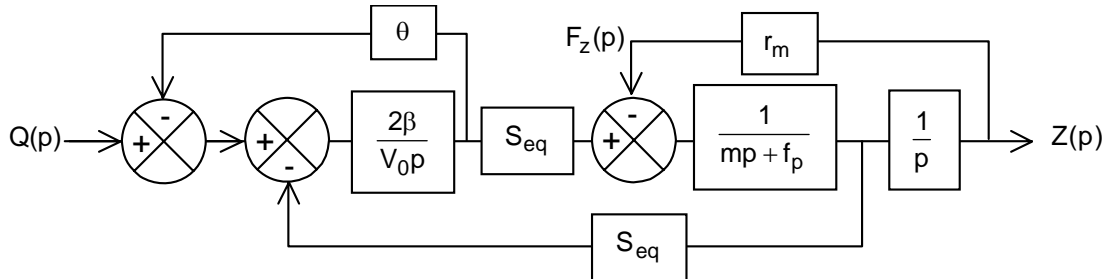


Allure dans le plan de Bode

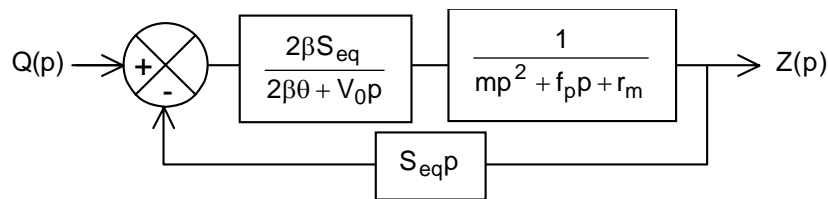
QB2-18 Compléter sur votre feuille le schéma-bloc (cf. Fig. B10) afin de faire apparaître le nouveau débit entrant $Q_{ru}(p)$.

On crée une fuite réglable entre les deux chambres du vérin. Le débit réel utile entrant dans le vérin vaut $Q(t) - \theta(p_1(t) - p_2(t))$, $\theta \in \mathbb{R}^+$.

Dans ces conditions, le schéma-bloc devient :



On condense le schéma-bloc sous la forme :



QB2-19 Déterminer alors la fonction de transfert $FT(p) = \frac{Z(p)}{Q(p)}$ et montrer qu'elle est du 3^{ème} ordre. Précisez sa classe.

On détermine la fonction de transfert en BF :

$$\begin{aligned} \frac{Z(p)}{Q(p)} &= \frac{2\beta S_{eq}}{2\beta S_{eq}^2 p + (2\beta\theta + V_0 p)(mp^2 + f_p p + r_m)} \\ &= \frac{2\beta S_{eq}}{V_0 m p^3 + (2\beta\theta m + V_0 f_p) p^2 + (2\beta\theta f_p + V_0 r_m + 2\beta S_{eq}^2) p + 2\beta\theta r_m} \end{aligned}$$

La fonction de transfert est d'ordre 3, de classe 0.

QB2-20 Montrer alors que même si on suppose que $f_p = 0$, la stabilité de l'ensemble 'vérin - motte' est toujours assurée. Compléter votre réponse en commentant alors le dilemme 'stabilité - précision'.

Afin de montrer le caractère stabilisateur du débit de fuite, on suppose $f_p = 0$. On applique le critère de Routh-Hurwitz sur la FTBF, ce qui donne :

$$\frac{Z(p)}{Q(p)} = \frac{2\beta S_{eq}}{V_0 m p^3 + 2\beta\theta m p^2 + (V_0 r_m + 2\beta S_{eq}^2) p + 2\beta\theta r_m}$$

On dresse le tableau suivant :

