



Secrétariat Général Direction générale des ressources humaines Sous-direction du recrutement	MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
---	--

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2012

AGRÉGATION DE MÉCANIQUE

Rapport de jury présenté par

**Monsieur Norbert PERROT
Inspecteur général**

Président de jury

Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury

MEMBRES DU JURY

Président

PERROT Norbert - IGEN

Vice-président

ROUCH Philippe – Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

Secrétaire du jury

MENDÈS François - Professeur de chaire supérieure - Chef de Travaux - Lycée Chaptal - Paris

Épreuves d'admissibilité

Épreuve de mécanique générale et des milieux déformables

CROGUENNEC Christian - IA-IPR - Caen

NOËL Nadine - Professeure agrégée – INSA Lyon - Villeurbanne

RACINEUX Guillaume - Professeur des Universités – École Centrale de Nantes – Nantes

Épreuve d'analyse et de conception des systèmes

BLANC-SERRIER Séverine - Professeure agrégée - Lycée Descartes - Tours

MESSAGE Christian - IA-IPR – Paris

RENAUD Pierre - Maître de conférences - INSA Strasbourg - Strasbourg

Épreuve d'automatique-informatique industrielle

ALTET Olivier - Professeur de chaire supérieure - Lycée Cormontaigne - Metz

GERGADIER Sébastien - Professeur de chaire supérieure - Lycée Richelieu – Rueil-Malmaison

Épreuves d'admission

Leçon de mécanique

DERUMAUX Marc - Professeur de chaire supérieure - Lycée Louis-Le-Grand – Paris

LEFÉBVRE Philippe – IA-IPR - Dijon

LORONG Philippe - Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

UTHEZA Françoise - Maître de conférences - Université Paris-Est Marne-la-Vallée – Marne-la-Vallée

Soutenance d'un dossier industriel et interrogation portant sur la compétence « agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

DULUC Marie-Christine - Maître de conférences - CNAM - Paris

MESSAGE Christian - IA-IPR – Paris

NOËL Nadine - Professeure agrégée – INSA Lyon - Villeurbanne

RACINEUX Guillaume - Professeur des Universités – École Centrale de Nantes – Nantes

Travaux pratiques relatifs à un produit ou système technique

AÏACHE Jacques – Professeur de chaire supérieure - Lycée Louis-Le-Grand – Paris

ALTET Olivier - Professeur de chaire supérieure - Lycée Cormontaigne - Metz

BLANC-SERRIER Séverine - Professeure agrégée - Lycée Descartes - Tours

CROGUENNEC Christian - IA-IPR - Caen

DEJANS Michel – Professeur de chaire supérieure - Lycée Baggio - Lille

GERGADIER Sébastien - Professeur de chaire supérieure - Lycée Richelieu – Rueil-Malmaison

RIOU Hervé - Professeur de chaire supérieure - Lycée Chaptal - Paris

Le lycée Chaptal à Paris a accueilli les réunions préparatoires à cette session 2012 de l'agrégation de mécanique ainsi que les épreuves d'admission qui se sont déroulées dans de très bonnes conditions du 12 juin au 20 juin 2012. Les membres du jury adressent de vifs remerciements à madame la Proviseure de cet établissement ainsi qu'à leurs collaborateurs pour l'accueil chaleureux qui leur a été réservé.

RÉSULTATS STATISTIQUES DE LA SESSION 2012

Inscrits	Nombre de postes	Présents aux trois épreuves d'admissibilité	Admissibles	Admis
271	25	98	57	25

Moyenne obtenue par le premier candidat admissible	19,80
Moyenne obtenue par le dernier candidat admissible	7,00
Moyenne obtenue par le premier candidat admis	17,50
Moyenne obtenue par le dernier candidat admis	10,60

Évolution depuis 1996

Session	Inscrits	Présents Première épreuve	Présents Dernière épreuve	Admissibles	Admis	Nombre de postes
1996	694	424	397	171	90	123
1997	792	526	491	175	101	116
1998	757	451	426	165	85	85
1999	736	393	363	167	81	81
2000	665	398	376	144	61	61
2001	598	377	358	141	61	61
2002	598	296	274	137	61	61
2003	491	301	286	94	49	49
2004	475	257	237	96	40	40
2005	442	212	204	96	43	43
2006	390	204	187	72	30	30
2007	324	153	144	75	30	30
2008	220	96	92	54	25	25
2009	195	93	84	54	25	25
2010	225	88	80	56	25	25
2011	274	111	107	56	25	25
2012	271	101	98	57	25	25

Avant-propos

2012 est une année particulière pour l'agrégation de mécanique, car cette session a été la dernière. L'agrégation de mécanique n'existe plus. Qu'il me soit permis de féliciter, dans cet avant-propos, tous les anciens présidents, tous les membres du jury, tous les lauréats ainsi que leurs formateurs.

Depuis 1969, des centaines d'agrégés de mécanique ont été recrutés. Ils ont rempli avec satisfaction les missions qui leur ont été confiées quelquefois au prix d'adaptations. En effet depuis 1969, les technologies ont évolué, les systèmes se sont complexifiés afin de répondre aux besoins de plus en plus importants et sophistiqués de l'Homme dans une optique de développement durable. Une formation, fût-elle de haut niveau, ne permet plus d'aborder ces systèmes, si elle est centrée sur un seul champ technologique. Les systèmes, qui nous entourent, sont organisés autour du triptyque matière – énergie – information. Les agrégés d'aujourd'hui ne peuvent plus ignorer deux des composantes de ce triptyque.

Pour cela, les agrégations externes de génie civil, de génie électrique, de génie mécanique et de mécanique sont supprimées et remplacées par une agrégation externe de sciences industrielles de l'ingénieur à trois options (voir arrêté du 25 novembre 2011 publié au JORF du 10 janvier 2012) :

- option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique ;
- option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie électrique ;
- option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie des constructions.

La particularité de cette nouvelle organisation est que les trois options auront deux épreuves communes : la première épreuve d'admissibilité et la première épreuve d'admission. Ces deux épreuves seront transversales et élaborées autour du triptyque matière – énergie – information. L'objectif est que tous les agrégés aient une coloration transversale qui leur permet d'aborder dans leur globalité tous les systèmes complexes de notre environnement.

Même si l'agrégé peut être affecté au cycle terminal du lycée, il a surtout vocation à enseigner en premier cycle universitaire, en STS, ou en CPGE. Il est donc important que les nouveaux agrégés aient un domaine d'excellence. Car si l'on peut étendre sa culture généraliste, il semble difficile d'être multi spécialiste. C'est pour cela que deux épreuves d'admissibilité et deux épreuves d'admission seront centrées sur une branche du triptyque.

Les épreuves d'admissibilité ont vocation à tester les compétences scientifiques des candidats, et les épreuves d'admission ont pour objectif de vérifier les compétences expérimentales et pédagogiques recherchées pour de futurs enseignants : l'agrégation est essentiellement destinée à recruter des enseignants.

Les deux premières épreuves d'admission ont été élaborées dans cet esprit : élaborer une séquence pédagogique à partir d'activités expérimentales. La première épreuve d'admission ne sera pas très différente de l'actuelle épreuve de travaux pratiques relatifs à un produit ou système technique qui a beaucoup évolué ces dernières années puisque les supports utilisés étaient pluri technologiques, et que les activités proposées n'étaient pas centrées uniquement sur la matière.

La troisième épreuve d'admission se déroulera, comme actuellement, en deux parties :

- soutenance du dossier industriel ;
- interrogation portant sur la compétence « agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable ».

Le dossier présenté par le candidat devra être relatif à un système authentique et d'actualité. Le dossier doit être conçu comme un transfert d'informations de l'industrie vers l'Éducation nationale. Les systèmes « grand public » sont fortement encouragés.

La deuxième partie « agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable » sera semblable à ce qui a été mis en place depuis 2011.

Ce rapport de jury pour la dernière session de l'agrégation de mécanique n'a pas uniquement valeur de témoignage. Les commentaires du jury et les conseils formulés doivent aider les futurs candidats à se préparer sereinement dans l'esprit de ce qui est attendu.

Les épreuves d'admission ont joué pleinement leur rôle en bousculant le classement établi après les épreuves d'admissibilité. Chacune des six épreuves concourt à valider des compétences différentes des candidats. Ainsi, un candidat mal classé à l'admissibilité garde toutes ses chances de pouvoir inverser ce classement après les épreuves d'admission. Celles-ci ont ainsi permis à des candidats qui n'étaient pas dans les vingt-cinq premiers à l'issue de l'admissibilité d'être déclarés admis ; parmi les candidats admis, un candidat a progressé de seize places. Cela prouve, s'il en était besoin, l'intérêt de préparer sérieusement les six épreuves de l'agrégation.

Le jury a surtout remarqué, et tient à le souligner, que les candidats qui ont déjà été admissibles les années précédentes ont tenu le plus grand compte de leur expérience passée et ont produit des prestations de bien meilleure qualité. Ce qui prouve qu'ils ont lu avec intérêt le rapport du jury, et que les examinateurs ont clairement exprimé leurs attentes.

L'agrégation est un concours prestigieux qui impose de la part des candidats un comportement et une présentation irréprochable. Le jury reste vigilant sur ce dernier aspect et invite les candidats à avoir une tenue adaptée aux circonstances particulières d'un concours de recrutement de cadres A de la fonction publique.

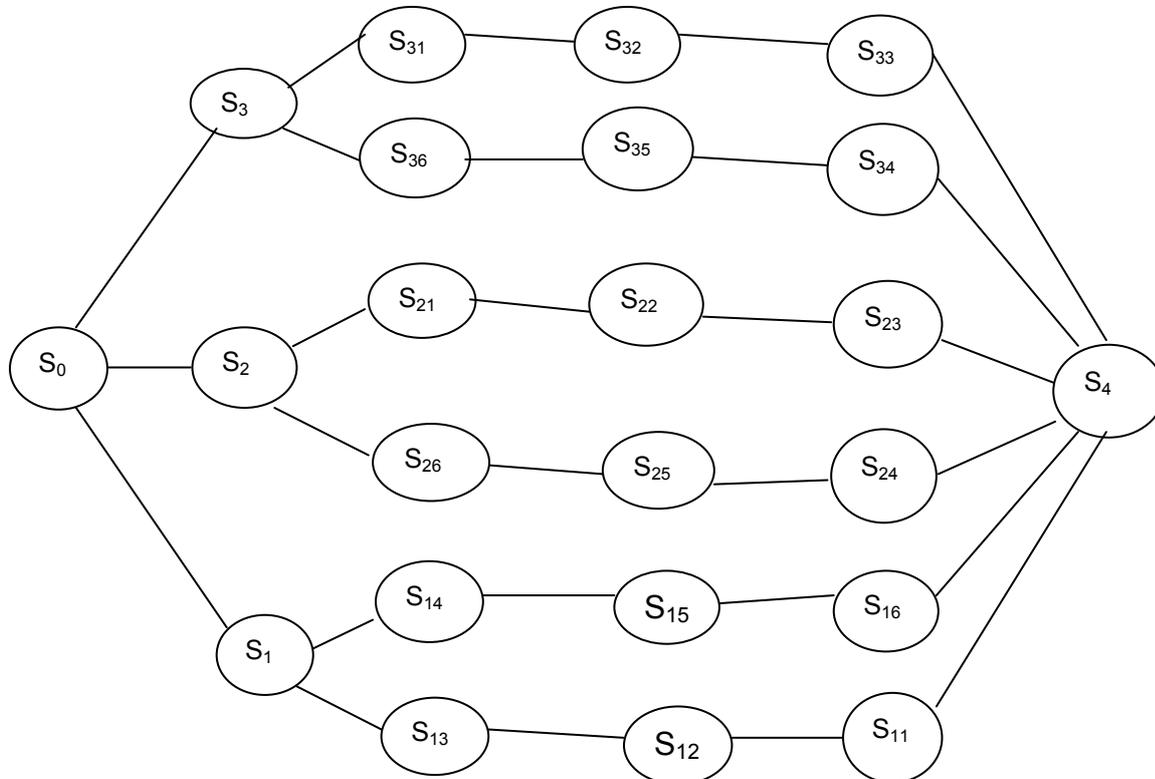
Pour conclure cet avant-propos, j'espère sincèrement que ce rapport sera très utile aux futurs candidats de l'agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur.

Norbert PERROT
Président du jury

Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité de mécanique générale et des milieux déformables

Partie 1 - Étude cinématique et analyse de la structure parallèle

Question 1 : Graphe des liaisons réalisé à partir de la figure 10.



$L_{33/4}$: liaison pivot d'axe ($B_3, \overrightarrow{y_{B3}}$)	$L_{21/22}$: liaison pivot d'axe ($A_5, \overrightarrow{x_{A5}}$)
$L_{34/4}$: liaison pivot d'axe ($B_6, \overrightarrow{y_{B6}}$)	$L_{26/25}$: liaison pivot d'axe ($A_2, \overrightarrow{x_{A2}}$)
$L_{23/4}$: liaison pivot d'axe ($B_5, \overrightarrow{y_{B5}}$)	$L_{14/15}$: liaison pivot d'axe ($A_4, \overrightarrow{x_{A4}}$)
$L_{24/4}$: liaison pivot d'axe ($B_2, \overrightarrow{y_{B2}}$)	$L_{13/12}$: liaison pivot d'axe ($A_1, \overrightarrow{x_{A1}}$)
$L_{16/4}$: liaison pivot d'axe ($B_4, \overrightarrow{y_{B4}}$)	$L_{31/3}$: liaison pivot d'axe ($A_3, \overrightarrow{y_{A3}}$)
$L_{11/4}$: liaison pivot d'axe ($B_1, \overrightarrow{y_{B1}}$)	$L_{36/3}$: liaison pivot d'axe ($A_6, \overrightarrow{y_{A6}}$)
$L_{32/33}$: liaison pivot d'axe ($B_3, \overrightarrow{x_{B3}}$)	$L_{21/2}$: liaison pivot d'axe ($A_5, \overrightarrow{y_{A5}}$)
$L_{35/34}$: liaison pivot d'axe ($B_6, \overrightarrow{x_{B6}}$)	$L_{26/2}$: liaison pivot d'axe ($A_2, \overrightarrow{y_{A2}}$)
$L_{22/23}$: liaison pivot d'axe ($B_5, \overrightarrow{x_{B5}}$)	$L_{14/1}$: liaison pivot d'axe ($A_4, \overrightarrow{y_{A4}}$)
$L_{25/24}$: liaison pivot d'axe ($B_2, \overrightarrow{x_{B2}}$)	$L_{13/1}$: liaison pivot d'axe ($A_1, \overrightarrow{y_{A1}}$)
$L_{15/16}$: liaison pivot d'axe ($B_4, \overrightarrow{x_{B4}}$)	$L_{3/0}$: liaison glissière de direction ($\overrightarrow{z_0}$)
$L_{12/11}$: liaison pivot d'axe ($B_1, \overrightarrow{x_{B1}}$)	$L_{2/0}$: liaison glissière de direction ($\overrightarrow{z_0}$)
$L_{31/32}$: liaison pivot d'axe ($A_3, \overrightarrow{x_{A3}}$)	$L_{1/0}$: liaison glissière de direction ($\overrightarrow{z_0}$)
$L_{36/35}$: liaison pivot d'axe ($A_6, \overrightarrow{x_{A6}}$)	

Question 2

Le degré d'hyperstatisme h vaut $h = \sum L_{ij} - 6(p-1) - m_u - m_i$ avec :

- $\sum L_{ij}$ somme des inconnues de statique des liaisons ;

- m_u mobilité utile ;
- m_i mobilité interne ;
- p nombre de classes d'équivalence.

$h = (24 \times 5 + 3 \times 5 - (6 \times (23 - 1) - 3 - 0)) = 6$
 Le système est hyperstatique d'ordre 6.

Question 3

Le montage de la plate-forme mobile au reste du système nécessite :

- le parallélisme entre B3B6 et A3A6 ;
- le parallélisme entre B5B2 et A5A2 ;
- le parallélisme entre B1B4 et A1A4.

Question 4

En remplaçant les liaisons de type cardan par une rotule, on obtient un système isostatique.
 $h = (12 \times 3 + 3 \times 5 - (6 \times (11 - 1) - 3 - 6)) = 0$
 Les 6 mobilités internes proviennent de la mobilité en rotation des jambes sur leur propre axe.
 La réalisation du système avec des liaisons de type rotule est plus complexe au vu des efforts à transmettre.

Question 5

Pour imposer à la plate-forme mobile, un mouvement de translation suivant la direction \vec{Z}_0 , la loi de commande à imposer aux glissières est $Z_1 = Z_2 = Z_3$.

Question 6

On a $\vec{y}_4 = \vec{y}_{B3} = \vec{y}_{B6} = \vec{y}_{B5} = \vec{y}_{B2}$ (toutes définies fixes par rapport à S_4).
 L'ensemble S_2, S_{2i} avec $i \in [1,6]$, formant un parallélogramme cela impose $\vec{y}_{B5} = \vec{y}_{B2} = \vec{y}_{A5} = \vec{y}_{A2}$.
 De même pour l'ensemble S_3, S_{3i} $i \in [1,6]$ on a $\vec{y}_{B3} = \vec{y}_{B6} = \vec{y}_{A3} = \vec{y}_{A6}$.
 Les solides S_2 et S_3 sont en liaison glissière de direction \vec{Z}_0 on a donc toujours $\vec{y}_0 = \vec{y}_{A3} = \vec{y}_{A6} = \vec{y}_{A5} = \vec{y}_{A2}$.
 Au final, on a donc bien $\vec{y}_0 = \vec{y}_4$.

La forme caractéristique du torseur des vitesses de S_4 par rapport à S_0 est

$$\{V_{S_4/S_0}\} = \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & V'_x \\ w'_y & V'_y \\ 0 & V'_z \end{array} \right\}_{R_0, Ct}$$

Question 7

Dans une position quelconque du plateau mobile S_4 , les vecteurs peuvent s'écrire sous la forme:

$$\vec{A_2A_6} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \end{pmatrix} \quad \vec{B_2B_6} = \begin{pmatrix} x' \\ 0 \\ z' \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{A_2B_2} = \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}$$

Les points A_2, B_2, A_6, B_6 sont coplanaires si $(\vec{A_2A_6} \wedge \vec{B_2B_6}) \cdot \vec{A_2B_2} = 0$ c'est à dire si $\det \begin{bmatrix} x & x' & x'' \\ 0 & 0 & y'' \\ z & z' & z'' \end{bmatrix} = 0$ donc si

$$y'' (zx' - xz') = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{cases} y'' = 0 \\ zx' - xz' = 0 \end{cases}$$

L'équation $y''=0$ implique que les déplacements des chariots 2 et 3 soient identiques.

L'équation $zx'-xz'=0$ implique que $\overrightarrow{A_2A_6}$ et $\overrightarrow{B_2B_6}$ soient colinéaires.

Pour un déplacement des chariots 2 et 3 différents, $\overrightarrow{A_2A_6}$ et $\overrightarrow{B_2B_6}$ sont colinéaires pour une seule position du chariot 1 définie telle que $\overrightarrow{B_4B_1}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{A_2A_6}$.

Question 8

Pour un déplacement des chariots 2 et 3 différents, et un déplacement du chariot 1 tel que $\overrightarrow{A_2A_6}$ et $\overrightarrow{B_2B_6}$ soient colinéaires; l'angle θ défini par $\theta = \overrightarrow{(x_4, x_0)}$ vaut :

$$\theta = \arctan\left(\frac{Z_3 - Z_2}{A_2A_6 \cdot x_0}\right)$$

Question 9

$$\{V_{S_4/S_0}\} = \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & V'_x \\ w'_y & V'_y \\ 0 & V'_z \end{array} \right\}_{R_0, Ct}$$

- une mobilité en translation suivant la direction \vec{z}_0 , imposée par le déplacement des 3 chariots simultanément de la même valeur ;
- une mobilité en translation suivant la direction \vec{x}_0 , imposée par le déplacement du chariot 2 ou 3 et induisant une mobilité en rotation autour de la direction \vec{y}_0 ;
- une mobilité en translation suivant la direction \vec{y}_0 , imposée par le déplacement du chariot 1 induisant une mobilité en translation suivant la direction \vec{z}_0 .

$$\{V_{table/S_4}\} = \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & V''_x \\ w''_y & V''_y \\ w''_z & V''_z \end{array} \right\}_{R_0, Ct}$$

On a donc bien une machine 5 axes, 3 translations et 2 rotations.

Détermination des lois de mouvements dans une configuration spécifique

Question 10

7 inconnues	7 équations
Cinématiques : x, z, θ	de liaisons géométriques : 0
Efforts : $\vec{F}_{B'3}, \vec{F}_{B'1}, \vec{F}_{B'4}, \vec{F}_{B'2}$	de liaisons cinématiques : 0
	Lois de comportements : 4
	ressorts amortisseurs
	Théorèmes généraux : 3 (problème plan, 1 solide)

On appliquera donc le principe fondamental de la dynamique au solide S_4 en G_4 . On écrira seulement les 3 équations intéressantes puisque le problème est plan. En éliminant dans ces 3 équations les 4 efforts, on obtiendra les lois de mouvement souhaitées.

Question 11

Bilan des actions mécaniques extérieures à S_4 :

$$T_{\text{pesanteur}} / S_4 = \begin{Bmatrix} -m_4 g \sin 30 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_4 g \cos 30 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0, G_4}$$

$$T_{\text{pièce}} / S_4 = \begin{Bmatrix} X_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Y_0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0, O_c} = \begin{Bmatrix} X_0 & 0 \\ 0 & -r_0 X_0 + \frac{d\dot{\theta}}{2} Z_0 \\ Y_0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0, G_4}$$

$$T_{\text{jambe}_3} / S_4 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -k_3 z_3 - C_3 \dot{z}_3 & 0 \end{Bmatrix}_{R_3, B'_3} = \begin{Bmatrix} (-k_3 z_3 - C_3 \dot{z}_3) \sin \alpha & 0 \\ 0 & (k_3 z_3 + C_3 \dot{z}_3) \eta \sin \alpha + d \cos \alpha \\ (-k_3 z_3 - C_3 \dot{z}_3) \cos \alpha & 0 \end{Bmatrix}_{R_0, G_4}$$

$$\begin{cases} z_3 = L - \sqrt{(q - x - d)^2 + (\psi - z + d\theta)^2} \\ \dot{z}_3 = -\frac{1}{2} \left[(q - x - d)^2 + (\psi - z + d\theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[-2(q - x - d) + 2(\psi - z + d\theta)(-1 + d\dot{\theta}) \right] \end{cases}$$

$$T_{\text{jambe}_1} / S_4 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -k_1 z_1 - C_1 \dot{z}_1 & 0 \end{Bmatrix}_{R_1, B_1} = \begin{Bmatrix} (-k_1 z_1 - C_1 \dot{z}_1) \sin \beta & 0 \\ 0 & (k_1 z_1 + C_1 \dot{z}_1) \eta \sin \beta + a \cos \beta \\ (-k_1 z_1 - C_1 \dot{z}_1) \cos \beta & 0 \end{Bmatrix}_{R_0, G_4}$$

$$\begin{cases} z_1 = L - \sqrt{(e - x - a)^2 + (\psi - z + a\theta)^2} \\ \dot{z}_1 = -\frac{1}{2} \left[(e - x - a)^2 + (\psi - z + a\theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[-2(e - x - a) + 2(\psi - z + a\theta)(-1 + a\dot{\theta}) \right] \end{cases}$$

$$T_{\text{jambe}_4} / S_4 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -k_4 z_4 - C_4 \dot{z}_4 & 0 \end{Bmatrix}_{R_4, B_4} = \begin{Bmatrix} -(-k_4 z_4 - C_4 \dot{z}_4) \sin \beta & 0 \\ 0 & (k_4 z_4 + C_4 \dot{z}_4) (-n \sin \beta - c \cos \beta) \\ (-k_4 z_4 - C_4 \dot{z}_4) \cos \beta & 0 \end{Bmatrix}_{R_0, G_4}$$

$$\begin{cases} z_4 = L - \sqrt{(h + x - c)^2 + (\psi - z - c\theta)^2} \\ \dot{z}_4 = -\frac{1}{2} \left[(h + x - c)^2 + (\psi - z - c\theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[2(h + x - c) + 2(\psi - z - c\theta)(-1 - c\dot{\theta}) \right] \end{cases}$$

$$T_{\text{jambe}_2} / S_4 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -k_2 z_2 - C_2 \dot{z}_2 & 0 \end{Bmatrix}_{R_2, B_2} = \begin{Bmatrix} (-k_2 z_2 - C_2 \dot{z}_2) \sin \alpha & 0 \\ 0 & (k_2 z_2 + C_2 \dot{z}_2) (-n \sin \alpha - b \cos \alpha) \\ (-k_2 z_2 - C_2 \dot{z}_2) \cos \alpha & 0 \end{Bmatrix}_{R_0, G_4}$$

$$\begin{cases} z_2 = L - \sqrt{(f + x - b)^2 + (\psi - z - b\theta)^2} \\ \dot{z}_2 = -\frac{1}{2} \left[(f + x - b)^2 + (\psi - z - b\theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[2(f + x - b) + 2(\psi - z - b\theta)(-1 - b\dot{\theta}) \right] \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{c} -m_4 g \sin 30 \\ 0 \\ -m_4 g \cos 30 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_{R_0, G_4} + \left\{ \begin{array}{c} (-k_3 z_3 - C_3 \dot{z}_3) \sin \alpha \\ 0 \\ (-k_3 z_3 - C_3 \dot{z}_3) \cos \alpha \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ (k_3 z_3 + C_3 \dot{z}_3) (n \sin \alpha + d \cos \alpha) \\ 0 \end{array} \right\}_{R_0, G_4} + \\
& \left\{ \begin{array}{c} (-k_1 z_1 - C_1 \dot{z}_1) \sin \beta \\ 0 \\ (-k_1 z_1 - C_1 \dot{z}_1) \cos \beta \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ (k_1 z_1 + C_1 \dot{z}_1) (n \sin \beta + a \cos \beta) \\ 0 \end{array} \right\}_{R_0, G_4} + \\
& \left\{ \begin{array}{c} -(k_4 z_4 - C_4 \dot{z}_4) \sin \beta \\ 0 \\ -(k_4 z_4 - C_4 \dot{z}_4) \cos \beta \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ (k_4 z_4 + C_4 \dot{z}_4) (-n \sin \beta - c \cos \beta) \\ 0 \end{array} \right\}_{R_0, G_4} + \\
& \left\{ \begin{array}{c} -(k_2 z_2 - C_2 \dot{z}_2) \sin \alpha \\ 0 \\ -(k_2 z_2 - C_2 \dot{z}_2) \cos \alpha \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ (k_2 z_2 + C_2 \dot{z}_2) (-n \sin \alpha - b \cos \alpha) \\ 0 \end{array} \right\}_{R_0, G_4} = \left\{ \begin{array}{c} m_4 \ddot{x} \\ 0 \\ m_4 \ddot{z} \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ I_4 \ddot{\theta} \\ 0 \end{array} \right\}_{R_0, G_4}
\end{aligned}$$

Question 12

À partir d'une modélisation de l'action de l'outil sous forme impulsionnelle, on pourra étudier la réponse à cette sollicitation grâce aux lois de mouvements précédemment trouvées.

Partie 2 - Modéliser l'assemblage par frettage du couple « outil / porte-outil ».

Question 13

Hypothèses :

- problème de statique ;
- forces de gravité négligeables ;
- comportement isotrope, linéaire et élastique.

Conservation de la quantité de mouvement : $\overline{\text{div}}(\overline{\sigma}) = \overline{0}$

Loi de comportement : $\overline{\sigma} = 2\mu\overline{\varepsilon} + \lambda\text{tr}[\overline{\varepsilon}]\overline{I}$

Conditions aux limites :

$$\begin{cases}
\overline{\sigma} \overline{e}_r = -p_e \overline{e}_r \text{ en } r = R_e \\
\overline{\sigma} (-\overline{e}_r) = -p_i (-\overline{e}_r) \text{ en } r = R_i \\
\overline{\sigma} \overline{e}_z = \overline{0} \text{ en } z = L \\
\overline{u} \cdot \overline{e}_z = 0 \text{ en } z = 0
\end{cases}$$

Question 14

$\overline{u}(M) = u(r, \theta, z) \overline{e}_r + v(r, \theta, z) \overline{e}_\theta + w(r, \theta, z) \overline{e}_z$

Symétrie cylindrique donc $\overline{u}(M) = u(r) \overline{e}_r + w(z) \overline{e}_z$

Tenseur de déformation $\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[\overline{\text{grad}} \overline{u}(M) + {}^t \overline{\text{grad}} \overline{u}(M) \right]$

$$\overline{\overline{\text{grad } \vec{u}(M)}} = \begin{bmatrix} \frac{du}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dw}{dz} \end{bmatrix}_{\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z} \quad \text{donc } \overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{du}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dw}{dz} \end{bmatrix}_{\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z}$$

Question 15

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \text{tr}(\overline{\overline{\varepsilon}}) \delta_{ij}$$

$$\sigma_{rr} = 2\mu \varepsilon_{rr} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{rr} + \lambda\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda\varepsilon_{zz}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\mu \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda\varepsilon_{rr} + \lambda\varepsilon_{zz}$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \varepsilon_{zz} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{zz} + \lambda\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda\varepsilon_{rr}$$

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu)\frac{du}{dr} + \lambda\frac{u}{r} + \lambda\frac{dw}{dz}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu)\frac{u}{r} + \lambda\frac{du}{dr} + \lambda\frac{dw}{dz}$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)\frac{dw}{dz} + \lambda\frac{du}{dr} + \lambda\frac{u}{r}$$

Question 16

Il s'agit d'un problème de statique et les forces de gravité sont négligées. L'équilibre local s'écrit donc : $\overline{\overline{\text{div } \overline{\overline{\sigma}}}} = \vec{0}$

$$\text{donc } \begin{cases} \frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \\ \frac{d\sigma_{zz}}{dz} = 0 \end{cases}$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{\lambda}{r}\frac{du}{dr} - \frac{\lambda}{r^2}u + \frac{1}{r}\left[(\lambda + 2\mu)\frac{du}{dr} + \lambda\frac{u}{r} + \lambda\frac{dw}{dz} - (\lambda + 2\mu)\frac{u}{r} - \lambda\frac{du}{dr} - \lambda\frac{dw}{dz}\right] = 0$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{\lambda}{r}\frac{du}{dr} - \frac{\lambda}{r^2}u + \frac{2\mu}{r}\frac{du}{dr} - 2\mu\frac{u}{r^2} = 0$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{d^2u}{dr^2} + \left(\frac{\lambda + 2\mu}{r}\right)\frac{du}{dr} - (\lambda + 2\mu)\frac{u}{r^2} = 0$$

$$\text{et donc } \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \text{ (E) et } w_{,zz} = 0$$

Question 17

De façon évidente $w = Cz + D$.

Vérifions que $u(r) = Ar + \frac{B}{r}$ est solution de (E) :

$$u'(r) = A - \frac{B}{r^2} \text{ et } u''(r) = \frac{2B}{r^3} \text{ et donc } \frac{2B}{r^3} + \frac{A}{r} - \frac{B}{r^3} - \frac{A}{r} - \frac{B}{r^3} = 0$$

La solution proposée est bien solution de l'équation différentielle (E).

Question 18

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = A - \frac{B}{r^2} \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} = A + \frac{B}{r^2} \quad \varepsilon_{zz} = \frac{dw}{dz} = C$$

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu) \left(A - \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left(A + \frac{B}{r^2} \right) + \lambda C = 2(\lambda + \mu)A - 2\mu \frac{B}{r^2} + \lambda C$$

$$\sigma_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu) \left(A + \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left(A - \frac{B}{r^2} \right) + \lambda C = 2(\lambda + \mu)A + 2\mu \frac{B}{r^2} + \lambda C$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)C + \lambda \left(A + \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left(A - \frac{B}{r^2} \right) = (\lambda + 2\mu)C + 2\lambda A$$

Question 19

Composante u du champ de déplacement $u(r) = Ar + \frac{B}{r}$

Conditions aux limites $\sigma_{rr}(R_i) = -p_i$ et $\sigma_{rr}(R_e) = -p_e$

$$2(\lambda + \mu)A - 2\mu \frac{B}{R_i^2} + \lambda C = -p_i$$

$$2(\lambda + \mu)A - 2\mu \frac{B}{R_e^2} + \lambda C = -p_e$$

donc $-2\mu \frac{B}{R_i^2} + 2\mu \frac{B}{R_e^2} = -p_i + p_e$

$$\text{soit } 2\mu B \left(\frac{1}{R_e^2} - \frac{1}{R_i^2} \right) = -p_i + p_e \text{ et donc } B = \frac{p_e - p_i}{2\mu} \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2}$$

$$\frac{2(\lambda + \mu)A}{R_e^2} - 2\mu \frac{B}{R_i^2 R_e^2} + \frac{\lambda C}{R_e^2} = -\frac{p_i}{R_e^2}$$

$$\frac{2(\lambda + \mu)A}{R_i^2} - 2\mu \frac{B}{R_i^2 R_e^2} + \frac{\lambda C}{R_i^2} = -\frac{p_e}{R_i^2}$$

$$\text{soit } \frac{2(\lambda + \mu)A}{R_e^2} - \frac{2(\lambda + \mu)A}{R_i^2} + \frac{\lambda C}{R_e^2} - \frac{\lambda C}{R_i^2} = -\frac{p_i}{R_e^2} + \frac{p_e}{R_i^2}$$

$$\left[\frac{1}{R_e^2} - \frac{1}{R_i^2} \right] 2(\lambda + \mu)A + \lambda C \left(\frac{1}{R_e^2} - \frac{1}{R_i^2} \right) = \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 R_e^2}$$

$$A = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left[-\lambda C + \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} \right]$$

$$B = \frac{p_e - p_i}{2\mu} \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2}$$

$$u(r) = Ar + \frac{B}{r}$$

Question 20

Nous avons :

- $w(0) = 0$ donc $D = 0$;
- l'extrémité ($z = L$) est libre d'effort.

$$\text{Donc : } \sigma_{zz}(z=L) = (\lambda + 2\mu)C + 2\lambda A = 0 \Rightarrow C = -\frac{2\lambda A}{(\lambda + 2\mu)}$$

Calcul de C :

$$A = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left[-\lambda C + \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} \right]$$

$$C = \frac{\lambda}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_e^2 - R_i^2}$$

$$w(z) = \frac{\lambda}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_e^2 - R_i^2} z$$

$$A = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left[-\lambda C + \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} \right]$$

Question 21

$$\rightarrow \sigma_{rr} = (3\lambda + 2\mu)A - 2\mu \frac{B}{r^2} = \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} - (p_e - p_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2} \frac{1}{r^2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{R_e^2 - R_i^2} \left[p_i R_i^2 - p_e R_e^2 - \frac{(p_i - p_e) R_i^2 R_e^2}{r^2} \right] \text{ avec } \sigma_{rr}(R_i) = -p_i$$

$$\text{Donc } \sigma_{\theta\theta} = (3\lambda + 2\mu)A + 2\mu \frac{B}{r^2} = \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} + (p_e - p_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2} \frac{1}{r^2}$$

$$\rightarrow \sigma_{\theta\theta} = (3\lambda + 2\mu)A + 2\mu \frac{B}{r^2} = \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} + (p_e - p_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2} \frac{1}{r^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{R_i^2 - R_e^2} \left[R_e^2 p_e - R_i^2 p_i + (p_e - p_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{r^2} \right]$$

$$\text{Donc } \sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{R_e^2 - R_i^2} \left[p_i R_i^2 - p_e R_e^2 + \frac{(p_i - p_e) R_i^2 R_e^2}{r^2} \right]$$

$$\rightarrow \sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)C + 2\lambda A \text{ avec } A = -\frac{(\lambda + 2\mu)}{2\lambda} C$$

Donc $\sigma_{zz} = 0$.

