

**Concours du second degré – Rapport de jury**  
**Session 2011**

**AGRÉGATION DE MÉCANIQUE**

**Rapport de jury présenté par**

**Monsieur Norbert PERROT**  
**Inspecteur général**

**Président de jury**

**Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury**

## MEMBRES DU JURY

### Président

PERROT Norbert - IGEN

### Vice-président

ROUCH Philippe – Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

### Secrétaire du jury

MENDÈS François - Professeur de chaire supérieure - Chef de Travaux - Lycée Chaptal - Paris

### Épreuves d'admissibilité

#### Épreuve de mécanique générale et des milieux déformables

AÏACHE Jacques – Professeur de chaire supérieure - Lycée Louis-Le-Grand – Paris

LORONG Philippe - Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

UTHEZA Françoise - Maître de conférences - Université Paris-Est Marne-la-Vallée – Marne-la-Vallée

#### Épreuve d'analyse et de conception des systèmes

BLANC-SERRIER Séverine - Professeure agrégée - Lycée Marceau - Chartres

MENDÈS François - Professeur de chaire supérieure - Chef de Travaux - Lycée Chaptal - Paris

MESSAGE Christian - IA-IPR – Paris

#### Épreuve d'automatique-informatique industrielle

ALTET Olivier - Professeur de chaire supérieure - Lycée Cormontaigne - Metz

DEJANS Michel – Professeur de chaire supérieure - Lycée Baggio - Lille

### Épreuves d'admission

#### Leçon de mécanique

LORONG Philippe - Professeur des Universités – Arts et Métiers Paristech - Paris

LOISY Michel - IA-IPR - Grenoble

RENAUD Pierre - Maître de conférences - INSA Strasbourg - Strasbourg

UTHEZA Françoise - Maître de conférences - Université Paris-Est Marne-la-Vallée – Marne-la-Vallée

#### Soutenance d'un dossier industriel et interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

DULUC Marie-Christine - Maître de conférences - CNAM - Paris

MESSAGE Christian - IA-IPR – Paris

NOËL Nadine - Professeure agrégée – INSA Lyon - Villeurbanne

RACINEUX Guillaume - Professeur d'Université – École Centrale de Nantes – Nantes

#### Travaux pratiques relatifs à un produit ou système technique

AÏACHE Jacques – Professeur de chaire supérieure - Lycée Louis-Le-Grand – Paris

ALTET Olivier - Professeur de chaire supérieure - Lycée Cormontaigne - Metz

BLANC-SERRIER Séverine - Professeure agrégée - Lycée Marceau - Chartres

CROGUENNEC Christian - IA-IPR - Caen

DEJANS Michel – Professeur de chaire supérieure - Lycée Baggio - Lille

FICHOU Philippe - IA-IPR - Rennes

RIOU Hervé - Professeur de chaire supérieure - Lycée Chaptal - Paris

Le lycée Chaptal à Paris a accueilli les réunions préparatoires à cette session 2011 de l'agrégation de mécanique ainsi que les épreuves d'admission qui se sont déroulées dans de très bonnes conditions du 8 juin au 16 juin 2011. Les membres du jury adressent de vifs remerciements madame la Proviseure de cet établissement ainsi qu'à leurs collaborateurs pour l'accueil chaleureux qui leur a été réservé.

## RÉSULTATS STATISTIQUES DE LA SESSION 2011

Inscrits	Nombre de postes	Présents aux trois épreuves d'admissibilité	Admissibles	Admis
274	25	106	56	25

Moyenne obtenue par le premier candidat admissible	18,08
Moyenne obtenue par le dernier candidat admissible	8,17
Moyenne obtenue par le premier candidat admis	16,43
Moyenne obtenue par le dernier candidat admis	9,81

### ÉVOLUTION DEPUIS 1996

Session	Inscrits	Présents Première épreuve	Présents Dernière épreuve	Admissibles	Admis	Nombre de postes
<b>1996</b>	694	424	397	171	90	123
<b>1997</b>	792	526	491	175	101	116
<b>1998</b>	757	451	426	165	85	85
<b>1999</b>	736	393	363	167	81	81
<b>2000</b>	665	398	376	144	61	61
<b>2001</b>	598	377	358	141	61	61
<b>2002</b>	598	296	274	137	61	61
<b>2003</b>	491	301	286	94	49	49
<b>2004</b>	475	257	237	96	40	40
<b>2005</b>	442	212	204	96	43	43
<b>2006</b>	390	204	187	72	30	30
<b>2007</b>	324	153	144	75	30	30
<b>2008</b>	220	96	92	54	25	25
<b>2009</b>	195	93	84	54	25	25
<b>2010</b>	225	88	80	56	25	25
<b>2011</b>	274	111	107	56	25	25

## Avant-propos

La session 2011 de l'agrégation de mécanique est la première faisant suite à la mise en place des nouvelles conditions pour pouvoir se présenter aux concours de recrutement des professeurs. Ces nouvelles dispositions ne sont pas sans conséquence sur les épreuves. En effet le master 2 validant le niveau scientifique, les épreuves d'admissibilité et d'admission de l'agrégation n'ont plus ce rôle. Elles doivent au contraire valider des compétences, en s'appuyant sur ce niveau scientifique, pour résoudre un problème technique au plus haut niveau. Elles évaluent l'esprit de synthèse du candidat et ses capacités à mobiliser ses compétences pour proposer des séquences pédagogiques. Dans cet esprit, les candidats bénéficient pour leurs préparations lors des épreuves d'admission d'une liaison internet. Le raisonnement et la réflexion sont privilégiés au détriment de la restitution pure et simple de connaissances.

L'autre conséquence est que l'obtention du master 2 est obligatoire pour pouvoir concourir. Un candidat sur les 56 admissibles n'ayant pas validé son master 2 n'a pu participer aux épreuves d'admission.

L'agrégation est un concours prestigieux destiné au départ aux métiers de l'enseignement, il est normal que les épreuves valident les compétences à exercer ce métier. Chaque épreuve d'admission comporte une partie destinée à tester ces compétences. Il est souhaitable que les candidats se préparent en conséquence.

Pour cette session, la nouveauté est liée à la deuxième épreuve d'admission qui se déroule en deux parties :

- soutenance du dossier industriel ;
- interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable ».

La première partie est classique ; le dossier présenté par le candidat doit être relatif à un système technique à dominante mécanique. Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs. Il doit se caractériser par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, que le produit soit de type « grand public » ou de type « équipement industriel » non unitaire. Il est clair que l'évolution vers des produits type « grand public » ne s'est pas encore faite. Le jury y sera sensible au cours des prochaines sessions.

La deuxième partie « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable » a été relativement bien négociée par les candidats même par ceux qui n'ont jamais enseigné. Sur ce point, les prestations de certains candidats manifestement en poste interrogent sur leur implication dans le système éducatif. Le jury regrette que, dans leur majorité, les candidats ne se soient pas plus engagés dans leur réponse. Cette prudence est peut-être légitime pour une première année, mais le jury attend un peu plus d'engagement pour les prochaines sessions. Le jury tient à rappeler qu'il est préférable de construire sa réflexion et ses arguments en s'appuyant sur les textes officiels.

Pour cette session, le coefficient de cette deuxième épreuve d'admission a été fixé à 2 dans les textes officiels contrairement à la demande initiale. Le coefficient de cette épreuve sera normalement ramené à 1.

Pour conclure sur les épreuves, il est important de rappeler que l'épreuve de travaux pratiques, peut-être plus que les autres, ne s'improvise pas. Un effort particulier doit être fait dans ce sens pour les futurs candidats.

Globalement, les prestations des candidats sont correctes et conformes à celles des années précédentes, il faut remercier pour cela les formateurs.

D'un point de vue quantitatif, le nombre de candidats a augmenté, ce qui est encourageant. Il faut simplement espérer que cette tendance se confirme pour les années à venir.

Les épreuves d'admission ont joué pleinement leur rôle en bousculant le classement établi après les épreuves d'admissibilité. Mais surtout elles ont permis à huit candidats qui n'étaient pas dans les vingt-cinq premiers à l'issue de l'admissibilité d'être déclarés admis ; parmi les candidats admis, un candidat a progressé de vingt-six places et deux de vingt-quatre. Cela prouve, s'il en était besoin, l'intérêt de préparer sérieusement les six épreuves de l'agrégation.

L'agrégation est un concours prestigieux qui impose de la part des candidats un comportement et une présentation irréprochable. Le jury reste vigilant sur ce dernier aspect et invite les candidats à avoir une tenue adaptée aux circonstances particulières d'un concours de recrutement de cadres A de la fonction publique.

Norbert PERROT  
Président du jury

SESSION 2011

---

AGRÉGATION  
CONCOURS EXTERNE

Section : MÉCANIQUE

ÉPREUVE DE MÉCANIQUE GÉNÉRALE  
ET DES MILIEUX DÉFORMABLES

Durée : 6 heures

---

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

**Tournez la page S.V.P.**

# SYSTÈME PANTOGRAPHE CX / CATÉNAIRE

## CAPTAGE DU COURANT PAR LE TGV

Le captage du courant désigne la fonction de transmission de l'énergie électrique au train (figure 1).

Le courant électrique, amené par une ligne de contact appelée caténaire, est capté par un élément frottant appelé « pantographe » en référence à sa structure composée de polygones articulés.

Le courant subit ensuite des opérations de transformation / redressement avant d'être transmis aux moteurs. Le circuit de retour est constitué par les rails de la voie.

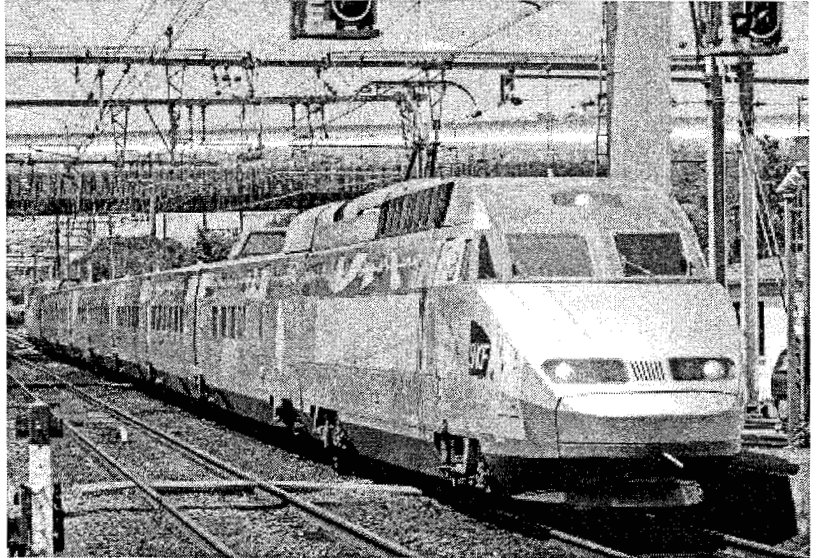


Figure 1 : La ligne TGV IRIS 320

Un mauvais captage est à l'origine d'un grand nombre de désagréments, de dépenses et d'incidents techniques. Les ruptures d'alimentation mettent la chaîne de transmission de puissance (électrique et mécanique) à rude épreuve. Lors de la perte du contact entre le pantographe et la caténaire, il y a formation d'un arc électrique source de bruit et d'usure des éléments de contact.

Le captage idéal est caractérisé par un effort moyen de contact peu fluctuant qui entraîne une usure mécanique et un soulèvement minimal du fil de contact, et qui garantit un contact permanent.

Le captage est un point limitant la performance des trains. En effet sa qualité est d'autant moins bonne que la vitesse du TGV est grande. Pour assurer un contact satisfaisant, il est nécessaire d'augmenter l'effort de contact avec la vitesse, la limite étant donnée par le soulèvement maximal tolérable du câble aux poteaux.

Le mouvement de la caténaire est géré essentiellement par des phénomènes propagatoires. Il apparaît alors naturellement une vitesse critique  $V_C$ , qui correspond à la vitesse de propagation des vibrations du fil de contact. Une solution pour accroître  $V_C$  et donc la vitesse admissible de circulation consiste à augmenter la tension du fil de contact.

Cette tension varie de 1 000 daN à 2 000 daN pour les lignes grandes vitesse et 4 000 daN pour le record de vitesse à 574,8 km/h.

Le pantographe doit, quant à lui, présenter une masse apparente la plus faible possible. C'est pourquoi on utilise pour les applications grandes vitesses des pantographes à plusieurs étages (AMDE, GPU) ou allégés (AX, CX).

Le diagramme des inter-acteurs en phase de fonctionnement normal est fourni (figure 2) :

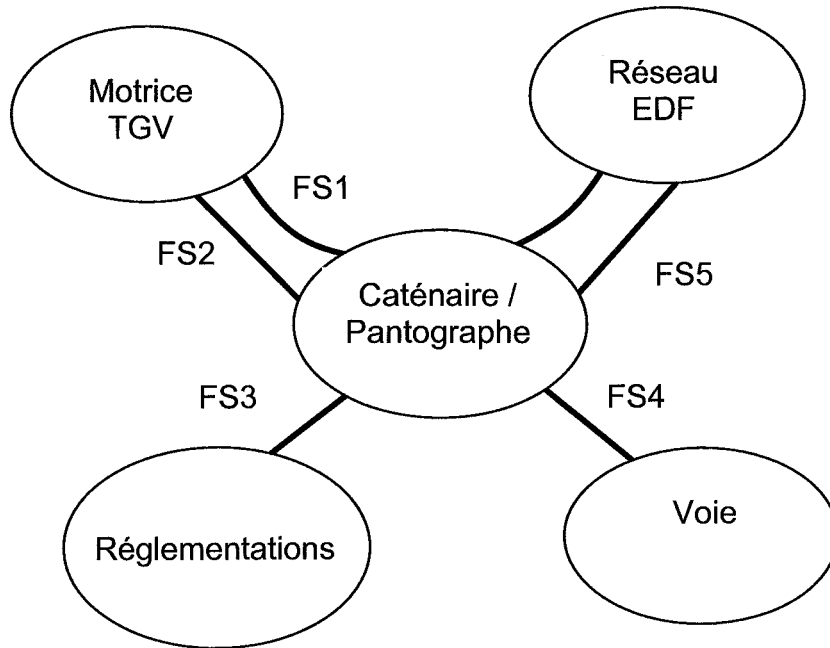


Figure 2 : Diagramme partiel des interacteurs

FS1	Permettre à la motrice TGV de capter sans interruption des courants de haute intensité à partir du réseau électrique dans toutes les conditions de circulation du train (vitesse du train, vitesse du vent, ligne droite, courbe ..) avec une durée de vie conforme et sans entretien avant changement des bandes de glissement.
FS2	Être lié à la motrice
FS3	Respecter les réglementations
FS4	Être lié à la voie
FS5	Fournir la puissance électrique nécessaire

### La caténaire

L'architecture générale de la caténaire souple est construite autour des éléments suivants : le fil de contact, le câble porteur, les bras de rappel, les consoles et les poteaux (figure 3). Le fil de contact est tendu par un système de poids et est décomposé en tronçons, appelés cantons de longueur 1200 m environ.

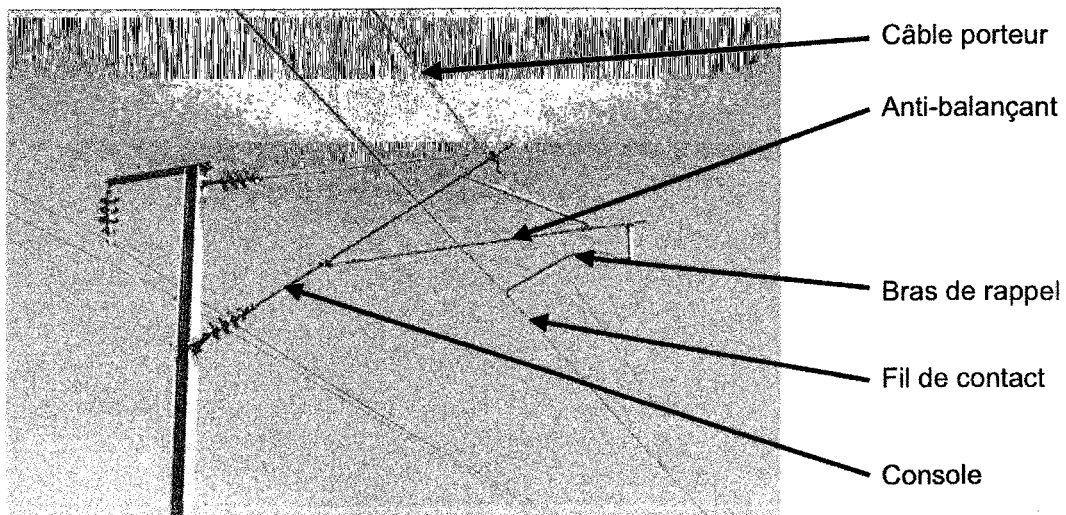


Figure 3 : La caténaire

Tournez la page S.V.P.



## Le pantographe CX

Le pantographe CX est un système articulé présenté (figure 4) :

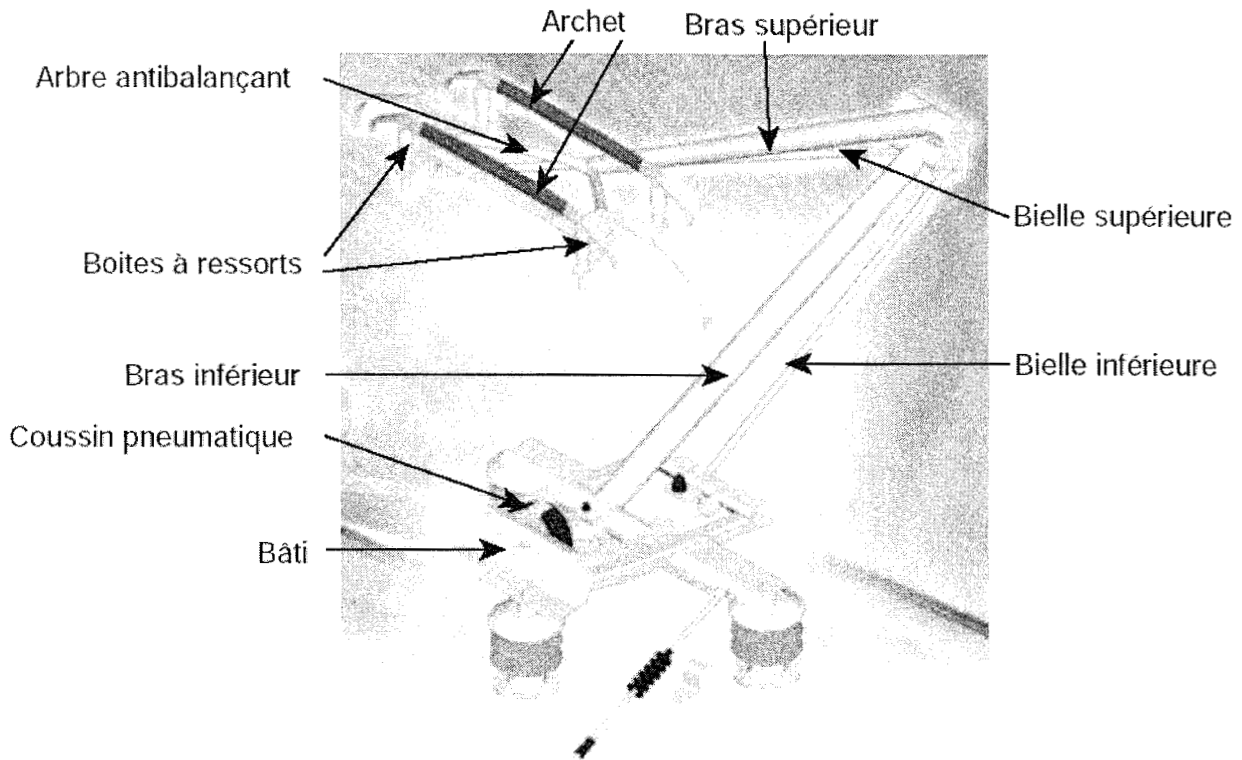


Figure 4 : Le pantographe CX

Il est composé des sous-systèmes suivants :

- **l'archet**, qui est la partie assurant le contact avec la caténaire, est suspendu par des boîtes à ressorts ;
- **le grand cadre**, composé du bâti, des bras inférieur et supérieur, des bielles inférieure et supérieure et de l'arbre anti-balançant, qui assure le mouvement vertical de l'archet ;
- **le coussin pneumatique** qui permet la montée ou la descente du pantographe. Il transmet un moment sur le bras-inferieur par l'intermédiaire d'une came assurant, pour une pression donnée un effort constant à la tête du pantographe et ce quel que soit le développement de ce dernier.

*L'objectif de l'étude proposée au candidat est de permettre la prédiction et la validation de certaines des fonctions techniques liées au captage du courant par le TGV.*

*Le sujet s'articule des cinq parties indépendantes suivantes :*

- *PARTIE 1 : Validation de la fonction « Alimenter le pantographe par la caténaire » ;*
- *PARTIE 2 : Prédiction de la tension mécanique de la caténaire en vue de valider la fonction « Contrôler la tension de la caténaire » ;*
- *PARTIE 3 : Prédiction du comportement dynamique de la caténaire en vue de valider la fonction « Assurer le maintien du contact caténaire / pantographe » ;*
- *PARTIE 4 : Prédiction du comportement dynamique du pantographe en vue de valider la fonction « Assurer le maintien du contact caténaire / pantographe » ;*
- *PARTIE 5 : Validation de la fonction « Commander la montée et le maintien du pantographe ».*

# 1 VALIDATION DE LA FONCTION « ALIMENTER LE PANTOGRAPHE PAR LA CATÉNAIRE »

L'objectif de cette étude est de valider le dimensionnement du fil de contact d'un point de vue thermique compte tenu des chutes de tension et des échauffements admissibles. En effet, à l'arrêt, lorsque l'engin moteur capte l'énergie nécessaire pour assurer le chauffage des trains et le « décollage » de la rame un problème thermique se pose.

Le cahier des charges partiel est le suivant :

Fonction	Critères	Niveaux
Assurer l'alimentation électrique de la caténaire	Température interne du fil de contact Température d'équilibre de la surface externe du fil de contact	Constante

Les hypothèses retenues sont les suivantes :

- le diamètre total des conducteurs constitutifs de la caténaire correspond à un diamètre « équivalent » de cuivre étalon égal à 24 mm supportant, en courant continu, une tension de 1,5 kV ;
- l'air en contact avec ce fil de contact est à  $T_{\infty} = 15^{\circ} C$  et les conditions d'échange convectif sont identiques sur toute la périphérie du fil ( $h = 10 W.m^{-2}.K^{-1}$ ).

## 1.1 Vérification de l'homogénéité de la température à l'intérieur du fil de contact

**Question 1 :** Montrer que la puissance volumique, dissipée par effet Joule, générée dans le fil de contact s'écrit  $q_p = \frac{U^2}{\rho_e l^2}$  où  $U$  représente la tension transportée dans le fil,  $\rho_e$  la résistivité électrique et  $l$  la longueur d'un tronçon de fil. Pour cela, on supposera que le flux de courant est homogène.

**Question 2 :** Sachant que la résistivité électrique du fil de contact est  $\rho_e = 17.10^{-8} \Omega.m$ , calculer la puissance volumique  $q_p$  pour une longueur de canton  $L = 1200 m$ .

**Question 3 :** En considérant un volume de contrôle  $V$  à l'intérieur du fil, écrire la conservation de l'énergie pendant un temps  $dt$ . En appliquant la loi de Fourier ( $\vec{q} = -k.gradT$ ), montrer que l'équation de conduction s'écrit :

$$k.V.\Delta T + q_p.V = hS(T - T_{\infty}) + \rho.V.C.\frac{dT}{dt} \quad \text{soit} \quad k.\Delta T + q_p = \rho.C.\frac{dT}{dt} \quad (\text{Équation E})$$

où  $k = 382 W.m^{-1}.K^{-1}$  : conductivité thermique du fil de contact ;

$\Delta T$  : Laplacien de la température ;

$\rho = 8940 kg.m^{-3}$  : masse volumique du fil ;

$C = 0,38 kJ.kg^{-1}.K^{-1}$  : capacité calorifique du fil ;

$T(r)$  : température du fil variant selon le rayon  $r$  ;

$\frac{dT}{dt}$  : évolution de la température du fil en fonction de temps.