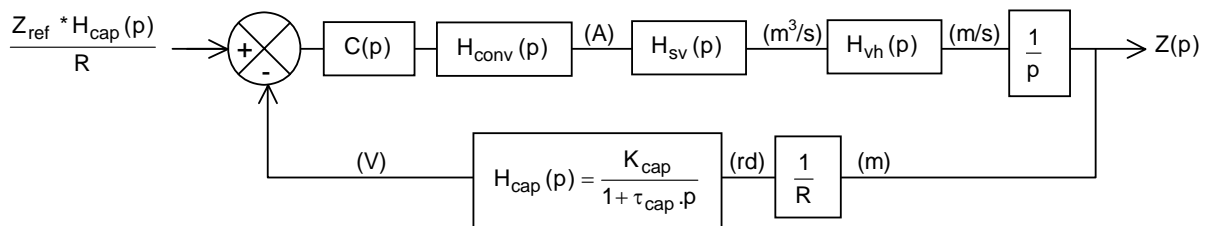
$$\begin{array}{l|ll}
 p^3 & V_0 m & 2\beta S_{eq}^2 + V_0 r_m \\
 p^2 & 2\beta \theta m & 2\beta \theta r_m \\
 p^1 & 2\beta S_{eq}^2 & 0 \\
 p^0 & 1 & 0
 \end{array}$$

pas de changement de signe dans la 1^{ère} colonne, le système est donc stable

La création d'un débit de fuite conduit à un système inconditionnellement stable mais induit une erreur de position (classe 0 en BO).

B3. ANALYSE DES PERFORMANCES

QB3-1 Etablir le schéma-bloc du système de commande. On se contentera de faire apparaître les différents blocs symbolisant les constituants en indiquant leurs noms et en précisant les unités des liens informationnels entre blocs.



QB3-2 Donner une estimation de la borne supérieure de la bande passante à -3 dB de la servovalve D685. Que représente les différents % placés sur la réponse harmonique ?

On utilise la réponse harmonique donnée en document annexe. A cause de la non linéarité de la boucle de régulation de la servovalve, la réponse en fréquence dépend de l'amplitude du signal d'entrée qui doit donc figurer en paramètre (même remarque pour la réponse indicielle). La connaissance du comportement en dynamique d'une valve présente surtout un intérêt dans la plage des signaux faibles donc à 5% du signal d'entrée. Ici, on trouve $BP_{-3dB} = 38$ Hz.

QB3-3 Calculer le gain statique de la servovalve K_{sv} sachant que le courant nominal de commande vaut 800 mA.

$$\text{Gain de la servovalve } K_{sv} = \frac{800 \cdot 10^{-3}}{60 \times 800 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{60} \approx 16.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{A}^{-1}$$

QB3-4 Déterminer la constante de temps du capteur τ_{cap} . Justifier un modèle d'ordre zéro pour la fonction de transfert modélisant le comportement du capteur.

On souhaite que pour $\omega_{0vh} = 120 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$, le déphasage introduit soit limité à 10° . Donc

$$\tan\left(10 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = \tau_{cap} \cdot \omega \Rightarrow \tau_{cap} = 1.47 \text{ ms}$$

Ce qui donne une pulsation de cassure $\omega_c = \frac{1}{\tau_{cap}} = 680 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$. Comparée à $\omega_{0vh} = 120 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$, le modèle de type 'gain pur' peut être retenu pour le capteur de position.

QB3-5 Calculer le gain du capteur K_{cap} afin de respecter une phase de gain de 20 dB sans correction.

On calcule la fonction de transfert en boucle ouverte, ce qui donne ;

$$FTBO(p) = \frac{K_{cap} \cdot K_{sv} \cdot K_{con} \cdot K_{vh}}{p(1 + a_1 p + a_2 p^2)R} \quad \text{avec } R=150 \text{ mm (rayon roue dentée, cf partie A2)}$$

Cette fonction de transfert est de classe 1 et on sait que pour $\omega = \omega_{0vh}$, la phase vaut exactement -180° (intégrateur $-90^\circ \forall \omega$ et -90 pour le second ordre pour $\omega = \omega_{0vh}$).

Donc $MG = -20 \log \|FTBO(j\omega_{0vh})\| = 20$, donc tous calculs effectués, on trouve $K_{cap} = 9.15 V \cdot rd^{-1}$.

QB3-6 Montrer que l'erreur de position n'est plus nulle et qu'elle vaut $\Delta z = \frac{s}{K_{bo}} \frac{dz}{dt} \Big|_M$ avec K_{bo} gain en boucle ouverte (en s^{-1}).