Application à l'assemblage fretté

Question 22

$$A = \frac{(\lambda + 2\mu)}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} \text{ et } B = \frac{(p_e - p_i)(R_i^2 R_e^2)}{2\mu(R_i^2 - R_e^2)}$$

$$A^{(i)} = \frac{(\lambda + 2\mu)}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{\rho_i^2}{R_i^2 - \rho_i^2} p_{init} \quad \text{et} \quad B^{(i)} = \frac{1}{2\mu} \frac{R_i^2 \rho_i^2}{R_i^2 - \rho_i^2} p_{init}$$

$$A^{(e)} = -\frac{(\lambda + 2\mu)}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{\rho_e^2}{\rho_e^2 - R_e^2} p_{init} \quad \text{et} \quad B^{(e)} = \frac{-1}{2\mu} \frac{\rho_e^2 R_e^2}{\rho_e^2 - R_e^2} p_{init}$$

Question 23

$$r_i = R_i + u^{(i)}(R_i) = R_i + A^{(i)}R_i + \frac{B^{(i)}}{R_i}$$

$$\rho = \rho_i + u^{(i)}(\rho_i) = \rho_i + A^{(i)}\rho_i + \frac{B^{(i)}}{\rho_i}$$

$$r_e = R_e + u^{(e)}(R_e) = R_e + A^{(e)}R_e + \frac{B^{(e)}}{R_e}$$

$$\rho = \rho_e + u^{(e)}(\rho_e) = \rho_e + A^{(e)}\rho_e + \frac{B^{(e)}}{\rho_e}$$

$$p_{init} = \frac{(\rho_e - \rho_i)}{\frac{(\lambda + 2\mu)}{2\lambda(3\lambda + 2\mu)} \left(\frac{\rho_e^3}{R_e^2 - \rho_e^2} - \frac{\rho_i^3}{R_i^2 - \rho_i^2} \right) + \frac{1}{2\mu} \left(\frac{R_e^2 \rho_e}{R_e^2 - \rho_e^2} - \frac{R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - \rho_i^2} \right)}$$

Question 24

Le critère de Tresca s'énonce de la façon suivante :

$\sup_{i,j} |\sigma_i - \sigma_j| < \sigma_e$ où σ_i et σ_j sont les contraintes principales.

Les contraintes dans le tube intérieur sont données par les expressions suivantes :

$$\sigma_{rr} = (3\lambda + 2\mu)A^{(i)} - 2\mu \frac{B^{(i)}}{r^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = (3\lambda + 2\mu)A^{(i)} + 2\mu \frac{B^{(i)}}{r^2}$$

$$\sigma_{zz} = 0$$

Elles sont maximales en $r = R_i$, donc :

$$\sup_{i,j} |\sigma_i - \sigma_j| = |\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}| = \left| -4\mu \frac{B^{(i)}}{R_i^2} \right| = -2 \frac{\rho_i^2}{R_i^2 - \rho_i^2} p_{init}$$

Donc :

$$\sup_{i,j} |\sigma_i - \sigma_j| < \sigma_e \Rightarrow -2 \frac{\rho_i^2}{R_i^2 - \rho_i^2} p_{init} < \sigma_e \Rightarrow p_{init} < \frac{\sigma_e}{2} \left(1 - \frac{R_i^2}{\rho_i^2} \right)$$

$$R_i \leq \rho_i \sqrt{\frac{2p_{init}}{\sigma_e} - 1}$$

Question 25

Étant donné l'expression de la contrainte de cisaillement sur la surface de l'outil :

$$\tau = f p_{init}$$

Le couple transmissible s'écrit :

$$C = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^L \tau 2\rho_i dz \right) d\theta = 2\pi p_{ini} \rho_i L f$$

Pour transmettre le couple C_{max} , il faut que :

$$C \geq C_{max} \Rightarrow p_{init} \geq \frac{C_{max}}{2\pi \rho_i^2 L f}$$

Question 26

Pour assurer la transmission du couple par frettage, il faut maîtriser les tolérances sur le diamètre de l'outil et du porte outil. Dans le cas du soudage par FSW, c'est l'élévation de température de l'outillage qui risque de limiter le couple transmissible. Cela n'est pas pris en compte dans ce calcul.

Partie 3 - Modéliser une opération de soudage par friction malaxage

Étude préliminaire : modèle thermique

Question 27

Si on injecte l'expression du flux de chaleur donnée par la loi de Fourier dans l'équation de conservation de l'énergie, on obtient l'équation de la chaleur :

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \overline{\text{grad}}(T) \cdot \overline{V} \right) = \text{div} \left(k \overline{\text{grad}}(T) \right) + Q \delta(x_1 - \xi_1) \delta(x_2 - \xi_2) \delta(x_3 - \xi_3) \delta(t)$$

Comme la conductivité thermique k est supposée uniforme et que le milieu est solide ($\overline{V} = \overline{0}$) l'équation de la chaleur s'écrit finalement :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \Delta T + \frac{1}{\rho c} Q \delta(x_1 - \xi_1) \delta(x_2 - \xi_2) \delta(x_3 - \xi_3) \delta(t) \text{ avec } \alpha = k / \rho c$$

En posant par ailleurs $\theta = T - T_0$ on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \Delta \theta + \frac{1}{\rho c} Q \delta(x_1 - \xi_1) \delta(x_2 - \xi_2) \delta(x_3 - \xi_3) \delta(t) \\ \lim_{x_i \rightarrow \pm\infty} (\theta) = 0 \quad i=1,2,3 \\ \theta = 0 \text{ à } t = 0 \text{ en } (x_1, x_2, x_3) \neq (\xi_1, \xi_2, \xi_3) \end{cases}$$

Question 28

La solution du problème homogène associé à la variable i est obtenue en résolvant tout d'abord l'équation homogène :

$$\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x_i^2} - \frac{p}{\alpha} \theta_i = 0$$

Ce qui donne :

$$\theta_i^1(x_i, p) = A e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} + B e^{x_i \sqrt{p/\alpha}}$$

La solution particulière est obtenue suivant la méthode de variation de la constante :

$$\theta_i^2(x_i, p) = C(x_i) e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} + D(x_i) e^{x_i \sqrt{p/\alpha}}$$

Donc

$$\frac{d(\theta_i^2(x_i, p))}{dx_i} = C' e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} - C \sqrt{p/\alpha} e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} + D' e^{x_i \sqrt{p/\alpha}} + D \sqrt{p/\alpha} e^{x_i \sqrt{p/\alpha}}$$

D'où

$$C' e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} + D' e^{x_i \sqrt{p/\alpha}} = 0$$

Puis

$$\frac{d^2(\theta_i^2(x_i, p))}{dx_i^2} = -C' \sqrt{p/\alpha} e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} + C(p/\alpha) e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} + D' \sqrt{p/\alpha} e^{x_i \sqrt{p/\alpha}} + D(p/\alpha) e^{x_i \sqrt{p/\alpha}}$$

D'où

$$-C' \sqrt{p/\alpha} e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} + D' \sqrt{p/\alpha} e^{x_i \sqrt{p/\alpha}} + \frac{1}{\alpha} \delta(x_i - \xi_i) = 0$$

Des deux relations précédentes, on en déduit :

$$C'(x_i) = \frac{\delta(x_i - \xi_i) e^{x_i \sqrt{p/\alpha}}}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}} \text{ et } C(x_i) = -\frac{\delta(x_i - \xi_i) e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}}}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}}$$

Soit

$$C(x_i) = \frac{H(x_i - \xi_i) e^{\xi_i \sqrt{p/\alpha}}}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}} \quad \text{et} \quad C(x_i) = -\frac{H(x_i - \xi_i) e^{-\xi_i \sqrt{p/\alpha}}}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}}$$

Car

$$\delta(x-a)f(x) = \delta(x-a)f(a) \quad \text{et} \quad \int \delta(x-a)dx = H(x-a)$$

On a donc finalement :

$$\theta_i^2(x, p) = H(x_i - \xi_i) \frac{e^{-(x_i - \xi_i)\sqrt{p/\alpha}} - e^{(x_i - \xi_i)\sqrt{p/\alpha}}}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}}$$

Donc, la solution générale est :

$$\theta_i(x, p) = e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} \left(A + \frac{H(x_i - \xi_i)}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}} \right) + e^{x_i \sqrt{p/\alpha}} \left(B - \frac{H(x_i - \xi_i)}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}} \right)$$

On a alors

$$\lim_{x_i \rightarrow \infty} \theta_i(x, p) = e^{x_i \sqrt{p/\alpha}} \left(B - \frac{H(x_i - \xi_i)}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}} \right) = 0 \quad \text{donc} \quad B = \frac{H(x_i - \xi_i)}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}}$$

et

$$\lim_{x_i \rightarrow -\infty} \theta_i(x, p) = A e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}} = 0 \quad \text{donc} \quad A = 0$$

Et, finalement :

$$\theta_i(x, p) = \frac{H(x_i - \xi_i)}{2\alpha \sqrt{p/\alpha}} e^{-x_i \sqrt{p/\alpha}}$$

La transformée inverse de Laplace donne donc :

$$\theta_i(x, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi \alpha t}} e^{-\frac{(x_i - \xi_i)^2}{4\alpha t}}$$

Question 29

D'après la question précédente, étant donné que :

$$\theta(x_1, x_2, x_3, t) = \frac{Q}{\rho c} \theta_1(x_1, t) \theta_2(x_2, t) \theta_3(x_3, t)$$

On obtient :

$$T(x_1, x_2, x_3, t) - T_0 = \frac{Q}{8\rho c (\pi \alpha t)^{3/2}} e^{-\left[\frac{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 - \xi_3)^2}{4\alpha t} \right]}$$

Question 30

La source ponctuelle et instantanée émet, à t_i , la quantité de chaleur $\dot{Q} dt_i$. Un point situé à l'instant t dans le repère mobile a pour coordonnées (X_1, x_2, x_3) . Il était situé à l'instant t_i ($< t$) à une distance plus importante de la source telle que :

$$x_1 - \xi_1 = X_1 + u(t - t_i)$$

$$x_2 - \xi_2 = x_2$$

$$x_3 - \xi_3 = x_3$$

Un laps de temps $(t - t_i)$ s'est écoulé depuis que la quantité de chaleur a été générée instantanément à t_i . La surchauffe au point M peut être obtenue en utilisant le résultat de la question 29 :

$$T(X_1, x_2, x_3, t) - T_0 = \frac{\dot{Q} dt_i}{8\rho c (\pi \alpha (t - t_i))^{3/2}} e^{-\left[\frac{(X_1 + u(t - t_i))^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2}{4\alpha (t - t_i)} \right]}$$

Question 31

La source se déplace entre $t = 0$ et t et émet en continu \dot{Q} . La surchauffe ressentie en $M(x_1, x_2, x_3)$ à t s'écrit par conséquent :

$$T(X_1, x_2, x_3, t) - T_0 = \frac{\dot{Q}}{8\rho c (\pi\alpha)^{3/2}} \int_0^t \frac{e^{-\left[\frac{(X_1+u(t-t_i))^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2}{4\alpha(t-t_i)}\right]}}{(t-t_i)^{3/2}} dt_i$$

On pose $\xi = \frac{R}{2\sqrt{\alpha(t-t_i)}} \Rightarrow d\xi = \frac{R}{4\sqrt{\alpha}} \frac{dt_i}{(t-t_i)^{3/2}}$

D'où $\int_0^t (...) dt_i = \int_R^{\infty} \frac{4\sqrt{\alpha}}{2\sqrt{\alpha t}} \frac{1}{R} e^{-\left[\frac{(X_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2}{R^2 \xi^2}\right]} e^{-\frac{u^2 R^2}{16\alpha^2 \xi^2}} e^{\frac{uX_1}{2\alpha}} d\xi$

Mais $\alpha = \frac{k}{\rho c}$ et $R^2 = X_1^2 + x_2^2 + x_3^2$

Donc $T(X_1, x_2, x_3, t) - T_0 = \frac{\dot{Q}}{2Rk(\pi)^{3/2}} e^{-\frac{uX_1}{2\alpha}} \int_R^{\infty} e^{-\left[\xi^2 + \frac{u^2 R^2}{16\alpha^2 \xi^2}\right]} d\xi$

Question 32

Le régime étant stationnaire, nous avons :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} [T(X_1, x_2, x_3, t) - T_0] = \frac{\dot{Q}}{2Rk(\pi)^{3/2}} e^{-\frac{uX_1}{2\alpha}} \int_0^{\infty} e^{-\left[\xi^2 + \frac{u^2 R^2}{16\alpha^2 \xi^2}\right]} d\xi$$

Donc la relation donnée en annexe pour $a = 1$ et $b = \frac{u^2 R^2}{16\alpha^2}$ conduit à :

$$\int_0^{\infty} e^{-\left[\xi^2 + \frac{u^2 R^2}{16\alpha^2 \xi^2}\right]} d\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{uR}{2\alpha}}$$

D'où $T(X_1, x_2, x_3) - T_0 = \frac{\dot{Q}}{4Rk\pi} e^{\left(\frac{u(R+X_1)}{2\alpha}\right)}$

Question 33

Si la face supérieure de la plaque est isolée et si \dot{Q}_t est le flux de chaleur libéré par l'opération de soudage, la surchauffe correspondante pour un milieu semi-infini tel que modélisée à la question précédente devient :

$$T(X_1, x_2, x_3) - T_0 = \frac{2\dot{Q}}{4Rk\pi} e^{\left(\frac{u(R+X_1)}{2\alpha}\right)}$$

Application au cas du soudage par friction malaxage

Question 34

Le flux de chaleur généré par le frottement sur l'épaulement et les surfaces du pion s'exprime de la façon suivante :

$$\dot{Q} = \int_s \sigma_t v ds$$

où τ et V désignent respectivement la contrainte tangentielle et la vitesse de glissement en un point de la surface de friction. Dans ces conditions, on obtient :

$$\dot{Q}_1 = \frac{1}{12} \pi (D_e^3 - D_p^3) \frac{2\pi N}{60} \overline{m\tau_e}$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{1}{4} \pi D_p^2 h \frac{2\pi N}{60} \overline{m\tau_e}$$

$$\dot{Q}_3 = \frac{1}{12} \pi D_p^3 \frac{2\pi N}{60} \overline{m\tau_e}$$

Question 35

La vitesse de glissement verticale résultant de la rotation à la vitesse N (tr/min) d'un pion fileté de pas p s'écrit :

$$V = \frac{p}{2\pi} \frac{2\pi N}{60}$$

Il en résulte :

$$\dot{Q}_4 = \int_0^{2\pi} \int_0^h \left(\frac{p}{2\pi} \frac{2\pi N}{60} \overline{m\tau_e} \right) \frac{D_p}{2} dz d\theta = \frac{2\pi N}{60} \left(p \frac{D_p}{2} h \right) \overline{m\tau_e}$$

Question 36

$$Q_t = \frac{\pi}{12} \left[D_e^3 + 3D_p^2 h + \frac{6}{\pi} p D_p h \right] \left(\frac{2\pi N}{60} \overline{m\tau_e} \right)$$

Donc :

$$\frac{Q_1}{Q_t} = \frac{(D_e^3 - D_p^3)}{\left[D_e^3 + 3D_p^2 h + \frac{6}{\pi} p D_p h \right]} = 0,89$$

$$\frac{Q_2}{Q_t} = \frac{3D_p^2 h}{\left[D_e^3 + 3D_p^2 h + \frac{6}{\pi} p D_p h \right]} = 0,07$$

$$\frac{Q_3}{Q_t} = \frac{D_p^3}{\left[D_e^3 + 3D_p^2 h + \frac{6}{\pi} p D_p h \right]} = 0,03$$

$$\frac{Q_4}{Q_t} = \frac{\frac{6}{\pi} p D_p h}{\left[D_e^3 + 3D_p^2 h + \frac{6}{\pi} p D_p h \right]} = 0,01$$

L'essentiel du flux de chaleur est généré par le frottement de l'épaulement sur la surface supérieure des tôles.

Finalement $Q_t \approx Q_1 = \frac{1}{12} \pi (D_e^3 - D_p^3) \frac{2\pi N}{60} \overline{m\tau_e}$

Question 37

Si on instrumente l'outil avec un thermocouple, il est possible de mesurer la température sous l'épaulement. Connaissant les paramètres matériau, il est donc possible d'augmenter ou de diminuer la température en modifiant les vitesses d'avance ou de rotation de l'outil. L'amplitude de variation est donnée par la formule suivante :

$$T \left(\frac{D_p}{2}, 0, 0 \right) = \frac{1}{12} (D_e^3 - D_p^3) \frac{2\pi N}{60} \overline{m\tau_e} \frac{1}{\lambda} \frac{e^{\left(\frac{u(D_p)}{2\alpha} \right)}}{D_p}$$

Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité de mécanique générale et des milieux déformables

1. Présentation du sujet

Le support retenu pour l'épreuve de Mécanique générale et Milieux déformables de la session 2012 est une machine d'usinage grande vitesse de type « Verne ». Cette machine se compose de deux sous-ensembles :

- un module appelé « Hermès », de type structure parallèle ;
- une table dite de « Tilting » à deux axes.

Cette épreuve a permis de tester, chez les candidats, connaissances et capacités requises des champs disciplinaires suivants :

- mécanique du solide et des systèmes de solides ;
- mécanique des milieux continus ;
- énergétique et transfert de chaleur.

Le sujet comporte trois parties indépendantes organisées autour d'une analyse systémique du système. Chaque partie, de difficulté variable, s'attache à tester les compétences des candidats pour prédire les performances liées à une ou plusieurs fonctions techniques, ou valider le dimensionnement d'un composant du système.

2. Analyse globale des résultats

L'épreuve de mécanique générale et de milieux déformables a conduit les candidats à :

- vérifier les degrés de liberté pilotables du module Hermès et à déterminer les lois de mouvement dans une configuration donnée ;
- modéliser l'assemblage par frettage du couple « outil / porte-outil » ;
- modéliser l'évolution thermique d'une opération de soudage par friction-malaxage.

Concernant la mécanique du solide essentiellement présente dans la première partie, le jury constate qu'elle a été abordée par quasiment la totalité des candidats. Il est à noter que la compréhension du schéma cinématique n'a pas posé de réel problème. En revanche, il est à regretter que le calcul d'un degré d'hyperstatisme ne soit pas toujours maîtrisé, que la mise en équations d'une coplanarité ou l'écriture d'un torseur cinématique pose des difficultés. La mise en œuvre de l'étude dynamique simplifiée et paramétrée (traitée par un quart des candidats avec Lagrange et par le reste avec le principe fondamental de la dynamique) montre un manque de rigueur dans l'exposé de la démarche de résolution ainsi que dans les notations. Les résultats sont dans l'ensemble juste satisfaisants. Si quelques candidats montrent un manque de maîtrise des outils d'analyse des systèmes mécaniques, d'autres candidats ont su traiter cette partie de façon satisfaisante.

Concernant la mécanique des milieux continus, le jury constate qu'un tiers des candidats n'a pas abordé les questions concernées. Pour ceux qui ont tenté d'y répondre, les résultats sont satisfaisants. Le jury constate néanmoins que très peu de candidats proposent une formulation complète du problème posé. Certains candidats ont toujours des lacunes très importantes en mécanique des milieux continus. Cela est d'autant plus décevant que le sujet abordé était très classique.

De même que pour la mécanique des milieux continus, le jury constate qu'un tiers des candidats n'a pas répondu aux questions relatives à la thermique. Les équations de la thermique semblent mieux maîtrisées mais leur résolution pose encore des difficultés.

Si le jury se félicite de la présence de bonnes copies, il regrette cependant que trop de copies n'abordent pas toutes les parties ou soient d'un niveau bien insuffisant.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Partie 1

L'objectif de cette partie était de valider le choix de la structure HERMES. Cette partie était sous-divisée en deux sous-parties.

La première sous-partie consistait en une étude cinématique du mécanisme. Pour ce faire, les candidats devaient à partir du schéma cinématique fourni, calculer le degré d'hyperstatisme du système, pour ensuite proposer une modification des liaisons permettant d'atteindre un système isostatique. De par la structure incluant deux parallélogrammes, on pouvait montrer simplement que le plateau ne possédait qu'une mobilité en rotation autour de l'axe $\overline{y_0}$ et en déduire ainsi la forme du torseur cinématique. En partant de l'écriture de trois vecteurs judicieusement choisis dans une position quelconque et en écrivant la condition de coplanarité des quatre points, on arrivait à un système permettant de conclure que les points n'étaient coplanaires que dans deux cas particuliers. On peut alors déterminer, dans le plan prédéfini, l'angle d'inclinaison du plateau pour une position du chariot 2 différente de la position du chariot 3. Le candidat pouvait ensuite écrire le torseur cinématique global de la machine et conclure sur le nombre d'axes de cette dernière.

Dans une seconde sous-partie, les candidats étaient amenés à proposer une démarche de résolution pour une étude dynamique simplifiée et paramétrée. Il est à noter que le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble plateau mobile S4 et outil au centre de masse de l'ensemble permettait une résolution simple. Seules trois équations étaient à écrire vu que le problème était plan. Les candidats étaient laissés libres pour cette sous-partie.

Cette partie comportait 12 questions. Cette partie a été très largement abordée par les candidats (seuls 2 candidats sur 115 ne l'ont pas traitée). La seconde sous-partie a été traitée souvent de manière incomplète, l'écriture du système d'équations étant le plus souvent partielle.

Partie 2

L'objectif de cette partie était de dimensionner la liaison par frettage entre un outil de FSW et son porte-outil afin d'assurer la fonction FS2.

Après une étude préliminaire consistant à calculer les champs de contrainte et de déformation dans un tube soumis à une pression intérieure et une pression extérieure, il s'agissait de dimensionner l'assemblage afin de ne pas endommager l'outillage tout en assurant un couple transmissible suffisant au regard de l'application.

Cette partie a fait appel à la capacité des candidats à modéliser et résoudre un problème de mécanique des milieux continus. Pour ceux qui ont abordé cette partie, les résultats sont satisfaisants. On constate néanmoins un manque de rigueur dans les notations (égalités entre scalaires et tenseurs ou vecteurs) et dans la formulation des conditions aux limites.

Pour dimensionner cette liaison, il est nécessaire de vérifier que les effets d'inertie ou que l'augmentation de température ne peuvent pas induire un défrettage. Certains candidats ont fait d'excellentes remarques à ce sujet dans la dernière question qui était « ouverte ».

Partie 3

L'objectif de cette partie était de développer une modélisation thermique simplifiée du procédé de soudage par friction malaxage qui permette de répondre à la fonction FS4. Ce modèle devait permettre de contrôler la température sous l'outil en adaptant les paramètres de soudage (vitesse d'avance V_f et vitesse de rotation N).

Pour cela, les candidats étaient amenés à calculer successivement la réponse impulsionnelle à une source ponctuelle de chaleur, la réponse instationnaire d'un point source mobile (par intégration de la réponse impulsionnelle) et finalement les flux de chaleur induits par le frottement de l'outil avec la matière.

Cette partie était moins classique que les deux précédentes, mais a été assez bien traitée par les candidats qui l'ont abordée. Il est regrettable qu'un tiers des candidats n'ait pas abordé cette partie dans la mesure où de nombreux résultats intermédiaires étaient fournis.

Conseils du jury

Le jury encourage les candidats à traiter toutes les parties du sujet et à montrer qu'ils maîtrisent l'ensemble des domaines des sciences de l'ingénieur. Ainsi, le jury apprécie les copies où les candidats tentent de répondre à la globalité du sujet.

Pour ce qui est de la présentation des copies, il est souhaitable de bien indiquer le numéro des questions traitées, d'encadrer le résultat et d'indiquer, tout en étant concis, la démarche de résolution. Cette dernière doit être exposée avec rigueur, les hypothèses doivent être explicitées clairement et les notations doivent être précises et claires.

Le jury apprécie les candidats qui justifient ou même simplement expliquent les démarches adoptées pour résoudre les questions posées.

L'épreuve de mécanique générale et des milieux déformables de l'Agrégation de Mécanique requiert un haut niveau de connaissances scientifiques et la maîtrise de compétences propres aux sciences de l'ingénieur et à ce titre une préparation spécifique est indispensable.

Dans ce but, le jury invite les futurs candidats qui souhaitent bénéficier d'une préparation efficace, à se rapprocher des formations mises en place par les différents centres de préparation (Universités, ENS, CNED). La lecture de la définition des épreuves des nouvelles agrégations et des programmes de celles-ci est aussi un élément indispensable à une bonne préparation.

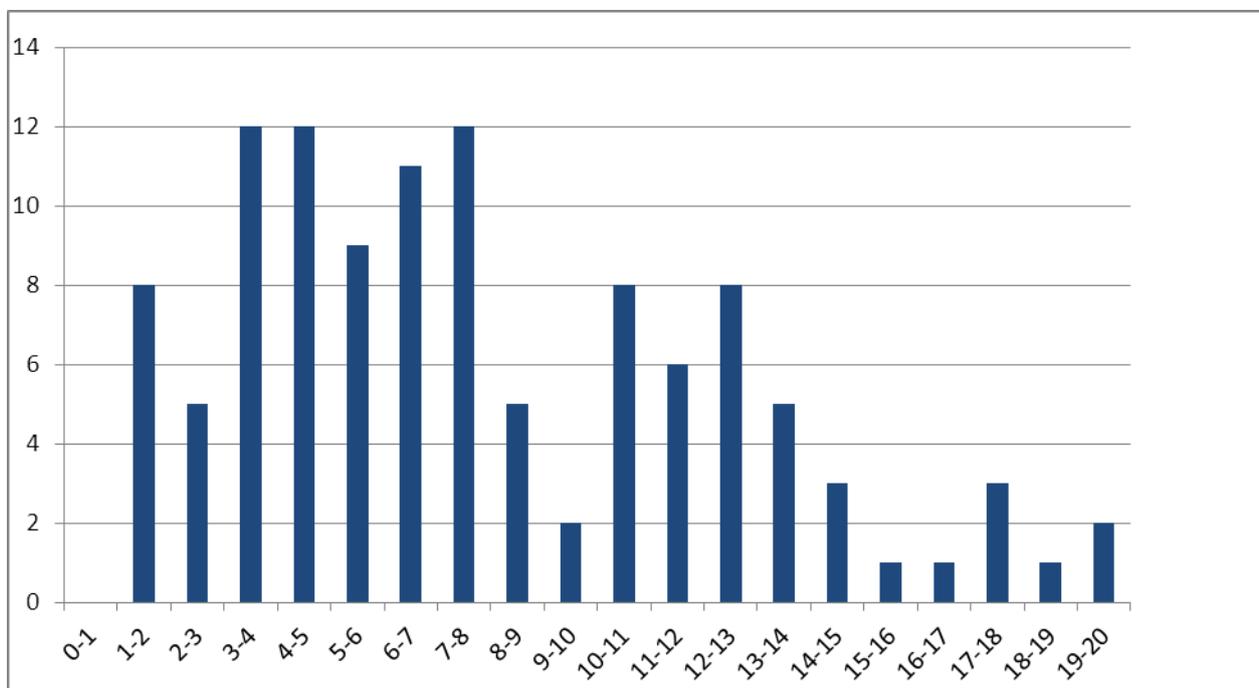
4. Conclusions

Le sujet a été conçu pour permettre aux candidats d'exprimer au mieux leurs compétences. Les 37 questions du sujet ont toutes été abordées et seules 4 d'entre elles n'ont vu aucun candidat atteindre le maximum de points alloués.

5. Résultats

115 candidats, dont 14 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,1 avec :

- 20 comme meilleure note ;
- 1,7 comme note la plus basse.



Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'analyse et de conception des systèmes

Partie 1 : Validation de l'architecture générale du système robotique

1.1. Réflexion préliminaire sur la décomposition cinématique de la tâche

Question 1

À l'aide de la présentation du système et de la tâche à réaliser, citer au moins une raison pratique qui ait poussé le concepteur à maintenir le patient dans une position fixe.

Le patient n'a pas l'expertise nécessaire pour connaître le bon emplacement et la bonne orientation de son crâne par rapport à la sonde. Il est donc préférable qu'il reste fixe et que ce soit la sonde qui se positionne par rapport à lui.

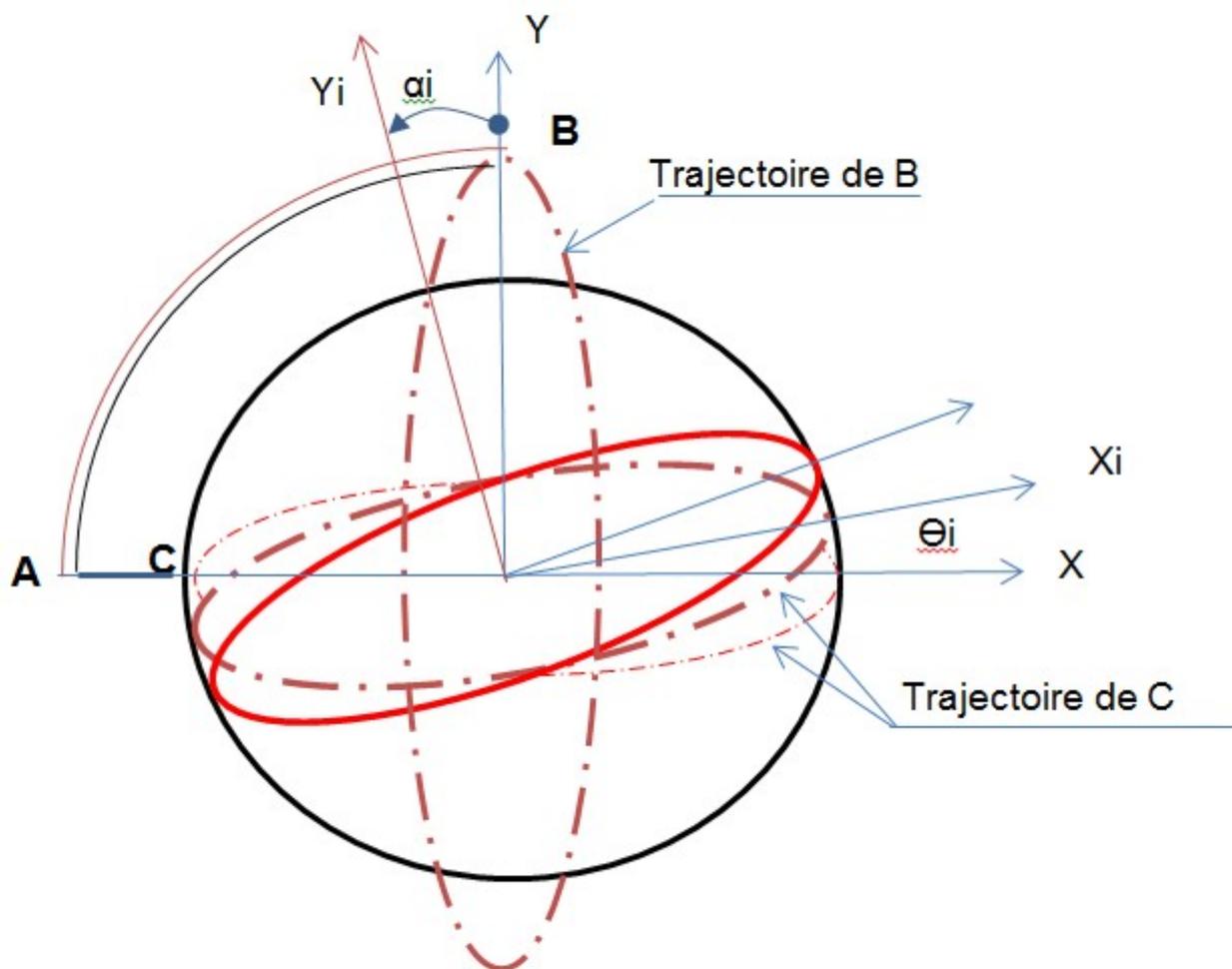
Ne connaissant pas les capacités de mouvement du patient (possibilité de torticolis ou de paralysie locale), il est plus sûr de le considérer fixe et de faire réaliser l'ensemble des mouvements par le système.

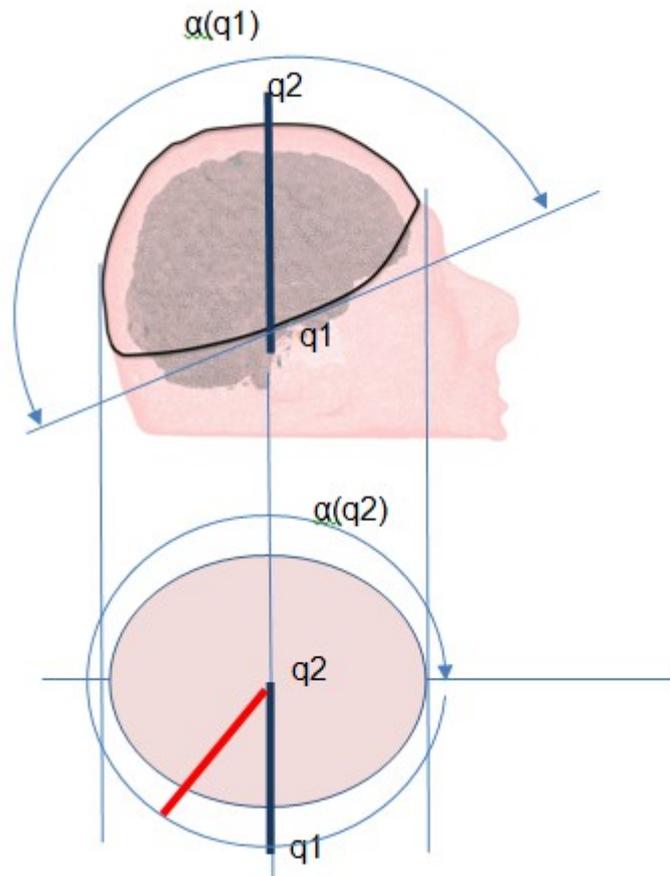
1.2. Démarche d'évaluation des différentes cinématiques possibles

Question 2

Justifier à l'aide d'un ou plusieurs schémas cinématiques que la solution 1 permet de réaliser un déplacement de la sonde sur une sphère.

Préciser, par des schémas, l'amplitude des mouvements des bras nécessaire pour balayer la zone délimitée en Figure 4.





Question 3

Préciser la zone atteignable par la sonde dans la solution 2. Peut-on simplement restreindre les plages angulaires des trois liaisons pivots de façon à ne balayer que la zone représentée en Figure 4 ? Justifier les réponses

Les trois degrés de liberté possibles dans la solution 2 étant trois rotations suivant trois axes concourants, la zone atteignable par la sonde dans la solution 2 est donc l'ensemble des points d'une sphère située au centre de la cinématique.