**Question 4 :** Si l'on suppose que le régime permanent est atteint, simplifier l'équation (E) en considérant le problème comme monodimensionnel. Intégrer cette équation, écrire les conditions aux limites et montrer que le profil de température dans le fil s'écrit :

$$T(r) - T_s = \frac{q_P}{4.k} (r_s^2 - r^2)$$

avec  $T_s$  température de surface du fil de contact et  $r_s$  rayon externe du fil de contact.

**Question 5 :** Calculer la différence de température entre le centre et la périphérie du fil de contact ( $T(r=0) - T_s$ ). Conclure.

## 1.2 Vérification de la température de la surface externe du fil de contact

À l'état d'équilibre thermique, le fil de contact est à température uniforme. Pour écrire le bilan thermique sur le fil, il faudra tenir compte des différents flux de chaleur sur le fil. Dans cette partie, on suppose qu'il n'y a pas de variation de température dans le fil de contact et donc que le flux par conduction sera négligé.

Ainsi, le bilan thermique s'écrit :

Apport de chaleur sur le fil = Flux de rayonnement + Flux de convection + Flux induit par effet Joule.

**Question 6 :** Si l'on suppose que :

- la surface externe du fil de contact est diffuse ;
- le soleil est assimilé à un corps noir à  $T_{sol} = 5800 K$  et que l'environnement est très grand par rapport au fil, l'éclairement du soleil est  $E_{sol} = 800 W.m^{-2}$  ;
- l'absorptivité totale de la surface vis-à-vis du rayonnement solaire est égale à  $\alpha_{sol} = 0,297$  ;
- l'absorptivité totale de la surface vis-à-vis du rayonnement provenant de l'environnement est égale à  $\alpha_{env} = 0,210$  ;
- l'émissivité totale hémisphérique de la surface du fil est constante et égale à  $\varepsilon_s = 0,270$  ;

montrer que le flux de rayonnement s'écrit :

$$Q_{ray} = S(\varepsilon_s \sigma T_s^4 - \alpha_{sol} E_{sol} - \alpha_{env} \sigma T_{env}^4)$$

où  $S$  est la surface d'échange et  $\sigma = 5,67.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$  est la constante de Stefan-Boltzmann

**Question 7 :** Écrire le flux de chaleur par convection.

**Question 8 :** Écrire l'équation de bilan thermique sur le fil de contact.

**Question 9 :** Trouver la température d'équilibre de la surface externe du fil de contact  $T_s$ .

## 2 PRÉDICTION DE LA TENSION MÉCANIQUE DE LA CATÉNAIRE

### 2.1 Objectif

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'influence de la tension de la caténaire sur la valeur de  $V_C$ . Lorsque la vitesse du train approche  $V_C$  le train a tendance à rattraper l'onde de flexion générée dans le fil de contact par le passage du pantographe (phénomène de mur du son). On observe alors une augmentation significative du soulèvement de la caténaire au passage du pantographe. Afin de limiter ce soulèvement, qui est préjudiciable à la tenue de la caténaire, on se fixe une vitesse maximale du train de  $50 \text{ km/h}$  inférieure à  $V_C$ .

Pour modéliser la caténaire, ou plus précisément le fil qui est en contact avec le pantographe, deux modèles linéiques différents sont comparés : un modèle de corde tendue (pas de raideur en flexion) et un modèle de poutre mince tendue (avec raideur de flexion mais sans déformation de cisaillement transverse) communément appelé modèle de poutre d'Euler-Bernoulli.

Dans cette partie, l'étude des déformations du fil de contact se fera vis-à-vis de sa position d'équilibre. Cette position d'équilibre est celle du fil soumis à l'action de son poids. L'action de la pesanteur n'apparaîtra donc pas dans les équilibres dynamiques à venir.

L'effort de tension (effort tangent à la déformée du fil de contact) est supposé avoir un module  $F$  constant.

Pour les deux modèles on suppose que les déplacements et les déformations vis à vis de la position d'équilibre du fil de contact restent petits. On limite l'étude aux mouvements du fil de contact contenu dans le plan défini par la verticale ascendante  $\vec{y}$  et la direction  $\vec{x}$  d'avancement du TGV.

Dans cette partie, nous étudions le fil de contact utilisé pour les lignes en courant alternatif 25 kV (dans la partie précédente du sujet il s'agit de lignes à courant continu 1,5 kV). Les lignes en courant alternatif sont actuellement les plus utilisées et sont celles ayant servi pour le dernier record de vitesse du TGV.

$\rho$ masse volumique du fil de contact	$D$ diamètre	$E$ module d'Young	$F_0$ tension nominale
$8\,900 \text{ kg/m}^3$	14 mm	$120 \cdot 10^9 \text{ Pa}$	2 000 daN

*Données pour une caténaire en cuivre 25 kV alternatif.*

### 2.2 Préambule sur la propagation des ondes

Pour déterminer la vitesse de propagation des ondes on étudie un mouvement harmonique de pulsation  $\omega$  et pour les seules ondes progressives. Pour celles-ci le déplacement transverse  $v(x, t)$  (déplacement à l'instant  $t$  selon  $\vec{y}$  d'un point situé à l'abscisse  $x$  sur la ligne de référence de la corde ou de la poutre) peut se mettre sous la forme ci-dessous :

$$v(x, t) = v^+(x - ct) = v_M \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{c} x\right) \quad (\text{Équation 1})$$

**Question 10 : Montrer par un schéma que  $c$  représente une vitesse de propagation et qu'il s'agit bien d'une onde progressive (se déplaçant dans le sens des  $x$  croissants).**

**Tournez la page S.V.P.**

### 2.3 Corde vibrante

Sur la figure 5 est représenté un tronçon de corde soumis aux seuls efforts de cohésion : l'effort normal  $N(x)$  porté par la tangente à la déformée de la ligne de référence est constant et vaut  $F$ , l'effort tranchant  $T(x)$  est perpendiculaire à  $F$ . Ces deux efforts définissent l'action du tronçon  $x^+$  sur  $x^-$ . L'angle  $\theta$  est défini par  $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$ .

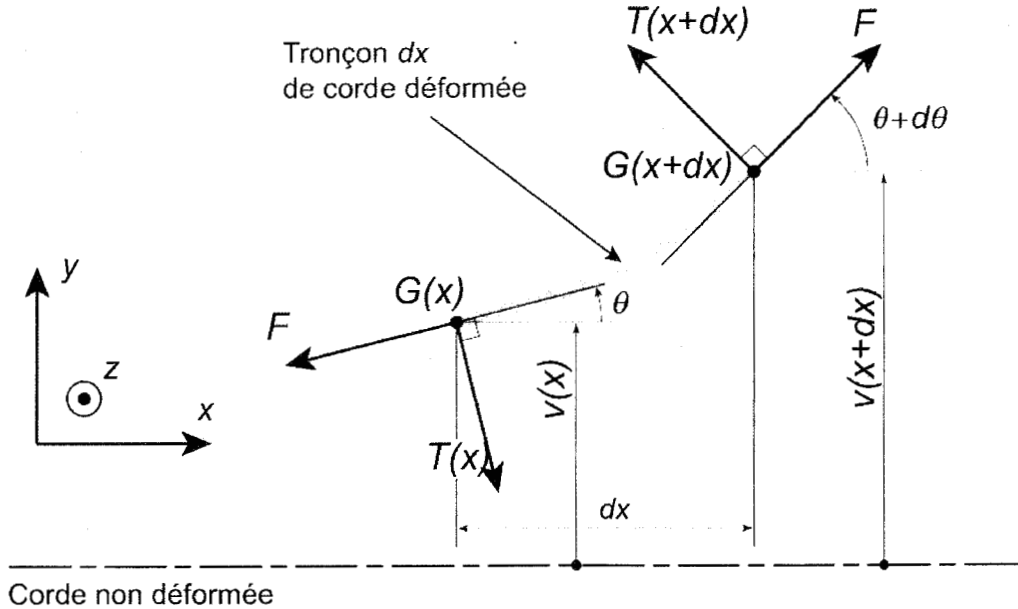


Figure 5 : Tronçon  $dx$  de corde vibrante

Question 11 : Expliquer l'absence de moment fléchissant.

Question 12 : Écrire l'équilibre dynamique du tronçon de fil  $dx$  en résultante selon  $\vec{y}$  et en moment autour de  $\vec{z}$ . En prenant  $\theta$  petit, montrer que cela permet de déduire l'équation de mouvement ( $S$  est la section du fil) :

$$F \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (\text{Équation 2})$$

Question 13 : En déduire la vitesse critique  $V_C^{\text{Corde}}$  due à la propagation des ondes pour le mouvement harmonique (Équation 1).

### 2.4 Poutre d'Euler-Bernoulli

Sur la figure 6 est représenté un tronçon de poutre soumis aux seuls efforts de cohésion : l'effort normal constant  $F$ , l'effort tranchant  $T(x)$  et le moment fléchissant  $M(x)$ .

Comme pour le modèle de corde on définit  $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$  où  $\theta$  correspond à la rotation autour de  $\vec{z}$  de la section droite de la poutre en  $x$ .

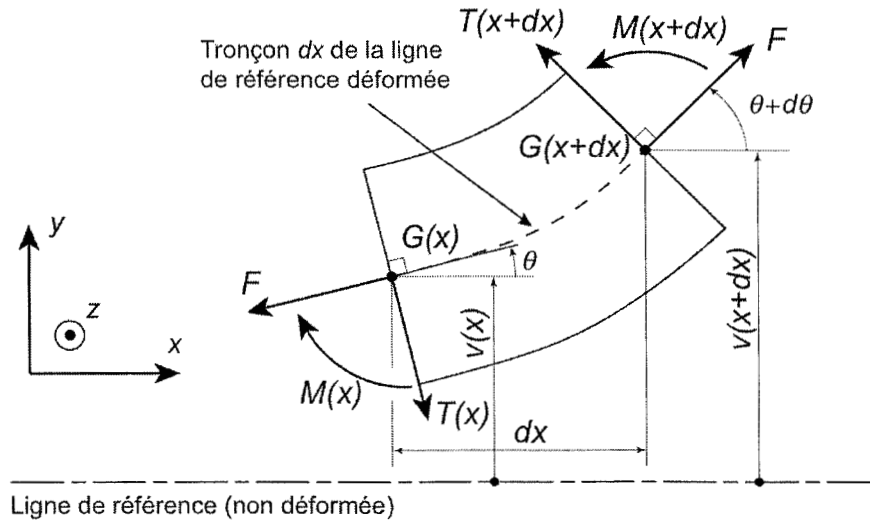


Figure 6 : Tronçon de poutre Euler Bernoulli

Question 14 : Que garantit en termes de déformation la relation  $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$  ?

Question 15 : Donner la loi de comportement reliant le moment fléchissant  $M$  à la dérivée seconde de la flèche  $v$ . Le moment d'inertie de la section du fil de contact autour de l'axe  $(G, \bar{z})$  est noté  $I$ .

Question 16 : Si on néglige l'inertie en rotation des sections droites, écrire l'équilibre dynamique du tronçon de poutre  $dx$  en résultante selon  $\bar{y}$  et en moment autour de  $\bar{z}$ . Montrer que la prise en compte de la réponse à la question précédente conduit à :

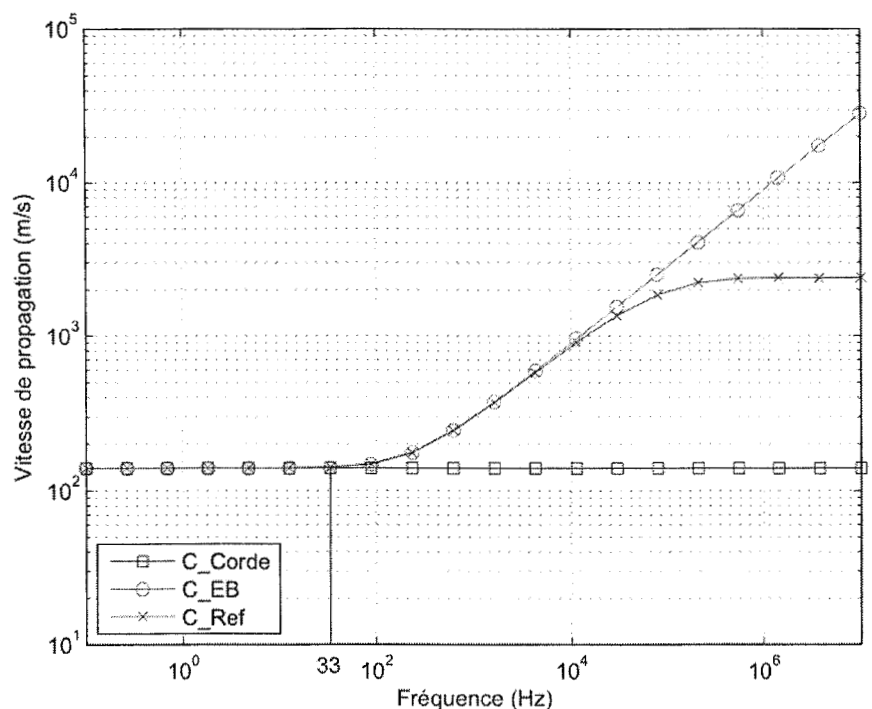
$$F \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (\text{Équation 3})$$

Question 17 : En déduire la vitesse critique  $V_c^{EB}$  due à la propagation des ondes pour le mouvement harmonique (Équation 1).

### 2.5 Comparaison du modèle de corde et du modèle de poutre

La figure 7 représente l'évolution de la vitesse de propagation des ondes de flexion, en fonction de la fréquence d'excitation du mouvement harmonique, et ce pour la corde (C\_Corde), la poutre mince (C\_EB) et pour un modèle de poutre épaisse (C\_Ref) qui sera considérée comme solution de référence.

Figure 7 : Comparaison des vitesses de propagation des ondes ( $F = F_0$ )



On retient les hypothèses suivantes :

- la vitesse du train doit rester de  $50 \text{ km/h}$  inférieure à la vitesse de propagation des ondes de flexion ;
- la valeur de  $F$  est voisine de  $F_0$ .

**Question 18 : Comparer les 3 modèles. Proposer une démarche du choix de la tension  $F$  pour une vitesse de croisière de  $270 \text{ km/h}$ .**

**Question 19 : Lors du dernier record de vitesse le TGV a atteint  $574,8 \text{ km/h}$ . Pour établir ce record la tension du fil de contact a été portée à  $4\,000 \text{ daN}$ . Commenter ce choix.**

### 3 PRÉDICTION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA CATÉNAIRE

#### 3.1 Objectif

La caténaire (figure 8) est un assemblage complexe (câble porteur, pendules, bras de rappels, ...) dont le comportement non-linéaire peut être étudié grâce à un modèle éléments finis.

Dans cette partie du sujet, on s'intéresse successivement à la modélisation par éléments finis du fil de contact seul et au calibrage de l'amortissement de ce modèle éléments finis pour l'ensemble de la caténaire.

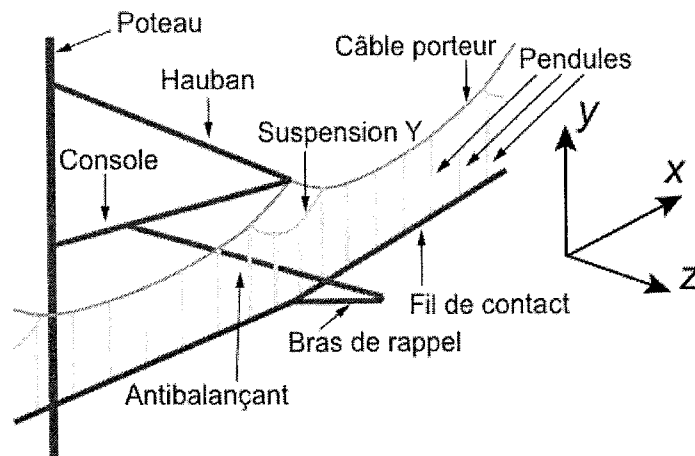


Figure 8 : Vue partielle du modèle éléments finis de la caténaire

#### 3.2 Construction d'un élément fini de poutre

Afin de modéliser le fil de contact on propose d'utiliser des éléments à 2 nœuds ayant le comportement d'une poutre mince tendue dans le plan  $(\bar{x}, \bar{y})$  et un comportement de corde tendue dans le plan  $(\bar{z}, \bar{x})$ .

Ce choix permet d'éviter la discontinuité de pente au passage des pendules (plan  $(\bar{x}, \bar{y})$ ) qui induirait, lors de la simulation du passage du pantographe, des sauts d'efforts non physiques. L'utilisation d'un modèle de corde, plutôt qu'un modèle de poutre, dans le plan  $(\bar{z}, \bar{x})$  permet de limiter le nombre de degrés de liberté de l'élément sans nuire à son comportement. La torsion du fil est également négligée. Il ne reste ainsi plus que 4 degrés de liberté par nœud (figure 9).

La particularité de l'élément que l'on propose de "construire" est qu'il prend en compte l'effort de tension  $F$  dans sa formulation. Cette prise en compte de  $F$  revient à ne pas négliger le travail de  $F$  lors de l'allongement du fil suite à un déplacement perpendiculaire à l'axe du fil (et donc à l'axe  $\bar{x}$ ).

Pour le comportement dynamique on ne prendra en compte que les effets dynamiques liés au déplacement transverse du fil : pas d'effet dynamique dans le sens longitudinal (parallèlement à l'axe  $\bar{x}$ ).

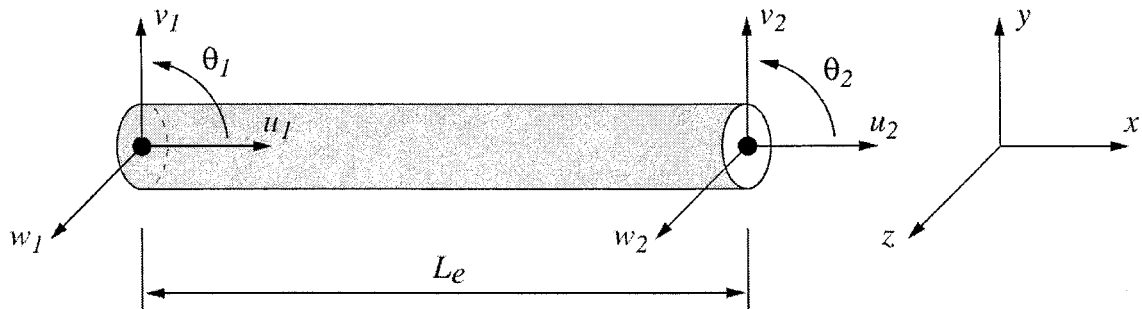


Figure 9 : Définition des degrés de libertés d'un élément

Pour cette partie, on retient les notations suivantes :

$u(x,t)$	déplacement longitudinal	S	section
$v(x,t)$	déplacement vertical selon $\bar{y}$	$I$	moment quadratique de la section, axe $(G, \bar{z})$
$w(x,t)$	déplacement transverse selon $\bar{z}$	$E$	module d'Young
$\theta(x,t)$	rotation de la section autour de $\bar{z}$	$\rho$	masse volumique
$L_e$	longueur de l'élément $e$	$F$	effort de tension appliqué
$\vec{g} = -g\vec{y}$	accélération de la pesanteur		

On rappelle que pour le modèle de poutre mince :  $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$ .

### 3.2.1 Modèle milieu continu

**Question 20 :** Écrire la contribution  $E_C^e$  de l'élément  $e$  à l'énergie cinétique galiléenne totale du modèle. L'inertie en rotation des sections sera négligée.

On donne ci-dessous la contribution  $E_D^e$  de l'élément  $e$  à l'énergie de déformation totale du modèle :

$$E_D^e = \frac{1}{2} \int_b^{t_e} ES \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + F \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + EI \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (\text{Équation 4})$$

**Question 21 :** Justifier cette l'expression de  $E_D^e$ .

**Question 22 :** Exprimer le travail développé par la pesanteur sur l'élément  $e$ .



### 3.2.2 Modèle discret - Interpolation des déplacements

On propose l'interpolation suivante pour les déplacements le long de  $e$  :

- $u(x,t) = \psi_1(r)u_1(t) + \psi_2(r)u_2(t)$
- $v(x,t) = \psi_3(r)v_1(t) + \psi_4(r)\theta_1(t) + \psi_5(r)v_2(t) + \psi_6(r)\theta_2(t)$
- $w(x,t) = \psi_1(r)w_1(t) + \psi_2(r)w_2(t)$

avec  $r = \frac{x}{L_e}$ , et :

$$\begin{aligned} \psi_1(r) &= 1-r & \psi_2(r) &= r \\ \psi_3(r) &= 1-3r^2+2r^3 & \psi_5(r) &= 3r^2-2r^3 \\ \psi_4(r) &= L_e(r-2r^2+r^3) & \psi_6(r) &= L_e(-r^2+r^3) \end{aligned}$$

On peut alors écrire les déplacements et déformations sous la forme :  $\underline{U}_e = \underline{N}_e \cdot \underline{q}_e$ ,  $\underline{\varepsilon}_e = \underline{B}_e \cdot \underline{q}_e$

où  $\underline{N}_e$  et  $\underline{B}_e$  sont deux matrices et  $\underline{q}_e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$ ,  $\underline{U}_e = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$ ,  $\underline{\varepsilon}_e = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \end{Bmatrix}$ .

**Question 23 :** Montrer que l'interpolation choisie permet bien d'avoir continuité de la pente (dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ ) le long du fil de contact.

**Question 24 :** Préciser le contenu des matrices  $\underline{N}_e$  et  $\underline{B}_e$ .

### 3.2.3 Matrices et colonnes élémentaires

**Question 25 :** Calculer la colonne élémentaire des efforts généralisés dus à l'action de la pesanteur.

**Question 26 :** Montrer que la matrice de raideur élémentaire est décomposable en une somme de 3 matrices :  $\underline{K}_e^L$  provenant des déformations longitudinales,  $\underline{K}_e^F$  provenant de l'effort de tension  $F$ ,  $\underline{K}_e^M$  provenant de la flexion. Exprimer, sans faire les calculs, ces matrices élémentaires en fonction de  $E, S, F, I, L_e$  et des termes de  $\underline{B}_e$  (ne pas développer les produits des lignes de  $\underline{B}_e$  entre elles).

## 3.3 Modélisation de l'amortissement

La caténaire est un système complexe dont il n'est pas aisé de modéliser l'amortissement. Pour une première approche on propose d'utiliser un modèle de Rayleigh dans lequel on retient une matrice d'amortissement  $\underline{C}$  proportionnelle à la matrice de raideur du modèle éléments finis :  $\underline{C} = \beta \underline{K}$ .

Pour définir la valeur du coefficient  $\beta$  on propose d'utiliser la mesure du soulèvement vertical d'un

bras de rappel lors du passage d'un TGV (figure 10).

L'évolution temporelle de ce soulèvement peut être divisée en trois phases :

- $t < t_0$  : visualisation des ondes qui précèdent l'arrivée du pantographe ;
- $t \sim t_0$  : présence d'un pic au moment du passage du pantographe ;
- $t > t_0$  : oscillations libres de la caténaire dont la décroissance est déterminée par l'amortissement.