On définit les deux quantités, ce qui donne :

$$\begin{cases} \Delta i_s = K_{cap} \cdot K_{cor} \cdot \Delta z \\ \frac{dz}{dt} \Big|_M = \frac{K_{sv}}{S} i_M \end{cases}$$

Ce qui implique (en effectuant le produit membre à membre) que $\Delta z \cdot \frac{K_{cap} \cdot K_{cor} \cdot K_{sv}}{S} \cdot i_M = \Delta i_s \frac{dz}{dt} \Big|_M$.

Soit encore $\Delta z = \frac{\Delta i_s}{i_M} \left[\frac{S}{K_{cap} \cdot K_{cor} \cdot K_{sv}} \right] \frac{dz}{dt} \Big|_M = S \left[\frac{S}{K_{cap} \cdot K_{cor} \cdot K_{sv}} \right] \frac{dz}{dt} \Big|_M$.

On pose $K_{bo} = \frac{K_{cap} \cdot K_{cor} \cdot K_{sv}}{S}$, gain en boucle ouverte (en s^{-1}), on obtient la relation suivante :

$$\Delta z = \frac{s}{K_{bo}} \frac{dz}{dt} \Big|_M \quad \text{ou encore en erreur relative } \frac{\Delta z}{z_M} = \frac{s}{K_{bo} \cdot T} \quad \text{avec } T = \frac{z_M}{\frac{dz}{dt} \Big|_M} \quad (\text{en s})$$

L'erreur relative est donc proportionnelle au seuil relatif s de la servovalve considérée. On améliore la précision en accroissant le gain en boucle ouverte (résultat classique) et en diminuant la vitesse maximale (augmentation du temps T , temps nécessaire pour parcourir la demi-course à la vitesse maximale).

QB3-7 Déterminer la valeur du gain du correcteur proportionnel afin de l'erreur de position relative n'excède pas 0.1% si le seuil relatif de la servo valve D685 vaut $s=0.2\%$.

Le gain en boucle ouverte vaut $K_{bo} = \frac{K_{cap} \cdot K_{conv} \cdot K_{sv} \cdot K_{vh}}{R} = 15.98 s^{-1}$ pour $K_{cor} = 1$. Donc en

utilisant le résultat précédent, on trouve $K_{cor} = 4.16$ ($z_M = 3 \text{ m}$, $\frac{dz}{dt} \Big|_M = 1 \text{ m} \cdot s^{-1}$).

QB3-8 Pour $\omega = \omega_{0vh}$, estimer numériquement le module de $H_{cor}(j\omega)$ en dB.

Pour $\omega = \omega_{0vh} = 120 \text{ rd} \cdot s^{-1}$, on calcule l'amplitude en dB, ce qui donne :

$$20 \log \|H(j\omega)\| = \frac{\sqrt{(1 - 7 \cdot 10^{-5} \omega^2)^2 + (1.6 \cdot 10^{-3} \omega)^2}}{\sqrt{(1 - 7 \cdot 10^{-5} \omega^2)^2 + (1.6 \cdot 10^{-2} \omega)^2}} \approx 20 \log \sqrt{10^{-2}} = -20 \text{ dB}$$

QB3-9 Par un tracé qualitatif du module de $H_{cor}(j\omega)$ dans le plan de Bode, mettre en évidence l'intérêt d'utiliser ce type de filtre et son influence sur les critères de qualités du système asservi en position

On trace dans le plan de Bode, la réponse harmonique d'un tel filtre réjecteur. Les limitations de gain de boucle imposées par la présence d'un mode hydraulique très peu amorti ($\zeta_{vh}=0.1$) peuvent être repoussées en incorporant dans la chaîne directe un filtre réjecteur calé sur la pulsation ω_{0vh} de ce mode.

Comme de prouve le calcul du module effectué à la question précédente, le filtre possède un effet bénéfique sur la stabilité de la commande en réponse aux consignes de position en augmentant la marge de gain. Attention cependant à la phase négative (environ -50°) qu'il ajoute localement et qui peut être préjudiciable à la marge de phase.

Remarque : le filtre n'a aucun effet sur la stabilité en regard aux perturbations introduites par l'effort extérieur agissant directement sur la partie hydromécanique.