Étant donné la zone atteignable, il est toujours possible de restreindre celle-ci de façon à ne balayer que la zone représentée en figure 4. Dans la configuration représentée, le mouvement des 2^e et 3^e ddl peut être simplement limité pour parcourir une demi-sphère délimitée par une ligne passant par le front et l'arrière de la tête. Si le segment rouge descend vers l'arrière de la tête, il suffit de restreindre la rotation du 2^e ddl pour ne pas passer sur le visage. Une butée sur le 2^e ddl en fonction du 1^{er} permet donc de limiter simplement l'espace de travail.

Question 4

À l'aide des descriptifs du comportement attendu et des solutions n°1, 2 et 3, établir un tableau de synthèse des avantages et inconvénients de chacune des solutions envisagées (positions atteignables, encombrement, rigidité, position des bras par rapport au patient). Justifier brièvement les réponses.

	Solution 1	Solution 2	Solution 3
Positions atteignables	Zone à traiter uniquement	Supérieures à la zone à traiter	Supérieures à la zone à traiter
Encombrement	Faible	Moyenne	Important
Rigidité	Moyenne	Moyenne	Importante
Position des bras par rapport au patient	Les bras passent devant le patient	Les bras restent derrière le patient (hors de sa	Les bras restent sur le côté et derrière le patient

		vue)	
--	--	------	--

La solution n°1 est à éliminer, car les positions atteignables couvrent la zone à traiter sans aucune marge de manœuvre au-delà, ce qui peut poser des problèmes de positionnement correct de la sonde sur les bords de la zone à traiter.

La solution n°3 est également à éliminer à cause de son encombrement important et de son degré d'hyperstatisme qui sera supérieur à celui de la solution n°2.

La solution à privilégier est donc la solution n°2.

Question 5

Déterminer le torseur de la liaison J_{eq} équivalente aux liaisons J1, J2, J3 et J4.

$$\begin{aligned} \{V_{B\hat{a}ti/Axe1}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{xB1}\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} & \{V_{Axe1/Axe2}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{y12}\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \\ \{V_{Axe2/Axe3}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{z23}\vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} & \{V_{Axe3/Axe4}\} &= \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V_{x34}\vec{x}_4 \end{Bmatrix} & \{V_{B\hat{a}ti/Axe4}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{xB1}\vec{x} + \omega_{y12}\vec{y}_1 + \omega_{z23}\vec{z}_2 \\ V_{x34}\vec{x}_4 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Il s'agit d'une liaison linéaire annulaire ou sphère cylindre.

Question 6

Déterminer la liaison équivalente aux liaisons J5, J6 et J7.

$$\begin{aligned} \{V_{Axe4/Axe5}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{y45}\vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} & \{V_{Axe6/Axe7}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{x67}\vec{x}_6 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \\ \{V_{Axe5/Axe6}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{z56}\vec{z}_5 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} & \{V_{Axe4/Axe7}\} &= \begin{Bmatrix} \omega_{x67}\vec{x}_6 + \omega_{y45}\vec{y}_4 + \omega_{z56}\vec{z}_5 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Il s'agit d'une liaison rotule ou sphérique.

Question 7

Justifier, à partir des réponses précédentes, que la cinématique choisie permet bien de valider les deux premiers critères de la fonction FP1.

Fonction	Critères	Valeurs
FP1 : Positionner la sonde de SMT à la surface de la tête du patient	Distance tête/sonde	Le contact doit être assuré en permanence
	Positionnement du plan de la sonde	Tangent à la surface de la tête

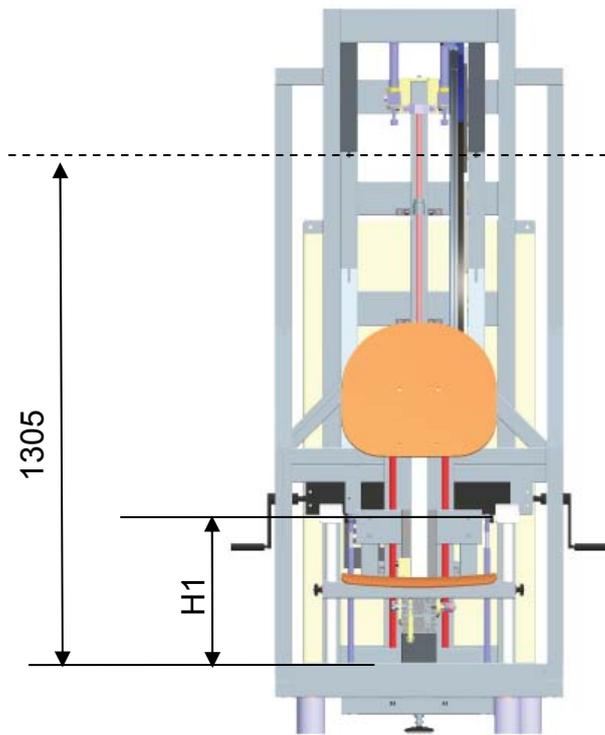
La translation autorisée par la liaison linéaire annulaire permet bien un contact tête/sonde assuré en permanence.

La liaison rotule permet d'orienter la sonde par rapport à la tête du patient assurant ainsi un contact tangent à la surface de la tête.

1.3. Prise en compte de la morphologie du patient

Question 8

À partir des données fournies dans le Tableau 2, du document DT2 et des mouvements explicités en Figure 7, vérifier si tout patient peut être positionné correctement dans le système (gestion de la taille du corps et de la tête du patient).



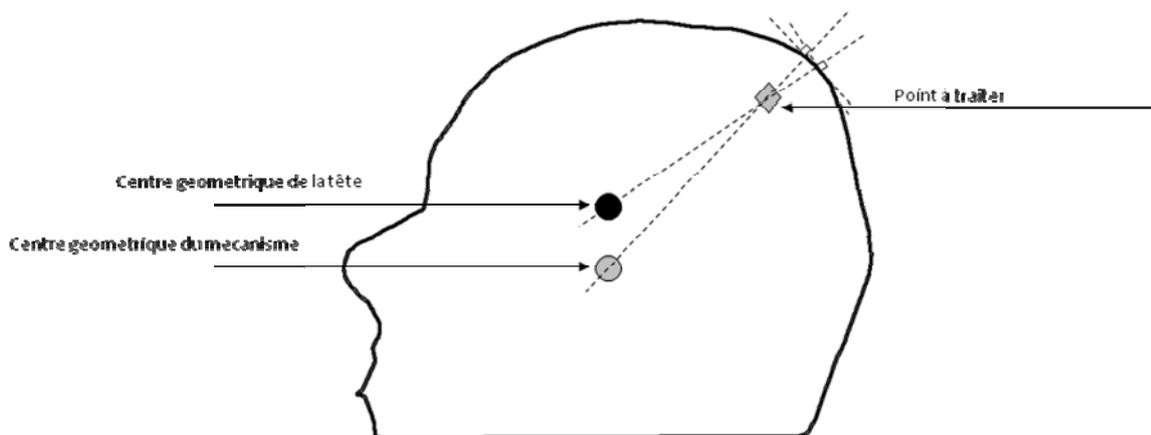
La hauteur yeux-siège d'un patient peut varier entre 689 et 875 mm.

Cette hauteur correspond au calcul :
 $1305 - H_1 = 655 \rightarrow 895 \text{ mm}$

Tout patient peut donc être positionné correctement dans le système.

Question 9

Un décalage peut-il être compensé avec la cinématique retenue ? Quelle est la conséquence principale de l'existence de décalages pour le mécanisme ? On s'appuiera sur le document DR1.



Le décalage peut être compensé par actionnement de la liaison rotule réalisée par les axes 5 à 7.

La conséquence principale de l'existence de décalages est que la zone traitée sera différente de la zone à traiter ce qui peut être dommageable pour le patient. Si le décalage est connu et constant un réajustement de la position

du centre géométrique du mécanisme sera possible, mais dégradera les performances du système (notamment en précision) par rapport au cas où il n'y aurait pas de décalage.

1.4. Influence du comportement cinématique

Question 10

Écrire le modèle géométrique direct, c'est-à-dire le modèle décrivant la position de l'effecteur du système en fonction des coordonnées articulaires, c'est-à-dire les angles décrivant l'état de chaque liaison.

Simplement par projections :

$$\begin{cases} x = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

Question 11

Exprimer les relations liant les vitesses des actionneurs aux composantes de la vitesse de l'effecteur. On écrira les relations sous une forme matricielle : $\dot{X} = J\dot{q}$.

On dérive les 2 relations précédentes :

$$\begin{cases} \dot{x} = -L_1 \sin(\theta_1)\dot{\theta}_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ \dot{y} = L_1 \cos(\theta_1)\dot{\theta}_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{cases}$$

Soit en mettant le jeu de 2 relations sous la forme matricielle proposée :

$$J = \begin{pmatrix} -L_1 \sin(\theta_1) - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & +L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$

Question 12

À quelle(s) condition(s) peut-on utiliser le modèle cinématique pour déterminer à partir de l'erreur en position une erreur articulaire, c'est à dire une erreur au niveau des liaisons ?

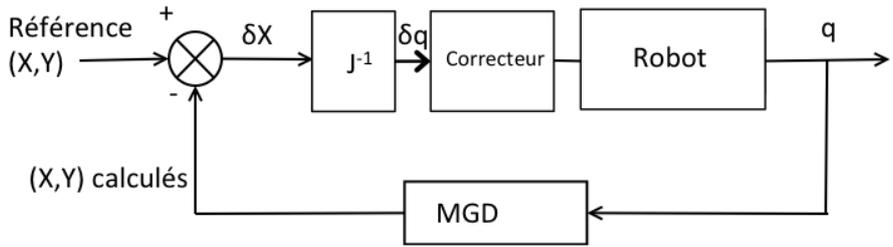
La matrice jacobienne permet d'exprimer une variation de la position de l'effecteur δX en fonction d'une variation δq de l'état des liaisons :

$$\delta X = J\delta q$$

Cette relation permet de déterminer δq à partir de δX si la matrice jacobienne est inversible, ce qui n'est possible que si son déterminant est non nul.

Question 13

Proposer un schéma bloc décrivant la commande du robot qui fasse apparaître la trajectoire de référence, l'estimation de position, l'erreur en position et l'erreur articulaire.



Question 14

Représenter une configuration du mécanisme de la Erreur ! Source du renvoi introuvable. posant problème lors de l'utilisation de ce type de commande.

La configuration est celle obtenue par exemple quand les deux angles sont nuls, les deux segments étant alors alignés.

Question 15

Pour les solutions 1 et 3, des singularités existent elles dans l'espace de travail du mécanisme ? Si oui, préciser les positions où ces singularités apparaissent. Préciser si ces observations peuvent modifier le bilan réalisé en Question 4.

Une singularité se traduit par l'incapacité à générer une vitesse dans une direction à l'aide des degrés de liberté pilotés du mécanisme. Pour la solution 1, on rencontre cette situation quand les deux segments sont alignés, ce qui est le cas sur la figure 9. Avec la solution 1, stimuler la zone située sur les oreilles pose donc problème. Pour la solution 3, lorsque la sonde est située sur les oreilles, le deuxième degré de liberté ne permet pas de générer de vitesse de déplacement de la sonde. Les premier et troisième degrés de liberté permettent en revanche de générer une vitesse de déplacement de la sonde dans toute direction. Pas de souci avec la solution 3.

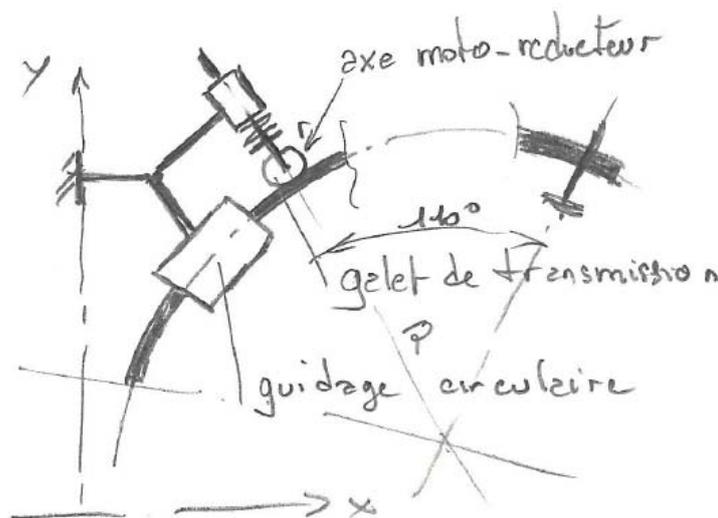
Partie 2 : Analyse et conception du premier axe

2.1 Mode d'actionnement du premier axe

Question 16

Proposer un schéma de principe à main levée d'une solution de transmission par galet moteur. Proposer une démarche de choix des éléments : galet (matériau, taille), actionneur, capteur. Les critères qui peuvent aider aux choix des différents composants seront précisés, ainsi que les situations à considérer pour effectuer un dimensionnement.

Schéma de principe à main levée d'une solution de transmission par galet moteur :



Démarche de choix des éléments (il faut toujours se placer dans la situation la plus défavorable) :

- Galet :
 1. calcul de la pression de contact maximale ;
 2. calcul de la charge moyenne du galet sur le guidage circulaire ;
 3. choix du matériau en fonction des résultats précédents ;
 4. calcul de la vitesse de déplacement du galet ;

5. détermination du diamètre en fonction des résultats précédents.

- Actionneur :
 1. calcul du couple moteur maximal nécessaire ;
 2. calcul de la vitesse nominale nécessaire ;
 3. choix du moteur.
- Capteur :
 1. détermination de la grandeur physique à mesurer ;
 2. le contact est-il possible ?
 3. détermination de l'influence de l'environnement (perturbation possible due au champ magnétique de la sonde) ;
 4. détermination de l'étendue de mesure ;
 5. choix de la précision ;
 6. choix de la sensibilité.

Question 17

Discuter des avantages et inconvénients des 2 types de solutions (complexité, fiabilité, commande). Conclure.

	Galet moteur	Bielle – manivelle
Complexité	Faible	Moyenne
Fiabilité	Risque de glissement si le couple à transmettre est trop important. Donc possibilité de perdre la position de l'effecteur.	Bonne fiabilité
Commande	Simple (système linéaire)	Complexe (système non-linéaire)

La solution bielle-manivelle est donc à privilégier.

2.2 Validation du dimensionnement de l'actionneur

Question 18

À l'aide du schéma de la **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, déterminer la relation géométrique d'entrée/sortie du mécanisme liant les variables x et θ .

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$$

$$-e\vec{y} + x\vec{x} + L\vec{x}_1 + dy\vec{y}_2 - dx\vec{x}_2 - R\vec{x}_2 = \vec{0}$$

Projection sur \vec{x} : $x + L \cos \alpha + dy \sin \theta - dx \cos \theta - R \cos \theta = 0$

Projection sur \vec{y} : $-e + L \sin \alpha + dy \cos \theta - dx \sin \theta - R \sin \theta = 0$

D'où : $\sin \theta = \frac{-e + L \sin \alpha + dy \cos \theta}{dx + R}$ et $x = -L \cos \alpha - dy \sin \theta + (dx + R) \cos \theta$

$$x = -L \cos \alpha - dy \frac{-e + L \sin \alpha + dy \cos \theta}{dx + R} + (dx + R) \cos \theta$$

Question 19

La courbe de la figure 19 est obtenue par simulation numérique du comportement cinématique du système. En utilisant cette figure, vérifier que les performances cinématiques souhaitées sont atteintes : θ

doit varier de 0° à 110° pour une variation maximale de x de 0 mm à 1200 mm, la motorisation doit permettre le parcours d'un secteur angulaire de 110° en une dizaine de secondes.

La figure 19 montre bien une variation de θ de 0° à 110° . Le parcours d'un secteur angulaire de 110° en une dizaine de secondes impose une vitesse angulaire moyenne de $11^\circ/s$. Or, la figure 19 montre une vitesse angulaire moyenne comprise entre $16^\circ/s$ et $18^\circ/s$.

Les performances cinématiques souhaitées sont donc atteintes.

Question 20

La configuration la plus défavorable est obtenue lorsque la bielle est verticale, c'est-à-dire lorsque $\theta = -90^\circ$. Dans ce cas, il est possible d'approximer $(R+dx) \approx e$. Avec cette hypothèse, préciser si le couple moteur permet l'obtention de l'équilibre en statique.

Dans le cas où $\theta = -90^\circ$, alors $\vec{y}_2 = \vec{x}$ et $\vec{x}_2 = -\vec{y}$

1 - On isole : l'élément piloté (4) + la bielle (3) + le coulisseau (2) et on applique un théorème de la résultante statique en projection sur l'axe \vec{x} .

Le bilan des actions mécaniques nous donne :

- liaison glissière de 4/0 : n'intervient pas dans le TRS ;
- effort de rappel : $\left\{ \mathcal{J}_{rap \rightarrow 2} \right\} = \begin{Bmatrix} F_{rappel} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} ;$
- poids de l'ensemble : $\left\{ \mathcal{J}_{poids \rightarrow 3+2+4} \right\} = \begin{Bmatrix} -m_{mobile} \mathbf{g} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} ;$
- liaison hélicoïdale : $\left\{ \mathcal{J}_{1 \rightarrow 2} \right\} = \begin{Bmatrix} X_{12} \vec{x} + Y_{12} \vec{y} + Z_{12} \vec{z} \\ L_{12} \vec{x}_2 + M_{12} \vec{y}_2 + N_{12} \vec{z} \end{Bmatrix} .$

On applique le théorème de la résultante statique en projection sur l'axe \vec{x} :

$$F_{rappel} - m_{mobile} \mathbf{g} + X_{12} = 0$$

En supposant une liaison hélicoïdale avec un pas à droite : $X_{12} = L_{12} \frac{2\pi}{p}$

D'où la relation : $L_{12} = \left(-F_{rappel} + m_{mobile} \mathbf{g} \right) \frac{p}{2\pi} .$

2 - On isole la vis à bille (1) et on applique un théorème du moment statique en projection sur l'axe \vec{x} .

Le bilan des actions mécaniques nous donne :

- couple réducteur : $\left\{ \mathcal{J}_{red \rightarrow 1} \right\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{red} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{red} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix} ;$
- poids de la vis : $\left\{ \mathcal{J}_{poids \rightarrow 1} \right\} = \begin{Bmatrix} -m_{eq} \mathbf{g} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -m \mathbf{g} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} ;$

- liaison hélicoïdale : $\{\mathcal{Z}_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{21}\vec{x} + Y_{21}\vec{y} + Z_{21}\vec{z} \\ L_{21}\vec{x}_2 + M_{21}\vec{y}_2 + N_{21}\vec{z} \end{Bmatrix}$.

On applique le théorème du moment statique au point B en projection sur l'axe \vec{x} :

$$C_{red} + L_{12} = 0$$

La relation liant le couple moteur et le couple réducteur est : $C_m = C_{red} \frac{k}{\eta}$, avec η : rendement de l'ensemble vis à billes + réducteur.

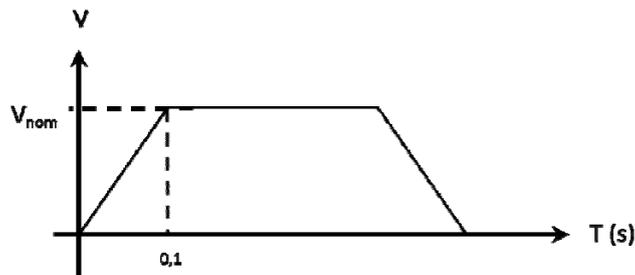
D'où la relation : $C_m = (-F_{rappel} + m_{mobile}g) \frac{p \cdot k}{2\pi \cdot \eta}$ soit $C_m = -12,2 \cdot 10^{-3} N.m$

Le couple moteur permet donc l'obtention de l'équilibre en statique.

Question 21

Une simulation numérique dynamique du système a permis d'identifier, dans le cas le plus défavorable, que l'accélération maximale atteignable par le coulisseau est de 0,2 m/s². Cette accélération permet-elle de satisfaire le cahier des charges ? Conclure sur le choix de la motorisation et de la réduction.

La loi de commande en trapèze est la suivante :



avec V_{nom} la vitesse nominale de déplacement du coulisseau.

La vitesse nominale du moteur est de $N_{mot} = 6930 \text{ tr} / \text{min}$ soit $\omega_{mot} = 725,7 \text{ rad} / \text{s}$

La vitesse nominale en sortie du réducteur sera donc : $\omega_{red} = \omega_{mot} k = \frac{N_{mot} \cdot 2\pi \cdot k}{60} = 168,8 \text{ rad} / \text{s}$

La vitesse nominale de translation du coulisseau sera donc :

$$V_{nom} = \frac{p}{2\pi} \omega_{red} = \frac{N_{mot} \cdot 2\pi \cdot k \cdot p}{60 \cdot 2\pi} = \frac{N_{mot} \cdot k \cdot p}{60} = 0,15 \text{ m} / \text{s}$$

L'accélération nécessaire du coulisseau est de : $a = \frac{V_{nom}}{0,1} = \frac{N_{mot} \cdot k \cdot p}{60 \cdot 0,1} = \frac{0,13}{0,1} = 1,3 \text{ m} / \text{s}^2$

L'accélération maximale atteignable par le coulisseau est de 0,2 m/s². L'ensemble moteur plus réducteur ne convient pas.

2.3 Cotation du système d'entraînement

Question 22

On considère la totalité des éléments décrits ci-dessus (Document DT4). Doit-on prendre des précautions particulières pour assurer le fonctionnement de l'ensemble, notamment de la vis à billes ?

Il est impératif que l'ensemble des éléments en liaison avec la vis à bille soient coaxiaux.

Question 23

Sur le document réponse DR2, identifier les surfaces fonctionnelles nécessaires au montage de l'ensemble des composants sur la platine ainsi que les surfaces fonctionnelles nécessaires à l'assemblage de la platine sur le bâti.

Voir document réponse.

Question 24

À partir des réflexions menées dans les deux questions précédentes, proposer une cotation géométrique de la platine sur le document réponse DR3 permettant d'assurer la mise en position du support moteur sur la platine.

Voir document réponse

Question 25

Quelle(s) solution(s) alternative(s) peuvent être adoptées afin de limiter les exigences de la cotation géométrique ?

Solutions alternatives :

- utilisation de trous oblongs ;
- accouplements élastiques ;
- joint d'Oldham.

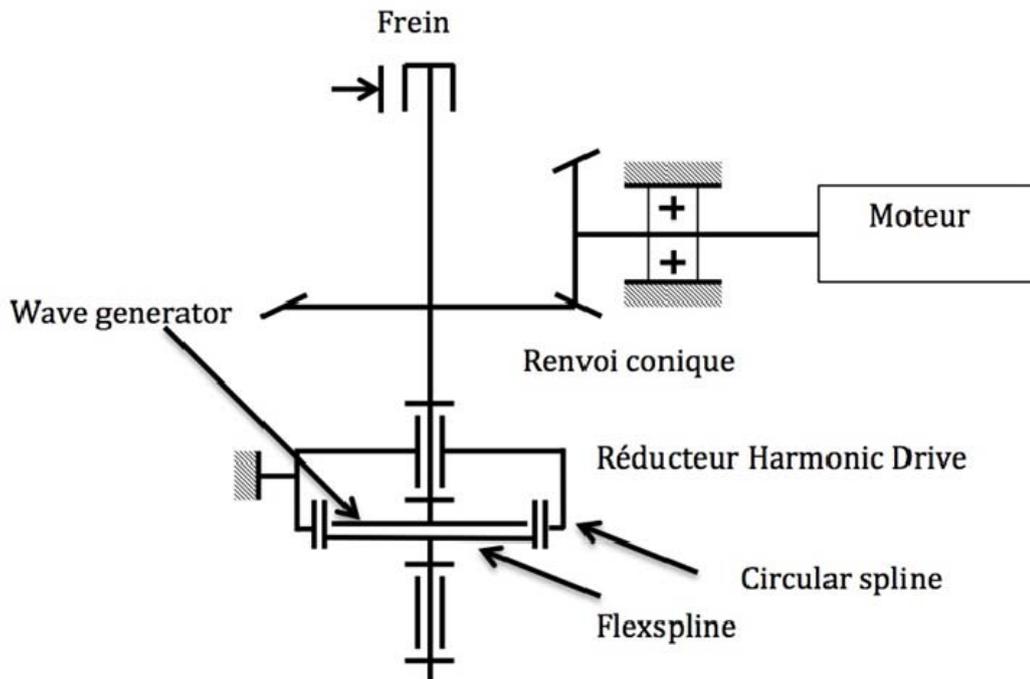
Partie 3 : Analyse et conception du deuxième axe**Question 26**

Quel est l'intérêt du type de réducteur employé par rapport aux autres technologies de réduction existantes ?

La technologie du réducteur permet d'obtenir des rapports de réduction importants, en conservant un rendement intéressant, et la réversibilité du réducteur. Le jeu angulaire est par ailleurs très réduit.

Question 27

À partir des vues de la maquette numérique fournies en document DT5, représenter sous forme de schéma technologique l'ensemble de la transmission du deuxième axe.



Question 28

Quel peut être le rôle du roulement à billes installé en sortie du moteur ?

L'arbre moteur est soumis à un effort radial généré par la couronne sur le pignon conique. Le guidage de l'arbre réalisé dans le moteur ne permet pas de reprendre cet effort. Le roulement est installé à cet effet.

Question 29

Au moment de la fermeture du frein, quelle est la position la plus défavorable pour le système de freinage ? Évaluer le couple de freinage nécessaire au niveau du frein par manque de courant. Conclure sur le choix du frein.

La situation la plus défavorable est obtenue quand :

- le premier axe est piloté pour mettre l'axe de rotation du bras au niveau du deuxième axe en position horizontale ;
- le bras est situé dans un plan horizontal ($\theta_2 = 90^\circ$) ;
- le moment créé par la masse du poignet est maximal : $\theta_3 = 90^\circ$ et D maximal.

En considérant qu'il est alors nécessaire d'avoir équilibre statique, le couple devant être généré en sortie de réducteur dans cette situation est égal à :

$$C_{aval} = mgD : \text{avec } m=5 \text{ kg, } D=0,205 \text{ m, donc } C_{aval} = 10,25N \cdot m .$$

Le rendement du réducteur dépend de sa vitesse de rotation. On considère une situation de fonctionnement où à l'instant du déclenchement du frein le moteur tourne à sa vitesse nominale (cas défavorable : le rendement diminue avec la vitesse de rotation). Selon les documents constructeurs : $V = 10,25/24 = 0,42$

Pour une vitesse de rotation de $2440/3=813$ tr/min, $K=0,7$, et finalement $\eta_e = 0,7(0,75 - 0,07) = 0,48$

Le couple en amont du réducteur, délivré par le frein pour maintenir le système à l'arrêt, est donc égal à $C_{amont} = 0,21N \cdot m$. Le choix du frein est validé.

Question 30

Évaluer l'action mécanique maximale nécessaire de la part du praticien pour déplacer manuellement le deuxième axe et rendre possible la sortie du patient. Commenter la valeur numérique obtenue.

Le couple devant être appliqué sur la sortie du réducteur est égal à $8 N \cdot m$. Ce couple peut être créé par une action au niveau du poignet. Cette action sera maximale si $\theta_3 = 50^\circ$ et $D=125 \text{ mm}$. Dans ce cas, l'action doit être égale à $80 N$. Action conséquente, mais pouvant *a priori* être délivrée par l'opérateur.

Question 31

En utilisant le modèle introduit en figure 21 et la documentation Harmonic Drive, évaluer la rigidité torsionnelle du composant dans le cas le plus défavorable et le déplacement induit du centre de la sonde.

Dans la situation défavorable analysée précédemment, le couple appliqué sur la sortie du réducteur est égal à $10,25 \text{ N}\cdot\text{m}$. En utilisant la documentation constructeur, on obtient alors un angle de torsion égal à $6,7^{e-4} \text{ rad}$, soit avec $D=205 \text{ mm}$, un déplacement dû à la torsion du réducteur de $0,14 \text{ mm}$.

Question 32

Proposer, sans réaliser les calculs, une modélisation pour étudier le comportement sous charge de la glissière à éléments roulants. Comment avec cette modélisation évaluer la contribution du guidage de J3 au déplacement sous charge de la sonde ?

Lorsque le bras est en position sortie ($\theta_3 = 130^\circ$), le poids du poignet crée un moment au niveau du guidage qui va entraîner une rotation relative des deux éléments du bras. Pour la quantifier, une modélisation possible consiste à considérer que les déformations sous charge se produisent au niveau des contacts entre les billes circulant dans le guidage et les deux éléments formant la structure du guidage. Le modèle de Hertz peut être exploité pour décrire le comportement local au niveau du point de contact de chaque bille : il permet de disposer d'une relation entre déplacement et charge. À l'échelle du guidage, il est possible d'écrire le tenseur d'action mécanique que transmet le guidage. Par intégration sur le nombre de billes en contact, on peut en déduire l'expression de la rigidité du guidage à partir des caractéristiques du guidage (taille des billes, nombre de billes, matériaux).

Question 33

Comment peut-on utiliser cette analyse pour conclure sur la contribution du deuxième axe, du troisième axe et des éléments de structure associés dans le déplacement sous charge du centre de la sonde ? On précisera quels résultats précédents doivent être réutilisés, et le raisonnement pour conclure sur le déplacement résultant.

La simulation permet d'estimer la contribution des éléments de structure du bras lors de leur flexion. Pour déterminer le déplacement sous charge au centre de la sonde, nous pouvons utiliser des tenseurs de petits déplacements, et considérer que les déplacements dus :

- à la torsion du réducteur du deuxième axe ;
- à la déformation du guidage par éléments roulants du troisième axe ;
- à la déformation des éléments de structure du bras ;

s'ajoutent.

Question 34

Quelles dispositions constructives peut-on adopter pour réduire le déplacement sous charge si son amplitude est trop importante ?

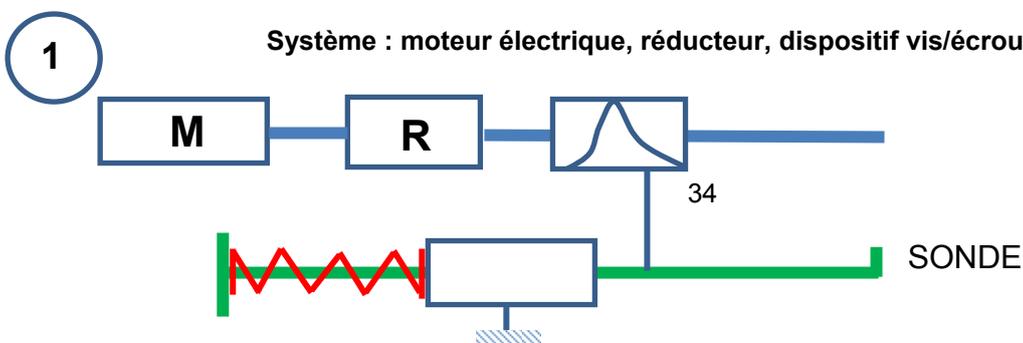
Il est possible d'envisager une modification de la section des éléments de structure, de doubler les guidages pour en utiliser deux afin d'augmenter la rigidité du troisième axe.

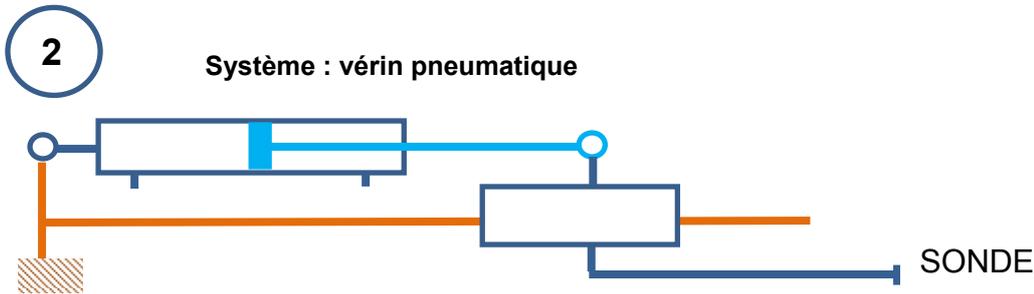
Partie 4 : Analyse et conception du quatrième axe

4.1. Conception de l'entraînement de l'axe

Question 35

Proposer au moins deux solutions, qui seront détaillées dans deux schémas cinématiques, pouvant être utilisées pour remplir la fonction technique FT11.





Question 36

Donner les avantages et les inconvénients en termes de sécurité, compacité, précision pour chaque solution proposée ainsi que pour la solution adoptée.

Système existant : Moteur électrique, système Pignon crémaillère	Système 1 : moteur électrique, système vis écrou.	Système 2 : moteur pneumatique.
<ul style="list-style-type: none"> + Énergie compatible avec l'ensemble du système. - Précision limitée par la géométrie du système pignon crémaillère - Encombrement plus important - Retour plus facile du système en cas d'incident. 	<ul style="list-style-type: none"> + Énergie compatible avec l'ensemble du système. + Précision du déplacement de la sonde plus importante. - Effort de contact plus difficile à gérer - Retour du système plus complexe en cas d'incident. + Système relativement compact 	<ul style="list-style-type: none"> + Gestion de l'effort de contact de la sonde plus facile + Vitesse de translation plus rapide si nécessaire + Retour par vérin monostable sécurisant - Nécessite une énergie pneumatique, donc une technologie différente du reste du mécanisme. - Bruit au niveau de la tête du patient

4.2 Analyse de la régulation en effort

Question 37

Compléter le schéma bloc du document DR4 illustrant le comportement du système décrit ci-dessus. À l'intérieur des blocs seront notés les noms des composants utilisés. Les grandeurs physiques de chaque lien seront précisées ainsi que leurs unités.

Voir document réponse.

Question 38

Sur le schéma bloc du document réponse DR5, compléter partiellement la partie correspondante à la modélisation du moteur électrique Maxon F2140.

Voir document réponse.

Question 39

Question 40 À l'aide des éléments présentés ci-dessus, appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble des composants de l'axe 4. Le déplacement de la crémaillère par rapport au bâti sera noté $x(t)$. Le résultat sera exprimé en fonction de I_{eq} qui désigne l'inertie équivalente de l'ensemble des éléments ramenée à l'axe moteur. L'expression de I_{eq} sera précisée.

$$E_T = E_{mot} + E_{Red} + E_{Poulies} + E_{Pignon} + E_{Crémaillère}$$

$$E_T = \frac{1}{2} I_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} I_{Red} \omega_{Red}^2 + 2 \left(\frac{1}{2} I_P \omega_{Red}^2 \right) + \frac{1}{2} I_{AS} \omega_{Red}^2 + \frac{1}{2} m (R_{PI} \omega_{Red}^2)$$

$$\text{Avec : } \omega_{Red} = \frac{\omega_m}{200} = K_{Red} \cdot \omega_m$$

$$\text{D'où : } E_T = \frac{1}{2} \omega_m^2 \left[I_m + I_{Red} K_{Red}^2 + 2 I_P K_{Red}^2 + I_{AS} K_{Red}^2 + m R_{PI}^2 K_{Red}^2 \right] \text{ et } E_T = \frac{1}{2} \omega_m^2 I_{eq}$$

$$\text{Avec } I_{eq} = I_m + I_{Red} K_{Red}^2 + 2 I_P K_{Red}^2 + I_{AS} K_{Red}^2 + m R_{PI}^2 K_{Red}^2$$

$$\text{TEC appliqué à l'axe 4 : } \frac{dE_T}{dt} = P_{Rappel} + P_{mot} + P_{frott}$$

$$P_{Rappel} = F_R R_{PI} \omega_{Red} = F_R R_{PI} K_{Red} \omega_m$$

$$P_{mot} = C_m \omega_m$$

$$P_{frott} = -f \omega_m^2$$

$$I_{eq} \omega_m \dot{\omega}_m = F_R R_{PI} K_{Red} \omega_m + C_m \omega_m - f \omega_m \quad \text{d'où : } I_{eq} \dot{\omega}_m = F_R R_{PI} K_{Red} + C_m - f \omega_m$$

Question 40

À l'aide du résultat de la question précédente et des données du Tableau 3, finir de compléter le schéma bloc du document réponse DR5.