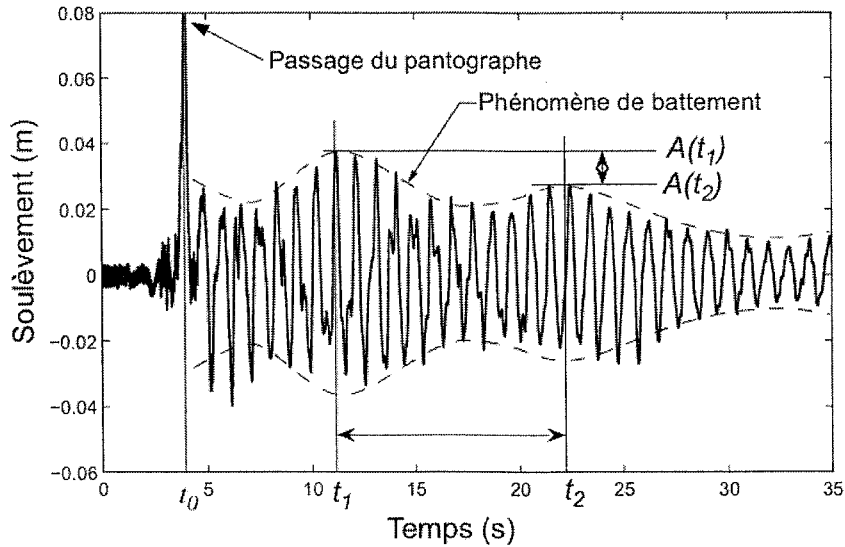
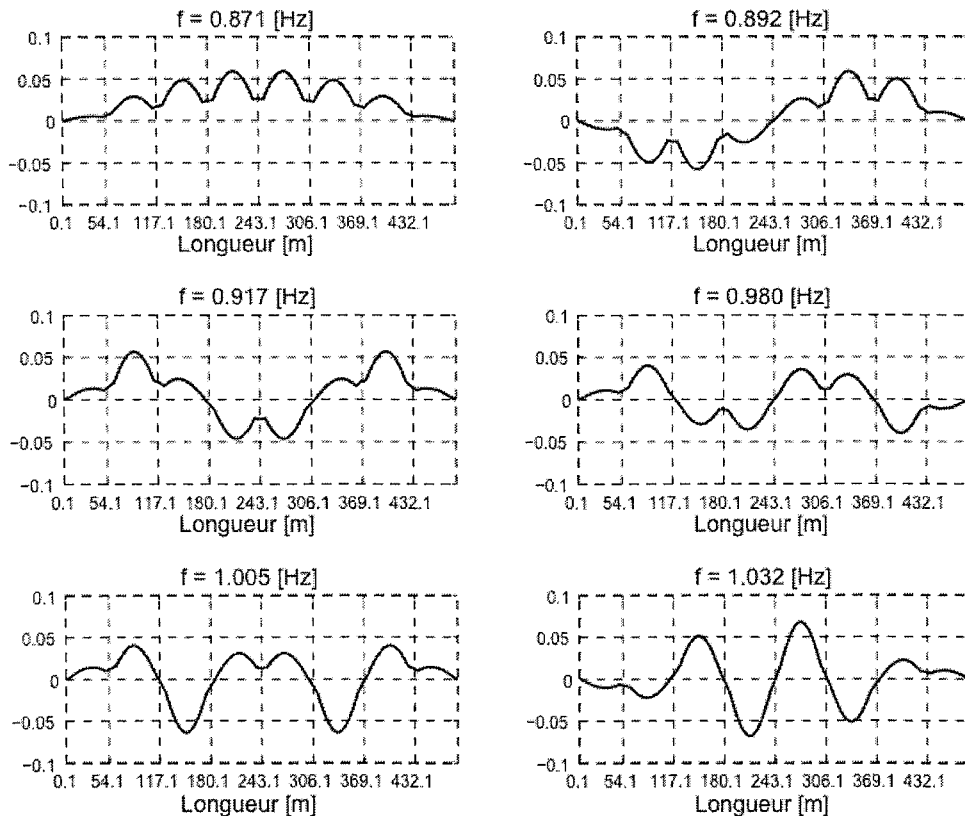


Figure 10 : Soulèvement d'un bras de rappel (vitesse pantographe = 300 km/h)

L'utilisation du modèle éléments finis (sans amortissement) permet le calcul de modes propres de la caténaire. Parmi les modes trouvés, ceux qui restent dans le plan vertical sont particulièrement sollicités par le passage du pantographe (figure 11).



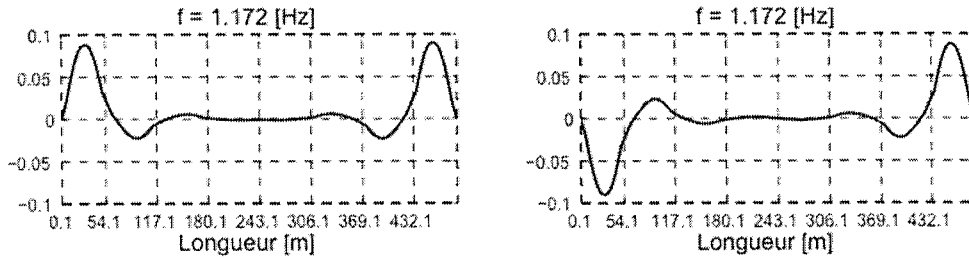


Figure 11 : Modèles éléments finis - Représentation des huit premiers modes (plan vertical)

**Question 27 : D'où provient généralement le phénomène de battement ? Peut-on donner une piste d'explication à la présence du battement visible sur la figure 10.**

L'équation de mouvement déduite du modèle éléments finis s'écrit sous la forme :

$$\underline{M}.\ddot{\underline{q}} + \underline{C}.\dot{\underline{q}} + \underline{K}.\underline{q} = \underline{F} \quad (\text{Équation 5})$$

où  $\underline{q}$  contient l'ensemble des degrés de liberté de la caténaire,  $\underline{M}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{K}$  sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur du modèle éléments finis de la caténaire et  $\underline{F}$  est la colonne des efforts généralisés appliqués.

Soit  $\underline{X}$  une matrice contenant une collection de  $n$  modes propres (normés vis-à-vis de la matrice de masse  $\underline{M}$ ) de la caténaire :

$$\underline{X} = [\underline{X}_1 \ \underline{X}_2 \ \dots \ \underline{X}_n] \quad \text{avec } \underline{X}_i \text{ un mode propre, } i \in \{1, \dots, n\}.$$

**Question 28 : Montrer que l'utilisation de la base modale contenue dans  $\underline{X}$  permet de passer de l'équation 5 à l'équation 6 où  $\xi_i$  désigne le taux d'amortissement modal pour le mode  $i$ . Que représentent les  $\omega_i$  ? Relier les valeurs  $\xi_i$  à  $\beta$  et commenter la dépendance à  $\omega_i$ .**

$$\forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \ddot{x}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{x}_i + \omega_i^2 x_i = \underline{X}_i^T . \underline{F} \quad (\text{Équation 6})$$

La forte densité modale autour de 1 Hz suggère d'utiliser, pour déterminer  $\beta$ , un signal mono-fréquentiel  $A(t)$  de fréquence  $f_0 = 1\text{Hz}$ . Ceci revient à se ramener, pour calibrer l'amortissement, à un système à un degré de liberté.

Le signal peut alors se mettre sous la forme :  $A(t) = A_0 e^{-2\pi f_0 \xi_0 t} . \cos(2\pi f_0 t + \phi_0)$

**Question 29 : Déterminer la valeur de  $\xi_0$  à partir des données  $A(t_1)$ ,  $A(t_2)$ ,  $t_1$  et  $t_2$  présentes sur la figure 10. En déduire une valeur pour  $\beta$ .**

$$\text{AN : } A(t_1) = 0,0275 \text{ m} \quad A(t_2) = 0,0375 \text{ m} \quad \Delta t = t_2 - t_1 = 10 \text{ s}$$

## 4 PRÉDICTION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU PANTOGRAPHE

L'étude proposée concerne le pantographe CX développé par la société FAIVELEY TRANSPORT qui équipe le TGV. Elle va permettre de modéliser le grand cadre et le pantographe complet dont le mouvement est étudié dans le plan vertical  $(A, \vec{x}, \vec{y})$  (figure 12).

### 4.1 Le modèle du grand cadre

#### 4.1.1 Le modèle rigide du grand cadre

Dans une première étude, le modèle retenu est limité au bras inférieur 1 (AB) et au bras supérieur 2 (CBD) et à la bielle inférieure 3 (CE) (figure 12).

Les bras supérieur 1 et inférieur 2 ainsi que la bielle inférieure 3 sont considérés comme indéformables dans cette partie.

La liaison entre les deux bras 1 et 2 est une liaison pivot en B avec frottement fluide de coefficient d'amortissement  $C_2$ .

La liaison entre le bras inférieur 2 et le bâti est une liaison pivot en A avec frottement fluide de coefficient d'amortissement  $C_1$ .

L'action mécanique exercée par le fil de contact sur le pantographe est modélisable par un glisseur au point D de résultante  $\vec{R}(\text{fil} \rightarrow 2) = -F \vec{y}$ .

L'action mécanique exercée par le coussin pneumatique sur le pantographe est modélisable par un couple de moment  $\vec{M}(A, \text{cpn} \rightarrow 1) = M \vec{z}$ .

Le déploiement vertical du pantographe est noté  $y(t) = \overline{AD} \cdot \vec{y}$  ;

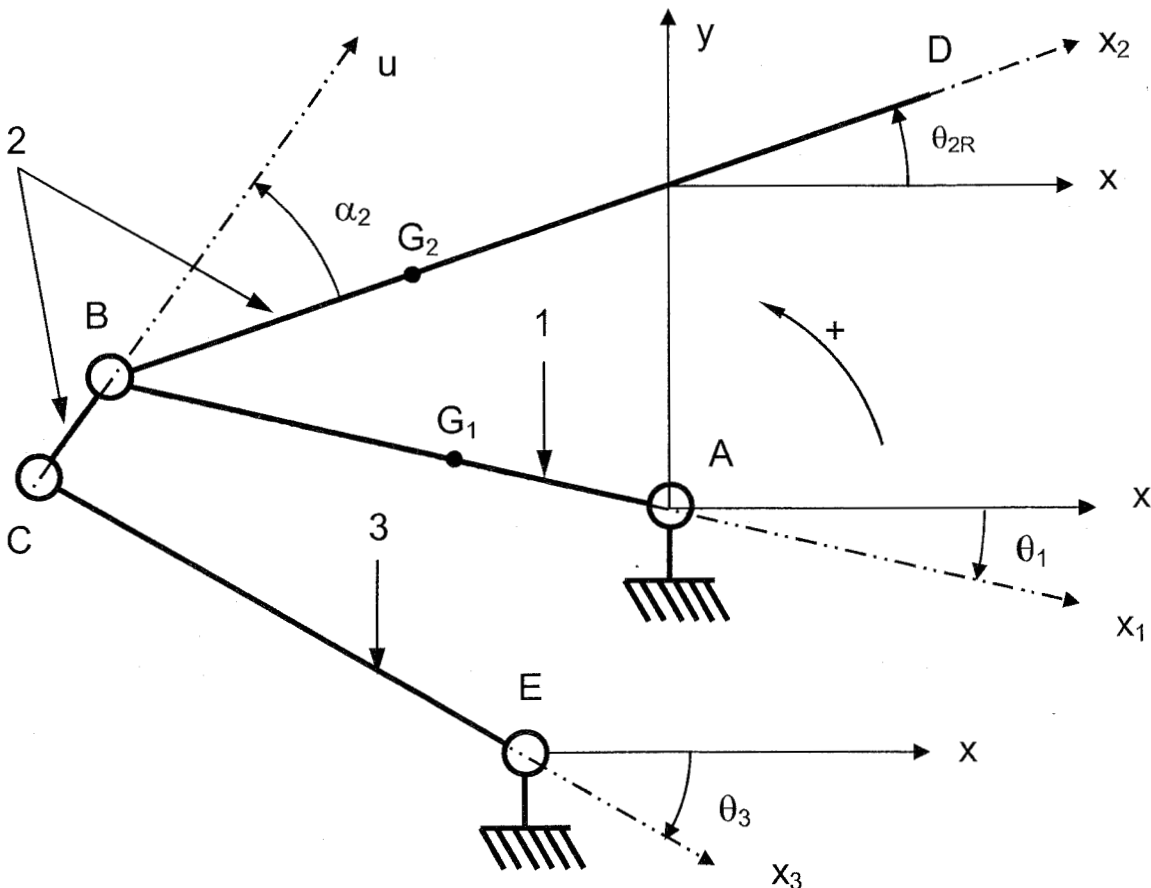


Figure 12 : Modèle cinématique du grand cadre (modèle rigide)

L'orientation des bras 1 et 2 et de la biellette 3 par rapport à l'axe  $\vec{x}$  sont respectivement notées  $\theta_1$ ,  $\theta_{2R}$  et  $\theta_3$  (figure 12).

Les caractéristiques cinétiques des différents solides sont fournies dans le tableau ci-dessous :

Solide	Centre d'inertie Masse	Caractéristiques d'inertie
Bâti 0 supposé galiléen	Longueur $\vec{EA} = e_x \vec{x} + e_y \vec{y}$ $e_x = 0,4 \text{ m}$ $e_y = 0,09 \text{ m}$	
Bras inférieur 1	$G_1$ centre d'inertie $\vec{AG}_1 = -L_{G1} \vec{x}_1$ $L_{G1} = 0,7 \text{ m}$ longueur $AB = L_1 = 1,4 \text{ m}$ masse $m_1 = 34,1 \text{ kg}$	$I_1$ moment d'inertie par rapport à $(G_1, \vec{z})$ $I_1 = 13,97 \text{ kg.m}^2$
Bras supérieur 2	$G_2$ centre d'inertie $\vec{BG}_2 = L_{G2} \vec{x}_2$ $L_{G2} = 0,9 \text{ m}$ longueurs $BD = L_2 = 1,825 \text{ m}$ $BC = L'_2 = 0,172 \text{ m}$ masse $m_2 = 20,96 \text{ kg}$ $\alpha_2 = -11,7^\circ$	$I_2$ moment d'inertie par rapport à $(G_2, \vec{z})$ $I_2 = 9,5 \text{ kg.m}^2$
Bielle inférieure 3	Longueur $CE = L_3 = 1,166 \text{ m}$	

Dans l'étude dynamique qui suit, on néglige l'inertie (masse et moment d'inertie) de la bielle inférieure 3.

Le système matériel E retenu est constitué du bras inférieur 1 et du bras supérieur 2.

**Question 30 : Exprimer  $T(E/R_G)$  énergie cinétique galiléenne du système matériel E en utilisant comme paramètres cinématiques uniquement les variables  $\theta_{2R}$  et  $\theta_1$  et leurs dérivées temporelles.**

**Question 31 : Déterminer le travail extérieur galiléen agissant sur E.**

**Question 32 : Déterminer la puissance de dissipation visqueuse.**

**Question 33 : À l'aide d'une fermeture géométrique, exprimer  $\theta_{2R}$  en fonction de  $\theta_1$  et des paramètres géométriques utiles sous la forme  $A(\theta_1) \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) + B(\theta_1) \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) = C(\theta_1)$ . Identifier  $A(\theta_1)$ ,  $B(\theta_1)$  et  $C(\theta_1)$ .**

On fournit figure 13 le tracé de  $\theta_{2R}$  en fonction de  $\theta_1$ .

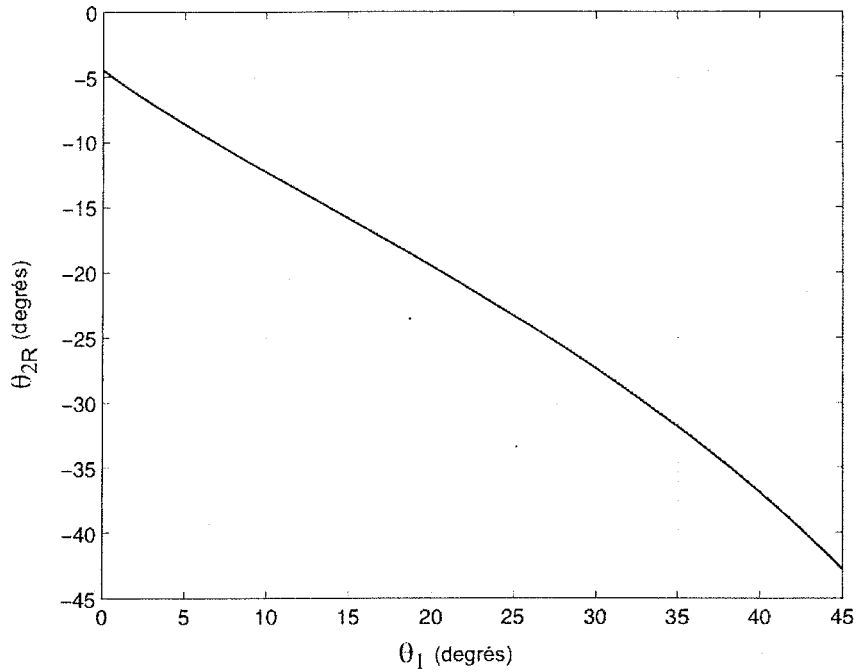


Figure 13 : Relation  $\theta_{2R}$  en fonction de  $\theta_1$

Afin de déterminer analytiquement les équations de mouvement, on propose de simplifier la relation liant  $\theta_{2R}$  et  $\theta_1$  et on retient  $\theta_{2R} = a + b\theta_1$  notée (1).

**Question 34 :** Déterminer graphiquement les coefficients a et b pour  $0 < \theta_1 < 35^\circ$ .

**Question 35 :** Par la méthode de Lagrange, déterminer l'équation de mouvement du pantographe  $L\theta_1$  notée (2). La prise en compte de la relation géométrique (1) se fera grâce à un multiplicateur de Lagrange noté  $\lambda$ .

L'utilisation de la méthode de Lagrange pour le paramètre  $\theta_{2R}$  conduit à l'équation (3) suivante :

$$-m_2L_1L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_1 + (I_2 + m_2L_{G_2}^2) \ddot{\theta}_{2R} + m_2L_1L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \dot{\theta}_1^2 + m_2gL_{G_2} \cos \theta_{2R} - C_2(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) - \lambda = -FL_2 \cos \theta_{2R}$$

Le point de fonctionnement  $P_0$  du pantographe est défini par :  $P = P_0 + \delta P$  où  $\delta P(\delta M, \delta F, \delta \theta_1, \delta \theta_{2R})$  et  $M = M_0 + \delta M$   $F = F_0 + \delta F$   $\theta_1 = \theta_{10} + \delta \theta_1$   $\theta_{2R} = \theta_{2R0} + \delta \theta_{2R}$ .

Après linéarisation autour du point de fonctionnement  $P_0$  des équations (2) et (3) on obtient le système d'équations suivantes noté (E1) :

$$\begin{cases} (I_1 + m_1L_{G_1}^2 + m_2L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2L_1L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) \ddot{\theta}_{2R} + (C_1 + C_2) \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_{2R} + [(m_1gL_{G_1} + m_2gL_1 + F_0L_1) \sin \theta_{10}] \theta_1 + b\lambda = M + FL_1 \cos \theta_{10} \\ -m_2L_1L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) \ddot{\theta}_1 + (I_2 + m_2L_{G_2}^2) \ddot{\theta}_{2R} - C_2 \dot{\theta}_1 + C_2 \dot{\theta}_{2R} - [(m_2gL_{G_2} + F_0L_2) \sin \theta_{2R0}] \theta_{2R} \\ - \lambda = -FL_2 \cos \theta_{2R0} \end{cases}$$

Par souci de simplifications des notations, dans le système (E1), les variables  $\theta_1, \theta_{2R}, F$  et  $M$  représentent en fait les variations de ces grandeurs autour du point de fonctionnement  $P_0$ .

**Question 36 :** Mettre le système d'équations (E1) sous la forme  $[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}$  avec  $\{X\}^T = \langle \theta_1, \theta_{2R}, \lambda \rangle$ . Identifier les matrices  $[M], [C], [K]$  et la colonne  $\{F\}$ .

**Question 37 :** Exprimer  $\theta_1(p)$  et  $\theta_{2R}(p)$  en fonction de  $F(p)$  et des paramètres utiles. En déduire l'expression du déploiement vertical  $Y(p)$ .

On fournit figure 14 la réponse harmonique de  $|H(p)| = \left| p^2 \frac{Y(p)}{F(p)} \right|$  en fonction de la fréquence  $f$ .

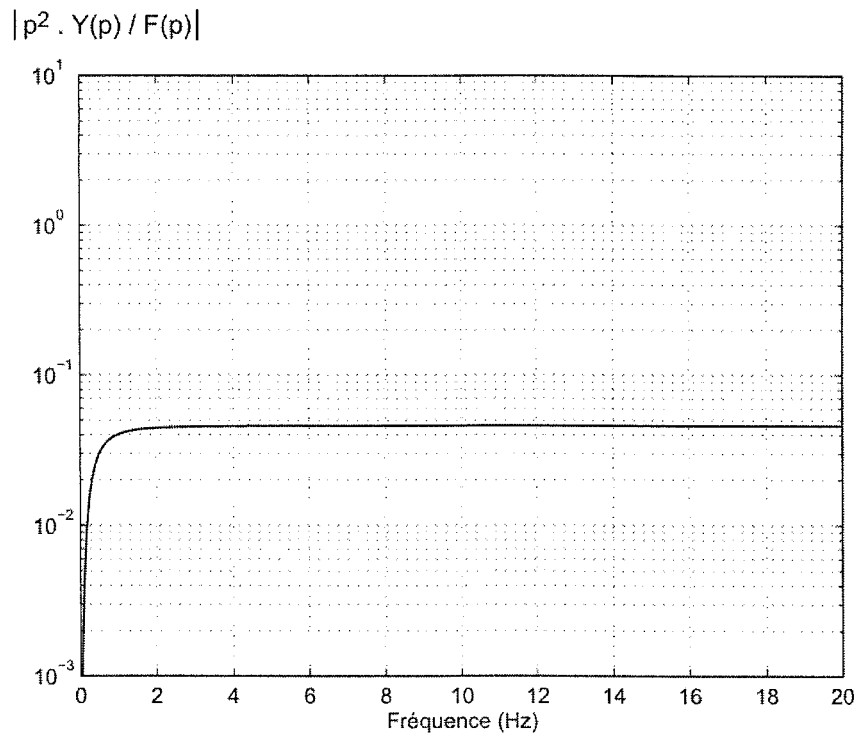


Figure 14 : Réponse harmonique en fonction de la fréquence

**Question 38 :** Le système proposé présente-t-il une ou plusieurs pulsations propres réelles ? Comment peut-on expliquer la forme de la fonction de transfert donnée figure 14 ?

#### 4.1.2 Validation du modèle rigide du grand cadre

Afin de valider le modèle du grand cadre rigide, on procède à une série d'essais de type sinus balayés à effort constant soit  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ .

On fournit, figure 15, la réponse expérimentale harmonique de  $|H(p)| = \left| p^2 \frac{Y(p)}{F(p)} \right|$  en fonction de la fréquence  $f$  pour  $F_0 = 100 \text{ N}$ .

$$|p^2 \cdot Y(p) / F(p)|$$

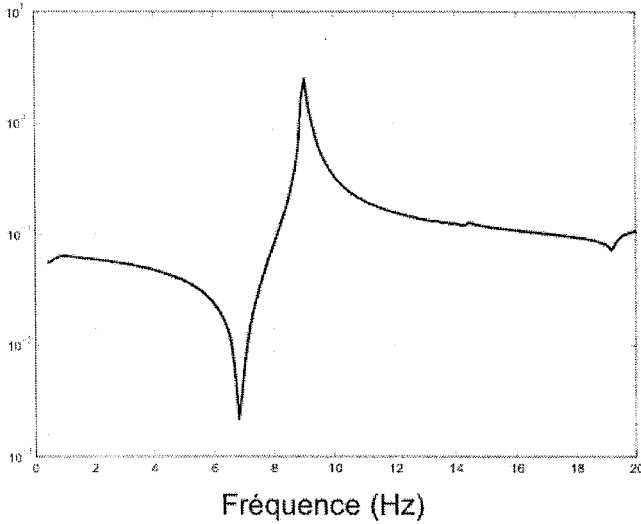


Figure 15 : Réponse expérimentale harmonique

Question 39 : Conclure quant à la corrélation entre les essais réalisés et le modèle rigide du grand cadre.

#### 4.1.3 Le modèle souple du grand cadre

Afin de prendre en compte la déformation du grand cadre du pantographe, on propose de différencier l'orientation réelle  $\theta_2$  (figure 16) du bras 2 de l'orientation  $\theta_{2R}$  déduite de la relation géométrique (1) obtenue pour le grand cadre rigide.

La souplesse du grand cadre est alors prise en compte par l'introduction du coefficient de raideur  $K_2 = 68000 \text{ N.m.rad}^{-1}$  reliant  $\theta_2$  et  $\theta_{2R}$ .

Le travail des efforts dû à la raideur  $K_2$  s'écrit alors :  $W_{K_2} = \frac{1}{2} K_2 (\theta_2 - \theta_{2R})^2$ . La figure 16 représente le modèle souple du grand cadre.