Voir document réponse.

Question 41

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_{R5\%} \cdot \omega_{0dB} = 3$ où ω_{0dB} désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et $t_{R5\%}$ le temps de réponse à 5% de la valeur en régime permanent.

À l'aide du diagramme de Bode, préciser si la rapidité du système est suffisante.

$$\omega_{0dB} = 2,2 \text{ rad/s} \text{ donc } T_{R5\%} = \frac{3}{2,2} = 1,36 \text{ s}$$

Donc, le cahier des charges n'est pas respecté.

Question 42

Proposer un correcteur permettant de corriger le système. Justifier ce choix.

On souhaite améliorer la rapidité du système. Pour cela, on peut utiliser un correcteur proportionnel de gain supérieur à 1. Ce correcteur va modifier la valeur de ω_{0dB} qui caractérise la rapidité du système.

Le concepteur a choisi un correcteur proportionnel.

Question 43

Proposer une méthode de réglage de ce type de correcteur et préciser la valeur du gain retenu permettant de respecter le cahier des charges.

On veut $T_{R5\%} = 1 \text{ s}$ donc $\omega_{0dB} = 3 \text{ rad/s}$.

Le gain pour $\omega = 3 \text{ rad/s}$ est de -2,74 dB.

On cherche donc le gain K tel que $20 \log |FTBO(\omega_{0dB})| = 0$ donc $20 \log K - 2,74 = 0 \text{ dB}$, donc

$$K = 10^{\frac{2,74}{20}} = 1,37.$$

Question 44

Afin d'éviter que la sonde ne heurte violemment la tête du patient, le diagramme temporel de l'asservissement en effort de l'axe 4 ne doit pas admettre de dépassement. Le système respecte-t-il le cahier des charges ? Justifier la réponse vis-à-vis de la sécurité du patient.

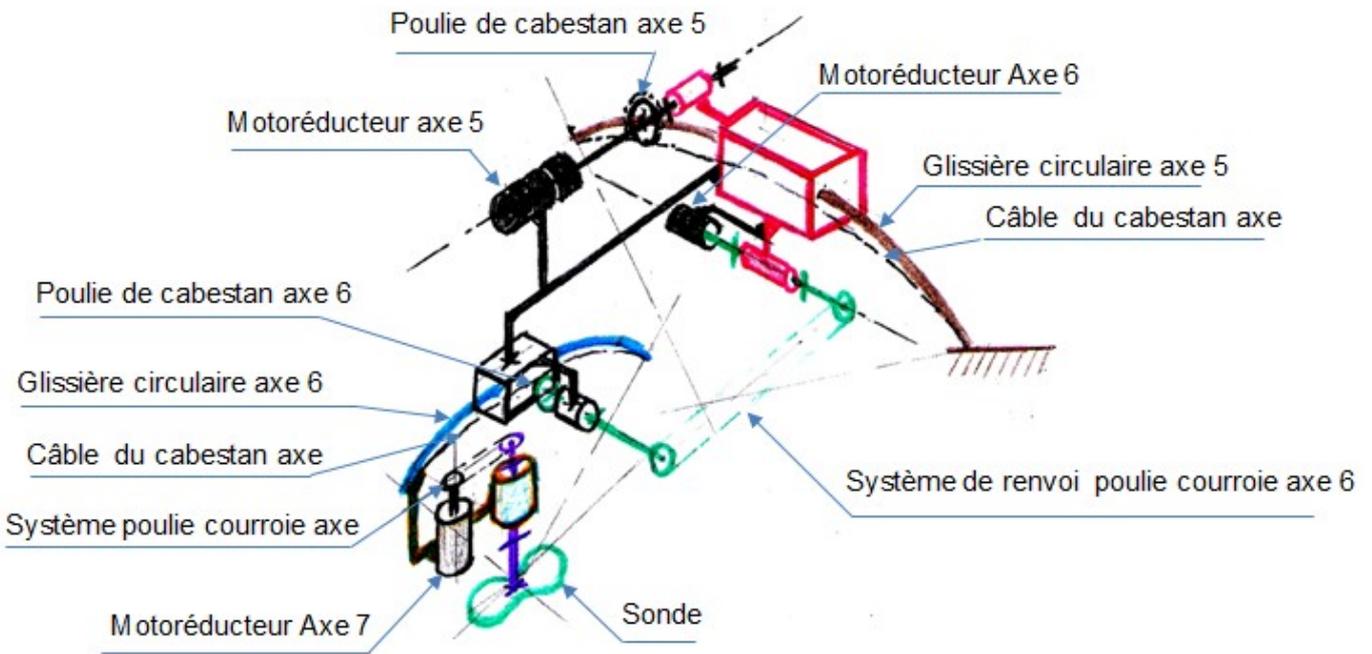
D'après le diagramme de Bode fourni, la marge de phase du système corrigé est de 90° (avec $\omega_{0dB} = 3 \text{ rad/s}$).

D'après la figure 27, une marge de phase de 90° correspond à une absence de dépassement. Donc, le cahier des charges est respecté.

Partie 5 : Analyse et conception du poignet

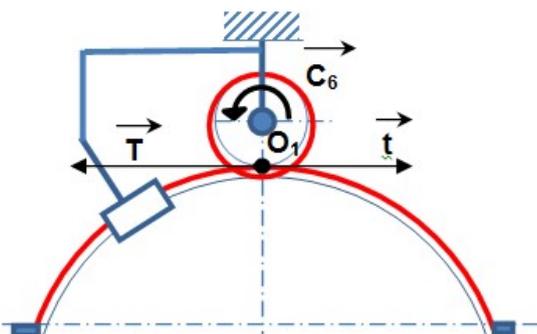
Question 45

Représenter pour chacun des trois axes (5, 6 et 7), sous la forme d'un schéma cinématique, les solutions technologiques utilisées.



Question 46

Dans ce cas, exprimer le couple transmissible sans glissement par le biais de ce dispositif. Faire apparaître explicitement l'angle α d'enroulement du câble, la tension $t = 35 \text{ N}$ du brin mou et T du brin tendu du câble. Commenter l'influence du choix des matériaux et de la géométrie du cabestan.



Équilibre de la poulie cabestan :

La poulie est soumise à la tension du brin mou t , la tension du brin tendu T , le couple C_6 et l'action du bâti en O_1 .

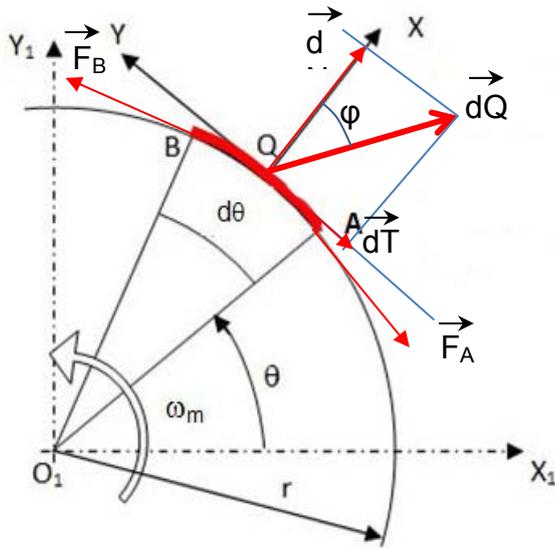
Théorème du moment en O_1 en projection sur Z_1 :

$$C_6 - T.r + t.r = 0$$

$$\text{Soit : } T - t = \frac{C_6}{r}$$

$$\text{Soit } T - t = \frac{45}{0.015} = 300 \text{ N} \quad (1)$$

Isolons la portion du câble cabestan AB



On néglige les effets dynamiques, ainsi que l'action de la pesanteur.

Elle est soumise à :

- \vec{F}_B en B, coté du brin tendu ;
- \vec{F}_A en A, coté du brin mou ;
- \vec{dQ} , l'action de la poulie sur la portion AB de la courroie, de composante normale \vec{dN} et de composante tangentielle \vec{dT} .

Avec $\|\vec{F}_A\| = F$; $\|\vec{F}_B\| = F + dF$

PFS appliqué à la portion du câble cabestan AB : $\vec{dQ} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{0}$ (2)

Soit en projection :

Équation (2) en projection sur \vec{x} : $-(F + dF) \sin \frac{d\theta}{2} + dN - F \sin \frac{d\theta}{2} = 0$ (3)

Équation (2) en projection sur \vec{y} : $0 + (F + dF) \cos \frac{d\theta}{2} - dT - F \cos \frac{d\theta}{2} = 0$ (4)

Avec $d\theta$ infiniment petit on obtient en développant au premier ordre :

En projection sur x l'équation (3) s'écrit : $-Fd\theta + dN = 0$ (5)

En projection sur y l'équation (4) s'écrit : $dF - dT = 0$ (6)

D'autre part, à la limite du glissement les lois de coulomb nous permettent d'écrire : $dT = f dN$ où f est le facteur d'adhérence entre la poulie et la courroie.

À partir des équations (5) et (6) on déduit :

$dF - f.Fd\theta = 0$; soit : $\frac{dF}{F} = fd\theta$

En intégrant cette équation différentielle on obtient, avec T la tension dans le brin tendu de la courroie, t la tension dans le brin mou et α l'angle en radian d'enroulement : $T = t.e^{f\alpha}$ (7)

Le couple transmissible par le cabestan est : $C_o = r.t(e^{f\alpha} - 1)$

Influence des matériaux et de la géométrie du cabestan

Pour un couple transmissible donné, l'angle d'enroulement du câble s'écrit $\alpha = \frac{k}{f}$ avec k une constante. Donc,

l'enroulement sera d'autant plus important que le coefficient d'adhérence est faible.

Une poulie en forme de gorge permettra de transmettre un couple plus important pour un même nombre de tours d'enroulement du câble.

Question 47

À l'aide de la question précédente, déterminer l'enroulement nécessaire pour la transmission de l'axe 6.

Soit des équations (1) et (7) on en déduit :

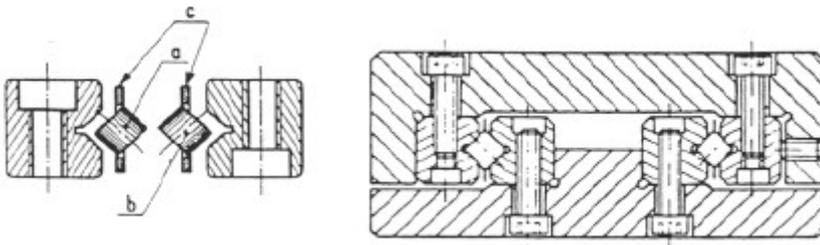
$$\alpha = \frac{1}{0,2} \ln \frac{335}{35} ; \text{ soit : } \alpha = 11,3 \text{ rd}$$

Le câble du cabestan est enroulé sur deux tours de la poulie

Question 48

Décrire une solution constructive en indiquant les composants utilisés pour assurer la fonction de guidage, et la démarche de dimensionnement qu'il faudrait appliquer. Justifier vos choix.

La liaison glissière peut être envisagée par des guidages bilatéraux utilisant des rouleaux à cage croisés avec deux rails en V creux.



Intérêt :

- mêmes principes de réglages du jeu que pour les guidages lisses ;
- suppression du glissement ;
- diminuer le frottement entre les surfaces de contact - moins d'usure.

Démarche de dimensionnement :

- en statique : $p_{max} < p_{admissible}$;
- en dynamique : pas nécessaire au regard des faibles vitesses.

Question 49

La maquette numérique complète du système est disponible. On se focalise ici sur les déformations de l'élément support (S), qui comprend les deux bras (figure 30 et figure 31), lors du fonctionnement du système robotique. Quelle démarche d'analyse adopter pour étudier avec des outils numériques les déformations de cette pièce ? Préciser les outils numériques qu'il serait intéressant d'utiliser, les informations qu'ils permettraient d'extraire, et l'ordonnancement qu'il faudrait adopter pour pouvoir conclure sur le comportement sous charge de l'élément lors du fonctionnement du robot.

La maquette numérique sera disponible dans un logiciel de CAO, avec lequel des propriétés matériaux ont été définies.

Un logiciel de simulation de dynamique de solides rigides va permettre dans un premier temps à partir de cette maquette numérique d'analyser le chargement mécanique auquel est soumis l'élément support. On pourra alors discrétiser l'espace de travail pour identifier la situation la plus critique. Dès lors, on pourra exploiter un logiciel de simulation de type EF pour évaluer dans la situation identifiée les déformations de la pièce.

Ces outils seront indépendants ou partie intégrante d'un même logiciel comme c'est souvent le cas aujourd'hui.

Question 50

L'étude des déformations des différents éléments du système peut passer par l'emploi de logiciels de simulation par méthode des éléments finis. Préciser la chronologie des étapes de l'analyse qui doit être respectée avec ce type d'outil. Pour la pièce support (S), préciser et commenter les choix qu'il faudrait faire en ce qui concerne la modélisation des conditions aux limites, du chargement, du maillage.

Chronologie d'une analyse par éléments finis.

Pièce réelle sous sollicitation par analyse structurelle générative :

- a - modélisation géométrique ;

- b – maillage de la pièce ;
- c – modélisation des liaisons ;
- d – modélisation des chargements ;
- e – lancement du calcul ;
- f – analyse des résultats (contraintes, déformations, calculs des erreurs).

Pour le support S

La géométrie et le chargement admettent deux plans de symétrie, il est donc possible de travailler sur ¼ support S :

- exécuter une coupe de la pièce support S par rapport aux plans de symétrie ;
- donner un matériau à la pièce support S.

Le choix du maillage tient compte :

- du Type Tétraèdres Octree Linéaire ;
- de sa taille ; c'est la longueur maximale pour les arêtes du tétraèdre. Elle est proportionnée à la plus petite dimension du support S (EX : 5 mm) ;
- de la flèche ; c'est la distance maximale entre une arête du tétraèdre et la géométrie : (choisir : 0,5 mm).

Modélisation des liaisons (analyse du DT11) :

- l'étude se réduit à un problème plan ;
- le support S est supposé encastré au centre de l'arc AB ;
- il est sollicité par une charge ponctuelle (représentant le poids de la sonde) appliquée au centre de la corde AB.

Question 51

Quel critère mettre en place pour valider le choix d'un matériau à partir des résultats fournis dans le document DT11? À partir de l'observation du champ de déplacements, quelle(s) information(s) est-il possible d'extraire concernant l'erreur de positionnement de la pièce. Comment en déduire l'erreur de positionnement du point cible sur le cerveau (Figure 5).

Critère pour valider le choix d'un matériau :

$$\sigma_{Von Mises} < R_{pe} \text{ soit à partir de la lecture du doc DT11 : } R_{pe} > 1,42 \text{ e}+006 \text{ N.m}^{-2}$$

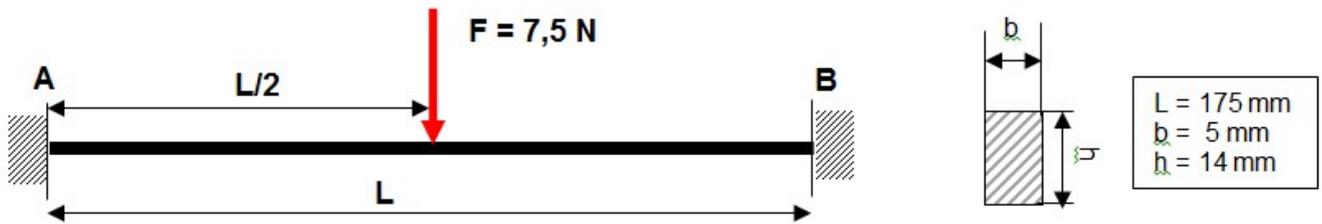
Erreur de positionnement de la sonde :

La sonde doit être positionnée pour minimiser la distance entre le point à traiter sur le cerveau et le point de contact sur le crâne. La déformation du support S sous sollicitations entraîne une erreur possible maximale de 0,37 mm (déformation maximale enregistrée au centre de la corde AB de la pièce support S).

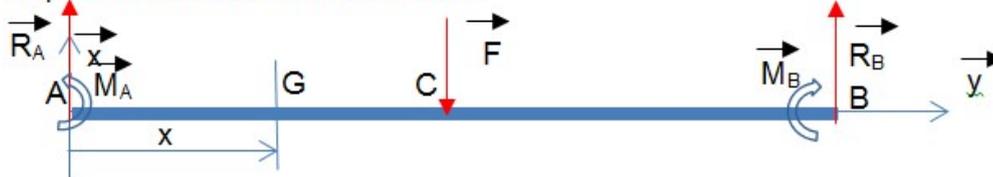
Remarque : La déformation sous charges de la pièce S support de sonde est due principalement à la déformation de la corde AB dont le comportement mécanique peut être comparé à une lame de ressort de flexion.

Question 52

Déterminer dans ce cas simplifié, la flèche maximale de la poutre AB, la contrainte maximale dans cette poutre, et exprimer la condition de résistance du support (S) simplifié.



La poutre AB est sollicitée en flexion :



Le problème est plan et symétrique : $R_A = R_B = \frac{F}{2}$

$$\|\vec{M}_A\| = \|\vec{M}_B\|$$

Le problème est hyperstatique d'ordre 1.

Isolons le tronçon AG :

Soit l'équation du moment de flexion en G en projection sur l'axe \vec{z} :

$$Mf = M_A - x.R_A = M_A - x \frac{F}{2} \quad \text{et} \quad EI_{Gz} \bar{y} = \frac{F}{2} x - M_A \quad ; \quad EI_{Gz} \bar{y} = \frac{F}{4} x^2 - M_A x + C1$$

Conditions aux limites : $x=0 \quad \bar{y} = 0$ donc $C1 = 0$;

$$\text{Pour } x = \frac{L}{2} ; \quad \bar{y} = 0 = \frac{F L^2}{4 \cdot 4} - M_A \frac{L}{2} \quad \text{soit : } M_A = \frac{FL}{8}$$

Équation de la déformée :

$$EI_{Gz} y = \frac{F}{12} x^3 - \frac{M_A}{2} x^2 + C2 \quad \text{conditions aux limites : } x=0 \quad y=0 \quad C2=0 \quad EI_{Gz} y = \frac{F}{12} x^3 - \frac{FL}{16} x^2 \quad \text{soit :}$$

$$y_{\max i} = \frac{-1}{192} \frac{FL^3}{EI_{Gz}}$$

La contrainte maximale dans la poutre s'exprime par :

$$\sigma_{\max i} = \frac{Mf_{\max i}}{\frac{IG_z}{h/2}} \quad \text{avec} \quad \frac{IG_z}{h} = b \frac{h^2}{6} \quad \text{et} \quad Mf_{\max i} = \frac{FL}{8} \quad \text{soit : } \sigma_{\max i} = \frac{3FL}{4bh^2} = 1 \text{ N.mm}^{-2} = 1 \text{ MPa}$$

Condition de résistance : la contrainte maximale doit rester inférieure ou égale à la contrainte admissible Rpe .

$\sigma_{\max i} \leq Rpe$, donc Rpe doit être supérieure ou égale à 1 MPa.

Question 53

Exprimer pour ce cas simplifié, en tenant compte des résultats précédents, le coefficient de raideur (k) de ce support. En déduire un indice de performance $M = f(E, \rho, k, \dots)$ répondant à l'objectif 2, pour lequel E représente le module d'Young, ρ la masse volumique et k la raideur.

La pièce support S dans ce cas simplifié peut être assimilée à une lame de ressort encastée à ses extrémités telle que $F = kf$ avec k le coefficient de raideur de la lame AB et f sa flèche sous une sollicitation F .

La rigidité en flexion peut s'exprimer par $k = \frac{F}{y_{\max i}}$ avec $y_{\max i} = \frac{FL^3}{16Eb^3}$. Soit $k = \frac{16Eb^3}{L^3}$

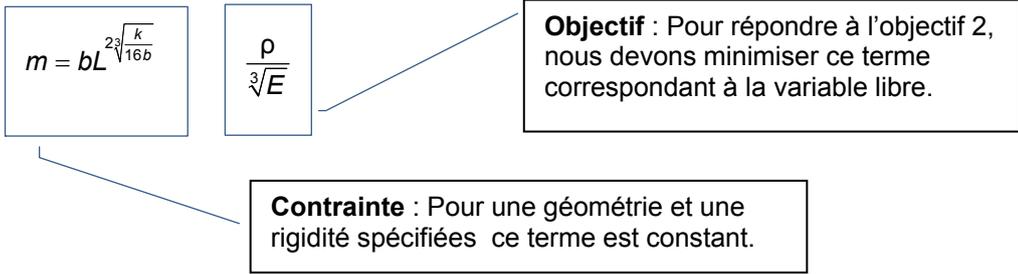
Indice de performance répondant à l'objectif 2 :

Objectif 2 : Conserver la légèreté du système en gardant une grande rigidité.

Pour répondre à l'objectif 2, nous devons minimiser la masse m de la pièce support de sonde S en conservant sa rigidité k .

Soit minimiser la masse $m = bhL\rho$.

Introduisons k dans l'écriture de m :



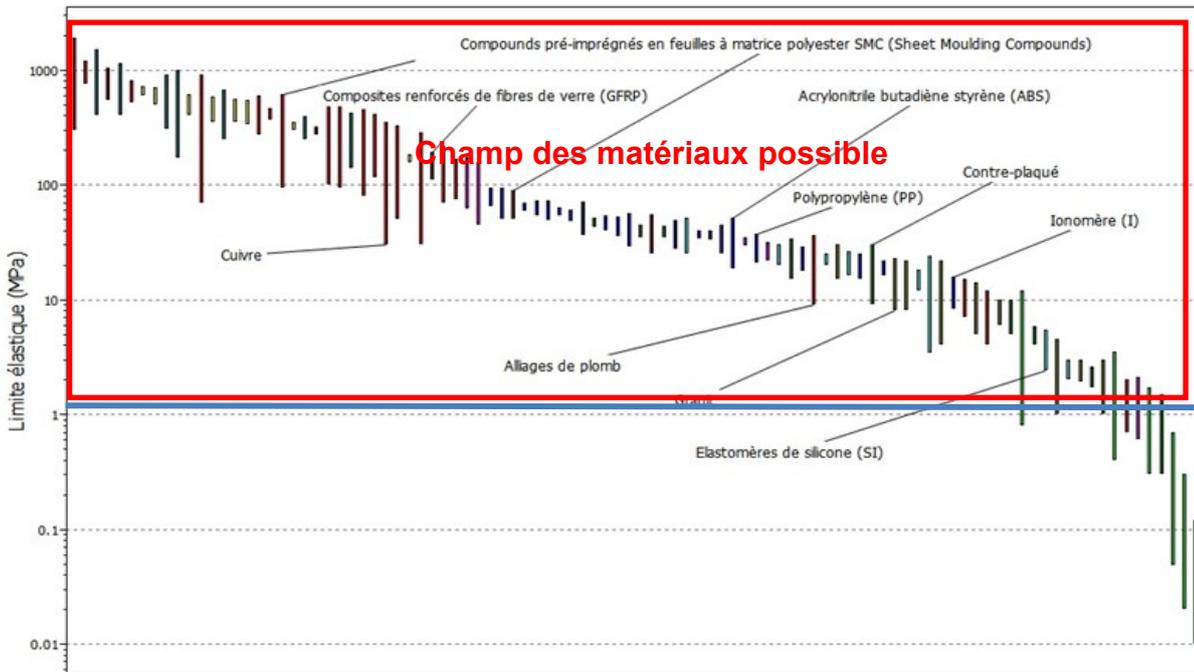
L'indice de performance peut alors s'écrire : $M = \frac{\rho}{E^{1/3}}$.

Question 54

Compte tenu de l'objectif 1, calculer la valeur de la limite élastique minimale. Représenter sur la carte d'Ashby (Limite élastique / matériaux) du document DR6 le champ des matériaux possibles.

Pour un coefficient de sécurité de 2 retenu pour l'objectif 1 nous prendrons :

$Re_{mini} \geq 2Rpe$ soit 2 MPa



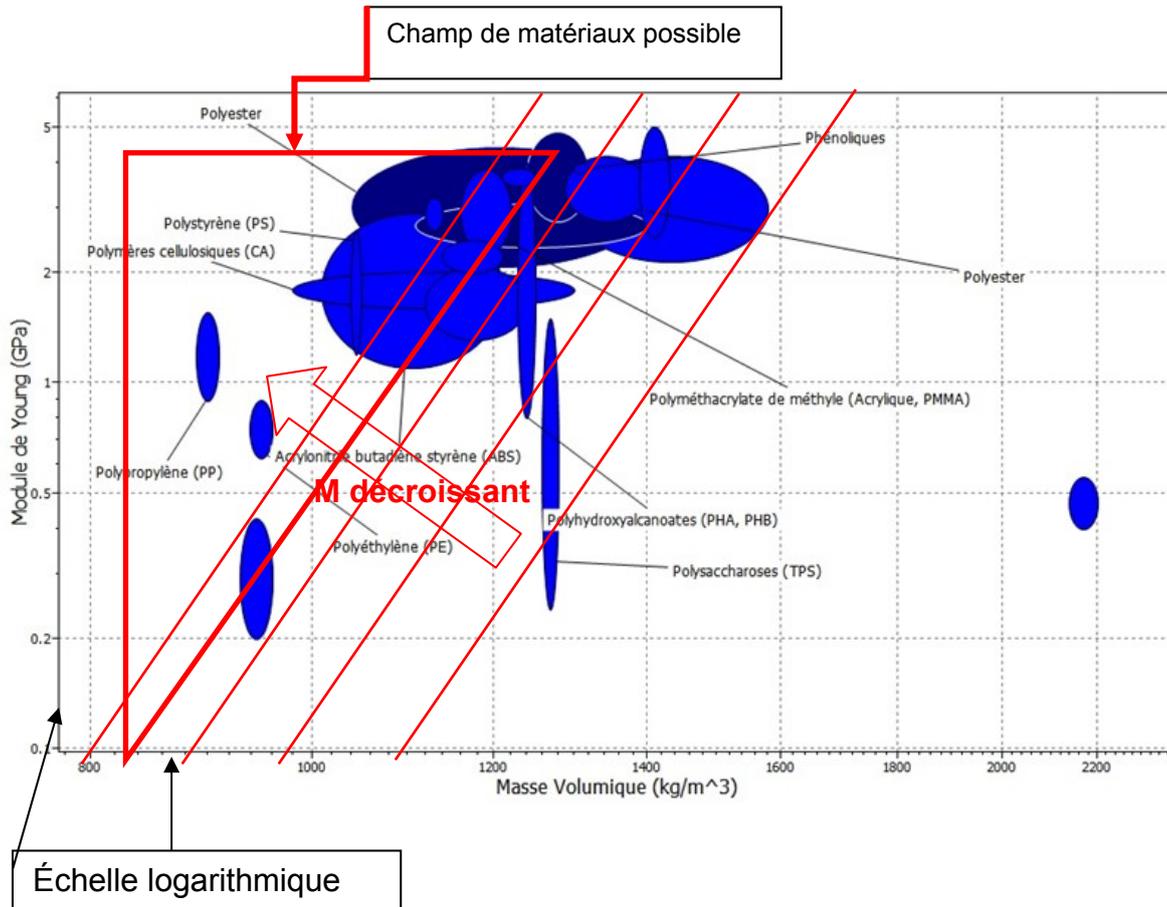
Question 55

Après avoir tracé sur la carte à bulles du document DR7 l'indice de performance $M=f(E, \rho)$, proposer une exploitation de cet indice. En déduire un champ de matériaux possibles répondant aux objectifs 1 et 2. Identifier au moins deux matériaux situés dans la zone de choix.

Il faut choisir un matériau ayant le plus petit rapport $\frac{\rho}{E^{1/3}}$

$E = \frac{\rho}{M^3}$, en exprimant $\text{Log } E = 3 \text{ Log } \rho - 3 \text{ Log } M$

Traçons les droites M de pente 3 sur le graphe (ρ , E)



Les deux matériaux - Polypropylène (PP) et Acrylonitrile butadiène styrène (ABS) répondent aux objectifs 1 et 2 de l'étude.

Question 56

Compte tenu de l'objectif 3, quel(s) procédé(s) d'obtention du support (S) proposeriez-vous ? Justifiez votre réponse.

La pièce support de sonde S n'est produite qu'à 50 exemplaires par an, ce petit nombre nous permet de la produire par usinage. Cependant, sa forme complexe nous impose un procédé par moulage par injection.

Question 57

En vous aidant de la base de données des matériaux (Document DT10) quel matériau répondrait d'une façon optimale à l'ensemble des 5 objectifs fonctionnels retenus ?

Tableau comparatif des matériaux au regard des 5 objectifs de l'étude.

Matériau	Objectif 1 & 2 M minimal	Objectif 3 Moulé et usinable	Objectif 4 Minimiser l'empreinte carbone Eco conception	Objectif 5 Limiter l'influence du champ magnétique.
Phénoliques	X	XXX	X	XXX
Polyester	X	XX	X	
Acrylonitrile butadiène styrène (ABS)	XXX	XX	XX	XX
Polypropylène (PP)	XX	XX	XXX	XX

L'ABS répond le mieux aux 5 objectifs de l'étude.

Question 58

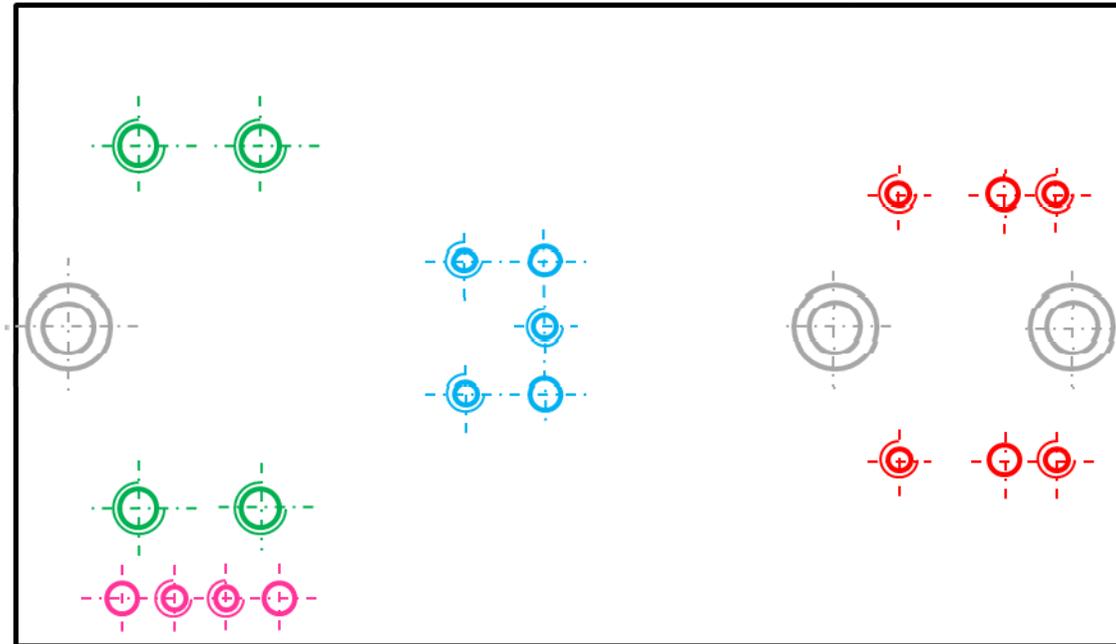
Proposer, en 10 lignes au maximum, une brève note technique présentant le résultat de votre analyse et de votre conception résumant le travail que vous avez mené et en quoi le système répond au cahier des charges initial.

Le dispositif proposé semble posséder les caractéristiques essentielles à un tel système en contact avec l'humain :

- l'espace de travail de la sonde est compatible avec le besoin. En d'autres termes, il est possible de traiter correctement tout point du cortex cérébral. Ceci est possible tout en restreignant l'espace d'évolution de la sonde. L'architecture retenue permet en effet de limiter de manière assez simple l'espace de travail pour éviter que la sonde ne touche une partie non désirée de la tête du patient ;
- l'architecture permet de recourir à un asservissement en effort sur un seul axe de déplacement, et ce dernier possède les caractéristiques souhaitées ;
- les solutions techniques retenues semblent globalement pertinentes. Si la précision globale de positionnement n'a pas été étudiée, des solutions constructives pour améliorer la rigidité du bras porte-sonde ont été identifiées. La version étudiée du dispositif montre par ailleurs qu'il est possible d'exploiter des matériaux compatibles avec le champ magnétique créé par la sonde.