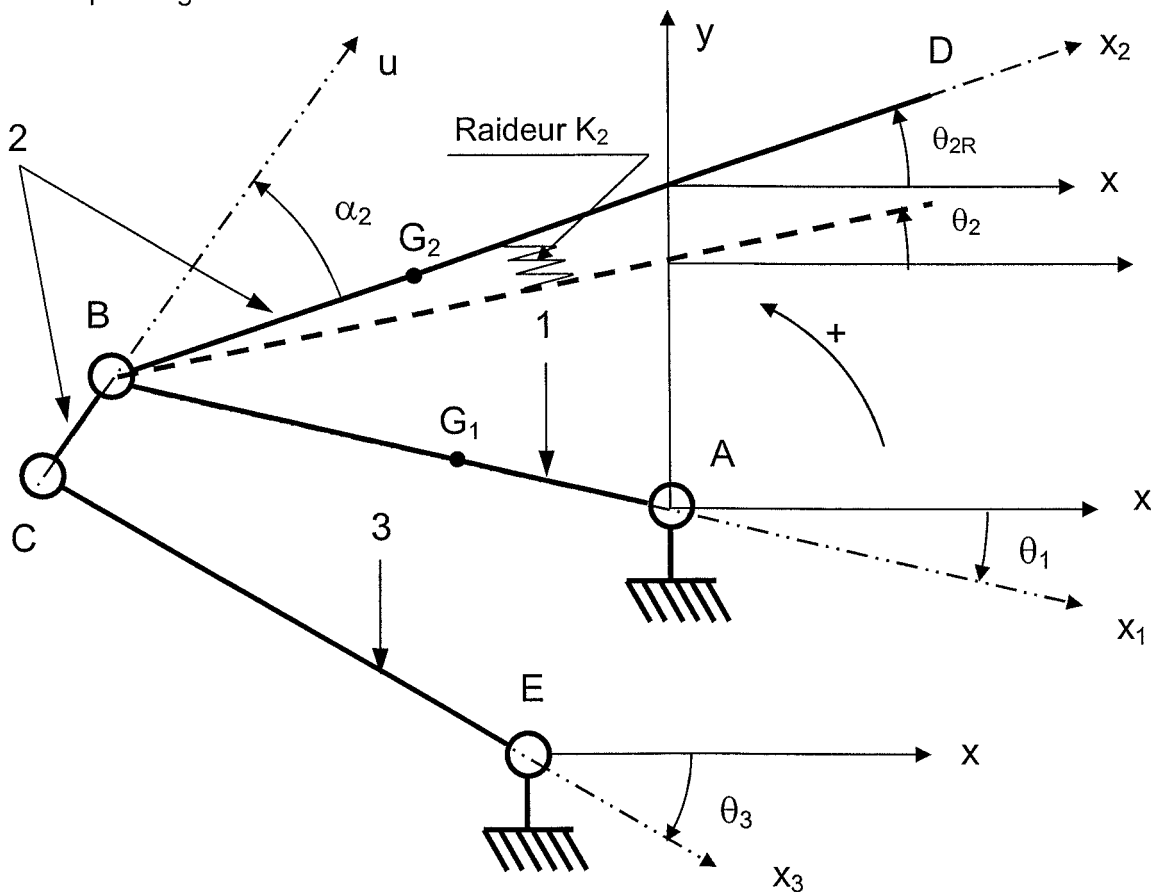


Figure 16 : Modèle souple du grand cadre avec raideur  $K_2$



**Question 40 :** Par la méthode de Lagrange compléter l'équation (2) et déterminer l'équation de mouvement du pantographe  $L\theta_1$  notée (4).

**Question 41 :** Par la méthode de Lagrange compléter l'équation (3) et déterminer l'équation de mouvement du pantographe  $L\theta_2$  notée (5).

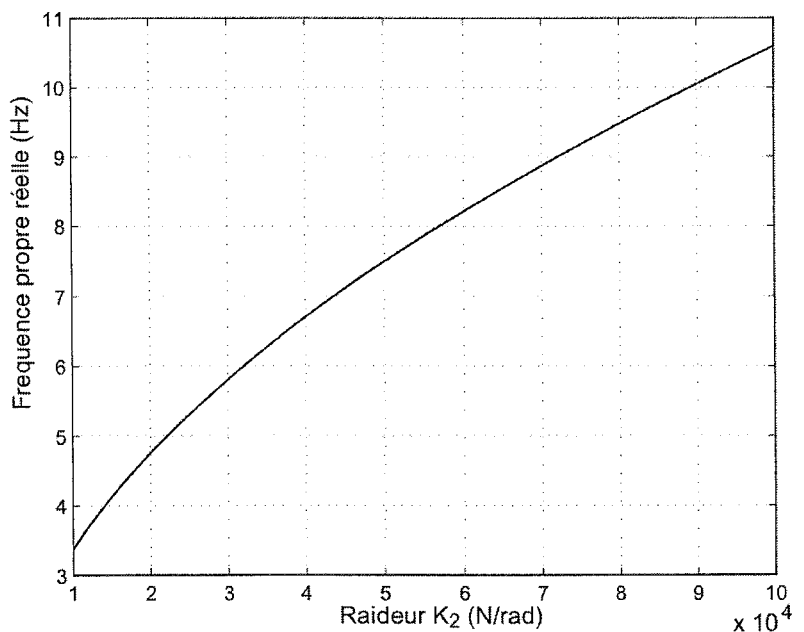
**Question 42 :** Exprimer le système d'équations (4) (5) sous la forme (E2) suivante :

$$(E2) \quad [M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad \text{où } \{X\}^T = \langle \theta_1, \theta_2 \rangle$$

Le système à deux degrés de liberté obtenu possède deux fréquences propres réelles. La plus basse (inférieure à 1 Hz) est très amortie, le seconde plus élevée est très dépendante de la valeur de  $K_2$  et correspond au pic à 9 Hz observé sur la figure 15.

Figure 17 : Fréquence propre réelle en fonction de  $K_2$ .

**Question 43 :** Déterminer la relation liant  $K_2$  à la seconde fréquence propre. Choisir une valeur de  $K_2$  en vous aidant de la figure 17.

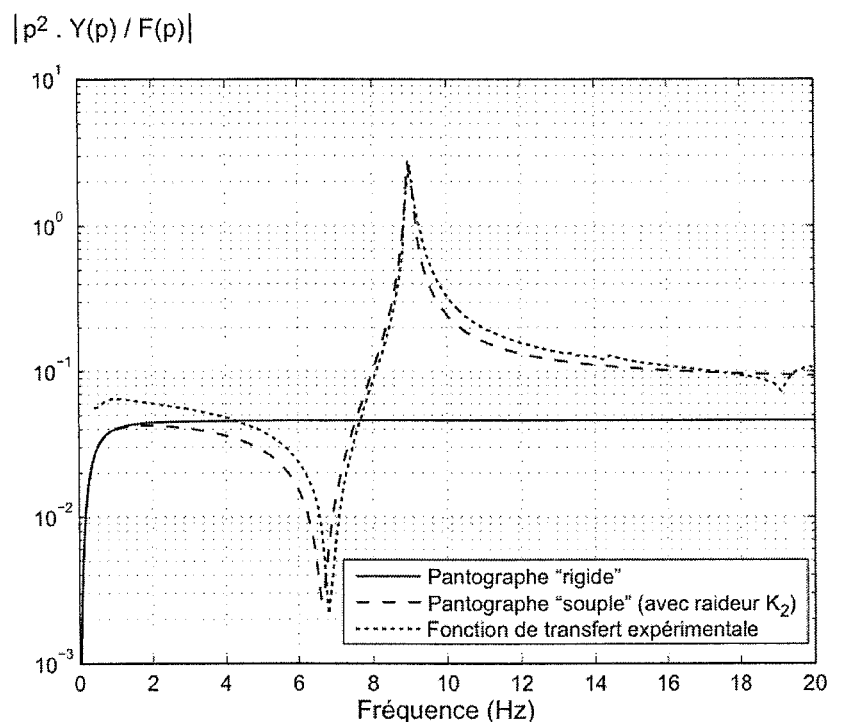


On fournit figure 18 l'allure de  $|H(p)| = \left| p^2 \frac{Y(p)}{F(p)} \right|$  en fonction de la fréquence pour  $F_0=100N$ .

Figure 18 : Réponse fréquentielle de

$$|H(p)| = \left| p^2 \frac{Y(p)}{F(p)} \right|$$

**Question 44 :** Conclure quant à la corrélation entre les essais et le modèle souple du grand cadre (pantographe sans archet).



## 4.2 Modèle multi corps du pantographe complet

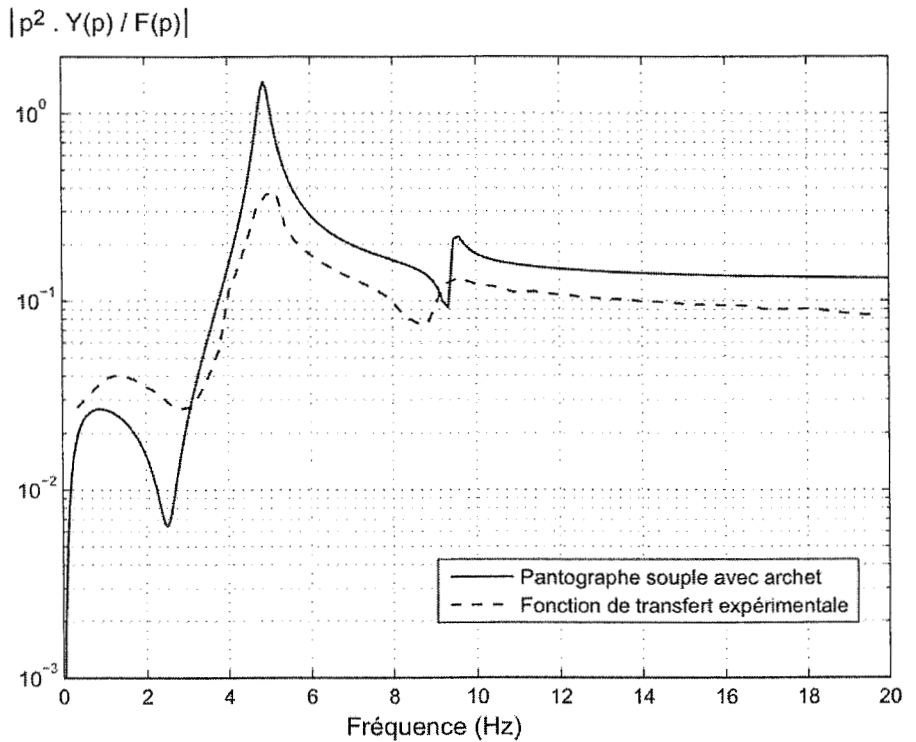
Le modèle multicorps présenté ici prend maintenant en compte, en plus du grand cadre souple étudié précédemment, l'archet et les boîtes à ressorts. On intègre donc le comportement de l'archet au modèle souple du grand cadre.

On fournit figure 19 :

- la réponse fréquentielle issue du modèle « grand cadre flexible avec archet » ;
- la réponse fréquentielle expérimentale du pantographe complet.

Figure 19 : Réponses fréquentielles de

$$|H(p)| = \left| p^2 \frac{Z(p)}{F(p)} \right|$$



**Question 45 : Conclure quant à la validité du modèle « grand cadre souple avec archet ».**

En vue de développer un pantographe asservi et afin de disposer d'un modèle plus proche de l'expérience, la SNCF a mis en œuvre le modèle « 3 masses » représenté figure 20.

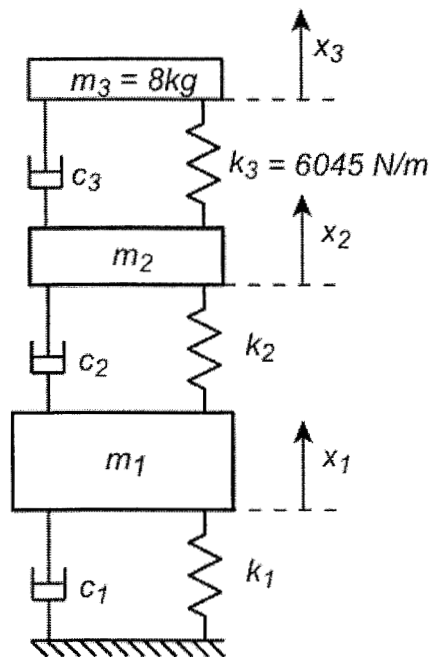


Figure 20 : Modèle « 3 masses »

**Question 46 : Exprimer l'équation de mouvement de ce système sous la forme suivante :**

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = [F] \text{ avec } \{X\}^T = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle$$

$x_1, x_2$  et  $x_3$  caractérisent les déplacements par rapport aux positions d'équilibre des masses  $m_1, m_2$  et  $m_3$ .

$k_1, k_2$  et  $k_3$  caractérisent les raideurs (en  $N.m^{-1}$ ) du pantographe complet

$c_1, c_2$  et  $c_3$  caractérisent les coefficients d'amortissement (en  $N.m^{-1}.s$ ) du pantographe complet.

On fournit figure 21 :

- la réponse fréquentielle issue du modèle « 3 masses » ;
- la réponse fréquentielle expérimentale du pantographe complet.

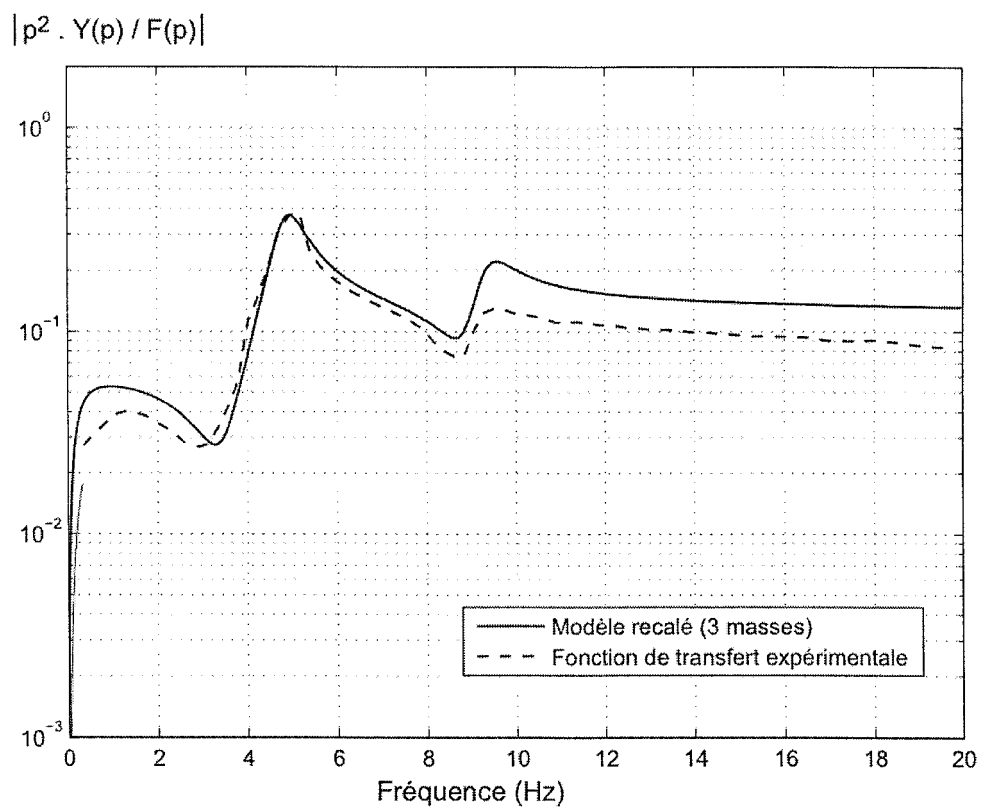


Figure 21 : Réponse en fréquence du système « 3 masses »

**Question 47 : Conclure quant à la validité du modèle « 3 masses ».**

## 5 VALIDATION DE LA FONCTION « COMMANDER LA MONTÉE ET LE MAINTIEN DU PANTOGRAPHE »

### 5.1 Les modes de fonctionnement

Le schéma pneumatique, fourni figure 22, montre les différents modules :

- le module de pilotage (6, 7, 8, 10) et la carte électronique 9 ;
- le module de secours (1, 2, 3, 4, 5).

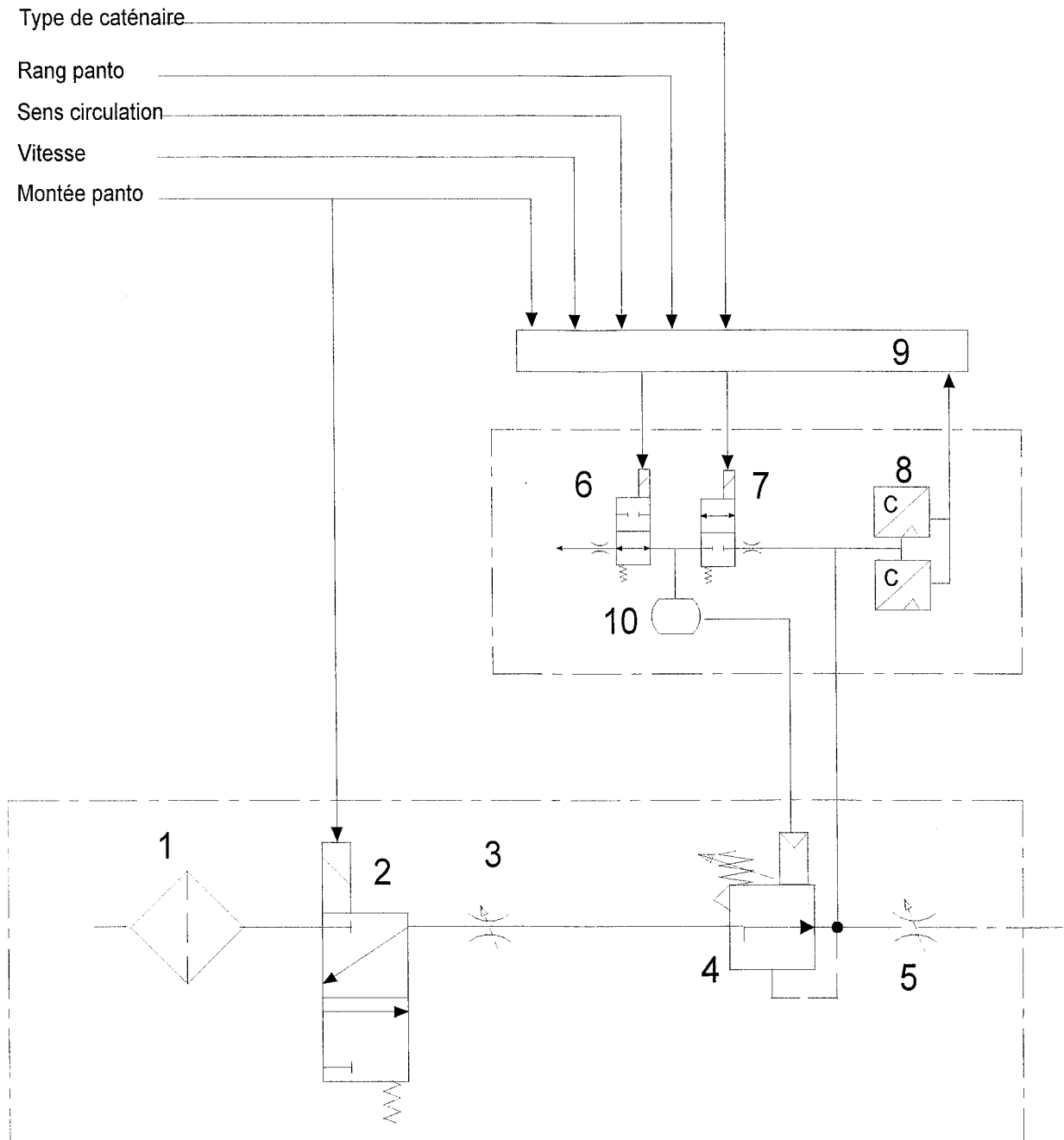


Figure 22 : Commande pneumatique du pantographe

Le module pneumatique de pilotage comporte 2 micro-électrovalves 6 et 7, deux transmetteurs de pression 8 et un réservoir 10. Ce module mesure la pression en sortie du régulateur et alimente ou purge l'étage de pneumatique de pilotage du régulateur en fonction des consignes transmises par la carte électronique.

La carte électronique 9 calcule la pression de consigne en fonction des informations qu'elle reçoit. Elle compare la pression dans le coussin mesurée par le transmetteur de pression 8 à cette pression de consigne calculée.

En fonction de l'écart mesuré, elle commande l'excitation de l'électrovalve d'admission 7 ou le relâchement de l'électrovalve d'échappement 6. Le tarage de l'étage de régulation du régulateur 4 est alors issu de l'effort exercé par le ressort de tarage auquel s'ajoute l'effort pneumatique de pilotage issu de 6 et 7. Ainsi la pression de consigne est ajustée à la pression calculée. Le réservoir permet d'atténuer les amplitudes de pression occasionnées par les actions des valves dans la chambre de pilotage et contribue ainsi à augmenter la précision de la régulation.

## **5.2 Fonctionnement en mode normal**

En fonctionnement normal, les 2 modules pneumatiques sont opérationnels. En cas de non fonctionnement du module de pilotage, le module de régulation standard reste opérationnel. Il assure, en secours un fonctionnement en mode dégradé du pantographe.

**Question 48 : L'ordre de montée du pantographe est donné. Expliquer le fonctionnement du système.**

## **5.3 Fonctionnement en mode secours**

**Question 49 : Expliquer le fonctionnement en cas de panne du module de pilotage.**

# Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité de mécanique générale et des milieux déformables

**Question 1 :** Montrer que la puissance électrique volumique, dissipée par effet Joule, générée dans le fil de contact s'écrit

$q_p = \frac{U^2}{\rho_e l^2}$  où  $U$  représente la tension transportée dans le fil,  $\rho_e$  la résistivité électrique et  $l$  la longueur d'un tronçon de fil. Pour cela on supposera que le flux de courant est homogène.

$$P = UI \quad (1) \quad P = RI^2 = \rho_e \frac{l}{S_{section}} I^2 \quad (2)$$

$$q_p = \rho_e j^2 \quad (3) \quad I = j \cdot S_{section} \quad (4)$$

$$(4) \Rightarrow j = \frac{I}{S_{section}}$$

$$(3) \Rightarrow q_p = \rho_e \frac{I^2}{S_{section}^2}$$

$$(1)-(2) \Rightarrow U \cdot I = \rho_e \frac{l}{S_{section}} I^2 \quad \rightarrow \quad I = \frac{S_{section}^2 U^2}{\rho_e l} \quad (3) \Rightarrow q_p = \frac{U^2}{\rho_e l^2}$$

**Question 2 :** Sachant que la résistivité électrique du fil de contact est  $\rho_e = 17.10^{-8} \Omega.m$ , calculer la puissance volumique  $q_p$  pour une longueur de canton  $l = 1 \text{ 200 m}$ .

$$q_p = \frac{(1,5.10^3)^2}{17.10^8 \cdot 1200}$$

**Question 3 :** En considérant un volume de contrôle homogène  $V$  à l'intérieur du fil, écrire la conservation de l'énergie pendant un temps  $dt$ . En appliquant la loi de Fourier ( $\vec{q} = -k \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T$ ), montrer que l'équation de conduction s'écrit :

$k \cdot \Delta T + q_p \cdot = \rho \cdot C \cdot \frac{dT}{dt}$  (E) en supposant que l'énergie reçue dans le fil de contact ne l'est que par conduction.

où  $k = 382 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ : conductivité thermique du fil de contact

$\Delta T$  : Laplacien de la température

$\rho = 8940 \text{ kg.m}^{-3}$ : masse volumique du fil

$C = 0,38 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ : capacité calorifique du fil

$T(r)$ : température du fil variant selon le rayon  $r$

$\frac{dT}{dt}$  : taux de température dans le fil en fonction du temps.