DOSSIER RÉPONSES

Document réponse DR2 : Surfaces fonctionnelles de la platine

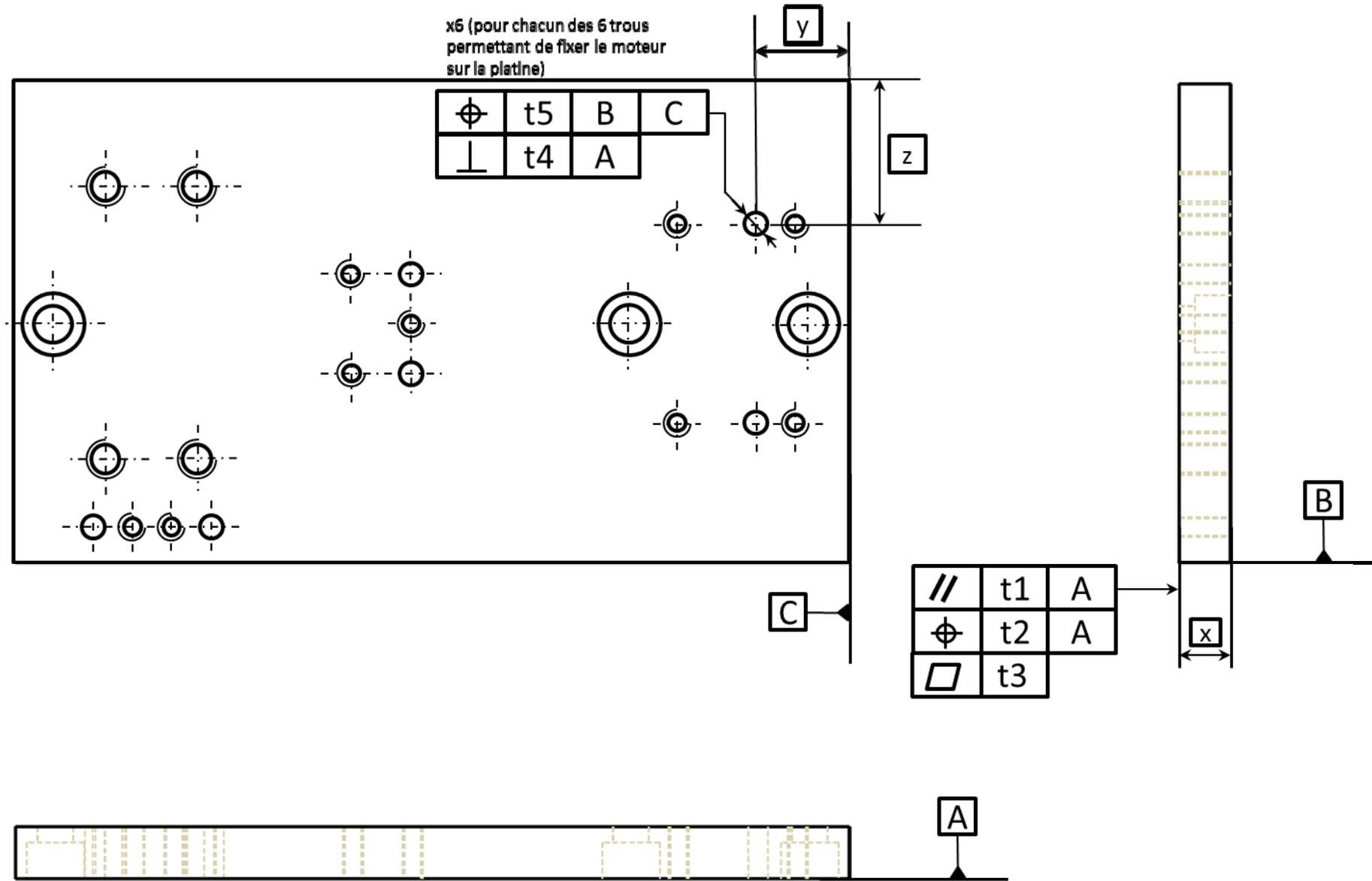


Code couleur des surfaces fonctionnelles :

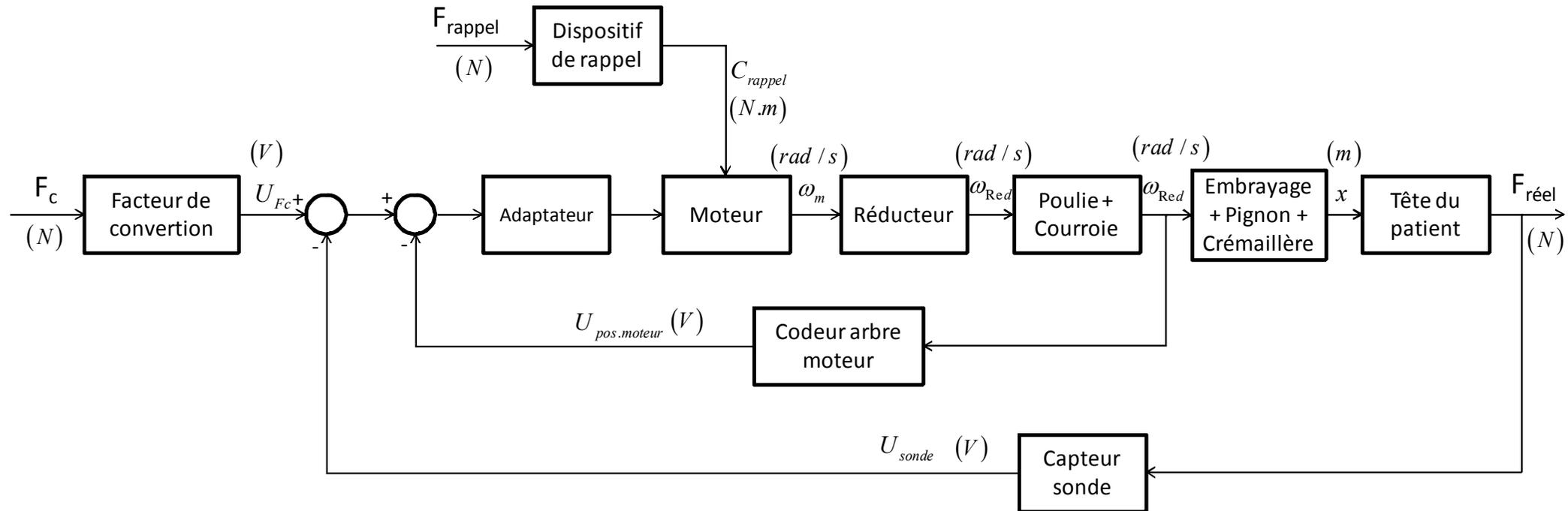
- Gris : platine / bâti
- Rouge : support moteur / platine
- Bleu : support embrayage / platine
- Vert : paller de guidage / platine
- Rose : plaque de positionnement / platine



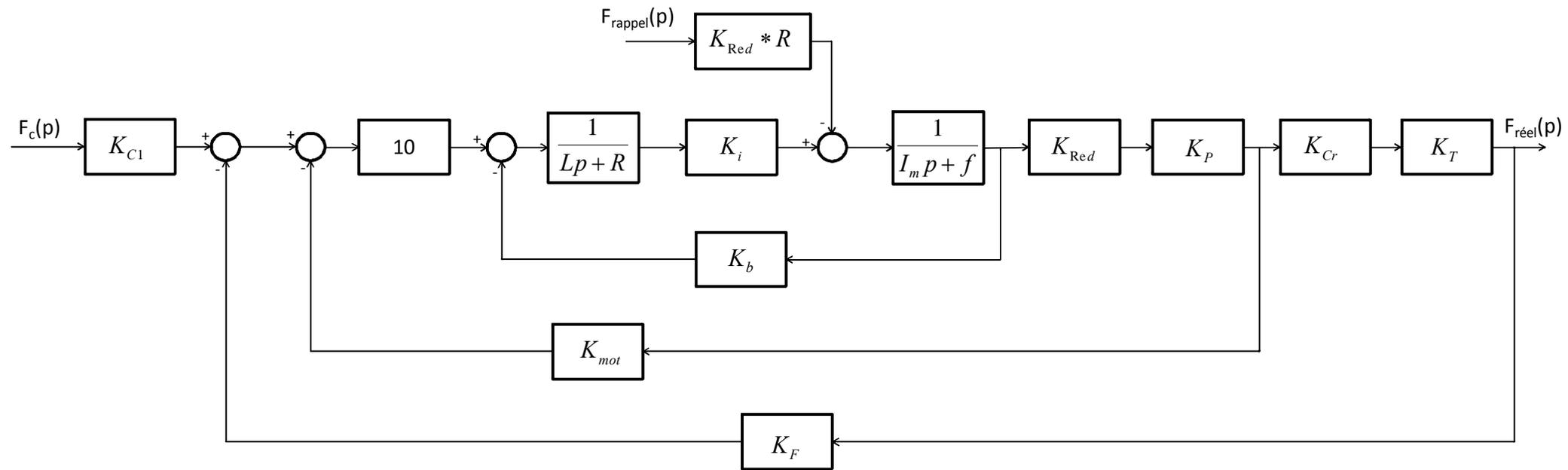
Document réponse DR3 : Cotation géométrique de la platine



Document Réponse DR4 - Schéma bloc simplifié modélisant le comportement de l'asservissement en effort de l'axe 4



Document Réponse DR5 - Schéma bloc complet modélisant le comportement de l'asservissement en effort de l'axe 4



Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité d'analyse et de conception des systèmes

1. Présentation du sujet

L'épreuve de la session 2012 s'appuie sur la technologie d'un système robotisé de stimulation magnétique transcrânienne (SMT) permettant de traiter des patients atteints de troubles dépressifs graves. La SMT est une technique qui vise à moduler l'activité de certaines zones du cortex cérébral. Pour ce faire, on crée des courants électriques dans ces zones, par émission d'un champ magnétique à proximité. Il s'agit de pouvoir traiter un point sur le cerveau à l'aide d'une sonde avec une précision de l'ordre du millimètre. Le système proposé vise à positionner avec précision la sonde de SMT autour du patient, tout en lui assurant un haut niveau de sécurité ainsi qu'au praticien supervisant le déroulement de la séance.

L'étude proposée est déclinée en cinq parties qui visent d'une part, à valider des performances spécifiées dans le cahier des charges et les réponses au besoin décrit ci-dessus par l'étude des solutions techniques adoptées par le constructeur et d'autre part, à confronter les solutions techniques intégrées au système à des solutions alternatives, et critiquer les solutions retenues par comparaison.

En particulier sont abordés :

- l'assurance de pouvoir accéder à toute la zone de traitement sur la tête du patient (Parties 1.1, 1.2 et 1.3) ;
- le respect de la sécurité du patient (Parties 1.4, 3.1 et 4.2) ;
- le respect des performances cinématiques et dynamiques nécessaires au déplacement de la sonde (Parties 2.1, 2.2, 4.1 et 5.1) ;
- la précision du système (Parties 3.2 et 5.2) ;
- la compatibilité du dispositif avec le champ magnétique (Partie 5.3).

La première partie permet aux candidats de valider la cinématique retenue. Il s'agit d'une part de valider la décomposition du mouvement de la sonde par rapport au patient, puis de valider l'architecture du système robotique ; d'autre part, sont mis en évidence l'impact des variations de morphologie des patients sur le dimensionnement du système robotique, et l'importance du comportement cinématique pour la commande du système robotique.

La deuxième partie permet de valider les solutions adoptées pour le premier axe de déplacement du système. Le candidat est conduit à faire le choix de la solution de transformation de mouvement en la confrontant à une solution alternative, puis à valider le groupe motoréducteur en vérifiant que le couple moteur permet l'obtention de l'équilibre statique et qu'il délivre une accélération au coulisseau suffisante pour répondre au cahier des charges. Enfin, le candidat doit mettre en évidence les contraintes géométriques générées par l'assemblage (motoréducteur, embrayage et palier de guidage de la vis à billes) et vérifier la faisabilité de celui-ci. Ces contraintes de spécifications géométriques sont à exprimer par un codage normalisé de cotation sans valeur numérique des tolérances.

La troisième partie s'intéresse aux solutions adoptées dans la conception du second axe de déplacement du système robotisé. Il s'agit de valider le choix du frein et du réducteur par rapport au comportement attendu dans le cahier des charges pour assurer la sécurité du patient, et d'évaluer les erreurs de positionnement introduites par les flexibilités du réducteur et du bras pour déterminer le respect de la précision de positionnement spécifiée de la sonde.

La quatrième partie a pour but de valider les solutions adoptées pour le quatrième axe de déplacement du système robotisé. Il est demandé au candidat de justifier le choix de la solution de

transformation de mouvement permettant la translation du poignet porte-sonde en la confrontant à deux solutions alternatives qu'ils doivent définir et représenter à l'aide de schémas cinématiques.

Une deuxième étude permettra de valider le comportement de l'asservissement de l'axe lors de sa commande pour réguler l'effort de contact de la sonde sur la tête du patient. Il est demandé au candidat de compléter le schéma bloc illustrant le comportement du système, de préciser si la rapidité du système est suffisante, de proposer un correcteur pour répondre au cahier des charges, et de vérifier que l'asservissement en effort n'admet pas de dépassement.

Enfin la cinquième partie a pour but de valider les solutions adoptées pour le système sphérique du poignet du système robotisé. Le candidat est conduit à décrire sous forme de schémas cinématiques les chaînes d'actions mettant en mouvement le poignet. Il lui est demandé d'exprimer le couple transmissible sans glissement par le biais du dispositif de cabestan utilisé, et de commenter l'influence des matériaux sur la géométrie du cabestan.

Afin de statuer sur l'adéquation de la solution en termes de précision, il doit évaluer les erreurs de positionnement introduites par la flexibilité du poignet pour une solution alternative et choisir un couple matériau-procédé pour la solution alternative considérée. Après avoir analysé les résultats d'une étude par éléments finis, à partir d'un modèle d'étude simple de RDM, il est conduit à mettre en évidence un indice de performance du matériau du support de la sonde lui permettant, par l'utilisation de cartes d'Ashby, le choix d'un matériau optimal répondant au cahier des charges.

Pour conclure, il est demandé au candidat, en 10 lignes au maximum, une brève note technique présentant le résultat de son analyse et de sa conception, résumant le travail qu'il a mené et en quoi le système répond au cahier des charges initial.

2. Analyse globale des résultats

Le sujet, relativement long, n'a pas été traité dans sa totalité par une majorité de candidats. Certains n'ont traité que partiellement les cinq parties en choisissant les questions sur lesquelles ils se sentaient le plus à l'aise. Quelques candidats ont montré d'excellentes aptitudes à modéliser et proposer des solutions efficaces en ayant une bonne vision d'ensemble du sujet. Il reste néanmoins quelques candidats mal préparés qui ne maîtrisent pas les éléments de base pour traiter une épreuve de ce type.

3. Commentaires sur les réponses apportées

La première partie « Validation de l'architecture générale du système robotique » comporte quatre études. Les première et deuxième études concernant la validation de la décomposition du mouvement de la sonde par rapport au patient et de l'architecture du système robotique font appel à des connaissances élémentaires de cinématique. Ces premières études ont été très majoritairement traitées par les candidats avec de bons résultats. Le développement scientifique est souvent juste, mais il apparaît très souvent dans les copies un manque d'efficacité dans les représentations spatiales schématiques ; lesquelles sont souvent incompréhensibles. La troisième étude « mise en évidence de l'impact des variations de morphologie des patients sur le dimensionnement du système robotique » a été correctement traitée. Il s'agissait de partir des données fournies dans le tableau 2, du document DT2 et des mouvements explicités en figure 7, pour vérifier si tout patient pouvait être positionné correctement dans le système (gestion de la taille du corps et de la tête du patient). La lecture et le décodage des documents fournis ont été correctement effectués par les candidats. On remarque cependant qu'il est difficile pour certains de formuler d'une manière synthétique le déroulement de leur analyse.

Dans la quatrième étude de cette première partie, l'influence des propriétés cinématiques du mécanisme sur sa commande est analysée. Si le développement scientifique est souvent juste, il apparaît très souvent dans les copies un manque d'analyse des résultats qui induit des réponses à la

question 12 très superficielles, voire incohérentes. Enfin, peu de candidats ont traité la fin de cette première partie qui concernait l'analyse des singularités cinématiques du mécanisme. La notion de singularité qui se traduit, pour le système, par l'incapacité à générer une vitesse dans une direction à l'aide des degrés de liberté pilotés du mécanisme n'a pas été comprise des candidats, lesquels n'ont pas su lier cette notion aux caractéristiques géométriques et cinématiques du mécanisme.

Dans l'ensemble, cette première partie a été traitée par une très grande majorité des candidats. Les résultats sont satisfaisants, mais néanmoins les copies montrent une insuffisance dans la clarté et la rigueur de l'analyse des résultats. Les conclusions cinématiques des quatre études sont incomplètes et conduisent les candidats à formuler des erreurs.

La deuxième partie de cette épreuve comporte trois études conduisant progressivement le candidat à valider les solutions pour le premier axe de déplacement du système de SMT.

Une majorité de candidats a traité les première et troisième études de manière satisfaisante. Cependant, pour la troisième étude, on constate encore très souvent que la définition géométrique par le codage normatif n'est pas maîtrisée ; dans la plupart des cas, on constate une totale absence de méthode. Il est néanmoins indispensable que le futur professeur agrégé de mécanique puisse déterminer les contraintes géométriques par les outils usuels d'analyse.

La deuxième étude a été peu abordée ; quand ce fût le cas, les candidats n'ont que très rarement su déterminer le couple moteur permettant l'obtention de l'équilibre en statique du système de transmission (question 20), et ont mal exploité les résultats de la simulation numérique dynamique (question 21). Les conclusions de cette analyse sont souvent confuses, voire fausses.

La troisième partie de l'épreuve doit conduire le candidat à valider les solutions adoptées pour le deuxième axe de déplacement du système de SMT. Pour la validation du choix du frein et du moto-réducteur, les correcteurs remarquent que très peu de candidats sont capables de représenter sous forme de schémas une solution technologique. Ceux-ci sont souvent incompréhensibles ; ils ne respectent que très rarement les règles élémentaires de la représentation schématique. De plus, les réponses aux questions 32 et 33 relatives à l'évaluation des erreurs de positionnement n'ont été que trop rarement abordées. Aucune modélisation sérieuse n'a été explicitée pour étudier le comportement sous charge de la glissière à éléments roulants.

La quatrième partie de l'épreuve propose de valider la conception du quatrième axe du système SMT. Les résultats obtenus sont peu satisfaisants. Là encore, on constate une grande insuffisance dans l'expression des représentations schématiques et le peu d'imagination des candidats pour concevoir des solutions technologiques pouvant être utilisées pour remplir la fonction technique FT11.

Concernant l'analyse de la régulation de l'effort de contact de la sonde sur la tête du patient les correcteurs constatent des résultats médiocres, voire très mauvais. Le schéma bloc illustrant le comportement du système est souvent incomplet voire totalement faux. Quant à celui relatif à la modélisation du moteur électrique Maxon F2140 rares sont les candidats y ayant répondu. De même rares sont ceux qui ont répondu correctement à la question 39 qui permettait de préciser l'inertie équivalente de l'ensemble des éléments ramenée à l'axe moteur, entraînant de fait une impossibilité de répondre à la question 40. La question classique relative au calcul d'une correction proportionnelle a été correctement abordée.

La cinquième partie de l'épreuve propose de valider les solutions adoptées pour le poignet du système robotique. Elle avait pour objectifs l'analyse du comportement mécanique du support de la sonde ainsi que le choix argumenté d'un matériau constitutif de celui-ci.

Peu de candidats ont abordé cette 5^e partie du sujet. Certains candidats ont répondu de manière satisfaisante à la plupart des questions, au demeurant classiques pour un grand nombre d'entre-elles. En revanche on peut s'étonner des difficultés à résoudre un problème plan de RDM.

De même, trop peu de candidats ont traité les questions relatives au choix d'un matériau, et peu ont su exploiter les cartes d'Ashby, ce que l'on peut regretter.

Conseils aux candidats

Partie 1

L'investigation du point de vue cinématique a été bien menée par la plupart des candidats ; en revanche, certains, montrent des difficultés à exprimer les résultats de leur analyse. Il est conseillé aux candidats de bien lire le questionnement, de représenter lisiblement les schémas respectant les normes nécessaires au développement de l'étude et de s'assurer de la justesse des développements mathématiques.

Partie 2

Le jury rappelle aux candidats, qu'ils doivent impérativement porter du soin à leur représentation schématique, sous peine de ne pas être compris.

Une analyse comparative de solutions constructives doit nécessairement déboucher sur une conclusion.

Afin de spécifier géométriquement des composants, il est indispensable que le futur professeur agrégé de mécanique puisse déterminer des contraintes géométriques par les outils usuels d'analyse.

Partie 3

Compte-tenu des résultats obtenus sur l'ensemble du questionnement de cette troisième partie, il apparaît qu'une grande majorité des candidats devrait approfondir les savoirs technologiques associés à la conception mécanique et leurs interactions. Ces savoirs portent sur les démarches de conception, la proposition d'architecture raisonnée en passant par leur dimensionnement (approches cinématique, dynamique et RDM).

Partie 4

Afin d'aborder la modélisation des comportements des systèmes asservis ou régulés, les candidats doivent se former à l'écriture de schémas blocs. Ils doivent *a minima* être capables de modéliser un moteur électrique.

Partie 5

La démarche d'analyse par éléments finis doit être comprise des candidats qui auront à exploiter les résultats graphiques de celle-ci.

Les candidats doivent être capables de déterminer et d'utiliser d'un indice de performance afin de conduire une optimisation dans le choix d'un matériau d'une solution constructive à l'aide des cartes d'Ashby.

4. Conclusions

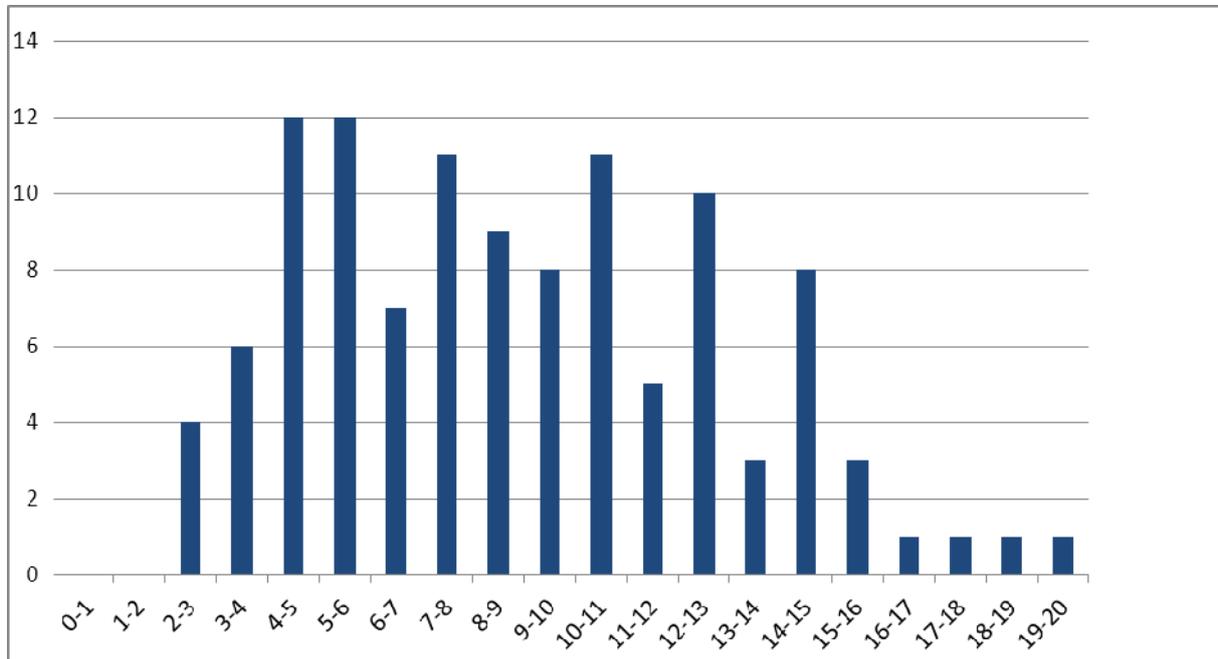
Même si le sujet était long et relativement large dans l'éventail des compétences sollicitées, quelques candidats se sont montrés très à l'aise avec un très bon taux de réussite. Au-delà du fond, il faut signaler également que, sur la forme, la rédaction de la copie doit être soignée, car la compréhension des réponses du candidat en est facilitée et la qualité de communication est exigible dans un concours de recrutement de professeurs. Nous conseillons, comme après chaque session de l'agrégation, une lecture globale du sujet au début de l'épreuve afin d'identifier au mieux les parties pour lesquelles le candidat pense avoir les meilleures chances de réussite.

On ne peut qu'encourager les futurs candidats à lire et relire les différents rapports des jurys de l'agrégation afin de bien comprendre ce qui est attendu dans cette épreuve dont l'évolution se tourne vers une analyse et une conception de systèmes pluri technologiques et ne traite plus uniquement que de leur aspect mécanique.

5. Résultats

114 candidats, dont 14 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,9 avec :

- 20 comme meilleure note ;
- 2,5 comme note la plus basse.



Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'automatique-informatique industrielle

Première partie : maîtrise dimensionnelle du produit : mise en œuvre d'un contrôle fréquentiel sur la zone 2

1.1 Gestion du poste d'usinage et des demandes de contrôle

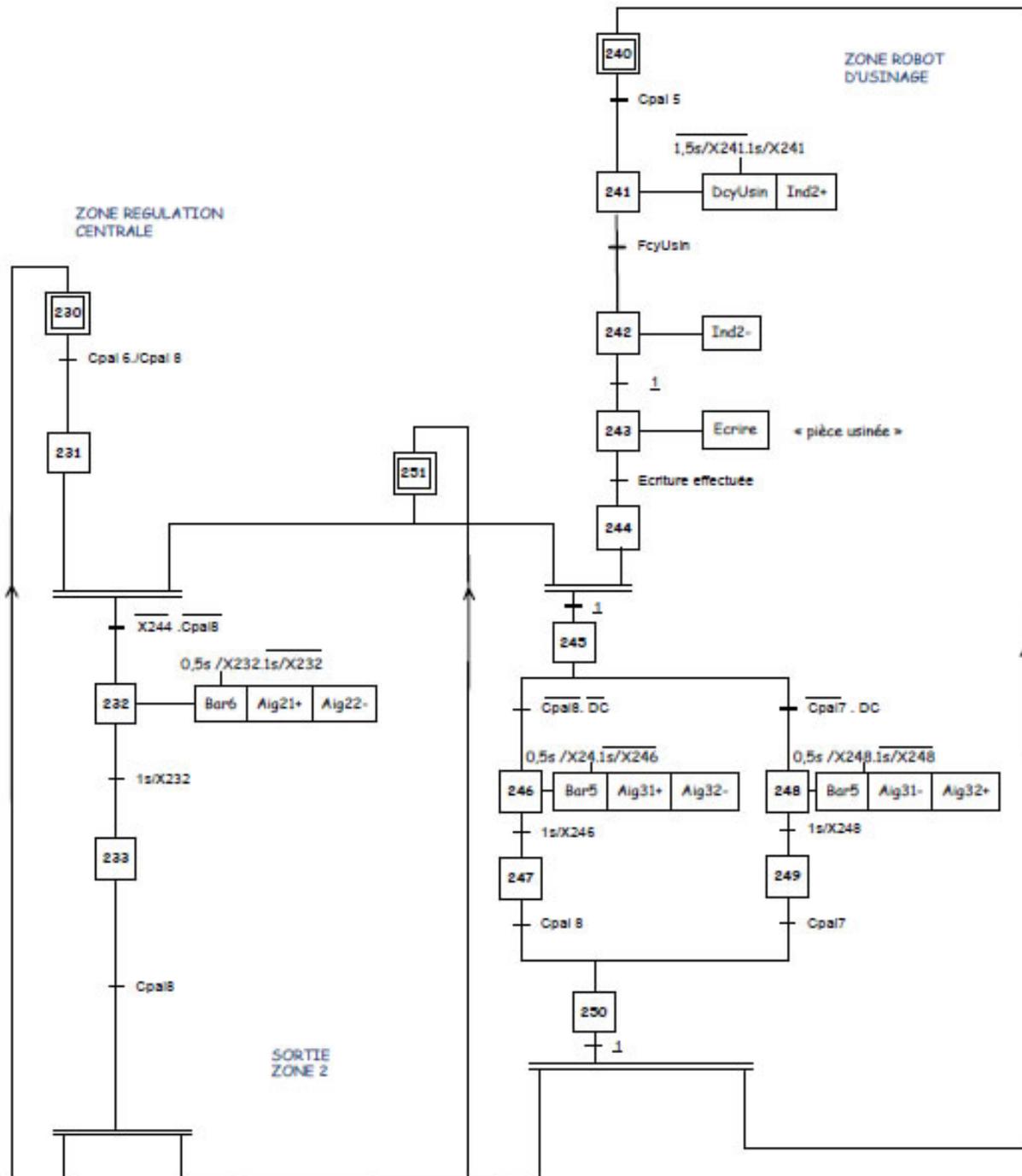
Question I.1 – Donner la signification de l'expression $\overline{1s/X202.0,5s/X202}$ utilisée dans le grafcet d'entrée de zone 2. Préciser le rôle de l'étape 219 dans le grafcet de sortie de zone 2 et indiquer quelle gestion de priorité a été mise en œuvre.

La réceptivité $\overline{1s/X202.0,5s/X202}$ permet de retarder de 0,5 s l'action Bar4 et de la maintenir active durant 0,5 s.

Le rôle de l'étape 219 est de gérer la synchronisation des sorties des palettes. Cette étape est inactive lorsqu'une palette est en cours de sortie et redeviendra active lorsque la palette est détectée en zone 3 (*Cpa13*). La structure utilisée est une structure de partage de ressource.

La priorité est donnée aux palettes sortantes du poste de contrôle fréquentiel (réceptivité $/X216./Cpa13$ pour l'entrée en zone 3 et réceptivité $/Cpa13$ pour la sortie du poste de contrôle fréquentiel).

Question I.2 – Compléter l'amorce de grafcet de la zone médiane afin d'intégrer la gestion du poste d'usinage et des demandes de contrôle. On notera que la priorité est donnée aux palettes sortantes du poste d'usinage.



Question I.3 – Donner les probabilités de procéder à un réglage par erreur du processus pour deux valeurs de moyenne calculées. On distinguera le cas où la moyenne est hors des limites $Lc1$ et $Lc2$ et le cas où la moyenne calculée se situe entre les bornes Ls et Lc .

0,3 % de probabilité d'être hors des limites Lc , donc d'identifier un dérèglement dès la première moyenne calculée (3 chances sur mille de procéder au réglage par erreur).

Si la première valeur est entre les bornes Ls et Lc , il y a donc 95,4% de chance que le processus soit dérèglé. On procède à un second relevé et si ce dernier confirme la valeur de la moyenne, la probabilité d'un dérèglement sera de $0,954+0,954-0,954^2= 0,998$ soit 2 chances sur mille de procéder au

réglage par erreur. Si la valeur de la seconde moyenne dépasse les bornes L_c , il y a moins d'une chance sur dix milles de procéder au réglage par erreur.

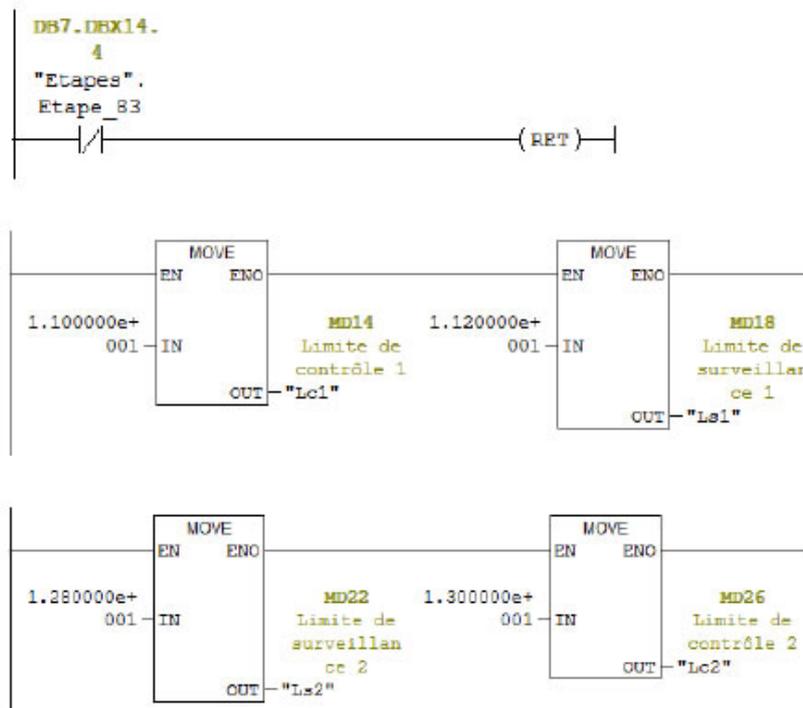
Question I.4 – Préciser la condition de lancement de l'organigramme de contrôle fréquentiel (figure 8).

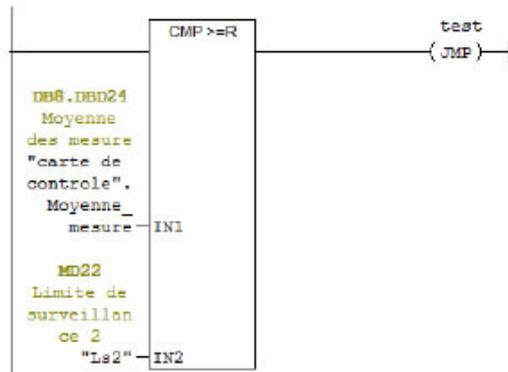
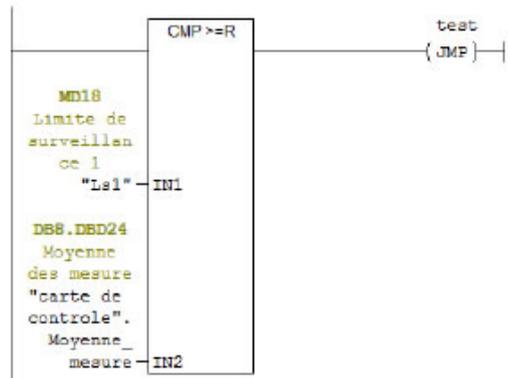
La condition de lancement est l'étape X83 =1 ou étape 83 active, qui signifie que les 5 mesures ont bien été effectuées.

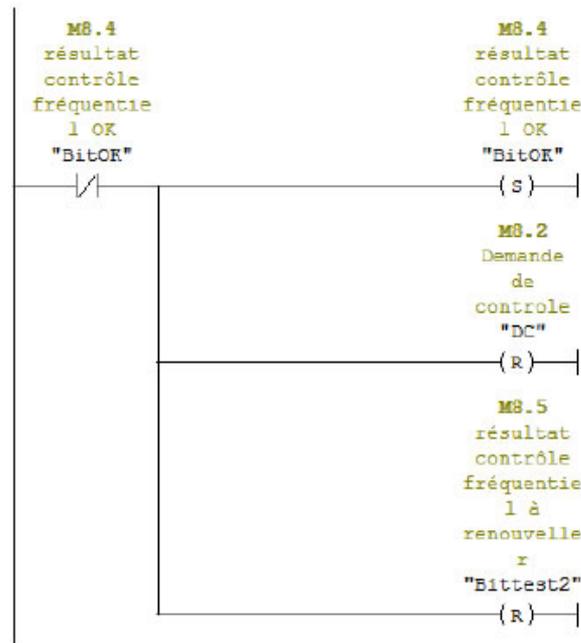
Question I.5 – Proposer une méthode et un langage de traduction permettant de calculer la moyenne du lot de pièces contrôlées.

On peut facilement traduire l'algorithme à l'aide d'un des 5 langages de la norme CEI 61131-3. En langage Ladder (4 blocs sommateurs et 1 bloc diviseur). Certaines suites logicielles proposent des fonctions statistiques directement intégrées dans des blocs fonctions (dans ce cas un seul bloc de filtre moyenneur de longueur 5).

Question I.6 – Rédiger dans un langage normalisé (en vous aidant du document ressource 4) le programme permettant d'interpréter la valeur de la moyenne, en respectant l'organigramme et le choix des mnémoniques de la figure 8.

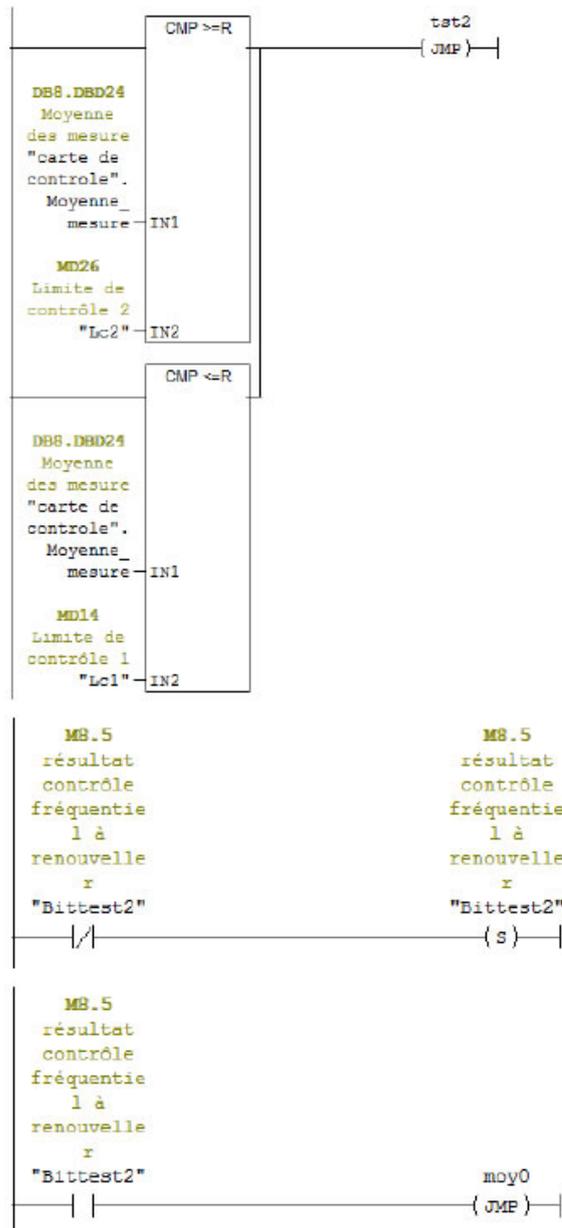






test

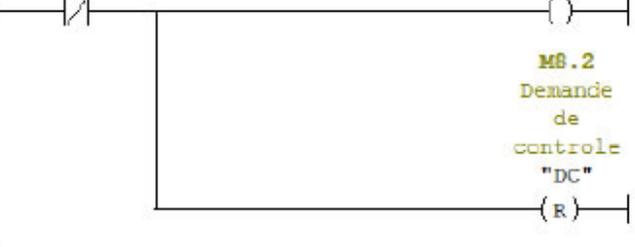




tst2

MB.6
résultat
contrôle
fréquentie
1 ARRET
"Bitarrêt"

MB.6
résultat
contrôle
fréquentie
1 ARRET
"Bitarrêt"



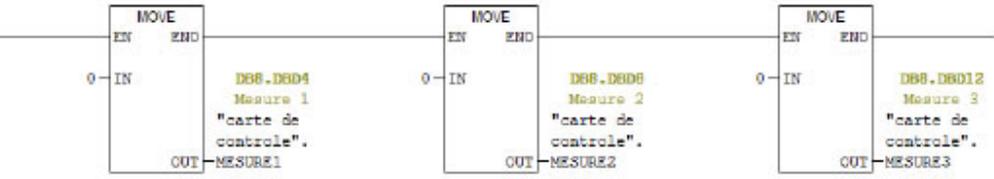
MB.2
Demande
de
contrôle
"DC"
(R)

MB.5
résultat
contrôle
fréquentie
1 à
renouvelle
r
"Bittest2"

MB.5
résultat
contrôle
fréquentie
1 à
renouvelle
r
"Bittest2"



may0



Deuxième partie : étude du robot d'usinage 6 axes

II.1 – Modélisation d'un axe du robot

Question II.1 - Calculer le couple exercé par les ressorts de compensation de l'axe 2, noté C_r , en fonction de l'angle θ_2 , k , L , r et Fp . En comparant ce couple à celui exercé par la gravité sur l'axe 2, noté C_g , pour la configuration $\theta_i = 0$ avec $i=\{1,3,4,5,6\}$, en déduire les valeurs de précontrainte et de raideur qui permettent de compenser les effets de la gravité.

Le couple exercé par le ressort sur l'axe 2 peut s'écrire :

$$C_r = -F \cdot \overline{O_2 O_{31}} \cdot \sin \gamma$$

avec γ l'angle entre $\overline{O_{12} O_{31}}$ et $\overline{O_2 O_{31}}$ et F l'effort du ressort dirigé suivant $\overline{O_{31} O_{12}}$ que l'on peut noter

$$F = k \cdot x + Fp \text{ avec } x = \overline{O_{31} O_{12}} - L.$$

Dans le triangle $O_{12} O_{31} O_2$, et en appliquant le théorème d'Al-Kashi, on obtient :

$$\overline{O_{31} O_{12}} = \sqrt{(L+r)^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot (L+r) \cdot \cos(\theta_2)}$$

Dans ce même triangle, on a :

$$\sin \gamma = r \cdot \frac{\sin(\theta_2)}{\overline{O_{31} O_{12}}}$$

On obtient donc :

$$C_r = - \frac{\left(\left(k \cdot \sqrt{(L+r)^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot (L+r) \cdot \cos(\theta_2)} - L \right) + Fp \right) \cdot (L+r) \cdot r \cdot \sin(\theta_2)}{\sqrt{(L+r)^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot (L+r) \cdot \cos(\theta_2)}}$$

Le couple exercé par la gravité dans la configuration imposée (bras tendu) est :

$$C_g = (m_2 \cdot \overline{O_2 G_2} + m_3 \cdot \overline{O_2 G_3} + m_4 \cdot \overline{O_2 G_4} + m_5 \cdot \overline{O_2 G_5} + m_6 \cdot \overline{O_2 G_6}) \cdot g \cdot \sin(\theta_2)$$

$$C_g = (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot (a_3 + e_3) + m_4 \cdot (a_3 + c_4 + d_4) + (m_5 + m_6) \cdot (a_3 + c_4 + a_5 + e_5)) \cdot g \cdot \sin(\theta_2)$$

En appliquant le Principe Fondamental de la Statique au bras, on obtient : $C_r + C_g = 0$.

On en déduit donc la raideur et la précontrainte du ressort :

$$k = \frac{(m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot (a_3 + e_3) + m_4 \cdot (a_3 + c_4 + d_4) + (m_5 + m_6) \cdot (a_3 + c_4 + a_5 + e_5)) \cdot g}{r \cdot (L+r)}$$

$$Fp = k \cdot L$$

Question II.2 - Calculer la position d'équilibre statique du bras 2 (dans la configuration $\theta_i = 0$ avec $i=\{1,3,4,5,6\}$) pour une charge embarquée de 15 kg (broche et support).

Le couple exercé par la gravité dans la configuration imposée (bras tendu) avec la charge de 15 kg s'écrit :

$$C_g = (m_2 \cdot d_2 + m_3 \cdot (a_3 + e_3) + m_4 \cdot (a_3 + c_4 + d_4) + (m_5 + m_6 + 15) \cdot (a_3 + c_4 + a_5 + e_5)) \cdot g \cdot \sin(\theta_2)$$

Avec les valeurs proposées de la raideur et de la précontrainte, on trouve :

$$C_g = 2978 \text{ N.m} \text{ et donc } \theta_2 = 108^\circ.$$

Question II.3 – Donner la ou les hypothèses qui permettent de négliger l'influence de la partie électrique des actionneurs (asservissement en courant) sur la dynamique globale de l'axe.

L'hypothèse adaptée permettant de négliger l'influence de la partie électrique des actionneurs vis-à-vis de la dynamique globale de l'axe, est que la constante de temps du courant électrique circulant

dans l'actionneur est très inférieure à la constante de temps globale de l'axe. Cette hypothèse sera soit vérifiée par nature même de l'actionneur (L/R) ou bien vérifiée par mise en place d'une boucle d'asservissement du courant.

Question II.4 – Expliciter le principe de fonctionnement du résolveur.

Un résolveur est un capteur de position angulaire. Son principe de fonctionnement est basé sur celui d'un transformateur dont le rapport de transformation varie en fonction de la position angulaire de l'arbre.

Un résolveur est composé d'une bobine placée au rotor (mobile) alimentée par un courant alternatif « haute fréquence » (20 kHz généralement), et de deux bobines décalées angulairement de 90° sur le stator (fixe).

Lors de la rotation du rotor, les bobines placées au stator sont le siège de forces électromotrices induites par la variation du champ magnétique créé par le rotor.

On peut démontrer que les 2 forces électromotrices induites aux bornes des 2 bobines statoriques peuvent s'écrire :

$$V_{S1} = V_{Smax} \cdot \sin(\omega_{HF} \cdot t) \cdot \cos(\theta)$$

$$V_{S2} = V_{Smax} \cdot \sin(\omega_{HF} \cdot t) \cdot \sin(\theta)$$

où ω_{HF} est la pulsation du courant rotorique et θ la position angulaire du rotor.

Question II.5 – Expliciter 2 relations temporelles décrivant le comportement dynamique du système.

On isole l'arbre moteur, et on applique le théorème du moment dynamique autour de l'axe de rotation. On note C_1 le couple à l'entrée du réducteur. On obtient :

$$(J_m + J_r) \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = C_m - f_v \cdot \Omega_m - C_1$$

On isole l'arbre de sortie en notant C_2 le couple à la sortie du réducteur, et on applique le théorème du moment dynamique autour de l'axe de rotation de la charge. On obtient :

$$J_{ch} \cdot \frac{d\Omega_{ch}}{dt} = C_2 - C_{ch}$$

Le réducteur supposé sans perte nous fournit :

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = n$$

Enfin, le ressort de torsion de raideur K_t nous donne :

$$C_2 = K_t \cdot (\theta_2 - \theta_{ch})$$

Question II.6 – Les opérations d'usinages réalisées par le robot se font dans le cadre de l'Usinage Grande Vitesse. Justifier cette stratégie d'usinage en décrivant les implications de l'UGV sur la dynamique du système.

L'utilisation de l'UGV pour les usinages des carters est justifiée pour les faibles valeurs d'efforts de coupe comparativement à un usinage conventionnel, et donc de couple résistant ramené sur l'arbre de l'actionneur faible. On pourra donc négliger le couple résistant dû à la charge.

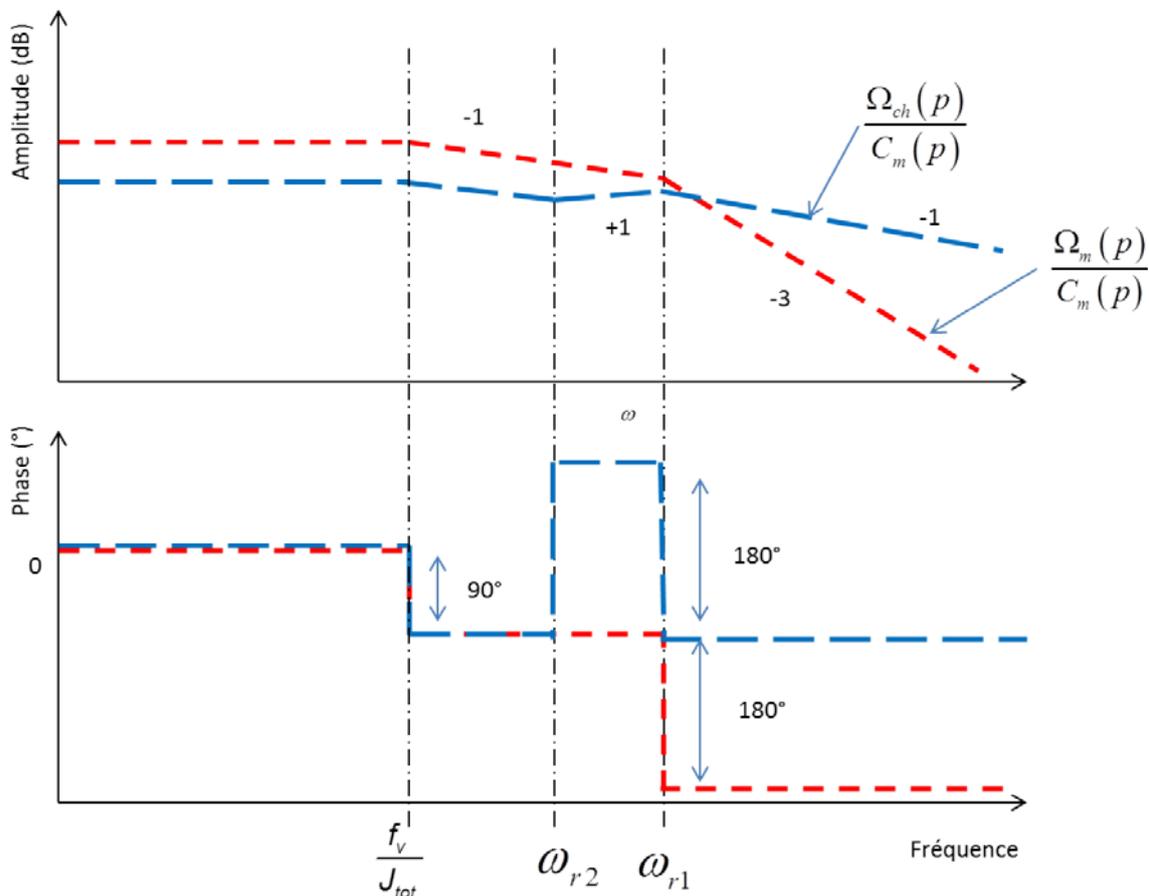
Question II.7 – En négligeant le couple de perturbation C_{ch} sur l'axe, déterminer et exprimer sous forme canonique les fonctions de transfert $\Omega_{ch}(p)/C_m(p)$ et $\Omega_m(p)/C_m(p)$ (p étant l'opérateur de Laplace dans le domaine d'étude continu).

En prenant pour hypothèses les conditions initiales nulles, il vient :

$$\frac{\Omega_{ch}(p)}{C_m(p)} = \frac{n.K_t}{J_{ch} \cdot (J_m + J_r) \cdot p^3 + J_{ch} \cdot f_v \cdot p^2 + K_t \cdot (J_m + J_r + n^2 \cdot J_{ch}) \cdot p + K_t \cdot f_v}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{C_m(p)} = \frac{K_t \cdot \left(1 + \frac{J_{ch}}{K_t} \cdot p^2\right)}{J_{ch} \cdot (J_m + J_r) \cdot p^3 + J_{ch} \cdot f_v \cdot p^2 + K_t \cdot (J_m + J_r + n^2 \cdot J_{ch}) \cdot p + K_t \cdot f_v}$$

Question II.8 – Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotiques des deux fonctions de transfert précédentes.



Question II.9 – En vous appuyant sur les diagrammes de Bode des deux fonctions, argumenter sur le choix de placement du capteur qui vous semble judicieux au regard des différents critères recherchés classiquement pour un asservissement (stabilité, rapidité et précision).

Dans les 2 cas, la mesure de la vitesse angulaire sera sensible à la résonance se produisant à la pulsation $\omega_{r2} = \frac{J_{ch}}{K_t}$.

La mesure de la vitesse angulaire au niveau de l'arbre de sortie possède l'avantage, par bouclage avec un simple correcteur proportionnel, de s'assurer de la stabilité, car la phase tend

asymptotiquement vers -90° . Le comportement en boucle fermée est assimilable à un système du premier ordre. La rapidité sera réglable par l'action sur le correcteur proportionnel, car la bande passante en boucle fermée pourra être placée vers une pulsation supérieure à ω_{r1} . La mesure de la position angulaire au niveau de l'arbre du moteur possède l'inconvénient de la rapidité du système en boucle fermée et de la stabilité. En effet, un correcteur proportionnel adapté limitera la rapidité du système en raison de la phase qui tend asymptotiquement vers -270° .

Question II.10 – Déterminer le modèle idéalisé de la transmission mécanique $\Omega_{ch}(p)/C_m(p)$ en considérant une transmission parfaitement rigide ($K_t \rightarrow \infty$).

$$\frac{\Omega_{ch}(p)}{C_m(p)} = \frac{n}{(J_m + J_r + n^2 \cdot J_{ch}) \cdot p + f_v}$$

II.2 – Analyse de la boucle d'asservissement en courant d'un axe du robot sous forme numérique

Commande analogique proportionnelle

Question II.11 – Déterminer les valeurs de Kp sous forme littérale assurant un système bouclé stable.

$$FTBF(p) = \frac{I(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{Kp \cdot Kt}{1 + Kp \cdot Kt + \tau_e \cdot p}$$

La boucle d'asservissement en courant est stable si les pôles sont à parties réelles négatives. Dans ce cas, la boucle de courant est stable si :

$$Kp > \frac{-1}{Kt}$$

Question II.12 – Déterminer le gain statique du système bouclé G_{sc} sous forme littérale.

Le gain statique de la boucle de courant G_{sc} est :

$$G_{sc} = 20 \cdot \log \left(\frac{Kp \cdot Kt}{1 + Kt \cdot Kp} \right)$$

Remarque : ne pas confondre gain statique exprimé en dB et amplification statique sans unité dans notre cas.

Question II.13 – Quelle serait l'action à rajouter à l'action proportionnelle pour obtenir un gain statique unitaire indépendant des fluctuations du gain statique du processus (MSAP + onduleur) ?

L'ajout d'un intégrateur dans la chaîne directe permettrait d'augmenter la classe de la fonction de transfert de la boucle ouverte, et donc permettrait d'annuler l'erreur statique en régime permanent vis-à-vis d'une consigne du type échelon. L'amplification statique sera dans ce cas unitaire, et le gain statique nul.

Il serait aussi possible de placer un bloc proportionnel de coefficient $(1 + Kt \cdot Kp)/(Kt \cdot Kp)$ dans la chaîne directe afin d'obtenir une amplification statique unitaire.

Question II.14 – Déterminer la valeur numérique de Kp , notée Kpa , telle que le gain statique en boucle fermée soit égal à 95%.

On souhaite obtenir une amplification statique = 95% = 0,95.
On obtient donc $Kpa = 1520$.

Question II.15 – Pour $Kp=Kpa$, quelle est la valeur numérique de la constante de temps en boucle fermée de l'asservissement, notée τ_{BF} . En déduire le temps de réponse à 5% : $tr5\%$.

$$\tau_{BF} = \frac{\tau_e}{1 + Kpa.Kt} = 100 \mu s$$

Le comportement du système est assimilable à celui d'un système du premier ordre, donc :
 $tr5\% = 3.\tau_{BF} = 300 \mu s$

Question II.16 – Pour $Kp = 1520$, déterminer l'original $i(t)$ de $I(p)$ en réponse à l'échelon unitaire avec une condition initiale nulle ($i(t=0)=0$). Tracer sur le Document réponse 2 la courbe de $i(t)$.

$$I(p) = \frac{Kp.Kt}{1 + Kp.Kt + \tau_e.p} . I_{ref}(p) = \frac{Kp.Kt}{1 + Kp.Kt + \tau_e.p} . \frac{1}{p}$$

En appliquant la transformée de Laplace inverse à $I(p)$, on obtient :

$$i(t) = 0,95 . \left(1 - e^{-\frac{t}{0,0001}} \right) . h(t) \text{ où } h(t) \text{ est la fonction d'Heavyside.}$$

Commande numérique proportionnelle

Question II.17 – À partir de la transmittance $I(p)/U(p)$, déduire une équation différentielle littérale de la forme :

$$\frac{di(t)}{dt} + a.i(t) = b.u(t)$$

On applique la transformée de Laplace inverse, et on obtient :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_e} . i(t) = \frac{K}{\tau_e} . u(t)$$

Question II.18 – Déterminer la réponse du courant $i(t)$ à un échelon $u(t)$ d'amplitude u_k à partir de la condition initiale i_k sous forme littérale.

Le comportement du système est décrit par une équation différentielle du premier ordre à coefficient constant.

La solution complète de l'équation différentielle s'écrit :

$$i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau_e}} + B$$

Les 2 constantes A et B sont déterminées à partir des conditions initiales et finales.

On en déduit alors : $i(t) = K.u_k . \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_e}} \right) + i_k . e^{-\frac{t}{\tau_e}}$

Question II.19 – En utilisant le résultat de la question II.18, déterminer l'équation de récurrence du processus sous la forme $i(k+1)+f.i(k)=g.u(k)$.

$$i(k) = \left(i_k - K.u_k \right) . e^{-\frac{kT}{\tau_e}} + K.u_k$$

On calcule $i(k+1)$:

$$i(k+1) = (i_k - K.u_k).e^{-\frac{(k+1)T}{\tau_e}} + K.u_k$$

$$i(k+1) = \underbrace{(i_k - K.u_k).e^{-\frac{kT}{\tau_e}}}_{i(k) - K.u_k} . e^{-\frac{T}{\tau_e}} + K.u_k$$

$$i(k+1) = i(k).e^{-\frac{T}{\tau_e}} + K.u_k . \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}\right)$$

$$i(k+1) - i(k).e^{-\frac{T}{\tau_e}} = K.u_k . \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}\right)$$

On a donc :

$$f = e^{-\frac{T}{\tau_e}}$$

$$g = 1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}$$

Question II.20 – Montrer que le système bouclé peut se représenter sous la forme d'une équation de récurrence de la forme $i(k+1) + f_{BF}.i(k) = g_{BF}.iref(k)$.

$$i(k+1) + f.i(k) = g.Kcna.Kp.(Ki.Kcan.iref(k) - Kcan.Ki.i(k))$$

$$i(k+1) + \left[f + g.\frac{Kt.Kp}{K} \right].i(k) = g.\frac{Kt.Kp}{K}.iref(k)$$

On a donc :

$$f_{BF} = f + g.\frac{Kt.Kp}{K}$$

$$g_{BF} = g.\frac{Kt.Kp}{K}$$

Question II.21 – Déterminer la solution de cette équation récurrente à partir de l'état initial de $i(k=0)=I_0$ et d'un échelon de consigne $iref(k)=I_d$ en fonction de f_{BF} , g_{BF} , I_0 et I_d .

Il s'agit d'une équation de récurrence d'ordre 1 à coefficients constants, dont la solution complète s'écrit :

$$i(k) = A.r^k + B$$

Les 2 constantes A , B se déterminent par les conditions initiales et finales.

La raison r vaut $(-f_{BF})$.

Lorsque k tend vers l'infini, et le comportement de la boucle d'asservissement étant stable, on a $i(k+1)=i(k)$, soit :

$$B = \frac{g_{BF}}{1 + f_{BF}}.I_d$$

La condition initiale $i(k=0)=I_0$, donne :

$$A = I_0 - \frac{g_{BF}}{1 + f_{BF}}.I_d$$

La solution de l'équation de récurrence s'exprime donc par $\left(I_0 - \frac{g_{BF}}{1 + f_{BF}}.I_d \right) . (-f_{BF})^k + \frac{g_{BF}}{1 + f_{BF}}.I_d$

Question II.22 – Déterminer le domaine de stabilité de l'asservissement dans le plan (T, Kp) . On présentera les résultats sous forme de 2 inégalités donnant Kp en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale.

L'équation de récurrence converge si la raison vérifie :

$$|-f_{BF}| < 1$$

c'est-à-dire si :

$$-1 < f + g \cdot \frac{Kt \cdot Kp}{K} < 1$$

Ou encore :

$$-1 < e^{-\frac{T}{\tau_e}} - Kt \cdot Kp \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}\right) < 1$$

On en déduit donc les 2 conditions de stabilité :

$$Kp > -\frac{1}{Kt}$$

$$Kp < \frac{1 + e^{-\frac{T}{\tau_e}}}{Kt \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}\right)}$$

Question II.23 – Déterminer le domaine tel que la réponse indicielle de l'asservissement ne présente pas d'oscillation dans le plan (T, Kp) . On présentera le résultat sous forme d'une inégalité donnant Kp en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale.

La réponse indicielle ne présentera pas d'oscillations si $-f_{BF} > 0$.

En effet, si cette condition est vérifiée, quelle que soit la parité de k , le terme $(-f_{BF})^k$ sera toujours de même signe.

Par conséquent, la condition de stabilité de la boucle de courant est :

$$Kp < \frac{e^{-\frac{T}{\tau_e}}}{Kt \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}\right)}$$

Question II.24 – Déterminer Kp en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale tel que le système atteigne son régime permanent en une seule période d'échantillonnage (réponse pile). Discuter ce type de commande.

La réponse de la boucle de courant sera du type pile, si $i(k) = Id$, quel que soit $k \geq 1$.

La propriété vérifiant $i(k) = Id$, quel que soit $k \geq 1$, est donc $f_{BF} = 0$.

Cette propriété est donc vérifiée si :

$$Kp = \frac{e^{-\frac{T}{\tau_e}}}{Kt \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}}\right)}$$

Question II.25 – Quels sont les éléments qui ont conduit à cette plage de choix de la période d'échantillonnage ?

Il s'agit de la limite d'oscillation.
Le régime transitoire du 1^{er} ordre continu associé est de la forme : $e^{-\frac{T}{\tau_e}}$.

Un choix de période

$$T > \tau_{BF}$$

ne donnerait pas un suivi correct de la dynamique d'évolution des variables et le choix d'une période

$$T < \frac{\tau_{BF}}{4}$$

nécessiterait un calculateur ayant une vitesse d'échantillonnage (donc cout) élevée sans apport notable quant au suivi de l'évolution des variables.

Dans tous les cas, il faut s'assurer que la fréquence d'échantillonnage ($f_e=1/T$) vérifie la condition de Shannon.

Question II.26 – Déterminer le domaine correspondant aux valeurs conseillées pour la période d'échantillonnage T du système bouclé. On présentera le résultat sous forme de 2 inégalités donnant Kp en fonction de la période d'échantillonnage T et des paramètres du processus sous forme littérale.

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{BF}}{4} < T < \tau_{BF} \\ \frac{1}{4} < \frac{T}{\tau_{BF}} < 1 \\ e^{-1} < e^{-\frac{T}{\tau_{BF}}} < e^{-\frac{1}{4}} \\ -e^{-\frac{1}{4}} < -e^{-\frac{T}{\tau_{BF}}} = f_{BF} < -e^{-1} \\ -e^{-\frac{1}{4}} < -e^{-\frac{T}{\tau_{BF}}} + Kt.Kp \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \right) < -e^{-1} \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} Kp < \frac{e^{-\frac{T}{\tau_e}} - e^{-1}}{Kt \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \right)} \\ Kp > \frac{e^{-\frac{T}{\tau_e}} - e^{-\frac{1}{4}}}{Kt \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \right)} \end{aligned}$$

Question II.27 – Déterminer la valeur numérique de Kp , notée Kpn . Comparer le résultat avec la valeur Kpa obtenue à la question II.14.

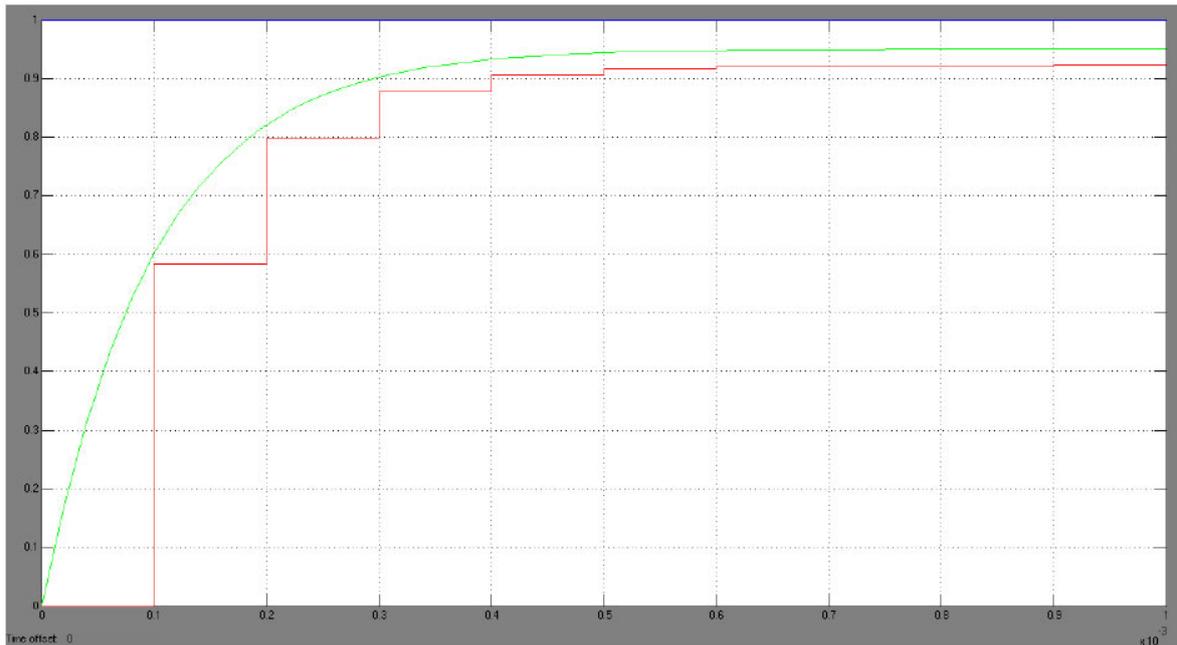
$$\begin{aligned} -f_{BF} &= e^{-\frac{T}{\tau_{BF}}} = e^{-\frac{T}{\tau_e}} - Kt.Kp \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \right) \\ Kp &= \frac{e^{-\frac{T}{\tau_e}} - e^{-\frac{T}{\tau_{BF}}}}{Kt \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \right)} = \frac{e^{\frac{0,0001}{0,002}} - e^{-1}}{Kcna.K.Ki.Kcan \left(1 - e^{-\frac{0,0001}{0,002}} \right)} \\ Kpn &= 957 \end{aligned}$$

Cette valeur est inférieure à celle de $Kp a = 1520$. Cette limitation est liée à la période d'échantillonnage qui n'est pas infiniment faible.

Question II.28 – Pour $Kp = 957$, déterminer la réponse du système numérique en réponse à l'échelon unitaire et condition initiale nulle ($i(k=0)=0$). Tracer sur le document réponse 2 la courbe de $i(k)$. Comparer cette courbe avec celle de $i(t)$ obtenu à la question II.16, conclure. Conclure quant au respect du cahier des charges fonctionnel.

$$i(k) = \left(I_0 - \frac{Kt.Kp}{1 + Kt.Kp} . I_d \right) \cdot \left(e^{-\frac{T}{\tau_e}} - Kt.Kp \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_e}} \right) \right)^k + \frac{Kt.Kp}{1 + Kt.Kp} . I_d$$

$$i(k) = 0,9228 \cdot (1 - 0,3678^k)$$



La dynamique est respectée mais pas l'amplification statique (95%) : un seul paramètre Kp réglable. Le réglage par des méthodes classiques de l'automatique continue est cependant acceptable.

CdCF :

$D1\% = 0$ vérifié

$tr5\% < 0,5ms$ vérifié

$\epsilon s < 10\%$ vérifiée

Question II.29 – Dans le plan (Kp, T) la réponse est-elle stable ? Avec ou sans oscillation ? La valeur de T respecte-t-elle la plage habituellement choisie de la période d'échantillonnage ?

Système stable ($f_{BF} < 1$); sans oscillation ($f_{BF} > 0$); respectant la période d'échantillonnage

$$\frac{\tau_{BF}}{4} < T < \tau_{BF} \text{ car } T = \tau_{BF} \cdot$$

II.3 – Analyse de la structure d’asservissement en position d’un axe du robot

Question II.30 – Justifier le choix d’un tel correcteur pour la boucle de vitesse.

Le cahier des charges impose une erreur statique pour une entrée échelon nulle.

La présence d’un intégrateur dans la chaîne directe permet, en augmentant la classe de la fonction de transfert de la chaîne directe, de s’assurer du respect de ce critère. Le choix d’un correcteur PI est donc justifié.

Question II.31 – Expliciter la fonction de transfert de la boucle de vitesse $\Omega_m(p)/\Omega_{ref}(p)$ sous forme canonique. Donner littéralement la bande passante à -3 dB de cet asservissement, notée Bp . Réaliser l’application numérique pour $k_m = 1000$, $k_v = 11$ et $\tau_m = 6$ s.

$$\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{ref}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{\tau_m}{k_m \cdot k_v} \cdot p}$$

La bande passante correspond à la pulsation pour laquelle le gain vaut -3 dB.

La fonction de transfert étant du premier ordre et du type passe bas, la bande passante vaut :

$$BP = \omega_0 = \frac{k_m \cdot k_v}{\tau_m} = 1866 \text{ rad / s}$$

Soit en Hz : $BP = 295 \text{ Hz}$.

Question II.32 – Justifier le choix d’un tel correcteur pour la boucle de position.

La chaîne directe de position contient un intégrateur pur, donc il n’est pas nécessaire de placer une action intégrale supplémentaire pour annuler l’erreur statique en position vis-à-vis d’une entrée échelon. Cependant, une perturbation ne permettra pas d’assurer une erreur nulle en régime permanent.

De plus, la dynamique de vitesse est très supérieure à celle de la position, par conséquent, on pourra négliger la boucle de vitesse lors du calcul de la fonction de transfert de la boucle de position. La boucle de vitesse sera donc modélisée par une fonction de transfert unitaire.

Question II.33 – Calculer la fonction de transfert en position de l’axe $\theta_{ch}(p)/\theta_{ch,ref}(p)$ en émettant une hypothèse simplificatrice au regard de $k_p^{-1} \ll Bp$.

$$\frac{\theta_{ch}(p)}{\theta_{ch,ref}(p)} = \frac{1 + \frac{m}{k_p} \cdot p}{1 + \frac{1}{k_p} \cdot p}$$

Question II.34 – Le paramètre m permet d’activer ou non (0 ou 1) la fonction dite « d’anticipation » sur l’axe. Comparer, dans les deux cas, les performances en termes de suivi de trajectoire et de rapidité pour une référence de position en rampe ($\theta_{ch,ref}(t) = 0,8 \cdot t$). Conclure quant à l’intérêt de cette fonction d’anticipation dans le cas de l’usinage.

Si l’anticipation n’est pas activée ($m = 0$) :

$$\frac{\theta_{ch}(p)}{\theta_{ch,ref}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{k_p} \cdot p}$$

Le comportement est celui d'un système du premier ordre.

L'erreur de traînage en position pour une entrée du type rampe d'expression $\theta_{ch,ref}(t) = 0,8.t$ vaut donc $0,8/k_p$. Elle n'est pas nulle, mais est bornée.

Si l'anticipation est activée ($m = 1$) :

$$\frac{\theta_{ch}(p)}{\theta_{ch,ref}(p)} = 1$$

Le suivi de la consigne est parfait.

Lors de la demande d'un changement de position, l'anticipation sera activée, puis sera désactivée.

Cela permet de s'affranchir de l'erreur de traînage mise en évidence sans anticipation ($m=0$).

Question II.35 – Affiner les conclusions précédentes en considérant le modèle d'axe développé dans la partie II.1 (intégrant la souplesse du réducteur).

Les hypothèses faites sur les dynamiques relatives aux boucles de courant et de vitesse vont déjà entraîner en pratique des erreurs de poursuite. L'ordre de grandeur de cette erreur va s'amplifier si le système est souple, d'autant que la mesure se fera au niveau de l'arbre moteur. La charge se comportera comme un oscillateur harmonique induisant une dégradation du suivi (oscillations, dégradation de l'état de surface).

Question II.36 – Présenter de manière synthétique la démarche de résolution de réglage des différentes boucles asservies, les hypothèses retenues, leurs validités dans ce cas d'étude. Une valeur de l'action proportionnelle de la boucle de position conduisant à un comportement satisfaisant de l'axe du robot est évaluée à 200. Conclure quant au respect du cahier des charges fonctionnel.