Conservation de l'énergie

Énergie reçue par conduction dans le volume $V$ pendant $dt$ (1)	+ Énergie produite dans $V$ pendant $dt$ (2)	+ Énergie reçue de l'extérieur autrement que par conduction dans $V$ pendant $dt$ (3)	= Élévation de l'énergie interne de $V$ pendant $dt$ (4)
---	---	--	---

(1) = Énergie reçue par conduction =  $\int_{S_i} \vec{q} \cdot \vec{n}_i dS - \int_{S_e} \vec{q} \cdot \vec{n}_e dS$  avec  $S_i$  : parties de la surface S (du volume V) où la normale est dirigée vers l'intérieur et  $S_e$  : parties de la surface S (du volume V) où la normale est dirigée vers l'extérieur.

Soit  $q_p$  le débit de chaleur produit dans le volume V :

$$(2) = \text{Énergie produite} = \int_V q_p dV$$

(3) = Pas de terme (3) si l'on ne considère que les échanges par conduction sinon (3) = Énergie reçue par convection =  $h \cdot S(T - T_\infty)$

Soit  $E_0$  l'énergie interne du volume V :

$$(4) = \frac{dE_0}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \int_V \rho e_0 dV \right\} \text{ avec } \rho \text{ la masse volumique et } e_0 \text{ l'énergie interne de l'unité de masse}$$

$$\frac{dE_0}{dt} = \int_V \frac{d}{dt} (\rho e_0 dV) \text{ car le milieu est au repos}$$

$$\frac{dE_0}{dt} = \int_V \rho \frac{de_0}{dt} dV \text{ car } \rho = \text{cste}$$

D'après la première formule de Clapeyron  $de_0 = C_v dT + (1 - p)dV$  (ici  $dV = 0$ )

$$\frac{dE_0}{dt} = \int_V \rho C_v \frac{dT}{dt} dV = \rho C_v \int_V \frac{dT}{dt} dV$$

L'équation bilan s'écrit donc (si l'on ne considère que le cas où la normale est sortante)

$$- \int_{S_e} \vec{q} \cdot \vec{n}_e dS + \int_V q_p dV = \rho C_v \int_V \frac{dT}{dt} dV$$

D'après le théorème d'Ostrogradsky :  $\int_{S_e} \vec{q} \cdot \vec{n}_e dS = \int_V \text{div} \vec{q} dV$

$$- \int_V \text{div} \vec{q} dV + \int_V q_p dV = \rho C_v \int_V \frac{dT}{dt} dV$$

d'où l'équation ponctuelle de la conduction :  $(-\text{div} \vec{q} + q_p - \rho C \frac{dT}{dt}) = 0$  et compte tenu de la loi de Fourier :

$$\text{div}(k \cdot \vec{\nabla} T) + q_p - \rho C_v \frac{dT}{dt} = 0 \text{ puisque } k \text{ n'est pas fonction de } T, \text{ alors l'équation bilan de la conservation de}$$

$$\text{l'énergie est : } k \cdot \Delta T + q_p - \rho C \frac{dT}{dt} = 0$$

**Question 4 :** Si l'on suppose que le régime permanent est atteint, simplifier l'équation (E) en considérant le problème comme monodimensionnel. Intégrer cette équation, écrire les conditions aux limites et montrer que le profil de température dans le fil s'écrit :

$$T(r) - T_s = \frac{q_p}{4k} (r_s^2 - r^2) \text{ avec } T_s \text{ température de surface du fil de contact et } r_s \text{ rayon externe du fil de contact.}$$

On suppose que l'énergie reçue ne l'est que par conduction. Cela implique que le milieu est au repos et que le corps n'est pas déformable. Dans ce cas, le terme (3) est nul.

En régime permanent : (E)  $\rightarrow k \cdot \Delta T + q_p = 0$

$$\text{En coordonnées cylindriques monodimensionnel : } \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{q_p}{k}$$

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{q_p}{k} r \text{ soit } r \frac{dT}{dr} = - \frac{q_p}{k} \frac{r^2}{2} + A$$

$$\text{en } r = 0 ; T \text{ finie } \Rightarrow \frac{dT}{dr} = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q_p}{k} \frac{r}{2} \text{ soit } T = -\frac{q_p}{k} \frac{r^2}{4} + B$$

$$\text{en } r = r_s \quad T = T_s \quad \Rightarrow \quad T_s = -q_p \frac{r_s^2}{4} + B \Rightarrow \quad B = T_s + \frac{q_p}{k} \frac{r_s^2}{4}$$

$$\text{Donc } T(r) = \frac{q_p}{4.k} (r_s^2 - r^2) + T_s$$

**Question 5 :** Calculer la différence de température entre le centre et la périphérie du fil de contact ( $T(r=0) - T_s$ ). Conclure.

$$T(r) - T_s = \frac{q_p}{4.k} (r_s^2 - r^2) \text{ d'où } T(r=0) - T_s = \frac{q_p}{4.k} r_s^2$$

A.N. :  $T(r=0) - T_s = 0,866 \text{ K}$  [Négligeable donc  $T(r=0) = T_s$ ].

**Question 6 :** Si l'on suppose que :

- la surface externe du fil de contact est diffuse ;
- le soleil est assimilé à un corps noir à  $T_{sol} = 5800 \text{ K}$  et que l'environnement est très grand par rapport au fil, l'éclairement du soleil est  $E_{sol} = 800 \text{ W.m}^{-2}$  ;
- l'absorptivité totale de la surface vis-à-vis du rayonnement solaire est égale à  $\alpha_{sol} = 0,297$  ;
- l'absorptivité totale de la surface vis-à-vis du rayonnement provenant de l'environnement est égale à  $\alpha_{env} = 0,210$  ;
- l'émissivité totale hémisphérique de la surface du fil est constante et égale à  $\varepsilon_s = 0,270$ .

Montrer que le flux de rayonnement s'écrit :  $Q_{ray} = S(\varepsilon_s \sigma T_s^4 - \alpha_{sol} E_{sol} - \alpha_{env} \sigma T_{env}^4)$ .

Le flux de rayonnement (flux net) = Flux émis - Flux absorbé

Avec flux absorbé = Flux émis par le soleil et atteignant le fil + Flux émis par l'environnement et atteignant le fil

$$\text{Donc : Flux de rayonnement} = S(\varepsilon_s M_s^0 - \alpha_{sol} E_{sol} - \alpha_{env} E_{env})$$

Par définition,  $M_s^0 = \sigma T_s^4$  et puisque l'environnement est très grand par rapport au fil, on dit qu'il règne un rayonnement de corps noir et donc  $E_{env} = \sigma T_{env}^4$

$$\text{D'où : } Q_{ray} = S(\varepsilon_s \sigma T_s^4 - \alpha_{sol} E_{sol} - \alpha_{env} \sigma T_{env}^4)$$

**Question 7 :** Écrire le flux de chaleur par convection.

$$Q_{conv} = hS(T_s - T_\infty)$$

**Question 8 :** Écrire l'équation de bilan thermique sur le fil de contact.

$$\text{Bilan thermique : } Q = S\varepsilon_s \sigma T_s^4 - S\alpha_{sol} E_{sol} - S\alpha_{env} \sigma T_{env}^4 + hS(T_s - T_\infty) - q_p \cdot V$$

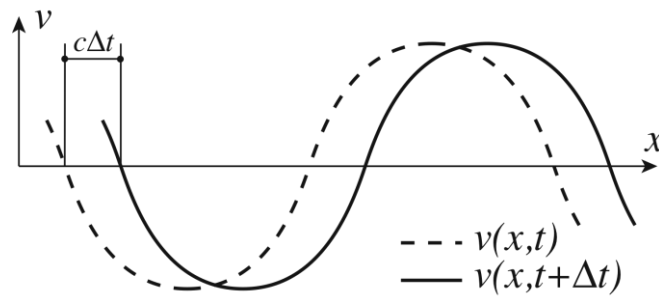
**Question 9 :** Trouver la température d'équilibre de la surface externe du fil de contact  $T_s$ .

A l'équilibre  $Q = 0$ , d'où  $T_s^4 \cdot 1,5309 \cdot 10^{-8} + 10T_s - 3204,35 = 0$  soit  $T_s = 307 \text{ K} = 33^\circ\text{C}$ .

**Question 10 :** Montrer par un schéma que  $c$  représente une vitesse de propagation et qu'il s'agit bien d'une onde progressive (se déplaçant dans le sens des  $x$  croissants).

La figure ci-dessous trace l'évolution de  $v(x,t)$  à deux instants consécutifs proches ( $t$  et  $t + \Delta t$ ) ce qui permet d'observer un décalage de  $c\Delta t$  de l'onde dans le sens des  $x$  croissants.





**Question 11 : Expliquer l'absence de moment fléchissant.**

La corde ne possède pas de raideur en flexion, le tronçon  $x^+$  ne peut donc transmettre de moment fléchissant autour de  $\bar{z}$ .

**Question 12 : Ecrire l'équilibre dynamique du tronçon de fil  $dx$  en résultante selon  $\bar{y}$  et en moment autour de  $\bar{z}$ . En retenant  $\theta$  petit, montrer que cela permet de déduire l'équation de mouvement (S est la section du fil) :**

$$F \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \text{Équation 2}$$

Sachant que  $\theta \ll 1$ , on se limite aux termes du premier ordre soit :

$$\text{Résultante // } \bar{y} : F(\theta + d\theta) - F\theta + T(x + dx) - T(x) = \rho S dx \frac{d^2 v}{dt^2} \Rightarrow F \frac{d\theta}{dx} + \frac{dT}{dx} = \rho S \frac{d^2 v}{dt^2}$$

Moment en  $G$  //  $\bar{z}$  :  $T(x + dx).dx = 0$  et donc  $T(x + dx) = T(x) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = 0$  ce qui, avec  $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$ , permet d'aboutir à l'équation 2.

**Question 13 : En déduire la vitesse critique  $V_C^{\text{Corde}}$  due à la propagation des ondes pour le mouvement harmonique décrit par l'Equation 1.**

Pour obtenir  $V_C^{\text{Corde}}$  il suffit de reporter la forme de l'onde (équation 1) dans l'équation 2 pour avoir :

$$v_M F \left( \frac{\omega}{V_C^{\text{Corde}}} \right)^2 \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{V_C^{\text{Corde}}} x\right) = v_M \rho S \omega^2 \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{V_C^{\text{Corde}}} x\right) \text{ soit } V_C^{\text{Corde}} = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}$$

**Question 14 : Que garantit en termes de déformation la relation  $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$  ?**

Une déformation de cisaillement transverse nul :  $\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} - \theta = 0$

**Question 15 : Donner la loi de comportement reliant le moment fléchissant  $M$  à la dérivée seconde de la flèche  $v$ . Le moment d'inertie de la section du fil de contact autour de l'axe  $(G, \bar{z})$  est noté  $I$ .**

$$M = EI \frac{d^2 v}{dx^2}$$

**Question 16 : Si on néglige l'inertie en rotation des sections droites, écrire l'équilibre dynamique du tronçon de poutre  $dx$  en résultante selon  $\bar{y}$  et en moment autour de  $\bar{z}$ . Montrer que la prise en compte de la réponse à la question précédente conduit à :**

$$F \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \text{Équation 3}$$

L'écriture de l'équilibre du tronçon de poutre de la figure 6 donne :

$$\text{Résultante // } \vec{y} : F \frac{d\theta}{dx} + \frac{dT}{dx} = \rho S \frac{d^2 v}{dt^2}$$

$$\text{Moment en } G \text{ // } \vec{z} : \frac{dM}{dx} + T = 0$$

Ainsi en remplaçant  $T$  par  $-\frac{dM}{dx}$  dans l'équation en résultante et en tenant compte de la relation de comportement on aboutit, avec  $\theta = \frac{\partial v}{\partial x}$ , à l'équation 3.

**Question 17 : En déduire  $V_c^{EB}$  la vitesse critique due à la propagation des ondes pour le mouvement harmonique décrit par Equation 1.**

Pour obtenir  $V_c^{EB}$  il suffit, comme précédemment, de reporter la forme de l'onde (équation 1) dans l'équation 3 pour avoir :

$$F(V_c^{EB})^2 + EI\omega^2 = \rho S(V_c^{EB})^4 \text{ soit } V_c^{EB} = \sqrt{\frac{F}{2\rho S}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4EI\rho S\omega^2}{F^2}}}$$

**Question 18 : Comparer les 3 modèles. Proposer une démarche du choix de la tension  $F$  pour une vitesse de croisière de 270 km/h.**

Les trois modèles donnent des vitesses de propagation similaires pour  $f < 33\text{Hz}$ . Au delà, on observe une augmentation de la vitesse de propagation pour les deux modèles poutre. Le modèle de corde n'est donc plus valable pour  $f \gg 33\text{Hz}$ .

Une fréquence naturelle d'excitation sera donnée par la distance entre pendules. La fréquence de 33Hz sera atteinte pour une vitesse du TGV de  $L^p.f_c = 74\text{ms}^{-1}$  soit  $267\text{km/h}$ . Pour une fréquence de  $f < 100\text{Hz}$ , la différence entre les modèles reste réduite et la vitesse correspondante du TGV devrait être de  $800\text{km/h}$ . On peut donc dire que pour la gamme de fréquence liée au passage du TGV sous les pendules le modèle de corde est suffisant pour estimer la vitesse de propagation des ondes dans le fil de contact. Ce modèle peut donc être utilisé pour déterminer  $F$ . Si on souhaite garder une marge de 50 km/h sur la vitesse cible de 270 km/h il faudra ainsi appliquer une tension de 1080 daN.

Par ailleurs, pour le modèle de poutre mince la vitesse de propagation tend vers l'infini lorsque la fréquence croit. Ceci n'est pas physique. Le modèle de poutre épaisse n'a pas ce défaut et devra donc être utilisé pour les hautes fréquences (fréquences supérieures à  $10^4\text{Hz}$ ).

**Question 19 : Lors du dernier record de vitesse le TGV a atteint 574,8 km/h. Pour établir ce record la tension du fil de contact a été portée à 4000 daN. Commenter ce choix.**

On reste sur le modèle de corde qui donne comme vitesse de propagation  $173\text{ms}^{-1}$  soit  $623\text{km/h}$ . Il ya donc une marge de  $49\text{km/h}$  qui est très proche de la valeur proposée.

**Question 20 : Écrire la contribution  $E_c^e$  de l'élément  $e$  à l'énergie cinétique galiléenne totale du modèle. L'inertie en rotation des sections sera négligée.**

L'énergie cinétique pour une poutre mince de longueur  $L_e$  est donnée par :

$$E_c^e = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \rho S \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] + I_x \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial t} \right)^2 + I_y \left( \frac{\partial \theta_y}{\partial t} \right)^2 + I_z \left( \frac{\partial \theta_z}{\partial t} \right)^2 dx$$

On néglige les effets dynamiques longitudinaux et l'inertie en rotation des sections d'où finalement :

$$E_c^e = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \rho S \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx$$

**Question 21 : Justifier cette expression.**

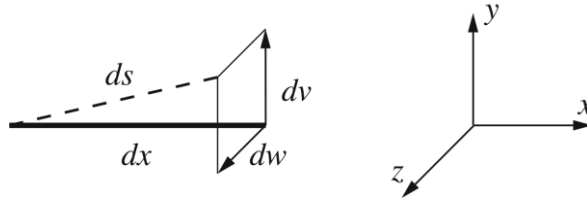
L'énergie de déformation pour une poutre mince est donnée par :

$$E_D^e = \frac{1}{2} \int_{e^e} ES \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + EI_z \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 + EI_y \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + GJ \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dx + E_D^e(F)$$

où  $E_D^e(F)$  est la partie de l'énergie de déformation provenant de la tension  $F$ .

$E_D^e(F)$  peut se déterminer à partir du travail de  $F$  :  $E_D^e(F) = \int_{e^e} dW$  où  $dW = F(ds - dx)$

avec  $ds$  l'élément de longueur résultant de la déformation d'un l'élément de longueur  $dx$  suite à un déplacement transverse  $dv$  selon  $\bar{y}$  et  $dw$  selon  $\bar{z}$  (voir schéma ci-dessous).



Comme  $ds^2 = dx^2 + dv^2 + dw^2$ , il vient  $ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} \approx dx \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \right]$

on en déduit :  $E_D^e(F) = \int_{e^e} F \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \right] dx$ .

En négligeant la partie en flexion autour de  $\bar{y}$  ( $EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 = 0$ ) car on a un modèle de corde dans le plan  $(\bar{x}, \bar{z})$

et en négligeant la torsion du fil ( $GJ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x}\right)^2 = 0$ ) on aboutit à l'expression attendue pour  $E_D^e$ .

**Question 22 : Exprimer le travail développé par la pesanteur sur l'élément  $e$ .**

On a simplement :  $W_{pes} = \int_{e^e} (-\rho S g \bar{y}) \cdot \bar{U} dx = -\rho S g \int_{e^e} v dx$ .

$\bar{U}$  est le déplacement du point courant de la ligne de référence ( $\bar{U} = u\bar{x} + v\bar{y} + w\bar{z}$ ).

**Question 23 : Montrer que l'interpolation choisie permet bien d'avoir continuité de la pente le long du fil de contact.**

Soient deux éléments consécutifs  $e^a$  et  $e^b$ .  $e^a$  est connecté aux 2 nœuds  $n_1$  et  $n_2$ , et  $e^b$  est connecté aux nœuds  $n_2$  et  $n_3$ . La pente sur  $e^a$  en  $n_2$  vaut :

$$\left( \frac{\partial v^a}{\partial x} \right)_{(x^a=L_a)} = \frac{1}{L_a} \left( \frac{\partial v^a}{\partial \bar{r}} \right)_{(\bar{r}=1)} = \left[ \frac{1}{L_a} \left( \frac{\partial \psi_3}{\partial \bar{r}} \right) v_1 + \left( \frac{\partial \psi_4}{\partial \bar{r}} \right) \theta_1 + \frac{1}{L_a} \left( \frac{\partial \psi_5}{\partial \bar{r}} \right) v_2 + \left( \frac{\partial \psi_6}{\partial \bar{r}} \right) \theta_2 \right]_{(\bar{r}=1)} = \theta_2$$

et la pente sur  $e^b$  en  $n_2$  vaut :

$$\left( \frac{\partial v^b}{\partial x} \right)_{(x^b=0)} = \frac{1}{L_b} \left( \frac{\partial v^b}{\partial \bar{r}} \right)_{(\bar{r}=0)} = \left[ \frac{1}{L_b} \left( \frac{\partial \psi_3}{\partial \bar{r}} \right) v_2 + \left( \frac{\partial \psi_4}{\partial \bar{r}} \right) \theta_2 + \frac{1}{L_b} \left( \frac{\partial \psi_5}{\partial \bar{r}} \right) v_3 + \left( \frac{\partial \psi_6}{\partial \bar{r}} \right) \theta_2 \right]_{(\bar{r}=0)} = \theta_2$$

Ces deux pentes sont identiques, il y a donc continuité de la pente au passage des éléments. Par ailleurs sur chaque élément  $v$  a une forme polynomiale, il en va donc de même pour sa dérivée et la pente est donc également continue sur l'élément, elle est donc continue tout le long du fil de contact.

**Question 24 : Préciser le contenu des matrices  $\underline{\underline{N}}_e$  et  $\underline{\underline{B}}_e$ .**

$$\text{On a } \underline{U}_e = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & 0 & 0 & \psi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_3 & 0 & \psi_4 & 0 & \psi_5 & 0 & \psi_6 \\ 0 & 0 & \psi_1 & 0 & 0 & 0 & \psi_2 & 0 \end{bmatrix} \underline{q}_e = \underline{N}_e \cdot \underline{q}_e$$

Par ailleurs sachant que  $r = \frac{x}{L_e}$  il vient  $\frac{\partial \cdot}{\partial x} = \frac{1}{L_e} \frac{\partial \cdot}{\partial r}$ , on a ainsi :

$$\underline{\varepsilon}_e = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{L_e} \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \psi_3}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \psi_4}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \psi_5}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \psi_6}{\partial r} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \psi_1}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \psi_2}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial r^2} & 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_4}{\partial r^2} & 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_5}{\partial r^2} & 0 & \frac{1}{L_e} \frac{\partial^2 \psi_6}{\partial r^2} \end{bmatrix} \underline{q}_e = \underline{B}_e \cdot \underline{q}_e$$

Après calcul  $\underline{B}_e$  vaut :

$$\underline{B}_e = \frac{1}{L_e} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6r + 6r^2 & 0 & L_e(1 - 4r + 3r^2) & 0 & 6r - 6r^2 & 0 & L_e(-2r + 3r^2) \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{6}{L_e}(-1 + 2r) & 0 & -4 + 6r & 0 & \frac{6}{L_e}(1 - 2r) & 0 & -2 + 6r \end{bmatrix}$$

**Question 25 :** Calculer la colonne élémentaire des efforts généralisés dus à l'action de la pesanteur.

$$\text{On a } W_{\text{pes}} = -\rho Sg \int_0^{L_e} v dx = -\rho Sg \int_0^1 v L_e dr.$$

En introduisant l'interpolation de  $v$  il vient :

$$W_{\text{pes}} = -\rho Sg L_e \int_0^1 \underline{q}_e^T \begin{Bmatrix} 0 \\ \psi_3 \\ 0 \\ \psi_4 \\ 0 \\ \psi_5 \\ 0 \\ \psi_6 \end{Bmatrix} dr = \underline{q}_e^T \cdot (-\rho Sg L_e) \int_0^1 \begin{Bmatrix} 0 \\ \psi_3 \\ 0 \\ \psi_4 \\ 0 \\ \psi_5 \\ 0 \\ \psi_6 \end{Bmatrix} dr = \underline{q}_e^T \cdot \underline{Q}_e^{\text{pes}} \quad \text{soit } \underline{Q}_e^{\text{pes}} = -\rho Sg L_e \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \\ 12 \end{Bmatrix}$$

**Question 26 :** Montrer que la matrice de raideur élémentaire est décomposable en une somme de 3 matrices :

- $\underline{K}_e^L$  provenant des déformations longitudinales ;
- $\underline{K}_e^F$  provenant de l'effort de tension  $F$  ;
- $\underline{K}_e^M$  provenant de la flexion.

Exprimer, *sans effectuer les calculs*, ces matrices élémentaires en fonction de  $E, S, F, I, L_e$  et des termes de  $\underline{B}_e$  (ne pas développer les produits des lignes de  $\underline{B}_e$  entre elles).

En introduisant l'interpolation dans l'expression de l'énergie de déformation cette dernière peut se mettre sous la forme :  $E_D = \frac{1}{2} \underline{q}_e^T \cdot \left[ \underline{K}_e^L + \underline{K}_e^F + \underline{K}_e^M \right] \underline{q}_e$  avec :

$$\underline{K}_e^L = ES \int \underline{B}_{e,1} \underline{B}_{e,1}^T L_e dr, \quad \underline{K}_e^F = F \int (\underline{B}_{e,2} \underline{B}_{e,2}^T + \underline{B}_{e,3} \underline{B}_{e,3}^T) L_e dr \quad \text{et} \quad \underline{K}_e^M = EI \int \underline{B}_{e,4} \underline{B}_{e,4}^T L_e dr$$

où les termes  $\underline{B}_{e,i}^T$  sont les  $i^{\text{èmes}}$  lignes de la matrice  $\underline{B}_e$  :

$$\underline{B}_{e,1}^T = 1/L_e \langle -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \rangle$$

$$\underline{B}_{e,2}^T = 1/L_e \langle 0 \ -6r+6r^2 \ 0 \ L_e(1-4r+3r^2) \ 0 \ 6r-6r^2 \ 0 \ L_e(-2r+3r^2) \rangle$$

$$\underline{B}_{e,3}^T = 1/L_e \langle 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \rangle$$

$$\underline{B}_{e,4}^T = 1/L_e \left\langle 0 \ \frac{6}{L_e}(-1+2r) \ 0 \ -4r+6r \ 0 \ \frac{6}{L_e}(1-2r) \ 0 \ -2+6r \right\rangle$$

**Question 27 : D'où provient généralement le phénomène de battement ? Peut-on donner une piste d'explication à la présence du battement visible sur la figure 10.**

Les phénomènes de battement s'observent lorsque qu'un système possède des fréquences propres voisines ce qui est visiblement le cas ici à la vue des valeurs des fréquences présentes sur la figure 10.