La structure de l'asservissement en position est basée sur 2 boucles imbriquées. Tout d'abord, une boucle de courant permettant d'obtenir un contrôle du couple fourni par l'actionneur. Cette boucle de courant permet d'obtenir un temps de réponse à 5% très faible, qui sera négligé lors de la boucle de vitesse.

La seconde boucle d'asservissement correspond à la boucle de vitesse angulaire. La mise en place d'un correcteur PI permet d'annuler l'erreur statique en vitesse, et de négliger l'influence du couple de charge C_{ch} (négligé dans notre étude). Cette boucle de vitesse possède un temps de réponse à 5% qui sera négligeable lors de la boucle de position angulaire.

Les 3 constantes de temps sont donc très différentes ($\tau_{BFi} \ll \tau_{BF\Omega} \ll \tau_{BF\theta}$). En effet, nous avons montré que $100\mu s \ll 545\mu s \ll 5ms$.

Le découplage des modes est donc recevable.

La validité d'approximation numérique équivalent continu a été démontrée sur la boucle de courant qui se trouve être plus rapide, donc valide pour les 2 autres boucles externes.

CdCF :

$D1\% = 0 \Rightarrow$ vérifié (système du premier ordre)

$tr5\% < 20 ms \Rightarrow$ vérifié ($tr5\% = 3*5 ms = 15 ms$)

$\epsilon s = 0 \Rightarrow$ vérifiée (système de classe 1)

$\epsilon p = 0 \Rightarrow$ vérifiée (uniquement avec la fonction d'anticipation activée ($m=1$))

Donc, le cahier des charges fonctionnel est validé aux approximations des modèles près.

Troisième partie : étude de l'entraînement de l'axe vertical du robot cartésien : vérification du dimensionnement moteur

Question III.1 – Déterminer le couple C_g que doit fournir la MSAP pour compenser l'effet de la gravité sur l'axe vertical.

En régime statique, le couple exercé par la MSAP doit vaincre l'effort dû à l'action de la gravité. Donc, en appliquant le théorème du moment statique à l'arbre de l'actionneur, on obtient :

$$C_g = \frac{Mz.g.rp}{k_{red}}$$

A.N. : $C_g = 1,31N.m$

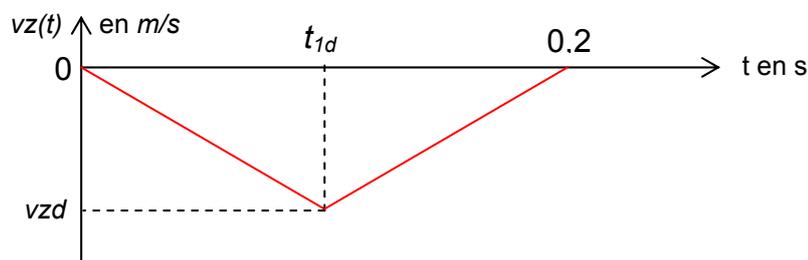
Question III.2 – Déterminer l'allure de l'évolution de la vitesse v_z de l'axe vertical en fonction du temps pendant la phase 1 en minimisant la complexité du profil (accélérations constantes ou nulles). On précisera les points caractéristiques dans le plan (temps, vitesse).

Durant la phase 1 (de descente de l'axe z), l'axe vertical doit se déplacer de $z_1 = 50\text{ mm} = 0,05\text{ m}$ en un temps de $0,2\text{ s}$. On compte négativement la vitesse v_z pour la descente de l'axe vertical.

Un profil en trapèze (justifié par des accélérations constantes ou nulles), avec un fonctionnement à vitesse maximale (accélération nulle) de 1 m/s est inenvisageable.

On considère donc un profil en triangle composé d'une phase à accélération constante de durée t_{1d} , et une phase de décélération constante de durée $t_{2d} = t_{1d} = 0,1\text{ s}$.

Le profil proposé à étudier est donc :



Détermination de v_{zd} :

$$z_2 = 0,05 = -0,1.v_{zd}, \text{ donc } v_{zd} = -0,5\text{ m/s}.$$

Le profil proposé pour la phase de montée permet donc de satisfaire l'ensemble des exigences. D'autres profils peuvent toutefois convenir.

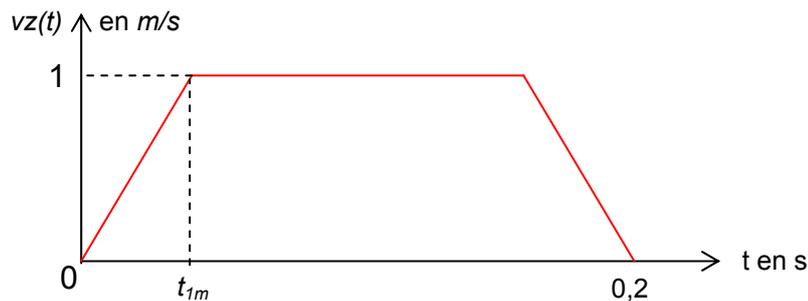
Question III.3 – Déterminer l'allure de l'évolution de la vitesse v_z de l'axe vertical en fonction du temps pendant la phase 7 en minimisant la complexité du profil (accélérations constantes ou nulles). On précisera les points caractéristiques dans le plan (temps, vitesse).

Durant la phase 7 (de montée de l'axe z), l'axe vertical doit se déplacer de $z_2 = 160\text{ mm} = 0,16\text{ m}$ en un temps de $0,2\text{ s}$. On compte positivement la vitesse v_z pour la montée de l'axe vertical.

Un profil en trapèze (justifié par des accélérations constantes ou nulles), avec un fonctionnement à vitesse maximale (accélération nulle) de 1 m/s est envisageable.

On considère une phase à accélération constante de durée t_{1m} , et une phase de décélération constante de durée $t_{2m} = t_{1m}$.

Le profil proposé à étudier est donc :



Détermination des durées :

$$z_2 = 0,16 = 0,2 - t_{1m}, \text{ donc } t_{1m} = t_{2m} = 0,04 \text{ s}.$$

Le profil proposé pour la phase de montée permet donc de satisfaire l'ensemble des exigences. D'autres profils peuvent toutefois convenir.

Question III.4 – Déterminer les vitesses caractéristiques de rotation de la MSAP en tr/min sur le cycle de prise/transfert/dépose.

En faisant l'hypothèse de roulement sans glissement entre la courroie et la poulie (justifiée par la mise en place d'un système de poulies-courroies crantées), la relation entre la vitesse de déplacement linéaire vz de l'axe et la vitesse angulaire de la MSAP s'exprime par :

$$N = \frac{vz.kred.30}{\pi.rp}$$

Pour une vitesse linéaire de 1 m/s, la MSAP doit tourner à 1432 tr/min.

Pour une vitesse linéaire de 0,5 m/s, la MSAP doit tourner à 716 tr/min.

Question III.5 – Après avoir défini les valeurs numériques des différents couples à fournir par la MSAP sur un cycle de prise/transfert/dépose du carter, tracer l'allure de l'évolution de la vitesse n et du couple C de la MSAP en fonction du temps sur le document-réponse 1.

Afin de déterminer le couple que doit fournir la MSAP, on applique le théorème du moment dynamique à l'ensemble arbre moteur + réducteur + poulies-courroies.

On obtient :

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = C - C_g$$

où J représente le moment d'inertie de la charge ramené sur l'arbre de la MSAP déterminé par application de la définition de l'énergie cinétique. On néglige dans cette question le moment d'inertie de l'arbre de la MSAP, car le choix de cette dernière n'est pas encore fait. On a donc :

$$J = Mz \cdot \left(\frac{rp}{kred} \right)^2$$

Phase 11 : $C = 0,625 \text{ N.m}$

Phase 12 : $C = 1,995 \text{ N.m}$

Phase 2 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$

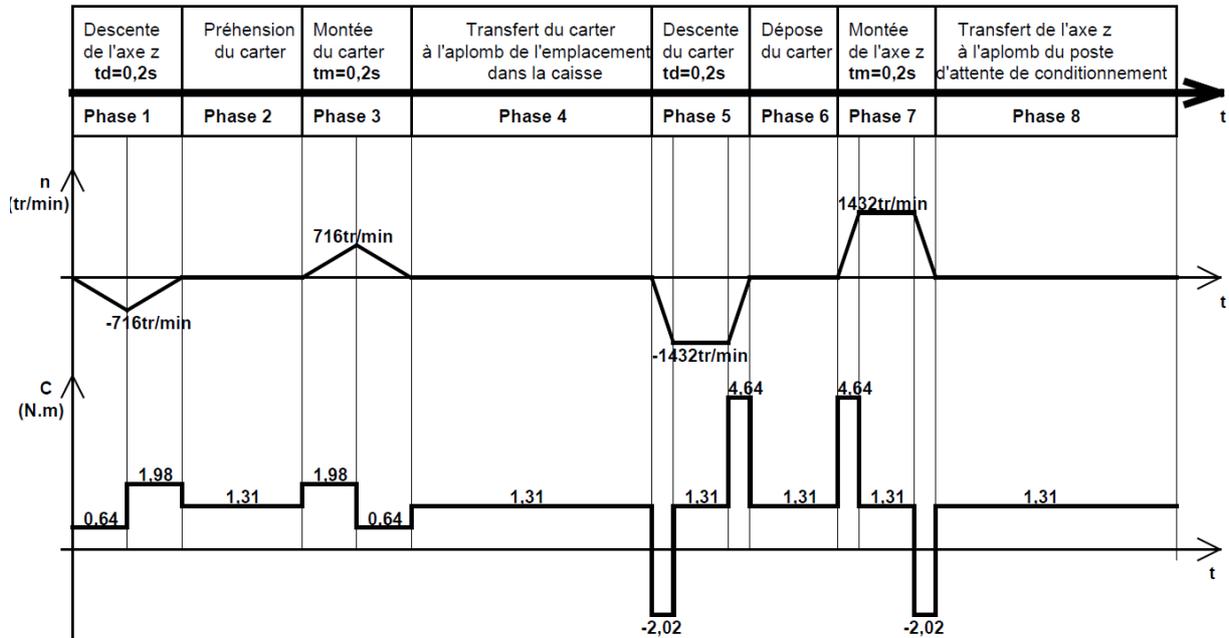
Phase 31 : $C = 1,995 \text{ N.m}$

Phase 32 : $C = 0,625 \text{ N.m}$

Phase 4 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$

Phase 51 : $C = -2,02 \text{ N.m}$

- Phase 52 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$
- Phase 53 : $C = 4,64 \text{ N.m}$
- Phase 6 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$
- Phase 71 : $C = 4,64 \text{ N.m}$
- Phase 72 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$
- Phase 73 : $C = -2,02 \text{ N.m}$
- Phase 8 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$



Question III.6 – Que cherche à respecter le critère Temps de cycle $\leq 5\%$. constante de temps thermique de la machine ?

Le concepteur cherche à optimiser la durée de vie de l'actionneur, en minimisant l'évolution de la température. La MSAP est fortement sollicitée pendant des durées faibles par rapport à la durée du cycle, par conséquent la MSAP a le temps de refroidir lors des phases de non utilisation ou faible utilisation. Ce critère est très souvent utilisé dans les ateliers de production à forte cadence.

Question III.7 – Déterminer le temps de cycle T .

La durée d'un cycle correspond à la durée de remplissage d'une caisse de 9 emplacements.

Par conséquent,
$$T = 45 + 9 \cdot (2 \cdot t_{descente} + 2 \cdot t_{montée})$$

$$T = 45 + 9 \cdot (2 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,2) = 52,2s$$

Question III.8 – Déterminer le couple thermique C_{th1} .

En utilisant la définition du couple thermique, on obtient :

$$C_{th1} = \sqrt{\frac{9 \cdot (2 \cdot 0,625^2 \cdot 0,1 + 2 \cdot 1,995^2 \cdot 0,1 + 2 \cdot 2,02^2 \cdot 0,04 + 2 \cdot 4,64^2 \cdot 0,04 + 2 \cdot 1,31^2 \cdot 0,12) + 1,31^2 \cdot 45}{52,2}}$$

$$C_{th1} = 1,406 \text{ N.m}$$

Question III.9 – Choisir dans le document ressource 3 une MSAP. On précisera les critères utilisés pour le choix. Si des critères sont manquants dans le document ressource 3 les préciser.

3 critères de choix présents :

Couple moteur > $C_{th1} = 1,406 \text{ N.m}$

Couple moteur maximal > $C_{max} = 4,64 \text{ N.m}$

Vitesse de rotation > vitesse maximale = 1432 tr/min

Un critère manquant :

Constante de temps thermique de la MSAP

Avec les 3 critères présents, la MSAP adaptée est de référence XV-8017.

Question III.10 – Re-déterminer le graphe des vitesses et des couples à fournir par la MSAP avec prise en compte de l'inertie du rotor sur un cycle de prise/transfert/dépose du carter sur le document-réponse 1.

On tient désormais compte du moment d'inertie de la MSAP. D'après le choix réalisé à la question précédente, le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur s'exprime par :

$$J_t = Mz \cdot \left(\frac{rp}{kred} \right)^2 + J_{MSAP}$$

Le TMD appliqué à l'ensemble s'écrit donc :

$$J_t \cdot \frac{d\Omega}{dt} = C - C_g$$

On obtient désormais en tenant compte du coefficient α lorsque la MSAP est très sollicitée :

Phase 11 : $C = 0,545 \text{ N.m}$

Phase 12 : $C = 2,306 \text{ N.m}$

Phase 2 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$

Phase 31 : $C = 2,306 \text{ N.m}$

Phase 32 : $C = 0,545 \text{ N.m}$

Phase 4 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$

Phase 51 : $C = -2,7 \text{ N.m}$

Phase 52 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$

Phase 53 : $C = 5,613 \text{ N.m}$

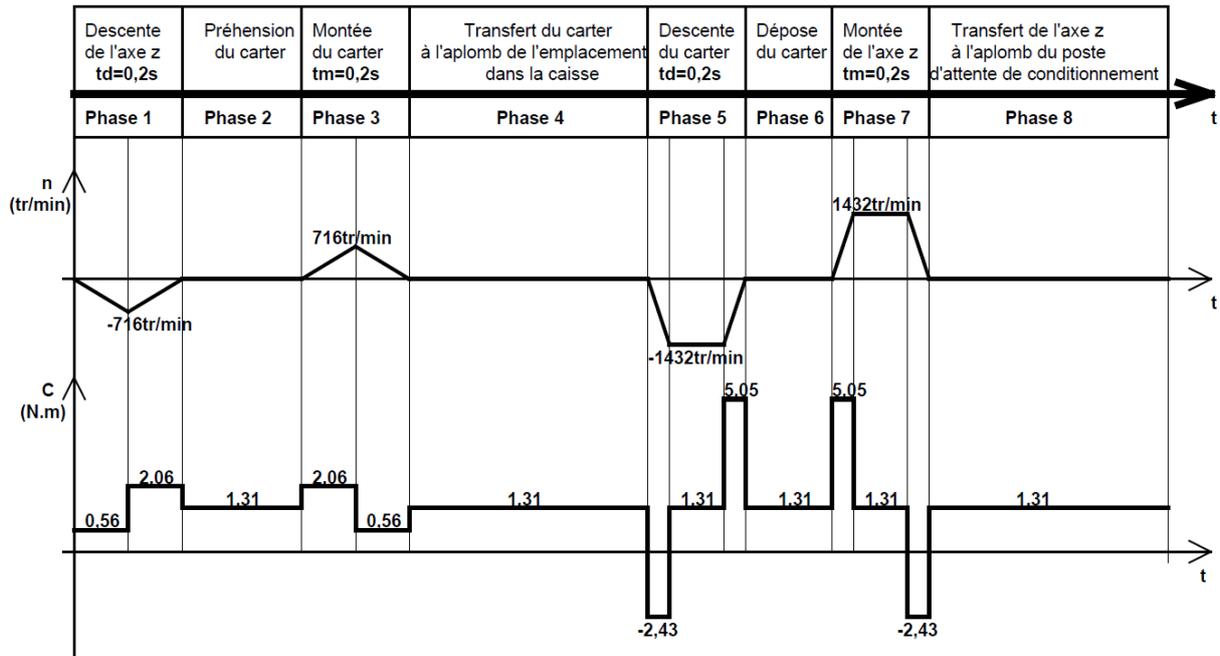
Phase 6 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$

Phase 71 : $C = 5,613 \text{ N.m}$

Phase 72 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$

Phase 73 : $C = -2,7 \text{ N.m}$

Phase 8 : $C = C_g = 1,31 \text{ N.m}$



Ce graphique ne tient pas compte du coefficient α .

Question III.11 – Déterminer le couple thermique C_{th2} avec prise en compte de l'inertie du rotor de la MSAP et de l'effet de saturation.

$$C_{th2} = \sqrt{\frac{9 \cdot (2.0,545^2 \cdot 0,1 + 2.2,306^2 \cdot 0,1 + 2.2,7^2 \cdot 0,04 + 2.5,613^2 \cdot 0,04 + 2.1,31^2 \cdot 0,12) + 1,31^2 \cdot 45}{52,2}}$$

$$C_{th2} = 1,511 N.m$$

Question III.12 – Le choix de la MSAP est-il toujours correct ?

Le cycle de vitesse n'ayant pas changé, et le couple thermique C_{th2} est toujours inférieur à $1,91 N.m$, le couple maximum fourni par la MSAP de $5,05 N.m$ est toujours inférieur à $C_{max} = 5,49 N.m$, donc la MSAP de référence XV-8017 convient toujours.

Question III.13 – Afin d'optimiser l'utilisation de la MSAP dans le plan (couple, vitesse) quelle modification pourrait-on apporter à la chaîne cinématique de l'axe vertical ? Qu'en résulterait-il quant au choix de la MSAP ?

Il serait possible de changer la valeur du rayon de la poulie r_p , ou bien modifier le réducteur en augmentant k_{red} .

Si l'on choisit $k_{red} = 18$ (3 fois plus grand que le réducteur installé), la vitesse de rotation de la MSAP serait au maximum de $4\,296 tr/min$, soit plus proche de sa vitesse nominale.

En termes de couple, la MSAP devrait fournir un couple d'environ 3 fois moins c'est-à-dire environ $0,5 N.m$.

Dans ce cas, une MSAP de référence XV-606 conviendrait.

Il faudrait dans tous les cas vérifier la constante de temps thermique.

Question III.14 – Vérifier si ce critère est validé dans le cas de l'axe vertical. En cas de non-respect du critère, proposer des pistes permettant d'atteindre la valeur cible. Comparer avec le choix réalisé par l'intégrateur (XV-8022 ; cf. Document ressource 3).

Si XV-8017 avec $kred = 6$:

$$J_{chr} = J = 8,89kg.cm^2$$

$$J_{MSAP} = 1,092kg.cm^2$$

Donc le critère n'est pas respecté.

Si XV-606 avec $kred = 6$:

Donc le critère est respecté.

Si XV-8017 avec $kred = 18$:

$$J_{chr} = J = 0,9876.kg.cm^2$$

$$J_{MSAP} = 1,092kg.cm^2$$

Donc le critère est respecté.

Si XV-606 avec $kred = 18$:

Donc le critère est respecté.

Le choix du constructeur de la cellule de production agile, et notamment du robot palettiseur n'a pas dimensionné spécifiquement le robot pour cette application. On retrouve cependant les mêmes ordres de grandeur. Le critère de capabilité dynamique n'est pas respecté ; cela étant, le système n'a pas vocation à réaliser du pick & place à forte dynamique

Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité d'automatique-informatique industrielle

1. Présentation du sujet

Le support de l'épreuve, une cellule de production agile, est issu d'un partenariat entre différents groupes industriels, entreprises et universitaires. Sa fonction est d'usiner des carters d'alternateur d'automobile tout en maîtrisant les dimensions du produit final. Elle est dite flexible et agile, car elle permet une rapide reconfiguration en fonction des besoins et des progrès technologiques.

Le sujet est articulé autour de trois parties totalement indépendantes composées elles-mêmes de sous-parties partiellement indépendantes où sont abordées différentes compétences d'analyse, de modélisation, de résolution et de communication.

Les thèmes abordés sont :

- la mise en œuvre d'un contrôle fréquentiel dans la partie 1 ;
- l'investigation de l'impact de différents types de commande visant à accroître la maîtrise de la précision des opérations d'usinage dans la partie 2 ;
- la vérification du dimensionnement d'un actionneur entraînant l'axe vertical du robot cartésien dans la partie 3.

Ce sujet a conduit les candidats à mobiliser des compétences telles que :

- analyser selon une approche fonctionnelle et structurelle tout ou partie d'un système automatisé ;
- décrire le fonctionnement et représenter tout ou partie du comportement séquentiel ;
- modéliser le comportement statique et dynamique de tout ou partie d'un système automatisé ;
- synthétiser des paramètres de tout ou partie d'un système automatisé en vue de vérifier un cahier des charges fonctionnel ;
- vérifier des performances de tout ou partie d'un système automatisé.

2. Analyse globale des résultats

Le volume global des réponses fournies par de nombreux candidats est très faible au vu de la durée de l'épreuve.

À partir des résultats, les constatations suivantes peuvent être dégagées :

- toutes les questions ont été abordées par les candidats (pas forcément les mêmes) à l'exception d'une seule ;
- les candidats ayant traité des questions sans aucune continuité dans le sujet obtiennent des notes inférieures ou égales à 6 sur 20 ;
- 30 % des candidats n'ont pas traité la partie 3 ;
- 60 % des candidats n'ont pas du tout abordé la commande des systèmes échantillonnés.

Les questions où la démarche est indiquée posent moins de difficultés aux candidats par rapport à celles où l'initiative du choix de la démarche de résolution leur est laissée.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

3.1. Commentaires sur les réponses apportées

Partie 1 – Maîtrise dimensionnelle du produit : mise en œuvre d'un contrôle fréquentiel sur la zone 2

Les candidats ont massivement traité la partie consacrée à la description du fonctionnement avec l'outil GRAFCET. De nombreux candidats ne respectent pas les règles d'évolution du GRAFCET. L'élaboration d'un programme a été plutôt bien traitée par les candidats qui ont réfléchi à ces questions.

Partie 2 – Étude du robot d'usinage 6 axes

Modélisation d'un axe du robot

Les principales difficultés rencontrées sont un manque de rigueur dans l'écriture des théorèmes généraux ou du théorème de l'énergie cinétique et particulièrement dans le choix des frontières d'isolement.

Le jury regrette le peu de connaissances des candidats sur les capteurs et sur leurs principes de fonctionnement. Les tracés des diagrammes de Bode asymptotiques de fonctions de transfert élémentaires du premier et second ordre sont non maîtrisés par plus de la moitié des candidats.

Analyse de la boucle d'asservissement en courant d'un axe du robot sous forme numérique

Cette partie est l'occasion de mener une étude comparative des performances obtenues à l'aide de deux méthodes de synthèse d'un correcteur proportionnel, à savoir une méthode continue utilisant les outils d'analyse des systèmes linéaires continus et invariants et une méthode numérique utilisant les outils d'analyse des systèmes à événements discrets.

L'analyse de la boucle de courant en continu a été beaucoup plus abordée par les candidats que l'étude numérique utilisant les outils basés sur les systèmes à événements discrets. Cette partie a donc mis en évidence les lacunes des candidats sur ce chapitre jusqu'à présent souvent ignoré des sujets de concours.

Analyse de la structure d'asservissement en position d'un axe du robot

Le jury a constaté de grosses lacunes dans l'utilisation des outils d'analyse des systèmes continus linéaires et invariants sont encore présentes alors que ces outils sont indispensables pour de futurs agrégés.

Partie 3 – Étude de l'entraînement de l'axe vertical du robot cartésien : vérification du dimensionnement moteur

Cette troisième partie très classique dans les sujets d'agrégation a été traitée par très peu de candidats. Elle ne présentait pourtant pas de difficultés particulières.

Les candidats ayant abordé cette partie ne semblent pas familiarisés avec les méthodes de dimensionnement des actionneurs.

3.2. Conseils aux futurs candidats

La lecture des hypothèses et leurs analyses permettent, dans bon nombre de cas, d'éviter des développements calculatoires et périlleux.

À chaque fois que cela est nécessaire, il est important pour le jury, que les candidats précisent le théorème utilisé, la méthode utilisée et les hypothèses adoptées ou imposées dans le sujet. Le choix des théorèmes à appliquer, des critères à utiliser et parfois des démarches sont laissés volontairement à l'initiative des candidats. Ces choix doivent être adaptés à la situation, au contexte, et doivent permettre aux candidats de montrer leurs capacités à utiliser leurs connaissances dans une situation spécifique.

L'étude, l'analyse et la modélisation des systèmes discrets font spécifiquement partie du programme à l'agrégation de mécanique et de génie mécanique. Le jury regrette le peu d'initiative des candidats de cette session à traiter cette partie de l'épreuve. De plus en plus de systèmes industriels possèdent des lois de commandes numériques, et donc, une validation des compétences et des savoirs dans ce domaine sera probablement réitérée.

4. Conclusions

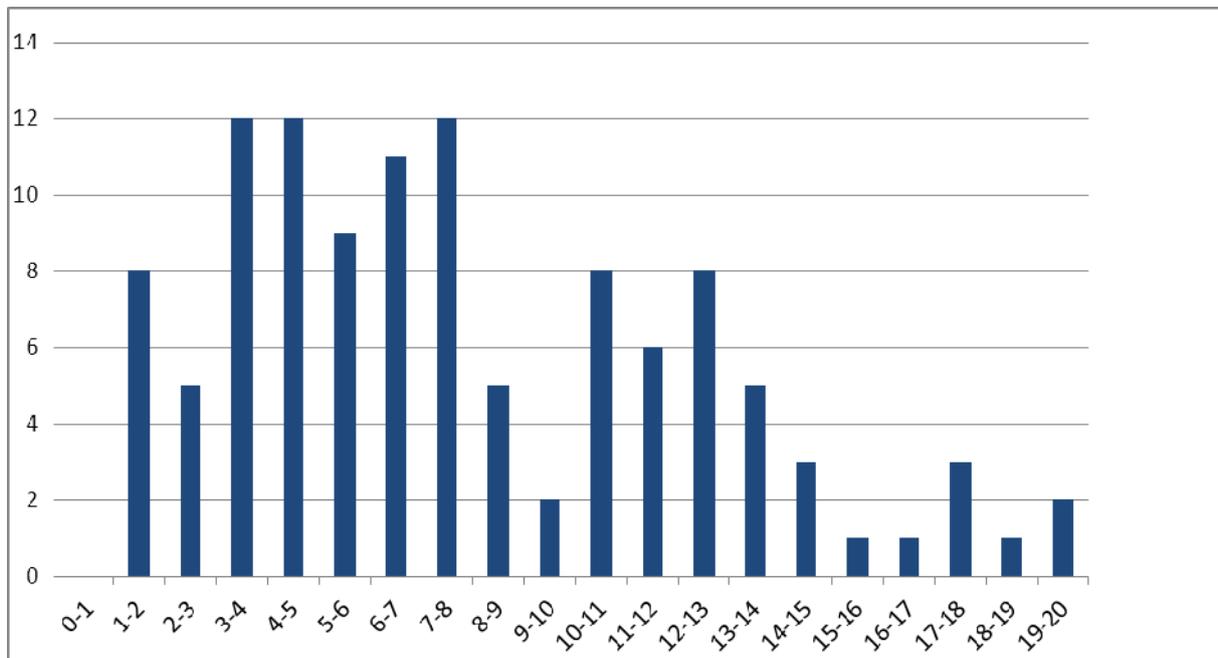
Le jury n'est pas globalement satisfait de la prestation des candidats pour cette épreuve. Les systèmes modernes intègrent le triptyque matière – énergie – information et ne peuvent plus être abordés selon une seule dimension. Les futurs candidats à l'agrégation sciences industrielles de l'ingénieur devront prendre en compte cette considération.

Le jury tient aussi à rappeler aux candidats la nécessité de produire des copies irréprochables en termes de présentation (qualité notamment pour les outils de description graphique), de justification et d'argumentation. Les réponses faisant appel à des outils de description graphique doivent respecter les normes.

5. Résultats

112 candidats, dont 14 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 7,0 avec :

- 20 comme meilleure note ;
- 2,5 comme note la plus basse.



Rapport du jury de l'épreuve d'admission de leçon de mécanique

1. Présentation du sujet

La leçon de mécanique permet au jury d'évaluer l'aptitude des candidats à concevoir et à construire une leçon dans le cadre d'une séquence pédagogique pour laquelle le niveau (pré ou post baccalauréat) et les objectifs pédagogiques à atteindre sont précisés.

Pour la session 2012, les candidats devaient exposer leur travail durant 45 minutes au maximum à l'issue d'une préparation de quatre heures. Cet exposé s'est prolongé par un échange de 15 minutes maximum avec le jury.

2. Analyse globale des résultats

Le jury observe une grande disparité dans les prestations des candidats. Deux populations ressortent. Une partie des candidats est bien préparée, respecte les consignes des rapports précédents tout en ayant le souci d'une certaine rigueur scientifique. D'autres n'abordent qu'une part des éléments demandés dans les rapports, ne présentent pas la séance, développent des raisonnements erronés, ou réalisent un exercice au tableau sans aucun souci de pédagogie.

Les meilleures prestations sont largement à la hauteur des compétences attendues de la part des futurs professeurs agrégés. On note enfin que certains candidats, bien qu'ayant des compétences, ne parviennent pas à structurer une leçon de façon satisfaisante.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats.

Les remarques faites ici sont valables pour la leçon de mécanique de la session 2012, mais elles doivent éclairer les candidats sur l'exploitation pédagogique qui doit être faite dans la nouvelle épreuve « d'activité pratique et d'exploitation pédagogique relatives à l'approche spécialisée d'un système pluri-technique » de la session 2013.

Enseigner et former devient une activité de plus en plus complexe qui oblige à la maîtrise de compétences multiples, en sciences et techniques, en informatique, en communication, en pédagogie et en didactique.

Les candidats, qui y réussissent, sont ceux qui savent mobiliser leurs connaissances, allier rigueur scientifique et technique et structuration pédagogique, force de conviction, dynamisme et qualités de communication.

Pour réussir l'épreuve de leçon de mécanique, il est indispensable que les candidats fassent preuve d'une réflexion préalable et sérieuse sur l'organisation d'une séquence, la structure d'une leçon, l'identification des éléments liés à une évaluation. Il est également important qu'ils fassent preuve de capacités à innover en pédagogie, en imaginant des scénarios de formation nouveaux, mettant en œuvre de manière maîtrisée et réaliste les différentes ressources qu'ils trouveront dans l'exercice de leur futur métier.

Quel que soit le niveau, la rigueur scientifique est exigée. Pour les leçons qui paraissent simples, trop de candidats apportent des définitions incomplètes, imprécises voire fausses ou encore utilisent des notations peu précises.

La partie exposée de la séquence d'enseignement doit en tout état de cause porter sur ce que le candidat juge être le cœur du sujet. Des indications comme « leçon d'application », « développement d'une méthodologie » ou « leçon de synthèse » apparaissent dans les textes des sujets proposés. Les candidats doivent y être très attentifs et situer leur présentation dans le cadre indiqué. Cela suppose un choix raisonné des acquis préalables et/ou des points précédemment

traités. Le candidat est invité à sélectionner les notions essentielles qui facilitent la compréhension du sujet abordé.

La séance n'est pas centrée sur une présentation abstraite et formelle du thème imposé ; elle doit s'appuyer sur un ou plusieurs exemples (de préférence en dehors du champ du laboratoire de physique). Ces derniers doivent contribuer à mettre en évidence certaines notions fondamentales dont l'acquisition fait partie des objectifs imposés. De nombreux candidats utilisent les technologies numériques mises à leur disposition à bon escient pour présenter leur plan de séquence ou illustrer les exemples choisis pour développer leur leçon. Cette année encore, peu d'entre eux se sont servis des animations et des maquettes numériques mises à disposition. Toutefois, le jury apprécie de voir les candidats réaliser une partie de leur présentation au tableau.

Le jury a pu constater qu'après une identification des connaissances nouvelles à transmettre, les candidats omettent en cours de séance **de mettre en exergue les points clés des apprentissages** (connaissances, méthodes, lois, principes, théorèmes, ...). Il convient de mettre en évidence ces points clés, oralement et/ou par écrit au tableau.

En conclusion, le candidat doit s'efforcer d'intéresser le jury, en sachant que celui-ci cherche à évaluer l'impact formatif qu'il aurait sur les élèves. Le délayage et les répétitions destinés à remplir la durée impartie à l'épreuve sont peu appréciés.

4. Conclusions

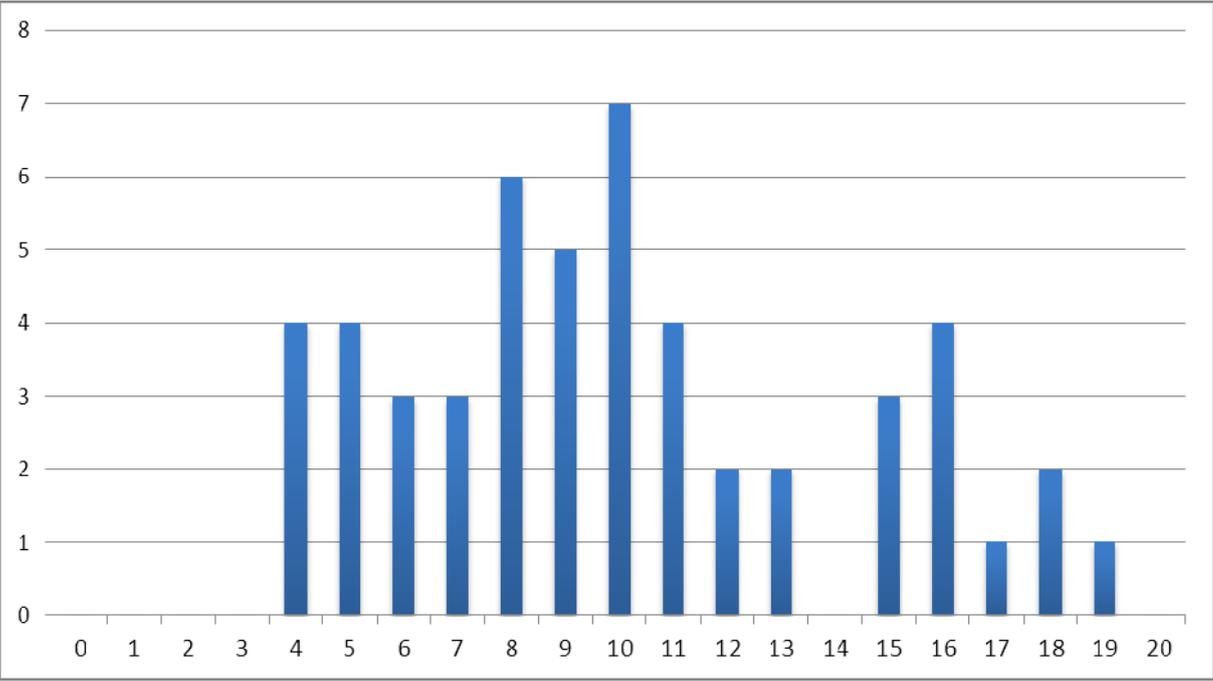
Dans le cadre de la réforme du concours d'agrégation de mécanique (voir JORF du 10 janvier 2012) qui devient agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur option ingénierie mécanique, l'épreuve d'admission de leçon de mécanique disparaît.