Il est possible de compléter cette réponse en utilisant d'avantage la figure 10 en notant que la superposition de deux signaux périodiques d'amplitude 1 et de pulsations respectives  $\omega_1$  et  $\omega_2$  a pour amplitude  $A(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) = 2 \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$ .

En notant  $\Omega_1 = 2\pi F_1 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$  et  $\Omega_2 = 2\pi F_2 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$  il vient :  $A(t) = 2 \cos(\Omega_2 t) \cos(\Omega_1 t)$

où  $\Omega_1$  est la pulsation de battement.

Pour le signal représenté figure 10,  $F_1 \approx 0,16\text{Hz}$  et  $F_2 \approx 2\text{Hz}$  ce qui donne :  $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \approx 1,08$  et  $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} \approx 0,92$  qui sont fréquences proches similaires aux fréquences propres des deux modes lignes 2 et 3, colonne de gauche de la figure 10.

**Question 28 : Montrer que l'utilisation de la base modale contenue dans  $\underline{X}$  permet de passer de l'équation 5 à l'équation 6 où  $\xi_i$  désigne le taux d'amortissement modal pour le mode  $i$ . Que représentent les  $\omega_i$  ? Relier les valeurs  $\xi_i$  à  $\beta$  et commenter la dépendance à  $\omega_i$ .**

Il est possible de calculer de façon approchée  $\underline{q}$  en le projetant dans la base modale  $\underline{X}$ . On a alors :

$$\underline{q}(t) \approx \underline{\tilde{q}}(t) = \underline{X} \cdot \underline{x}(t) \quad \text{avec} \quad \underline{x}^T(t) = \langle x_1(t) x_2(t) \dots x_n(t) \rangle.$$

En remplaçant  $\underline{q}$  par  $\underline{\tilde{q}}$  dans l'équation 5 et en multipliant à gauche par  $\underline{X}^T$  il vient :

$$\underline{X}^T \underline{M} \underline{X} \cdot \underline{\ddot{x}} + \underline{X}^T \underline{C} \underline{X} \cdot \underline{\dot{x}} + \underline{X}^T \underline{K} \underline{X} \cdot \underline{x} = \underline{X}^T \underline{F} \quad \text{Équation 6b}$$

Sachant que les modes propres sont orthogonaux vis à vis de la matrice de masse et de rigidité, et sachant que la matrice d'amortissement est proportionnelle à la matrice de raideur, les matrices  $\underline{X}^T \underline{M} \underline{X}$ ,  $\underline{X}^T \underline{C} \underline{X}$  et  $\underline{X}^T \underline{K} \underline{X}$  sont toutes les trois diagonales, la première étant égale à la matrice identité d'ordre  $n$  (modes normés vis à vis de la matrice de masse).

L'équation 6 correspond ainsi à la ligne  $i$  de l'équation 6b.

On en déduit en particulier que  $\omega_i^2 = \underline{X}_i^T \underline{K} \underline{X}_i$  où  $\omega_i$  est la pulsation propre associée au mode  $\underline{X}_i$ .

Enfin on en déduit également  $2\xi_i \omega_i = \underline{X}_i^T \underline{C} \underline{X}_i = \beta \underline{X}_i^T \underline{K} \underline{X}_i = \beta \omega_i^2$  soit  $\beta = \frac{2\xi_i}{\omega_i}$ .

Pour la forme d'amortissement choisie, le taux d'amortissement  $\xi_i$  est proportionnel à  $\omega_i$  : plus la pulsation croit, plus l'amortissement est important. Ainsi, avec ce modèle, plus les fréquences seront élevées, plus elles seront amorties.

**Question 29 : Déterminer la valeur de  $\xi_0$  à partir des données  $A(t_1)$ ,  $A(t_2)$ ,  $t_1$  et  $t_2$  présentes sur la figure 10. En déduire une valeur pour  $\beta$ .**

$$AN : A(t_1) = 0,0375 \text{ m}$$

$$A(t_2) = 0,0275 \text{ m}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10 \text{ s}$$

En utilisant la forme donnée pour le signal mono-fréquentiel il vient :  $\frac{A(t_2)}{A(t_1)} = \frac{e^{-\xi_0 \omega_0 t_2} \cos(\omega_0 t_2 + \varphi)}{e^{-\xi_0 \omega_0 t_1} \cos(\omega_0 t_1 + \varphi)}$

Les mesures de  $A(t_1)$  et  $A(t_2)$  sont faites pour des amplitudes maximales du signal, on en déduit :  $\cos(\omega_0 t_2 + \varphi) = \cos(\omega_0 t_1 + \varphi) = 1$ .

$$\text{Il vient alors : } \frac{A(t_2)}{A(t_1)} = \frac{e^{-\xi_0 \omega_0 t_2}}{e^{-\xi_0 \omega_0 t_1}} = e^{-\xi_0 \omega_0 (t_2 - t_1)}$$

$$\text{Ce qui permet de déduire finalement : } \xi_0 = \frac{\ln(A(t_2)/A(t_1))}{-2\pi f_0 \Delta t} \quad AN : \xi_0 = 0,0049 ; \quad \beta = 0,016$$

**Question 30 : Exprimer  $T(E/R_g)$  énergie cinétique galiléenne du système matériel E en utilisant comme paramètres cinématiques uniquement les variables  $\theta_{2R}$  et  $\theta_1$  et leurs dérivées temporelles.**

$$T(E/R_g) = T(1/R_g) + T(2/R_g)$$

$$\text{avec } T(1/R_g) = \frac{1}{2} m_1 V^2(G_1/R_g) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 \text{ et } T(2/R_g) = \frac{1}{2} m_2 V^2(G_2/R_g) + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_{2R}^2$$

$$\vec{V}(G_1/R_g) = \left[ \frac{d\vec{AG}_1}{dt} \right]_{R0} = -L_{G1} \left[ \frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{R0} = -L_{G1} \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 \quad \vec{V}(G_2/R_g) = \left[ \frac{d\vec{AG}_2}{dt} \right]_{R0} = -L_1 \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 - L_{G2} \dot{\theta}_{2R} \vec{y}_2$$

$$\text{soit } T(E/R_g) = \frac{1}{2} (m_1 L_{G1}^2 + m_2 L_1^2) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 L_{G2}^2) \dot{\theta}_{2R}^2 - m_2 L_1 L_{G2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \cos(\theta_1 - \theta_{2R})$$

**Question 31 : Déterminer le travail extérieur galiléen agissant sur E**

$$W_{EXT}(E/R_g) = \int M d\theta + \int F dy + g (m_1 L_{G1} + m_2 L_1) (\sin \theta_1 - \sin \theta_{10}) - m_2 g L_{G2} (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2R0})$$

$$W_{EXT}(E/R_g) = \int_{\theta_{1i}}^{\theta_1} M d\theta + \int_{\theta_{2Ri}}^{\theta_{2R}} FL_1 \cos \theta_1 d\theta_1 - \int_{\theta_{2Ri}}^{\theta_{2R}} FL_2 \cos \theta_{2R} d\theta_{2R} + g (m_1 L_{G1} + m_2 L_1) (\sin \theta_1 - \sin \theta_{1i}) - m_2 g L_{G2} (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2Ri})$$

$$W_{EXT}(E/R_g) = M(\theta_1 - \theta_{1i}) + FL_1 (\sin \theta_1 - \sin \theta_{1i}) - FL_2 (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2Ri}) + g (m_1 L_{G1} + m_2 L_1) (\sin \theta_1 - \sin \theta_{1i}) - m_2 g L_{G2} (\sin \theta_{2R} - \sin \theta_{2Ri})$$

**Question 32 : Déterminer la puissance de dissipation visqueuse.**

$$P_D = \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})^2$$

**Question 33 : A l'aide d'une fermeture géométrique, exprimer  $\theta_{2R}$  en fonction de  $\theta_1$  et des paramètres géométriques utiles sous la forme  $A(\theta_1) \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) + B(\theta_1) \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) = C(\theta_1)$ . Identifier  $A(\theta_1)$ ,  $B(\theta_1)$  et  $C(\theta_1)$ .**

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CE} + \vec{EA} = \vec{0} \text{ soit } -L_1 \vec{x}_1 - L'_2 \vec{u} + L_3 \vec{x}_3 + a \vec{x} + c \vec{z} = \vec{0}$$

$$-L_1 \cos \theta_1 - L'_2 \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) + L_3 \cos \theta_3 + a = 0 \quad L_1 \sin \theta_1 + L'_2 \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) - L_3 \sin \theta_3 + c = 0$$

$$L_1 \cos \theta_1 + L'_2 \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) = a \quad L_1 \sin \theta_1 + L'_2 \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) = c = L_3$$

$$2L'_2 \left[ L_1 \cos \theta_1 - a \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) \right] + 2L'_2 \left[ L_1 \sin \theta_1 + c \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) \right] = L_3^2 - L_1^2 - a^2 - c^2 - L_2^2 + 2L_1 a \cos \theta_1 - 2L_1 c \sin \theta_1$$

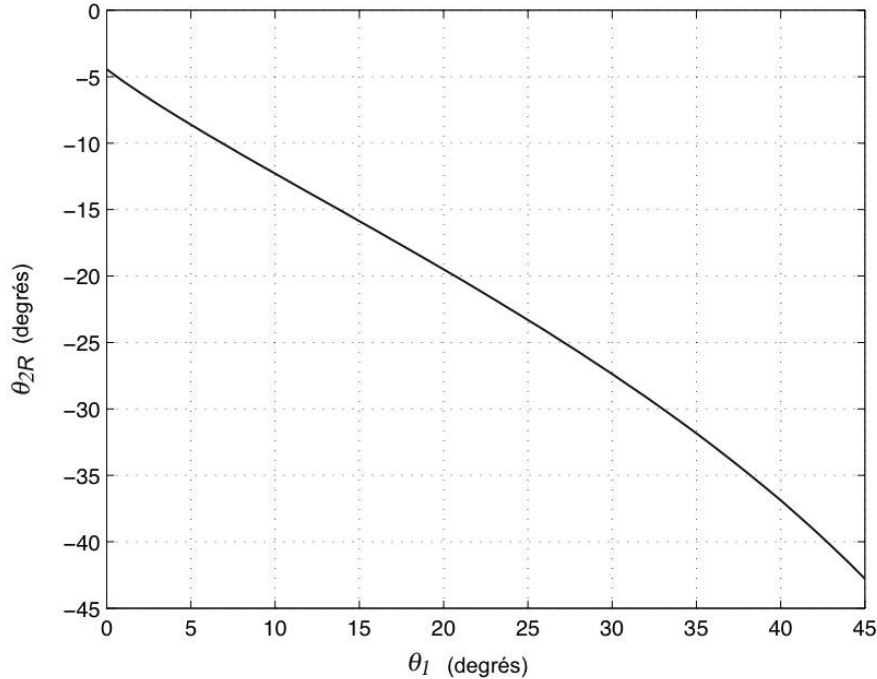
$$A(\theta_1) \cos(\theta_{2R} + \alpha_2) + B(\theta_1) \sin(\theta_{2R} + \alpha_2) = C(\theta_1)$$

On pose  $\cos \Phi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$   $\sin \Phi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$   $\cos \Psi = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

$$\theta_{2R} = \text{Arc cos} \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \pm \text{Arc cos} \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} - \alpha_2$$

**Question 34 : Déterminer graphiquement les coefficients a et b pour  $0 < \theta_1 < 35^\circ$ .**

On obtient :



Le développement vertical du pantographe est donné par :  $z = l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin \theta_{2R}$  avec  $\theta_{2R} = a + b\theta_1$ , avec  $a = -0,0903 \text{ rad}$   $b = -0,724$ .

**Question 35 : Par la méthode de Lagrange, déterminer l'équation de mouvement du pantographe  $L\theta_1$ , notée (2). La prise en compte de la relation géométrique (1) se fera grâce à un multiplicateur de Lagrange noté  $\lambda$ .**

$$L_{\theta_1} : \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = - \left( \frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right) \text{ avec } L = T + W_{\text{ext}} - W_{\text{int}} + \lambda(\theta_{2R} - a - b\theta_1)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \left( m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0 \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0 \text{ soit}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \left( m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\left( \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_1} \right) = M + F l_1 \cos \theta_1 + m_1 g L_{G_1} \cos \theta_1 + m_2 g L_1 \cos \theta_1 = M + F L_1 \cos \theta_1 + g \cos \theta_1 \left( m_1 L_{G_1} + m_2 L_1 \right)$$

$$\left( \frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_1} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_1} \left( \theta_{2R} - a - b\theta_1 \right) = -b\lambda$$

Et donc 
$$\left( \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) + M + FL_1 \cos \theta_1 + g \cos \theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) b\lambda$$

Puis 
$$\left( \frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_1} \left( \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})^2 \right) = C_1 \dot{\theta}_1 + C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

Soit finalement L1 :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = - \left( \frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right)$$

$$\left( m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) - M - FL_1 \cos \theta_1 - g \cos \theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) b\lambda = -C_1 \dot{\theta}_1 - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

$$\left( m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \dot{\theta}_{2R}^2 - g \cos \theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) b\lambda + C_1 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_{2R} + b\lambda = M + FL_1 \cos \theta_1$$

$$L_{\theta_{2R}} : \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_{2R}} \right) = - \left( \frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) \text{ avec } L = T + W_{\text{ext}} - W_{\text{int}} + \lambda(\theta_{2R} - a - b\theta_1)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) = \left( m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \dot{\theta}_{2R} - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \quad \left( \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = 0 \quad \left( \frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = 0$$

Et donc 
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) = \left( m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \ddot{\theta}_{2R} - m_2 L_{G_2} L_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \theta_{2R}} \right) = -m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \quad \left( \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = -FL_2 \cos \theta_{2R} - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} \quad \left( \frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_{2R}} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \lambda(\theta_{2R} - a - b\theta_1)}{\partial \theta_{2R}} = \lambda$$

Et donc 
$$\left( \frac{\partial L}{\partial \theta_{2R}} \right) = -m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) - FL_2 \cos \theta_{2R} - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} + \lambda$$

$$\left( \frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{2R}} \left( \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})^2 \right) = -C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

$$-m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_1 + \left( m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) + FL_2 \cos \theta_{2R} + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} - \lambda = C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R})$$

finalement

$$-m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_1 + \left( m_2 L_{G_2}^2 + I_2 \right) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \dot{\theta}_1^2 + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_{2R} - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) - \lambda = -FL_2 \cos \theta_{2R}$$

**Question 36 :** Mettre le système d'équations (E1) sous la forme  $\underline{M} \underline{\ddot{x}} + \underline{F} \underline{\dot{x}} + \underline{K} \underline{x} = \underline{F}$  avec  $\underline{x} = \langle \theta_1, \theta_{2R}, \lambda \rangle$ . Identifier les matrices  $\underline{M}$ ,  $\underline{F}$ ,  $\underline{K}$  et la colonne  $\underline{F}$ .



$$\begin{cases} (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) \ddot{\theta}_{2R} + C_1 + C_2 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_{2R} + (m_1 g L_{G_1} + m_2 g L_1 + F_0 L_1) \sin \theta_{10} \dot{\theta}_1 \\ = M + FL_1 \cos \theta_{10} - b \lambda \\ - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) \ddot{\theta}_1 + (m_2 L_{G_2}^2) \ddot{\theta}_{2R} - C_2 \dot{\theta}_1 + C_2 \dot{\theta}_{2R} - (m_2 g L_{G_2} + F_0 L_2) \sin \theta_{2R0} \dot{\theta}_{2R} = -FL_2 \cos \theta_{2R0} + \lambda \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 + m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 & -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) & 0 \\ -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{2R0}) & I_2 + m_2 L_{G_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_{2R} \\ \ddot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_{2R} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (m_1 L_1 + m_1 g L_{G_1} + m_2 g L_1) \sin \theta_{10} & 0 & b \\ 0 & -(m_2 L_2 + m_2 g L_{G_2}) \sin \theta_{2R0} & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_{2R} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M + FL_1 \cos \theta_{10} \\ -FL_2 \cos \theta_{2R0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 \\ m_{21} & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_{2R} \\ \ddot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_{2R} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & b \\ k_{21} & k_{22} & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_{2R} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M + FL_1 \cos \theta_{10} \\ FL_2 \cos \theta_{2R0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

## INDEX

**Question 37 :** Exprimer  $\theta_1(p)$  et  $\theta_{2R}(p)$  en fonction de  $F(p)$  et des paramètres utiles. En déduire l'expression du déploiement vertical  $Y(p)$ .

$$\begin{cases} (m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) \theta_1(p) + (m_{12} p^2 + c_{12} p) \theta_{2R}(p) = FL_1 \cos \theta_{10} \\ (m_{21} p^2 + c_{21} p) \theta_1(p) + (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) \theta_{2R}(p) = FL_2 \cos \theta_{2R0} \end{cases}$$

$$\theta_1(p) = \frac{L_1 \cos \theta_{10} (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) - (m_{12} p^2 + c_{12} p) L_2 \cos \theta_{2R0}}{(m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) - (m_{12} p^2 + c_{12} p) (m_{21} p^2 + c_{21} p)} F(p)$$

$$\theta_{2R}(p) = \frac{(m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) L_2 \cos \theta_{2R0} - (m_{21} p^2 + c_{21} p) L_1 \cos \theta_{10}}{(m_{11} p^2 + c_{11} p + k_{11}) (m_{22} p^2 + c_{22} p + k_{22}) - (m_{12} p^2 + c_{12} p) (m_{21} p^2 + c_{21} p)} F(p)$$

Le développement vertical du pantographe est donné par :  $z = l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin \theta_{2R}$  avec  $\theta_{2R} = a + b \theta_1$  avec  $a = -0,0903 \text{ rad}$   $b = -0,724$ .

**Question 38 :** Le système proposé présente-t-il une ou plusieurs pulsations propres réelles ? Comment peut-on expliquer la forme de la fonction de transfert donnée figure 14 ?

Le système à deux degrés de liberté obtenu possède deux fréquences propres réelles. La plus basse (inférieure à 1 Hz) est très amortie, le seconde plus élevée est très dépendante de la valeur de  $K_2$  et correspond au pic à 9 Hz observé sur la figure 15.

**Question 39 :** Conclure quant à la corrélation entre les essais réalisés et le modèle rigide du grand cadre.

Le modèle rigide ne permet de déceler ni la résonance ni l'antirésonance (système à un seul degré de liberté). Afin de corriger cela l'observation du comportement dynamique du pantographe suggère d'introduire une flexibilité entre les deux bras 1 et 2. Il est ainsi proposé de différencier la rotation  $\theta_2$  réelle du bras 2 de la rotation  $\theta_{2R}$  induite par une liaison cinématique stricte. Une raideur  $K_2$  (N.m.rad<sup>-1</sup>) va servir de "variable d'ajustement" pour limiter l'écart entre  $\theta_2$  et  $\theta_{2R}$ .

**Question 40 : Par la méthode de Lagrange compléter l'équation (2) et déterminer l'équation de mouvement du pantographe  $L\theta_1$  notée (4).**

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = - \left( \frac{\partial P_D}{\partial \theta_1} \right) \text{ avec } L = T + W_{\text{ext}} - W_{\text{int}}$$

$$T(E/R_g) = \frac{1}{2} (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 L_{G_2}^2) \dot{\theta}_{2R}^2 - m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \cos(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$W_{\text{ext}}(E/R_g) = M(\theta_1 - \theta_{1i}) + FL_1 [\sin\theta_1 - \sin\theta_{1i}] - FL_2 [\sin\theta_{2R} - \sin\theta_{2Ri}] + g(m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) [\sin\theta_1 - \sin\theta_{1i}] - m_2 g L_{G_2} [\sin\theta_{2R} - \sin\theta_{2Ri}]$$

$$W_{\text{int}} = \frac{1}{2} K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1)^2$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_{2R} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{2R}) \sin(\theta_1 - \theta_{2R})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0 \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = 0$$

$$\text{Donc } \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = (m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 + m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2R} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left( \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \theta_1} \right) = M + FL_1 \cos\theta_1 + m_1 g L_{G_1} \cos\theta_1 + m_2 g L_1 \cos\theta_1 = M + FL_1 \cos\theta_1 + g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1)$$

$$\left( \frac{\partial W_{\text{int}}}{\partial \theta_1} \right) = -K_2 b (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\text{Et donc } \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + M + FL_1 \cos\theta_1 + g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) - K_2 b (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\left( \frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_1} \left( \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^2 \right) = C_1 \dot{\theta}_1 + C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

Soit finalement  $L_{\theta_1}$  :

$$(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_{2R}) \ddot{\theta}_{2R} - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_{2R}) \dot{\theta}_{2R}^2 - g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) + C_1 + C_2 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_{2R} + b\lambda = M + FL_1 \cos\theta_1$$

$$(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - M - FL_1 \cos\theta_1 - g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) - K_2 b (\theta_2 - a - b\theta_1) = -C_1 \dot{\theta}_1 - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

$$(m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_1 L_{G_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - g \cos\theta_1 (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) + C_1 + C_2 \dot{\theta}_1 - C_2 \dot{\theta}_2 + K_2 b^2 \theta_1 - K_2 b \theta_2 = M + FL_1 \cos\theta_1 - K_2 ab$$

**Question 41 : Par la méthode de Lagrange compléter l'équation (3) et déterminer l'équation de mouvement du pantographe  $L\theta_2$  notée (5).**

$$L_{\theta_2} : \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \right) = - \left( \frac{\partial P_D}{\partial \theta_2} \right)$$

$$\text{avec } \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = (m_2 L_{G_2}^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \theta_2} \right) = -m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\left( \frac{\partial W_{ext}}{\partial \theta_2} \right) = -FL_2 \cos \theta_2 - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2$$

$$\left( \frac{\partial W_{int}}{\partial \theta_2} \right) = K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\text{Et donc } \left( \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \right) = -m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - FL_2 \cos \theta_2 - m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2 - K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1)$$

$$\left( \frac{\partial P_D}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_2} \left( \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^2 \right) = -C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

Soit finalement  $L_{\theta_2}$  :

$$(m_2 L_{G_2}^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - m_2 L_{G_2} L_1 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2 L_1 L_{G_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + FL_2 \cos \theta_2 + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2 + K_2 (\theta_2 - a - b\theta_1) = C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$$

$$-m_2 L_{G_2} L_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 L_{G_2}^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 + m_2 L_{G_2} L_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 + m_2 g L_{G_2} \cos \theta_2 - C_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - K_2 b\theta_1 + K_2 \theta_2 = -FL_2 \cos \theta_2 + K_2 a$$

Question 42 : Exprimer le système d'équations (4) (5) sous la forme (E2) suivante :

$$(E2) \quad \begin{bmatrix} M \\ P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad \text{où } \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \langle \theta_1, \theta_2 \rangle$$

$$\begin{bmatrix} I_1 + m_1 L_{G_1}^2 + m_2 L_1^2 & -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{20}) \\ -m_2 L_1 L_{G_2} \cos(\theta_{10} - \theta_{20}) & I_2 + m_2 L_{G_2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} (m_1 L_{G_1} + m_2 L_1) F_0 L_1 \sin \theta_{10} + K_2 b^2 & -K_2 b \\ -K_2 b & (L_2 + m_2 L_{G_2} g) \sin \theta_{20} + K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M + FL_1 \cos \theta_{10} - K_2 ab \\ -FL_2 \cos \theta_{20} + K_2 a \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} M \\ P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}}$$

Question 43 : Déterminer la relation liant  $K_2$  à la seconde fréquence propre. Choisir une valeur de  $K_2$  en vous aidant de la figure 17.

On trouve  $f = 0,64K_2 + 4,2$  avec  $f$  en Hz.

Question 44 : Conclure quant à la corrélation entre les essais et le modèle souple du grand cadre (pantographe sans archet).

Le modèle évolué permet de trouver la résonance et une anti résonance proche de 6,7 Hz.

Les valeurs de fréquences propres correspondent aux valeurs observées.

**Question 45 : Conclure quant à la validité du modèle « grand cadre souple avec archet ».**

Le modèle « grand cadre souple avec archet » correspond assez bien aux observations expérimentales qui donnent les valeurs des fréquences de résonance et d'antirésonance. Toutefois, certains décalages d'amplitude et de fréquence persistent encore.

**Question 46 : Exprimer l'équation de mouvement de ce système sous la forme suivante :**

$$M \ddot{\mathbf{x}} + C \dot{\mathbf{x}} + K \mathbf{x} = \mathbf{F} \text{ avec } \mathbf{x}^T = \langle x_1, x_2, x_3 \rangle$$

Théorème de la résultante dynamique appliqué à la masse  $M_1$

$$\begin{aligned} -M_1 g - k_1(l_{1e} - l_{10}) - k_2(l_{2e} - l_{20}) &= 0 \\ -M_1 g - k_1(l_1 - l_{10}) - k_2(l_2 - l_{20}) - C_1 \dot{l}_1 - C_2 \dot{l}_2 &= M_1 \ddot{x}_{G1} \\ \text{Soit } -k_1(l_1 - l_{1e}) - k_2(l_2 - l_{2e}) - C_1 \dot{l}_1 - C_2 \dot{l}_2 &= M_1 \ddot{x}_{G1} \\ \text{En remarquant que } x_1 = l_1 - l_{1e} \text{ et } x_1 - x_2 = l_2 - l_{2e} \end{aligned}$$

on obtient : 
$$M_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + C_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = 0$$

Théorème de la résultante dynamique appliqué à la masse  $M_2$

$$\begin{aligned} -M_2 g - k_2(l_{2e} - l_{20}) - k_3(l_{3e} - l_{30}) &= 0 \\ -M_2 g - k_2(l_2 - l_{20}) - k_3(l_3 - l_{30}) - C_2 \dot{l}_2 - C_3 \dot{l}_3 &= -M_2 \ddot{x}_{G2} \\ \text{Soit } -k_2(l_2 - l_{2e}) - k_3(l_3 - l_{3e}) - C_2 \dot{l}_2 - C_3 \dot{l}_3 &= -M_2 \ddot{x}_{G2} \end{aligned}$$

En posant  $x_1 - x_2 = l_2 - l_{2e}$  et  $x_3 - x_2 = l_3 - l_{3e}$

on obtient 
$$-k_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - C_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - C_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = -M_2 \ddot{x}_2$$

$$M_2 \ddot{x}_2 - C_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - C_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) + k_3 (x_3 - x_2) = 0$$

Théorème de la résultante dynamique appliqué à la masse  $M_3$

$$\begin{aligned} -M_3 g - k_3(l_{3e} - l_{30}) &= 0 \\ -M_3 g - k_3(l_3 - l_{30}) - C_3 \dot{l}_3 + F &= M_3 \ddot{x}_{G3} \end{aligned}$$

Soit 
$$-k_3(l_3 - l_{3e}) - C_3 \dot{l}_3 + F = M_3 \ddot{x}_{G3}$$

En remarquant que  $x_3 - x_2 = l_3 - l_{3e}$

on obtient : 
$$M_3 \ddot{x}_3 + k_3 (x_3 - x_2) + C_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = F$$

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + C_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) &= 0 \\ \text{Finalement } M_2 \ddot{x}_2 - C_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - C_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) + k_3 (x_3 - x_2) &= 0 \\ M_3 \ddot{x}_3 + k_3 (x_3 - x_2) + C_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) &= F \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 \\ 0 & -C_3 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix}$$

**Question 47 : Conclure quant à la validité du modèle « 3 masses ».**

La modélisation du pantographe en multi-corps flexible représente la description la plus fine du pantographe. Elle permettra notamment d'étudier la flexion des barres composant le cadre du pantographe et sera, à terme, utilisée pour développer un pantographe asservi.

**Question 48 : L'ordre de montée du pantographe est donné. Expliquer le fonctionnement du système.**

L'ordre de montée du pantographe commande le basculement de l'électrovalve 2 qui devient passante.

L'air filtré par l'élément 1 passe au travers du régulateur de débit 3 qui contrôle la vitesse de montée du pantographe.

Le régulateur de pression 4 assure une pression constante dans le coussin du pantographe.

Le régulateur de débit 5 contrôle la vitesse de descente du pantographe en cas de désexcitation de l'électrovalve 2.

Lorsque le pantographe fonctionne, le régulateur de pression doit garantir une pression précise et constante dans le coussin, quel que soient les variations de volume de celui-ci. Ces variations sont engendrées par le pantographe qui oscille en suivant les variations de hauteur de la caténaire.

La pression de consigne du régulateur est ajustée à la valeur correspondant à l'effort statique du pantographe.

**Question 49 : Expliquer le fonctionnement en cas de panne du module de pilotage.**

En cas de panne du module de pilotage ou de la carte électronique, la commande de pilotage se désactive et l'électrovalve 6 se met à la purge. Le pantographe fonctionne alors en mode dégradé avec la seule pression de consigne donnée par le ressort et correspondant à l'effort statique.

Ce dispositif de secours permet également de disposer d'une référence de pression correspondant à l'effort statique de chaque pantographe. Lors d'une procédure d'auto tarage cette valeur est prise en compte automatiquement, dans la carte électronique, comme référence pour le calcul de la pression de pilotage.

# Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité de mécanique générale et des milieux déformables

## 1. Présentation du sujet

Le support retenu pour l'épreuve de Mécanique générale et Milieux déformables de la session 2011 est le système caténaire-pantographe qui assure l'alimentation électrique du TGV.

Cette épreuve a permis de tester, chez les candidats, connaissances et capacités requises des champs disciplinaires suivants :

- mécanique du solide et des systèmes de solides ;
- mécanique des milieux continus ;
- commande des systèmes ;
- énergétique et transferts de chaleur ;
- méthodes de résolution numérique (méthode des éléments finis).

Le sujet comporte 5 parties indépendantes organisées autour d'une analyse systémique du système. Chaque partie s'attache à tester les compétences des candidats pour prédire les performances liées à une ou plusieurs fonctions techniques, ou valider le dimensionnement d'un composant du système.

## 2. Analyse globale des résultats

L'épreuve de mécanique générale et de milieux déformables a conduit les candidats à :

- vérifier les performances du système caténaire-pantographe ;
- construire et valider des modélisations du comportement de la ligne caténaire et du pantographe en vue de prévoir les performances d'un pantographe évolué.

Concernant les transferts de chaleur, le jury note avec satisfaction qu'une majorité de candidats développe les compétences requises à ce niveau. Toutefois, l'expression de l'opérateur Laplacien en coordonnées cylindriques 1D pose toujours autant de problème. Enfin, bien qu'écrire un bilan d'énergie relève d'un savoir faire indispensable à ce niveau, le jury constate que, lors de cette session, trop peu de candidats y parviennent sans encombre.

Concernant la mécanique des milieux continus (propagation d'ondes dans des milieux curvilignes) le jury constate que 30% des candidats ont bien traité les questions concernées. En revanche, pour ce qui est des savoirs faire relatifs aux méthodes de résolution numérique (méthode des éléments finis), le jury déplore un succès moindre. Une minorité de candidats est à l'aise avec cette méthode de résolution pourtant très répandue dans le domaine de la mécanique.

Concernant la mécanique du solide, le jury regrette qu'une majorité des candidats ne maîtrise pas correctement le formalisme de Lagrange (avec ou sans multiplicateur) d'autant que la démarche d'obtention des équations était clairement proposée dans le sujet.

Le jury se félicite de la présence de très bonnes copies mais regrette leur trop faible quantité.

### 3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

#### Partie 1

L'objectif de cette partie était de valider le dimensionnement du fil de contact de la caténaire d'un point de vue thermique. Cette partie était sous-divisée en deux sous-parties.

La première sous-partie permettait de vérifier l'homogénéité de la température à l'intérieur du fil de contact. Pour ce faire, le candidat devait calculer la puissance électrique volumique générée dans le fil de contact puis écrire l'équation de conduction. En simplifiant cette équation au maximum (régime permanent, génération interne, 1D cylindrique), le candidat obtenait le profil de température dans le fil. Le calcul de la différence de température entre le centre et la périphérie du fil de contact permettait de conclure quant à l'échange par conduction au niveau du fil de contact.

Dans une seconde sous-partie, le candidat était amené à vérifier la température de la surface externe du fil de contact. Il était donc nécessaire que le candidat écrive un bilan thermique sur le fil de contact. Le candidat est guidé de bout en bout pour cette sous-partie : indication pour l'écriture du flux de rayonnement, écriture du flux de chaleur par convection puis détermination du bilan thermique sur le fil de contact pour calculer la température d'équilibre du fil de contact

Cette partie comportait 9 questions. Dans l'ensemble cette partie a été largement abordée par les candidats (seuls 14 candidats sur 118 ne l'ont pas traitée). Parmi les 104 candidats qui ont traités cette partie, 13 l'ont fait entièrement. La première sous-partie a été traitée très convenablement alors que la suivante, nécessitant plus de raisonnement, a été nettement moins abordée.

#### Partie 2

L'objectif de cette partie était de prédire l'évolution de la tension mécanique de la caténaire.

La principale limitation de la vitesse des TGV provient de la vitesse de propagation des ondes dans la caténaire : apparition du phénomène de mur du son lorsque le TGV s'approche de cette vitesse. Cette dernière est directement liée à la tension de la caténaire et dépend également de la fréquence à laquelle est excitée la caténaire.

L'objet de cette partie est, tout en guidant le candidat, de l'amener à comparer deux modélisations de la caténaire : un modèle de corde tendue et un modèle de poutre mince tendue. Il s'agit au final de proposer une démarche argumentée de choix de la tension appliquée et de valider le choix de la tension utilisée lors du dernier record de vitesse du TGV.

Cette partie fait appel à la capacité du candidat à faire un bilan d'actions mécaniques pour en déduire des équations d'équilibre puis de mouvement. Enfin il doit utiliser ces résultats pour proposer une démarche de choix de tension et vérifier la valeur de tension choisie pour le record. Beaucoup de candidats ont abordé cette partie dans laquelle la démarche est très cadrée. Cependant dans de nombreuses copies l'origine des équations écrites n'est pas précisée. Dans les questions relatives à l'équilibre dynamique des tronçons de corde ou de poutre une part importante des candidats ne précise ni s'il s'agit d'un équilibre en résultante ou en moment ni dans quelle direction sont projetées ces équations d'équilibre.

#### Partie 3

L'objectif de cette partie est de prédire le comportement dynamique de la caténaire en vue de valider la fonction technique FT4 « Assurer le maintien du contact caténaire / pantographe ». Seul un modèle éléments finis est apte à prédire le comportement dynamique de l'ensemble caténaire (fil de contact + suspensions). L'étude des éléments de poutre tendue n'est pas « classique » mais le sujet est centré sur les méthodologies habituellement mises en œuvre lors des modélisations par éléments finis. Des aspects liés à l'amortissement ont également été abordés.

À la correction des copies il apparaît clairement qu'un nombre important de candidats n'est pas familier avec la méthode des éléments finis alors même qu'un nombre réduit la maîtrise bien. Une question maltraitée portait sur le travail développé par la pesanteur. Trop nombreux sont les candidats qui ne font apparaître ni une intégrale sur l'élément (chargement réparti) ni, ce qui est plus grave, un résultat homogène au produit d'un déplacement par un effort.

Toutes les questions de cette partie ont été abordées avec succès par certains candidats (excepté la question 21 relative à l'énergie de déformation). Certains candidats, bien que peu familiers avec les éléments finis, ont su tirer partie du sujet et ont traités correctement les questions 27 à 29 relatives à l'amortissement.

#### **Partie 4**

L'objectif de cette partie était de prédire le comportement dynamique du pantographe en vue de valider la fonction technique FT4 « Assurer le maintien du contact caténaire / pantographe ».

Les compétences nécessaires pour traiter cette étude relevaient de la mécanique des solides et du comportement élastique linéaire.

Dans un premier temps, les candidats sont amenés à rejeter une première modélisation rigide du grand cadre du pantographe par comparaison des résultats issus de cette modélisation avec les mesures expérimentales obtenues sur le système réel.

Dans un second temps, les candidats doivent valider une évolution de la modélisation du grand cadre pour laquelle on retient une élasticité du bras supérieur par comparaison des résultats issus de cette seconde modélisation avec les mesures expérimentales obtenues sur le système réel.

Enfin, les candidats sont amenés à valider une modélisation du pantographe complet par comparaison des résultats issus de cette dernière modélisation avec les mesures expérimentales obtenues sur le système réel.

Cette partie a été abordée par une majorité de candidats avec plus ou moins de succès. Ainsi, le formalisme de Lagrange nécessaire aux mises en équations demandées n'est traité que par 4 candidats sur 10. Le jury recommande donc aux futurs candidats de mieux maîtriser le formalisme lagrangien.

#### **Partie 5**

L'objectif de cette partie est de valider la fonction technique « Commander la montée et le maintien du pantographe ».

Dans cette partie, les candidats sont conduits à détailler le fonctionnement de la commande de montée et du maintien du pantographe en mode normal et en mode de secours. Cette étude a été conduite avec plus ou moins de succès par un candidat sur deux.

#### **Conseils du jury**

Le jury encourage les candidats à tirer partie au maximum du sujet en ne restant pas bloqués sur certaines questions. Cependant, le sujet est composé de parties présentant chacune un cheminement reproduisant les démarches rencontrées en sciences de l'ingénieur. Ainsi le jury apprécie les copies où les candidats tentent de traiter ces parties dans leur ensemble en gardant à l'esprit de revenir, en fin de partie, sur l'objectif initial proposé.

Pour ce qui est de la présentation des copies, il est souhaitable de bien indiquer le numéro des questions traitées, d'encadrer le résultat et d'indiquer, tout en étant concis, la démarche de résolution. Un minimum de soin est à apporter aux schémas produits. Plusieurs candidats ont reproduit des schémas du sujet ou recopié des parties de question. Cela est bien évidemment totalement inutile.

Pour ce qui est du fond, trop de réponses sont données sans vérification de l'homogénéité du résultat (entre les termes d'une même équation ou quant à un résultat dont la grandeur physique n'est pas celle espérée).



Le jury apprécie les candidats qui justifient ou même simplement expliquent les démarches adoptées pour résoudre les questions posées. Un rappel bref sur le domaine d'applicabilité des formules employées est également souhaitable. Enfin, le jury valorise également les candidats qui, lors des applications numériques, indiquent les unités choisies et restent critique vis-à-vis de leurs réponses.

L'épreuve de mécanique générale et des milieux déformables de l'Agrégation de Mécanique requiert un haut niveau de connaissances scientifiques et la maîtrise de compétences propres aux sciences de l'ingénieur et à ce titre une préparation spécifique est indispensable.

Dans ce but, le jury invite les futurs candidats qui souhaitent bénéficier d'une préparation efficace, à se rapprocher des formations mises en place par les différents centres de préparation (Universités, ENS, CNED). Enfin, les rapports de jury et les corrigés de cette session et des sessions antérieures doivent être mis à profit pour préparer au mieux l'épreuve de mécanique générale et des milieux déformables en particulier et, plus généralement, le concours exigeant de l'Agrégation de Mécanique.

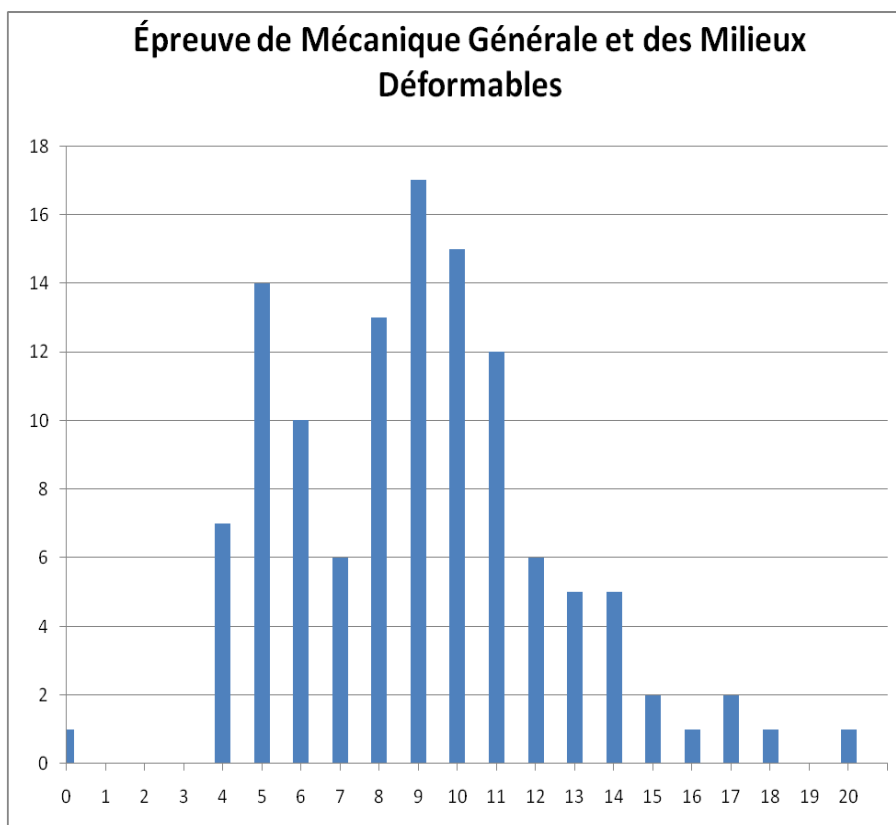
#### 4. Conclusions

Le sujet a été conçu pour permettre aux candidats d'exprimer au mieux leurs compétences. Les 49 questions du sujet ont toutes été abordées et seules 5 d'entre elles n'ont vu aucun candidat atteindre le maximum de points alloués.

#### 5. Résultats

118 candidats, dont 7 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,49 avec :

- 19,1 comme meilleure note ;
- 0 comme note la plus basse.



SESSION 2011

---

**AGRÉGATION  
CONCOURS EXTERNE**

**Sections : GÉNIE MÉCANIQUE / MÉCANIQUE**

**ÉPREUVE D'ANALYSE ET DE CONCEPTION DES SYSTÈMES**

Durée : 8 heures

---

*Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

**Tournez la page S.V.P.**

**Le sujet comporte :**

- une présentation de l'étude (pages numérotées de 1 à 3)
- le texte de l'étude (pages numérotées de 4 à 17)
- le dossier technique, constitué des documents repérés de DT1 à DT10.
- le dossier réponse contenant les documents repérés de DR1 à DR5.

**Table des documents :**

<b>N°</b>	<b>Nom du document</b>	<b>Format</b>
DT1	Modélisation essieu - rails	A4
DT2	Vues d'ensemble du TRANSLOHR	<b>A3</b>
DT3	Modélisation simplifié du module intermédiaire MI 1	A4
DT4	Vue de dessous du TRANSLOHR	<b>A3</b>
DT5	Modèle de Pacejka	A4
DT6	Résultats de simulations	A4
DT7	Dispositif de guidage	<b>A3</b>
DT8	Dispositif de plaquage / retenue	A4
DT9	Perspective conception	A4
DT10	Vérin à 2 tiges (dispositif de verrouillage)	A4

<b>N°</b>	<b>Nom du document</b>	<b>Format</b>
DR1	Modèle global du TRANSLOHR	A4
DR2	Comportement cinématique du MI	A4
DR3	Démarche de résolution P2.4	A4
DR4	Critères de choix de matériaux	A4
DR5	Porte galets	<b>A3</b>

## LE TRANSLOHR

Pour améliorer les conditions de mobilité urbaine, la société Lohr a conçu et fabriqué un tramway sur pneus : LE TRANSLOHR.



**Figure 1 : Le Translohr**

Cette gamme de tramways contient des innovations majeures : les rames sont légères et entièrement modulaires, peu gourmandes en emprise au sol, et, caractéristique majeure, elles roulent sur pneus.

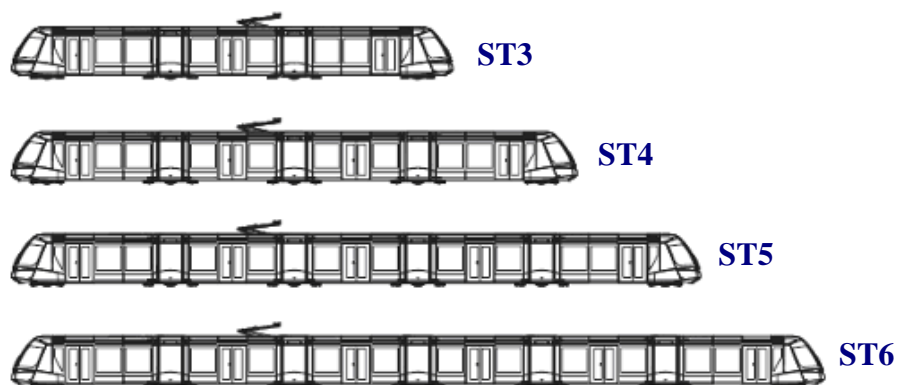
Cette particularité donne au Translohr le plus court rayon de braquage des tramways actuels, lui permet de grimper des pentes fortes et de s'inscrire dans un tissu urbain sinueux en épousant au plus juste la topographie du lieu. Le tram Translohr se contente de chaussées urbaines existantes. Il ne nécessite aucun chantier lourd, puisque son infrastructure se limite à un rail unique à fleur de chaussée.

Le Translohr reprend l'ensemble des caractéristiques qui définissent un tramway moderne :

- ✚ **Guidage permanent** par un rail central, permettant une architecture et une homologation de type ferroviaire.
- ✚ **Grande capacité de transport** : gamme complète de véhicules personnalisables de 3 à 6 modules passagers entièrement communicants, de 25 à 46 mètres, pouvant transporter de 127 à 255 personnes par rame (à 4 personnes/m<sup>2</sup>).
- ✚ **Equipements électriques installés en toiture.**
- ✚ Possibilité de pack **batteries** permettant de circuler sur une partie de ligne **en autonomie**, sans caténaire.
- ✚ **Réversibilité** : une cabine de conduite à chaque extrémité.
- ✚ **Accessibilité** : plancher bas intégral à **25 cm** du sol.

Le pneu, qui remplace le bogie en acier sur le tramway, comporte des avantages déterminants :

- ✚ **Silence de roulement**, surtout dans les courbes, grâce à l'absence du crissement fer sur fer,
- ✚ Hautes performances en insertion, grâce à un **rayon de giration très court** (10,5 m au rail), une **capacité de franchissement de pentes à 13%** et un **gabarit (largeur de voie minimale) limité à 5,40 m** en voie double,
- ✚ **Sécurité dynamique accrue**, avec notamment un freinage de type routier (système ABS sur chaque roue),
- ✚ **Un dimensionnement moindre des infrastructures** et une simplification de leur réalisation.



Modèle		STE3	STE4	STE5	STE6
Vitesse maximale	km/h			70	
Tension d'alimentation nominale	V			750	
Bidirectionnel				oui	
Largeur H.T.	m			2,20	
Hauteur H.T. hors captage	m			2,89	
Niveau du plancher	m			0,25	
Rayon de giration H.T.	m			10,50 au rail	
Gabarit (largeur de voie minimale)	m			5,40 en voie double	
Essieux moteurs		2	2	Motorisations additionnelles	
Longueur H.T.	m	25	32	39	46
Nombre de modules passagers		3	4	5	6
Nombre d'essieux	Nb	4	5	6	7
Porte (ouverture 1,3mx 1,95m)		2x3	2x4	2x5	2x6
Capacités	4 p/m <sup>2</sup>	127	170	213	255
	6 p/m <sup>2</sup>	178	238	298	345

**Figure 2 : La Gamme**

## Recommandations

L'étude est composée de **3 parties indépendantes**. Cependant, la lecture de l'intégralité du sujet est indispensable à une bonne compréhension du système. Il est proposé au candidat de répartir son temps de travail sur les différentes parties de l'étude de la façon suivante :

- ✚ **Lecture du sujet** : 1 h
- ✚ **Première partie** : 2 h 30
- ✚ **Deuxième partie** : 2 h 30
- ✚ **Troisième partie** : 2 h

**Le candidat devra rendre :**

- ✚ **3 copies séparées correspondant aux 3 parties du sujet ;**
- ✚ **Les documents réponses, qui seront insérés dans la copie afférente à la partie traitée.**

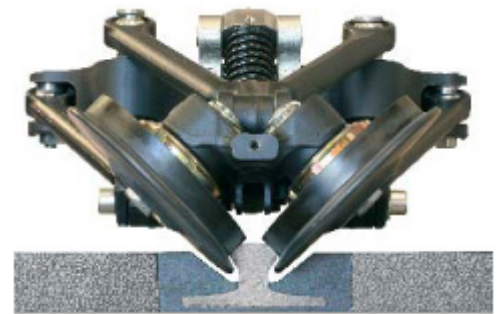
## Objectifs

La création d'un tramway sur pneus a conduit la société LOHR à revoir totalement les solutions classiques que l'on trouve dans les systèmes ferroviaires habituels. En particulier, la société LOHR a conçu un système de guidage par rail central permettant de garantir la précision de la trajectoire.