Les conseils donnés dans ce rapport doivent bien sûr être utilisés, dans chacune des trois épreuves d'admission, pour présenter les séquences pédagogiques.

5. Résultats

51 candidats ont participé cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 9,59 et l'écart-type de 4,05 avec :

- 18,6 comme meilleure note ;
- 3,3 comme note la plus basse.



Rapport du jury de la deuxième épreuve d'admission

1. Présentation de l'épreuve

Le jury rappelle l'évolution des textes réglementaires concernant cette épreuve (JORF n°0004 du 6 janvier 2010 dont un extrait est fourni dans l'encadré ci-dessous) et ayant pris effet à la session 2011.

Durée de la préparation : 1 heure 15

Durée de l'épreuve : 1 heure maximum

L'épreuve se déroule en deux parties. La première partie est notée sur 15 points, la seconde sur 5 points.

Première partie : soutenance d'un dossier industriel

Durée de la présentation du dossier : 20 minutes maximum

Durée de l'entretien : 20 minutes maximum

L'épreuve consiste en la soutenance devant le jury d'un dossier technique et scientifique du domaine de la conception mécanique industrielle préparé par le candidat, suivie d'un entretien.

Le dossier présenté par le candidat est relatif à un système technique à dominante mécanique. **Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs.** Il se caractérise par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, que le produit soit de type « grand public » ou de type « équipement industriel » non unitaire.

Le produit répond à un cahier des charges fonctionnel, présent dans le dossier, et à des spécifications dont la description est conforme aux normes en vigueur.

Le programme du concours précise les éléments constitutifs du dossier.

En utilisant les moyens modernes de présentation (vidéoprojecteur et informatique associée en particulier), le candidat présente au jury le support technique qu'il a choisi pour l'épreuve, et les investigations et développements conduits pour s'en approprier totalement le fonctionnement et les évolutions potentielles.

Lors de la présentation, le candidat doit indiquer brièvement les thèmes et niveaux d'exploitations pédagogiques pertinents qu'il serait possible, selon lui, de **tirer des points remarquables du dossier.**

Pendant l'entretien, le jury conduit des investigations destinées à se conforter dans l'idée que le dossier présenté résulte bien d'un travail personnel du candidat. Celles-ci peuvent conduire à explorer des pistes présentées dans le dossier mais qui n'ont pas fait l'objet d'une présentation orale suffisamment détaillée et à demander au candidat des explications relatives aux démarches utilisées dans les différentes phases des études techniques et scientifiques, voire des démonstrations liées à la mobilisation des outils informatiques exploités lors des études proposées dans le dossier.

Les candidats doivent impérativement déposer au secrétariat du jury le dossier qu'ils doivent présenter cinq jours francs au moins avant la date de début des épreuves d'admission.

Seconde partie : interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

Durée de la présentation : 10 minutes

Durée de l'entretien avec le jury : 10 minutes

Le candidat répond pendant dix minutes à une question, à partir d'un document qui lui a été remis au début de l'épreuve, question pour laquelle il a préparé les éléments de réponse durant le temps de préparation de l'épreuve. La question et le document portent sur les thématiques regroupées autour des connaissances, des capacités et des attitudes définies dans le point 1 de l'annexe de l'arrêté du

12 mai 2010 portant définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier.
L'exposé se poursuit par un entretien avec le jury pendant dix minutes.

Pour cette session, le candidat disposait d'une heure et quinze minutes pour préparer le sujet relatif à l'interrogation portant sur la compétence « agir en fonctionnaire de l'État de façon éthique et responsable (AEFE) » et installer l'environnement matériel de son exposé sur le dossier industriel. Pour sa préparation, le candidat bénéficiait d'un poste informatique multimédia.

Les sujets « AEFE » comportaient tous des liens vers des textes susceptibles d'être exploités comme ressources et le candidat devait formuler ses réponses aux questions posées sur un document numérique.

2. Analyse des résultats

Au cours de cette session, le jury a pu constater que les dossiers étaient de meilleure qualité que les années précédentes. Ce point positif mérite d'être signalé, même si certains candidats ont tendance à délaissier les aspects technologiques, ce qui est contraire aux attentes du jury.

Pour la partie portant sur la compétence « agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable », le jury a constaté que les candidats sont mieux préparés, et n'hésitent pas à s'engager pour formuler des réponses qui s'appuient sur les textes officiels.

3. Commentaires et conseils aux futurs candidats

3.1. Première partie : soutenance du dossier industriel

Le dossier présenté doit résulter d'un travail personnel du candidat ; le jury le vérifie. Le dossier est réalisé dans le cadre d'un échange avec une entreprise. Le candidat doit montrer les investigations et développements conduits pour s'appropriier totalement le fonctionnement et les évolutions potentielles. **Le travail personnel attendu du candidat prend sens par la présentation argumentée des conclusions et non par la liste des actions menées.**

Le dossier doit contenir les études conduites exploitant les connaissances attendues d'un professeur agrégé dans le domaine de la conception et de la mécanique industrielle. Ceci ne doit pas être compris comme la nécessité d'une étude mécanique théorique lorsqu'elle ne se justifie pas.

Le support de l'étude doit permettre au candidat de **faire preuve de réelles connaissances en technologie dans un contexte industriel** choisi pour sa pertinence technique et pédagogique.

L'épreuve s'appuie sur un **dossier personnel de 40 pages au maximum** réalisé par le candidat. Le dossier est préparatoire à l'épreuve. Le jury demande au candidat de faire parvenir les **dossiers en deux exemplaires** et un **CD-ROM ou une clé USB**. Le CD-ROM ou la clé USB contient le fichier du dossier, la maquette numérique 3D dont le fichier complet est fourni, et les fichiers de simulation. Le CD-ROM ou la clé USB est à structurer en quatre répertoires : CAO, simulations, dossier et éventuellement annexes. Les maquettes numériques sont en format natif **et en format neutre** (iges ou step).

Les compétences évaluées

Parmi les compétences d'un futur enseignant, l'épreuve de soutenance d'un dossier industriel permet d'évaluer plus particulièrement la capacité du candidat à :

- rechercher et conduire un partenariat industriel ;
- identifier une problématique authentique ;
- mettre en œuvre une méthodologie de résolution de problèmes ;
- mobiliser tout à la fois ses connaissances scientifiques, technologiques et techniques ;
- appliquer des démarches, des modèles, avec rigueur ;

- analyser des résultats ;
- justifier et critiquer des choix ;
- concevoir une solution nouvelle ;
- modéliser (passer de la réalité au modèle) ;
- communiquer et s'exprimer oralement ;
- présenter des informations visuelles (informations écrites, graphiques au tableau, au vidéo projecteur) ;
- formuler des conclusions ;
- proposer deux ou trois activités pédagogiques en relation avec les études abordées dans le dossier.

Recommandations concernant l'aspect technologique et scientifique

Le jury conseille au candidat :

- de rechercher un support moderne pluri-technologique, attrayant et industrialisé dès la décision d'inscription au concours ;
- de choisir un support dont l'authenticité et l'actualité sont des éléments décisifs. Il se caractérise par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, qu'il soit de type "grand public" ou de type "équipement industriel" non unitaire ;
- de vérifier les potentialités du support au regard des développements scientifiques, technologiques et pédagogiques possibles ;
- d'utiliser une ou plusieurs problématiques techniques pour guider l'étude répondant à un cahier des charges précisé et explicite. L'expérience montre que sans problématique technique, il est difficile d'éviter le piège de la validation de l'existant ;
- de rechercher une pertinence et une authenticité des problèmes posés ;
- de mettre en œuvre de manière lisible les méthodes de résolution de problème et les outils associés. Il est utile de rappeler que les outils numériques ne doivent pas être utilisés comme des « boîtes noires ». En particulier, pour les codes « Éléments Finis », il convient de maîtriser les formulations, les algorithmes de résolution, la mise en données, ... ;
- de justifier les modèles d'étude et les solutions technologiques retenues ; le développement des calculs associés au cours de l'exposé doit être réduit aux étapes essentielles (l'utilisation d'outils de simulation numérique est appréciée lorsqu'elle est pertinente) ;
- de s'appuyer sur une maquette numérique fonctionnelle, permettant l'utilisation d'outils de simulation de comportement pour la partie étudiée ;
- de placer l'étude d'une manière adaptée dans le cadre général d'une méthode moderne de développement de produit (ingénierie collaborative, simulation numérique, optimisation produit-matériau-procédé, spécifications ISO, utilisation d'une chaîne numérique intégrée, pré-industrialisation, ...) sans voir dans chaque point un passage obligé ;
- de proposer un dessin d'ensemble et la définition ISO d'un composant respectant la normalisation.

Le jury rappelle aux candidats que le développement de **l'étude scientifique et technologique ne peut pas se résumer à l'élaboration d'outils d'analyse**. *In fine*, si ces outils sont nécessaires à l'étude, ils n'ont de sens que pour répondre à la conception ou reconception technique de tout ou partie du système étudié, objet de la problématique à résoudre.

Recommandations concernant l'aspect pédagogique

Le jury conseille au candidat :

- d'identifier des propositions d'exploitation pédagogique, pré et post baccalauréat pertinentes en relation avec les points remarquables du dossier. L'exhaustivité n'a pas à être recherchée ;

- de détailler les intentions pédagogiques pour deux à trois activités ;
- de préciser les objectifs pédagogiques et d'être attentif à leur formulation ;
- de privilégier les activités pédagogiques utilisant un problème technique réel posé par le support industriel ;
- d'envisager des travaux pratiques sur le réel lorsque le support et la problématique le permettent ;
- de proposer les exploitations pédagogiques dans le respect des référentiels et des directives pédagogiques ;
- de prendre en compte la réforme du lycée et particulièrement celles des séries STI2D et S SI.

L'expression et la communication dans le dossier

La qualité du dossier et le respect des règles qui lui sont imposées (nombre de pages, date d'envoi, CD-ROM) montrent la maîtrise par le candidat des outils de la communication écrite et la façon dont il s'inscrit dans l'institution.

La prestation du candidat doit permettre au jury d'évaluer s'il saura maîtriser la communication dans une classe et exercer de manière efficace et sereine sa fonction de professeur.

Le jury conseille aux candidats de :

- profiter des temps de préparation, qui ne sont pas des temps d'attente ; en particulier, ouvrir les fichiers annexes (CAO, vidéo,...) qui peuvent être utiles pour répondre à certaines questions ;
- préparer des documents multimédia adaptés à une soutenance d'une durée de vingt minutes maximum ;
- préparer des animations aidant à comprendre le fonctionnement ;
- lors de la présentation, limiter le nombre de diapositives, trente semble être un maximum raisonnable.

Pour conclure, le jury conseille aux candidats :

- de s'assurer de l'existence d'une problématique industrielle réelle dans le cadre d'un partenariat avec une entreprise ;
- de s'assurer que cette problématique permet des développements scientifiques et technologiques adaptés au niveau de l'agrégation. Une analyse simpliste est un écueil à éviter ;
- de conserver un regard critique par rapport au travail réalisé en lien avec l'entreprise ;
- pour les candidats qui souhaitent présenter à nouveau un dossier élaboré pour une précédente session, de continuer à faire vivre le partenariat engagé, de faire évoluer le dossier et de prendre en compte les remarques du jury lors des entretiens précédents ;
- de s'assurer, pour les candidats issus des milieux de l'industrie ou de la recherche, que la constitution du dossier ne se réduit pas à une simple présentation de leurs expériences professionnelles.

3.2. Deuxième partie : interrogation portant sur la compétence « agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

Le jury constate une bonne préparation de cette partie de l'épreuve par les candidats en amont du concours et observe que ces derniers ont su tirer profit des ressources mises à leur disposition.

Les synthèses qui nous sont présentées – à l'aide d'un diaporama - sont généralement bien formulées et font référence aux textes réglementaires. On peut cependant regretter un manque de clarté dans la définition des rôles et missions des différentes instances d'un EPLE (conseil d'administration, conseil pédagogique, conseil de discipline, commission permanente, ...). Il en est de même pour ce qui concerne le comité de vie lycéenne.

Le jury a apprécié la volonté des candidats à prendre une position franche dans l'expression de leurs recommandations et conclusions.

Le jury conseille notamment aux futurs candidats :

- de s'informer sur le fonctionnement d'un EPLE afin de mieux connaître les rôles et missions des différentes instances qui s'y rattachent : conseil d'administration, CESC, conseil de discipline, conseil pédagogique, CHSCT, commission permanente, CVL, ... ;
- d'avoir une connaissance approfondie des droits et des devoirs d'un fonctionnaire de l'Éducation nationale ;
- de s'informer et d'approfondir « les compétences professionnelles des maîtres » de l'annexe 3 de l'arrêté du 19 décembre 2006 ;
- d'affirmer avec conviction leur point de vue en le fondant sur les droits et devoirs du fonctionnaire de l'Éducation nationale dans l'exercice de sa fonction.

4. Conclusions

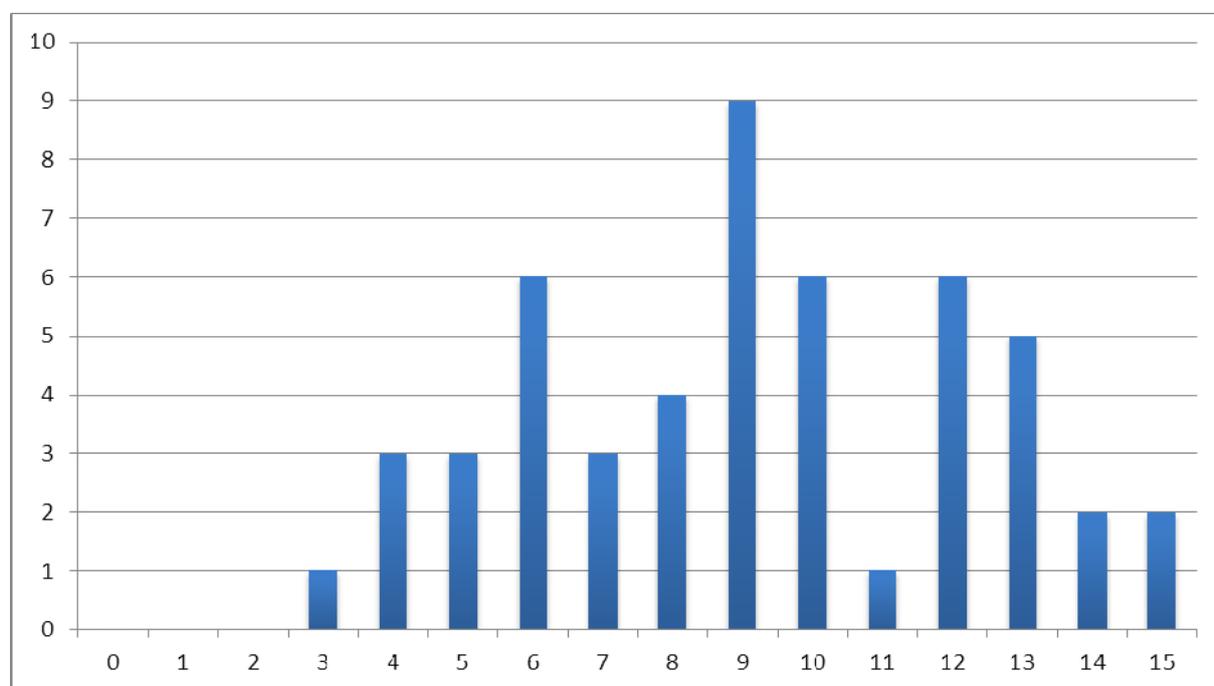
Cette épreuve sera conservée pour l'agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur qui sera mise en place en 2013. Tous les commentaires ci-dessus doivent donc être bien appréhendés par les futurs candidats.

Cette épreuve ne s'improvise pas, et le jury conseille aux futurs candidats de s'impliquer dans le dossier industriel dès leur inscription au concours.

5. Résultats

51 candidats ont participé à la première partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,68/15 et l'écart-type de 3,13 avec :

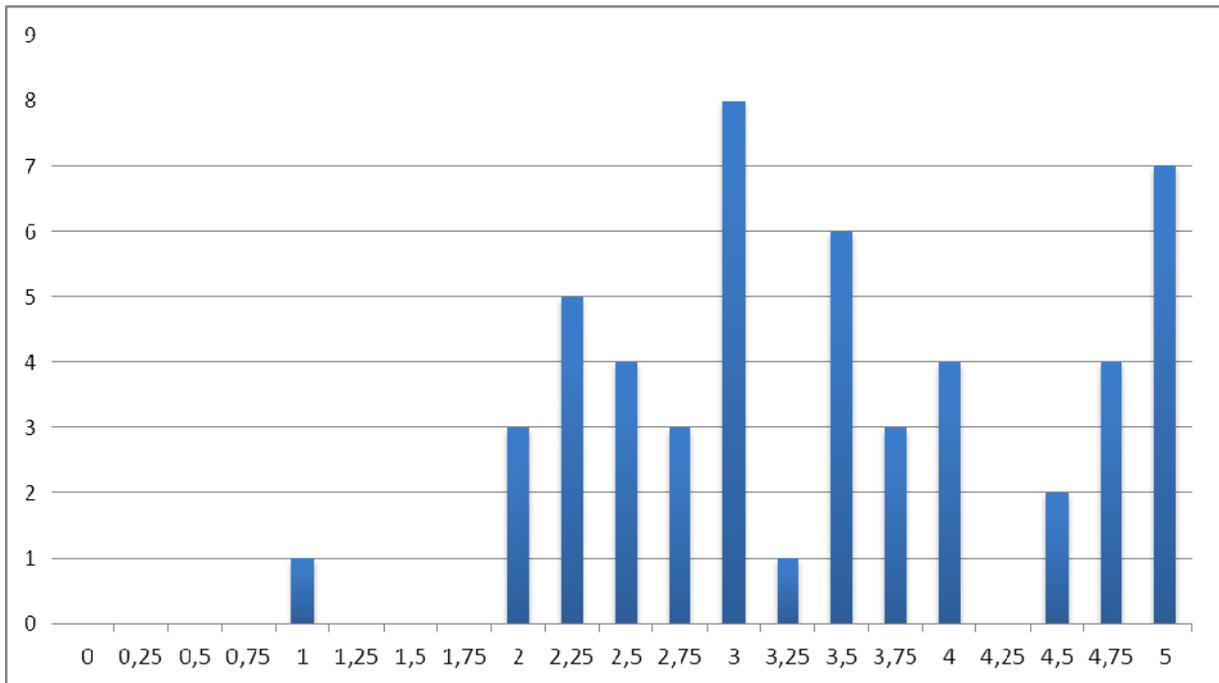
- 15 comme meilleure note ;
- 3 comme note la plus basse.



51 candidats ont participé à la seconde partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 3,37/5 et l'écart-type de 1,04 avec :

- 5 comme meilleure note ;

– 1 comme note la plus basse.



Rapport du jury de l'épreuve d'admission de travaux pratiques relatifs à un produit ou système technique

1. Présentation de l'épreuve

L'épreuve de travaux pratiques relatifs à un produit ou à un système technique prend appui sur un système pluri technologique complexe et vise à évaluer les compétences que les candidats mettent en œuvre pour résoudre un problème technique posé au niveau de l'agrégation, pour exploiter ce système afin de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental à un niveau donné et pour communiquer les démarches mises en œuvre et les résultats obtenus.

Cette épreuve de travaux pratiques nécessite de la part des candidats de savoir mobiliser toutes les connaissances et compétences qu'un professeur doit être en mesure de mettre en œuvre dans le cadre d'un enseignement pouvant être confié à un professeur agrégé de mécanique. Pour répondre à cet objectif, les supports utilisés lors de cette épreuve ne se limitent pas au champ du comportement mécanique des systèmes, mais intègrent aussi ceux de la gestion de l'énergie et du traitement de l'information.

Les supports utilisés à la session 2012 ont pris en compte l'évolution forte des programmes du baccalauréat S-Sciences de l'Ingénieur et du nouveau baccalauréat Sciences et Technologies de l'Industrie et du Développement Durable (STI2D) entrés en application à la rentrée de septembre 2011.

Déroulement de l'épreuve

L'épreuve comporte trois phases :

- phase 1 - mise en œuvre des équipements au laboratoire (durée 4 h 30) ;
- phase 2 - préparation dans la salle d'exposé (durée 0 h 30) ;
- phase 3 - présentation orale devant un jury (durée 1 h 00).

La première phase comporte trois parties. La première partie (durée 0 h 30) permet aux candidats, via les activités proposées, d'appréhender globalement le système et d'en comprendre le fonctionnement. Elle permet également d'identifier l'instrumentation présente sur le support technique (capteurs, appareils de mesure) utilisable en vue de réaliser notamment l'exploitation pédagogique proposée en troisième partie. La deuxième partie (durée 2 h 00) positionne les candidats dans une démarche de résolution de problèmes techniques, au cours de laquelle ils doivent mobiliser leurs compétences au niveau de l'agrégation. La troisième partie (durée 2 h 00) sera l'occasion pour les candidats de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental, en s'aidant d'un ou plusieurs protocoles qu'ils seront amenés à définir et à valider.

La troisième phase comporte quatre parties : présentation du système (durée maximale : 5 minutes), exposé du problème technique, de la démarche de résolution, compte-rendu des manipulations effectuées dans la deuxième partie de la phase 1 (durée maximale : 15 minutes), présentation de l'exploitation pédagogique (durée maximale 25 min) et entretien avec le jury (durée maximale : 15 minutes).

Durant toute l'épreuve, les candidats disposent d'un accès à internet.

Compétences attendues par le jury

Lors de cette épreuve de travaux pratiques, le jury évalue chez les candidats les compétences suivantes :

- s'approprier un support matériel de TP ;
- identifier une problématique pertinente par rapport au questionnement proposé ;
- mettre en œuvre des outils informatiques ;
- élaborer, conduire, justifier un protocole expérimental ;
- exploiter des résultats expérimentaux et formuler des conclusions ;
- élaborer, justifier, analyser de manière critique un modèle ;
- évoluer en autonomie en mobilisant toutes ses connaissances et ses compétences ;
- faire preuve d'ingénierie pédagogique en élaborant une séance d'activités pratiques dans une séquence cohérente, inscrite dans un plan de formation du niveau donné ;
- dégager l'essentiel de la problématique identifiée en s'appuyant sur les expériences menées et les modèles construits ;
- présenter oralement ses travaux (clarté, originalité, ...) ;
- être pertinent et réactif aux questions posées.

Supports retenus et activités demandées

Pour la session 2012, les supports retenus pour cette épreuve de travaux pratiques ont été les suivants :

- appareillage de dialyse instrumenté ;
- barrière de péage ;
- béquille électro-hydraulique de moto ;
- bras anthropomorphique de jockey ;
- essuie vitre / lave vitre de motrice ;
- moyeu de vélo ;
- panneau solaire asservi ;
- pilote électro-hydraulique ;
- phare automobile orientable ;
- système de conditionnement de balles ;
- système de dosage gravitaire de produits pulvérulents ;
- système de relaxation régulé ;
- télescope à monture motorisée ;
- robot aspirateur.

Ces supports ont permis aux candidats de mettre en œuvre leurs compétences à haut niveau scientifique sur les activités suivantes :

- détermination des caractéristiques d'une chaîne d'énergie ;
- détermination des paramètres significatifs dans une modélisation ;
- identification du comportement de composants ;
- mesure du comportement d'un système ;
- modélisation d'un système ;
- optimisation d'une solution industrielle ;
- recalage d'un modèle ;
- simulation et prédiction de performances ;
- validation des performances d'un cahier des charges.

2. Analyse globale des résultats

Les résultats sont conformes aux années précédentes, c'est-à-dire qu'ils restent légèrement décevants dans leur globalité. Il semble indispensable que les futurs candidats s'imprègnent de l'idée

que les activités de travaux pratiques peuvent constituer de véritables activités d'apprentissage et qu'elles constituent des modalités pédagogiques pertinentes.

3. Commentaires et conseils aux futurs candidats

Sur l'appropriation du support (première partie de la phase 1)

Pour cette première partie, le questionnement est conçu pour permettre une compréhension globale du système et de son fonctionnement. Elle doit permettre au candidat de montrer sa capacité à aborder le système de façon globale en identifiant sa structure et son fonctionnement. Un dossier technique et des ressources documentaires sont à sa disposition. Cette première phase est fondamentale pour permettre au candidat de dégager une problématique pertinente dans la suite des activités (deuxième et troisième partie de la phase 1). Le système proposé au candidat peut être le système réel ou un système didactisé issu du réel. Il est important que le candidat prenne en compte dès la phase d'appropriation les différences entre ces deux cas de figure.

Pour cette partie, le jury constate régulièrement :

- un manque d'esprit d'analyse afin d'identifier les informations pertinentes pour s'approprier le support ;
- des observations parcellaires (voire parfois inexistantes) du système alors qu'elles doivent être associées à la consultation des ressources documentaires ;
- des difficultés à utiliser des outils d'analyse externe et interne pour décrire le fonctionnement et/ou la structure ;
- dans le cas d'un système didactisé issu du réel, des difficultés à resituer le système réel dans son contexte d'utilisation.

Sur les travaux pratiques à haut niveau scientifique (deuxième partie de la phase 1)

Pour cette partie de l'épreuve, le candidat peut être amené à utiliser une instrumentation spécifique dédiée à la mesure de grandeurs physiques sur les systèmes instrumentés. Une aide d'utilisation est fournie et le jury assiste le candidat en cas de difficultés matérielles.

Les candidats peuvent également être amenés à mettre en œuvre différents outils informatiques (logiciels de pilotage et/ou d'acquisition dédiés aux supports, modeleurs volumiques, logiciels de simulation, calculs par éléments finis, tableurs, traitements de textes, logiciels de calcul,...). La maîtrise de ces logiciels n'est pas exigée et une aide est systématiquement fournie.

Les logiciels proposés peuvent, par leurs possibilités de simulation, faciliter la compréhension des phénomènes et éviter des calculs longs et complexes. En revanche, ils ne dispensent pas les candidats de formuler l'ensemble des hypothèses et des justifications nécessaires.

Dans le cas des logiciels d'acquisition de grandeurs physiques du système réel, ils ne dispensent pas le candidat d'observer pendant la phase d'acquisition le comportement du système réel ou didactisé.

La maîtrise des connaissances fondamentales dans les domaines de la mécanique, de la technologie et de l'automatique est indispensable pour mettre en œuvre les différents équipements proposés aux candidats et résoudre les problématiques techniques auxquelles ils sont confrontés.

Sur cette partie, le jury constate régulièrement :

- une analyse insuffisante du sujet proposé ;
- une absence de problématisation des sujets proposés ;
- une maîtrise insuffisante des méthodes courantes d'analyse ;
- une exploitation limitée des équipements due à des analyses superficielles, des manipulations approximatives et des interprétations peu rigoureuses des résultats obtenus, qui résultent probablement d'une pratique insuffisante de la démarche à caractère expérimental ;

- une culture technologique insuffisante des capteurs, pré actionneurs et actionneurs ;
- une incapacité à passer du modèle au réel et inversement ;
- une connaissance insuffisante de l'automatique des systèmes linéaires et séquentiels ;
- une absence de mise en corrélation entre les phénomènes physiques observables et les mesures effectuées par des logiciels d'acquisition ou des appareils de mesure.

Le jury ne saurait donc que trop conseiller aux futurs candidats de combler leurs lacunes sur ces points.

Les candidats qui ont bien réussi la présentation de l'activité expérimentale se sont attachés à :

- présenter rapidement le système proposé, la problématique posée, les données et l'environnement matériel considérés inconnus du jury ;
- structurer l'exposé à partir d'un plan ;
- présenter la démarche de résolution du problème technique posé ;
- présenter et/ou justifier les protocoles ;
- présenter les résultats de façon claire et précise ;
- faire une analyse critique de ces résultats ;
- mettre en relation les chaînes d'énergie et d'information ;
- montrer l'influence du comportement de la partie opérative sur la partie commande si cela est justifié ;
- tirer les conclusions techniques qui s'imposent vis-à-vis du problème posé.

Le jury tient à préciser que la mise en œuvre de supports équipant les laboratoires des filières S-SI, STI2D, STS, CPGE peut aider certains candidats préparatoires à s'inscrire dans la démarche souhaitée dans cette partie. Cette possibilité de mise en œuvre ne saurait néanmoins se substituer à une pratique expérimentale régulière des systèmes complexes industriels ou grand public.

Sur la réalisation d'une activité pédagogique à caractère expérimental (troisième partie de la phase 1)

À partir de nouvelles expérimentations, différentes de celles menées lors de la deuxième partie de la phase 1, le candidat doit proposer une exploitation pédagogique à caractère expérimental en mettant en évidence l'apport spécifique des activités de travaux pratiques dans l'enseignement des sciences de l'ingénieur.

Le jury constate régulièrement que les candidats :

- ne définissent pas la place de la séquence proposée dans le plan de formation annuel du niveau proposé ;
- ne précisent pas de façon argumentée la place de l'exploitation pédagogique dans la séquence ;
- ne connaissent pas les horaires officiels du niveau d'enseignement demandé ;
- ne dégagent pas suffisamment les objectifs et les connaissances à transmettre ;
- ont des difficultés à structurer une démarche cohérente conduisant à la transmission de compétences nouvelles au niveau imposé et à identifier les centres d'intérêt associés au système étudié ;
- présentent le plus souvent des activités de travaux dirigés plutôt que des activités à caractère expérimental ;
- proposent des protocoles expérimentaux qu'ils n'ont pas mis en œuvre et validés ;
- réduisent leur temps consacré à la préparation de l'exploitation pédagogique (au profit de l'étude à haut niveau scientifique), ce qui les pénalise.

Le jury conseille aux futurs candidats d'étudier préalablement et attentivement les programmes et les objectifs de formation des baccalauréats S (option Sciences de l'Ingénieur), STI2D, et des CPGE, ainsi que les commentaires associés. Cette étude, ainsi que la lecture des documents « Ressources pour faire la classe », leur permettra de proposer une exploitation pédagogique qui soit en adéquation avec le niveau imposé. Une réflexion pédagogique sur les objectifs de formation de ces séries et classes post bac est indispensable pour cette partie.

Sur la présentation orale devant un jury (phase 3)

Les candidats disposent de 45 minutes au maximum pour présenter les résultats des travaux et l'exploitation pédagogique qu'ils ont réalisés. Il s'agit d'un temps pendant lequel ils doivent présenter le support sur lequel ils ont travaillé (5 minutes au maximum), présenter les manipulations effectuées et les résultats obtenus en TP (15 minutes au maximum), puis présenter leur exploitation pédagogique à caractère expérimental (25 minutes maximum). Le jury dispose ensuite de 15 minutes au maximum pour s'entretenir avec le candidat.

Le jury attend lors de cette phase de restitution des investigations menées durant la phase de préparation que le candidat soit capable :

- de décrire le système ;
- de décrire les mesures effectuées en rappelant la problématique donnée et en commentant la démarche mise en œuvre et les résultats obtenus ;
- de situer la séquence dans une progression pédagogique cohérente ;
- de situer l'activité expérimentale dans la séquence pédagogique ;
- d'expliciter les connaissances et compétences visées par la séance et les moyens de leur évaluation ;
- de définir l'enchaînement des activités réalisées par les élèves dans la séance ;
- de proposer, justifier et valider un ou des protocoles expérimentaux.

Le jury attend également du candidat qu'il mette en œuvre des compétences professionnelles en matière de communication :

- produire un discours clair, précis et rigoureux en sachant attirer l'attention du jury ;
- être pertinent et réactif aux questions posées ;
- être capable de dégager l'essentiel et de donner du sens aux connaissances développées.

Le jury constate que de trop nombreux candidats ne savent pas mettre à profit le temps qui leur est imparti (45 minutes au total) pour valoriser la réflexion, les analyses et les synthèses issues des travaux à caractère expérimental qu'ils ont menées dans le cadre d'une problématique pertinente au regard des activités du sujet et des possibilités du support.

Lors de la phase de présentation des manipulations effectuées, de nombreux candidats commencent leur prestation sans avoir défini le problème posé, ni la nature de l'environnement matériel du déroulement du TP. Certains n'en précisent même pas le titre. Le jury déplore l'absence de démarche et de rigueur pour résoudre le problème technique posé. Certains exposés omettent de présenter les résultats significatifs et les étapes de la mise en œuvre sur le matériel. L'exposé doit en effet au contraire mettre en valeur le travail réalisé en laboratoire. Le jury attend du candidat tout au long de son exposé une prestation conduite au niveau de l'agrégation et non un discours fondé sur des généralités.

Lors de la phase de présentation de l'activité pédagogique, il est important pour les candidats d'aller à l'essentiel et de replacer la séquence proposée dans son contexte. Il n'est pas nécessaire qu'ils présentent de façon exhaustive l'organisation pédagogique générale de l'année de formation correspondante.

Les candidats qui ont bien réussi dans cette présentation de l'exploitation pédagogique se sont attachés à :

- situer l'exploitation dans une séquence inscrite dans une progression pédagogique cohérente ;
- construire leur exposé à partir des résultats expérimentaux obtenus dans la troisième partie de la première phase de l'épreuve ;
- présenter l'organisation pédagogique générale de la séance (objectifs opérationnels, pré requis, connaissances nouvelles, environnement matériel) ;
- proposer un plan de déroulement de la séance avec les points clés ;
- développer la partie expérimentale de la séance qui amène les compétences nouvelles, en présentant les manipulations, résultats expérimentaux et conclusions attendues ;
- préciser les travaux donnés aux élèves et les modes d'évaluation.

Sur le comportement des candidats

De trop nombreux candidats manquent de méthode et de rigueur pour appréhender un système pluri technologique dans sa globalité et dans sa complexité. Cette épreuve de travaux pratiques ne s'improvise pas et doit se préparer tout au long de la formation post-baccalauréat conduisant à l'agrégation.

Les candidats se réfèrent avec une confiance aveugle aux modèles numériques et ont en revanche beaucoup de méfiance vis-à-vis des résultats expérimentaux. Même si c'est une évidence, il n'est pas inutile de le rappeler ici, une épreuve de travaux pratiques est avant tout une épreuve expérimentale.

4. Conclusions

Cette épreuve de l'agrégation de mécanique aura connu au fil des sessions passées de fortes évolutions. Si elle est restée marquée par une évaluation des candidats à construire une exploitation pédagogique en s'appuyant sur des expérimentations, les supports utilisés se sont diversifiés pour intégrer le caractère pluri technologique des systèmes industriels ou grand public d'aujourd'hui. Le domaine de la matière et des structures ne peut plus s'aborder en faisant abstraction d'une connaissance de modèles de pilotage et du comportement énergétique des systèmes. Les candidats à la nouvelle agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur pourront trouver dans le rapport de cette épreuve des éléments de préparation à l'épreuve commune d'admission « Exploitation pédagogique d'une activité pratique relative à l'approche globale d'un système pluri technique ».

5. Résultats

51 candidats ont participé cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 9,7 et l'écart-type de 4,14 avec :

- 18,5 comme meilleure note ;
- 1,8 comme note la plus basse.