Chacune des parties traitées dans ce sujet vise soit à valider les solutions techniques retenues par LOHR soit à définir ou concevoir des éléments de solutions spécifiques à ce tramway sur pneus.

En particulier :

- ✚ La partie 1 permettra de vérifier les avantages d'une solution sur pneus relativement à une solution sur rails pour un tramway.
- ✚ La partie 2 permettra de valider le comportement du TRANSLOHR face à des perturbations extérieures comme du vent latéral par exemple.
- ✚ La partie 3 s'intéressera à la définition du système de guidage permettant d'assurer un bon contact galets/rail.



**Figure 3 : Système de guidage**

# 1 PARTIE 1 : ETUDE COMPARATIVE : SOLUTION SUR RAILS - SOLUTION SUR PNEUS

Relativement à un tramway classique sur rail, la solution sur pneus proposée par LOHR permet un plancher plat à 25 centimètres du sol sur l'ensemble de la rame. Cette solution présente les avantages suivants :

- ✚ faciliter l'accès des passagers au tramway,
- ✚ faciliter le déplacement des passagers à l'intérieur de la rame,
- ✚ limiter les risques de chute de quai lorsque le tramway n'est pas présent.

D'autre part, le Translohr est parfaitement adapté aux contraintes urbaines grâce :

- ✚ à un rayon de giration très court (10,5 m au rail),
- ✚ à une capacité de franchissement de 13%,
- ✚ un gabarit dynamique limité à 5,40 m en voie double.

*L'objectif de cette partie est de vérifier certains avantages spécifiques du Translohr.*

Pour cela, nous allons tout d'abord étudier un essieu de train classique afin d'avoir une base de comparaison. Ensuite nous nous intéresserons à la stabilité du Translohr pour finir par vérifier le gabarit annoncé dans la situation la plus défavorable. **Chaque sous-partie est indépendante.**

## 1.1 Etude de la stabilité de guidage d'un essieu de train

Sur un tramway ou un train moderne (TGV), la liaison au sol est assurée par des bogies (Cf **Figure 4**) placés entre les caisses. Chaque bogie comporte 2 essieux qui comportent chacun 2 roues encastrées sur l'essieu. Le profil des roues est donné **Figure 5**.

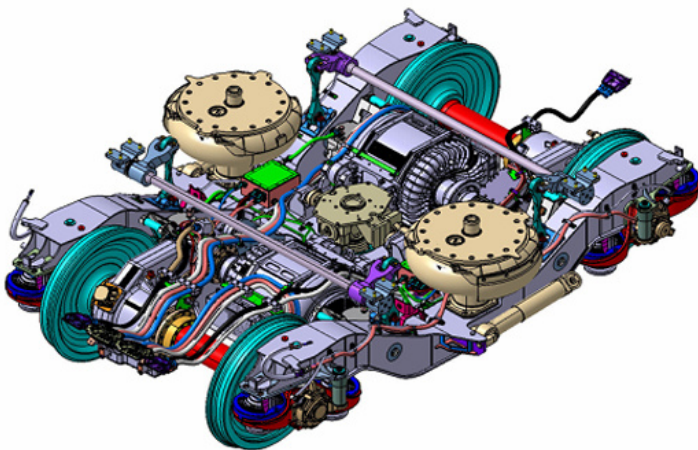


Figure 4 : Bogie de TGV (Source ALSTOM)

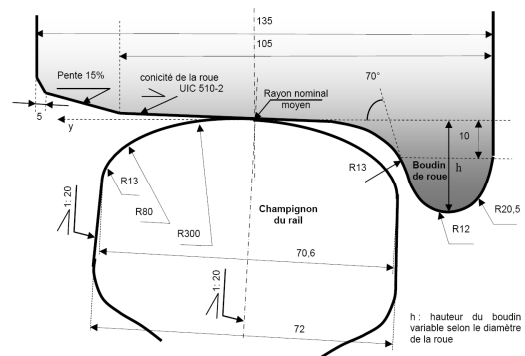


Figure 5 : Profils du champignon du rail et de la table de roulement de roue

Pour assurer la sécurité des passagers et éviter les déraillements, il est indispensable que l'essieu soit stable latéralement sur la voie. **Dans cette partie nous allons vérifier la stabilité d'un essieu de tramway et conclure sur les contraintes techniques que cela impose.**

La modélisation et le paramétrage que nous allons utiliser dans cette partie sont définis sur le **document DT1**. Nous supposons que l'essieu est non motorisé et qu'il se déplace à une vitesse  $V$  constante. La position de l'essieu sur la voie est caractérisée **par l'angle  $\gamma$  et le déplacement latéral  $\delta$**  (Cf document

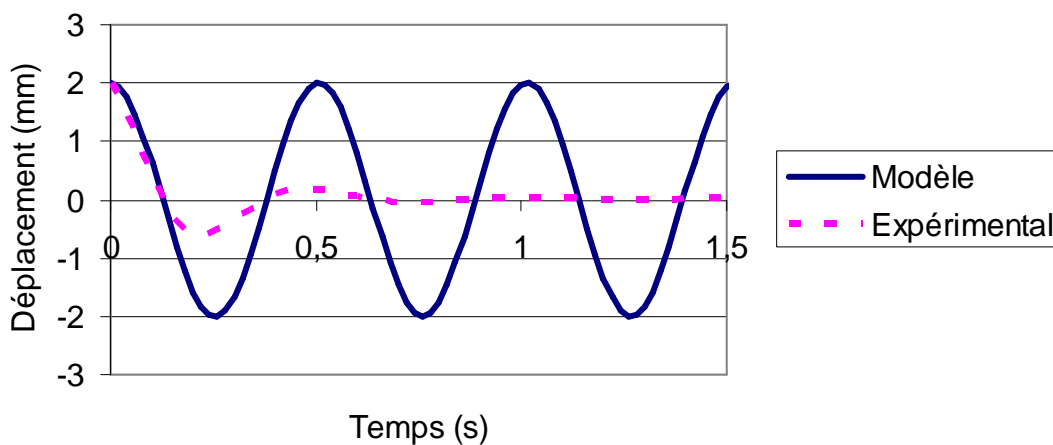
**DT1).** Toutes les hypothèses complémentaires que vous serez amenés à poser devront être clairement explicitées.

A l'instant  $t = 0$ , nous supposons que, sous l'action d'une sollicitation extérieure, l'essieu subit un petit déplacement latéral  $\overrightarrow{O'O} = \vec{\delta} = \delta_0 \vec{y}$  ( $\delta_0 > 0$ ).

- Q1** En vous inspirant de la **vue 2** du **document DT1**, représenter en vue de face, l'essieu dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta > 0$ . Indiquer sur votre schéma la position des points A, B (Centres de deux roues) et des points A', B' (points de contacts Roues/Rails) définis sur le **document DT1**.
- Q2** Déterminer dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta \neq 0$ , dans la base  $B_1$ , les vecteurs  $\overrightarrow{A'A}$  et  $\overrightarrow{B'B}$  en fonction du déplacement latéral  $\delta$ , de l'angle de conicité des roues  $\alpha$  et du rayon R.
- Q3** Toujours dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta \neq 0$ , en supposant qu'il y a roulement sans glissement en A' et B', exprimer dans la base  $B_1$ ,  $\overrightarrow{V_{A \in 1/0}}$  et  $\overrightarrow{V_{B \in 1/0}}$  en fonction des vitesses de rotation  $\omega$  et  $\dot{\gamma}$  de l'essieu, du déplacement latéral  $\delta$  et des différents paramètres géométriques.
- Q4** A partir d'une relations liant  $\overrightarrow{V_{A \in 1/0}}$  à  $\overrightarrow{V_{B \in 1/0}}$  et des résultats précédents, déterminer une relation liant  $\delta$ ,  $\omega$ ,  $\dot{\gamma}$  et les différents paramètres géométriques.

L'angle  $\gamma$  **étant toujours petit**, nous supposons pour le reste de l'étude que les relations obtenues aux questions précédentes restent vraies lorsque  $\gamma \neq 0$ .

- Q5** A partir de la **vue 3** du **document DT1**, dans la configuration  $\gamma \neq 0$  et  $\delta \neq 0$ , déterminer l'expression de  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O \in 1/0}} \cdot \vec{y}$  en fonction de V et  $\gamma$ .
- Q6** Montrer, en combinant les équations obtenues aux questions Q4 et Q5, que l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  de l'essieu est de la forme :  $\frac{\ddot{\delta}}{\omega_0^2} + \delta = 0$  avec  $\omega_0 = 12,4$  rad/s (avec les valeurs numériques du **document DT1**).



**Figure 6 : Réponse de l'essieu pour un déplacement latéral de 2 mm**

La Figure 6 présente la solution de l'équation obtenue à la question Q6 ainsi que le déplacement latéral obtenu expérimentalement pour une perturbation initiale  $\delta_0$  de 2 mm.



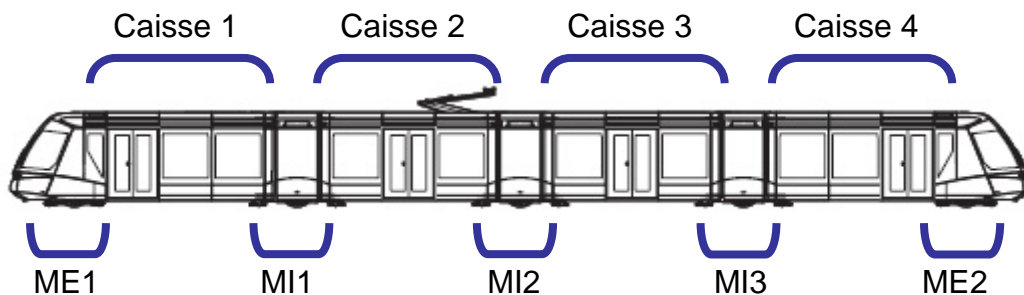
**Q7** Conclure sur la pertinence du modèle proposé et sur l'auto-stabilité de l'essieu.

On souhaite obtenir un plancher plat sur l'ensemble de la rame à 25 centimètres du sol comme pour le Translohr en gardant le même diamètre de roue.

**Q8** Quelles contraintes techniques cela impose t'il et quelles en sont les conséquences ?

## 1.2 Etude de la stabilité de guidage d'un Module Intermédiaire (MI)

Comme nous l'avons fait pour la solution sur rail, nous allons vérifier que la solution proposée par LOHR permet d'assurer l'auto-stabilité latérale de la rame.



**Figure 7 : Structure d'une rame ST4**

Une rame de type **ST4** (Cf **Figure 7**) est constituée de :

- ✚ 4 Caisses,
- ✚ 2 Modules d'Extrémités (**ME**) motorisés (Non étudiés),
- ✚ 3 Modules Intermédiaires (**MI**) porteurs.

Les documents **DT2** et **DT4** présentent une vue d'ensemble des différents éléments constitutifs d'une rame.

Les modules d'extrémités (**ME**) sont motorisés et ont une cinématique différente des Modules Intermédiaires (**MI**). Les modules d'extrémités ne seront pas étudiés dans ce sujet.

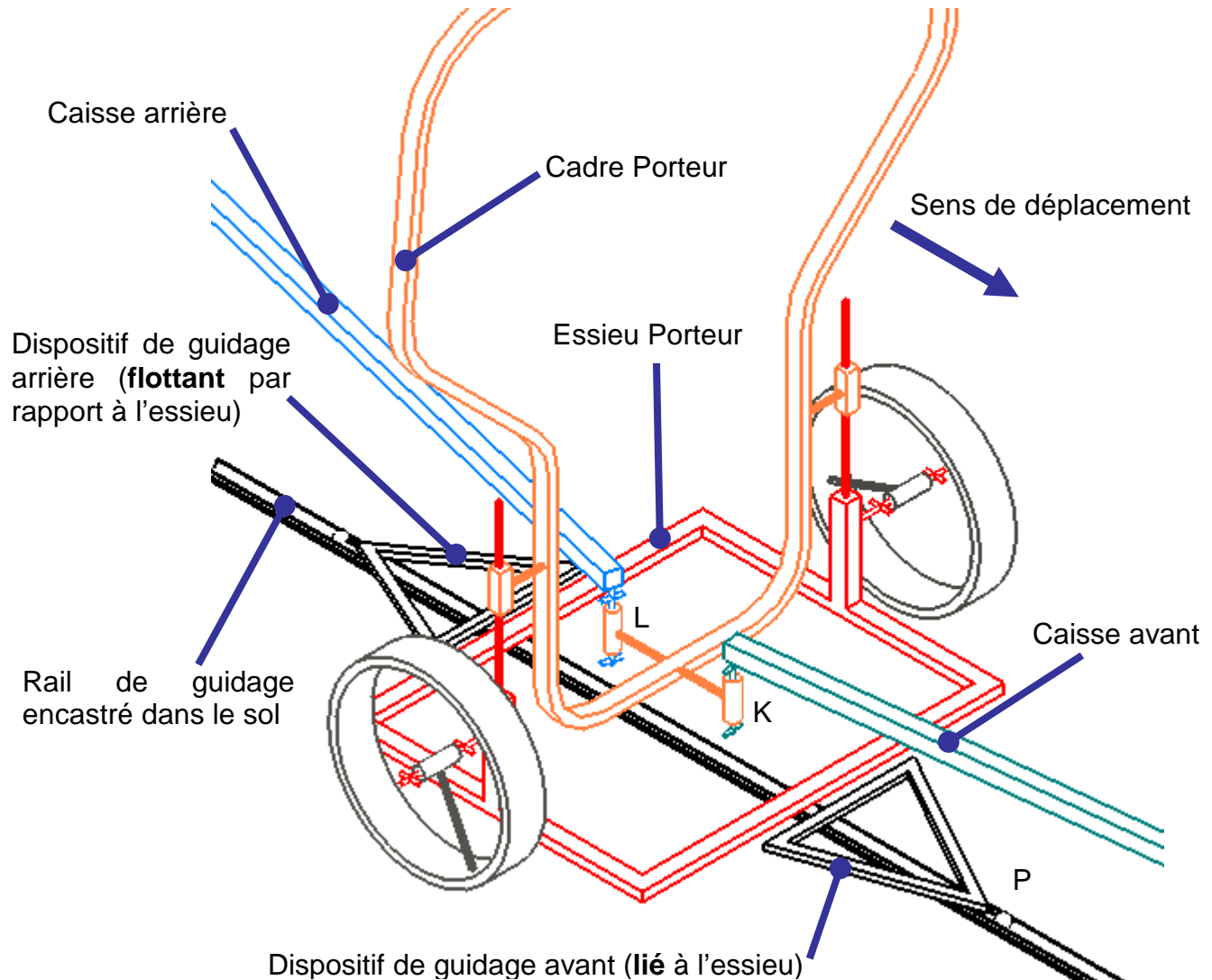
Un module intermédiaire est constitué (Cf documents **DT2** et **Figure 8**) :

- ✚ d'un cadre porteur lié aux caisses par un ensemble de liaisons assimilable en première approximation à deux liaisons pivots verticales (une par liaison Caisse / MI en L et K),
- ✚ d'un essieu porteur (Cf **Vues 1** et **2**, document **DT2**) lié au cadre porteur par un ensemble de liaisons assimilables à une liaison glissière verticale et par un système de suspensions/amortisseurs,
- ✚ de deux dispositifs de guidage (Cf documents **DT2** et **DT7**) disposés symétriquement par rapport à l'axe de l'essieu, assurant l'interface rail / essieu porteur.

Le dispositif de guidage situé **en avant** (relativement au sens de déplacement de la rame) est solidaire de l'essieu porteur (Cf **Figure 8**). La liaison galets/rail (Cf **Figure 3**) est assimilable en première approximation à une liaison linéaire annulaire en P.

Le dispositif de guidage situé **en arrière** est flottant latéralement et ne participe donc pas au guidage du MI. Des dispositifs appelés « dispositifs de verrouillage » (non représentés) permettent de solidariser / désolidariser les dispositifs de guidage en fonction du sens de déplacement de la rame.

Ces dispositifs sont nécessaires pour pouvoir laisser les pneus se mettre en dérive. En exploitation normale, la reprise des efforts latéraux est alors assurée par les pneumatiques et non par les galets de guidage. Exceptionnellement, le dispositif de guidage situé en **arrière** vient se mettre en butée pour assurer la reprise des efforts latéraux en cas de glissement des pneumatiques (verglas par exemple) ou si le Translohr part accidentellement en marche arrière).



**Figure 8 : Schéma cinématique partiel d'un MI**

**Q9** Relativement à la solution classique sur rails, expliquer en quoi la solution proposée par Lohr permet d'abaisser le plancher à 25 cm du sol.

Afin de vérifier la stabilité de la solution de guidage nous allons nous intéresser à un Module Intermédiaire **seul**. Dans cette partie, nous supposons que le rail de guidage est rectiligne, que la route est parfaitement plane et horizontale, qu'il n'y a pas de glissement entre les pneus et la route et que le pneu ne se déforme pas latéralement.

La modélisation et le paramétrage que nous allons utiliser dans cette partie sont définis sur le **document DT3**.

Le Module Intermédiaire est non motorisé et se déplace à une vitesse  $V$  constante. La position du Module Intermédiaire est caractérisée par l'angle  $\gamma$  et le déplacement latéral  $\delta$  (Cf **document DT3**). Toutes les hypothèses complémentaires que vous serez amené à poser devront être clairement explicitées.

A l'instant  $t = 0$  nous supposons que, sous l'action d'une sollicitation extérieure, le Module Intermédiaire subit un petit déplacement latéral  $\vec{\delta} = \delta_0 \vec{y}$ .

- Q10** A partir de la **Vue 1** du **document DT3**, en utilisant une fermeture géométrique, déterminer la relation liant  $\gamma$  à  $\delta$ .
- Q11** En supposant qu'il y a roulement sans glissement en  $A'_1$  et  $B'_1$  (points de contact Roues/Sol) donner, sans faire de calculs, la direction de la vitesse du centre de l'essieu  $\overrightarrow{V_{O_1 \in I/0}}$ . En déduire la relation liant  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in I/0}} \cdot \vec{y}$ ,  $V$  et  $\gamma$ . Evaluer qualitativement le domaine de validité de ce modèle.
- Q12** Déduire des 2 questions précédentes, l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  du module intermédiaire. Déterminer la solution de cette équation.
- Q13** Quels sont les paramètres influant sur la stabilité du module intermédiaire et conclure sur l'auto-stabilité du module intermédiaire.
- Q14** Que se passe-t-il si le Translohr part accidentellement en marche arrière ? Quelle solution technique a prévu Lohr dans cette situation ?

### 1.3 Vérification du gabarit en courbe du Translohr

Grace à l'utilisation de pneus, le Translohr a un rayon de giration très court de 10,5 m (au rail) ce qui est un avantage déterminant en milieu urbain. Du fait du dispositif employé pour le guidage des modules intermédiaires le Translohr a tendance à se déporter vers l'intérieur du virage.

Dans cette partie, nous allons déterminer la largeur de voie minimale (Gabarit) pour un rayon de giration de 10,5 m, pour que deux rames puissent se croiser.

Comme pour la partie précédente, nous supposerons qu'il n'y a pas de glissement entre les pneus et la route et que le pneu ne se déforme pas latéralement. La modélisation et le paramétrage que nous allons utiliser dans cette partie sont définis sur les **documents DT3 et DT4**. Dans cette partie, la rame est sur une partie courbe de rayon **Rc** (Cf **document DT4**) et **occupe une position stable sur la voie**.

- Q15** Caractériser la position d'un module intermédiaire relativement au rail de guidage. Proposer un schéma en vue de dessus représentant le module intermédiaire en situation et faites apparaître les paramètres nécessaires au calcul du déport de voie  $|\delta|$ .
- Q16** En déduire l'expression du déport de voie  $|\delta|$  en fonction du rayon **Rc**.
- Q17** Déterminer les rayons **Ri** et **Re** (Cf **document DT4**) limitant le gabarit pour une voie en fonction de **Rc**,  $\delta$  et des paramètres géométriques. On pourra supposer  $e \ll L_v$ .
- Q18** Pour un rayon de giration **Rc** de 10,5 m de la voie intérieure, déterminer le gabarit global **en voie double** et comparer au 5,4 m annoncé. En cas de non respect des 5,4 m, proposer des compromis compatibles avec le milieu urbain.

## 2 PARTIE 2 : VALIDATION DU COMPORTEMENT DU TRANSLOHR

La création d'un nouveau type de tramway nécessite de valider son comportement dans différentes situations. En particulier, il est nécessaire de prévoir son comportement dans les situations suivantes :

- ✚ Présence de défauts ou obstacles sur la voie,
- ✚ Perte d'adhérence des pneumatiques (Verglas par exemple),
- ✚ Croisement de rames,
- ✚ Fort vent latéral.

Pour cela, on a recourt à l'expérimentation et à la simulation.

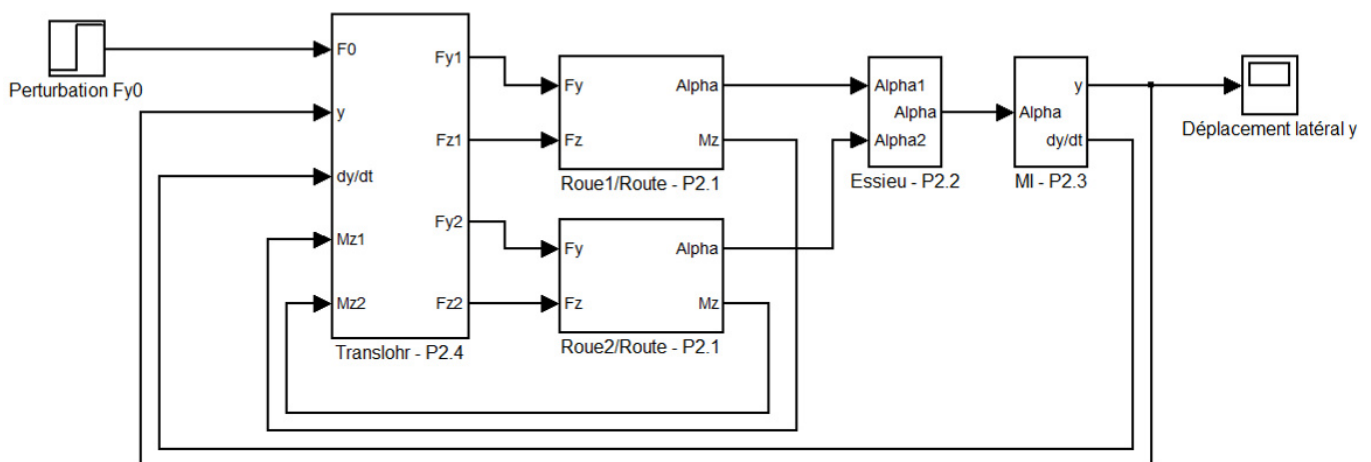
*Dans cette partie, nous allons nous attacher à définir un modèle du Translohr exploitable numériquement, permettant de simuler et valider le comportement de celui-ci.*

En particulier nous allons étudier **les effets d'un effort latéral sur le comportement de la rame** (Effort lié au vent, surpression lors du croisement d'une rame...).

La **Figure 9** présente une vue générale du modèle que nous allons construire.

Ce modèle permet de simuler le déplacement latéral  $\delta$  (Cf **documents DT3** et **DT4**) d'un module intermédiaire (variable  $y$  sur la **Figure 9**) face à une perturbation latérale ( $Fy_0$  sur la **Figure 9**).

- ✚ Les blocs P2.1 traduisent le comportement des pneus sur la route (Etudié dans la **partie 2.1**).
- ✚ Le bloc P2.2 traduit le comportement cinématique de l'essieu (Etudié dans la **partie 2.2**).
- ✚ Le bloc P2.3 traduit le comportement en suivi de trajectoire d'un module intermédiaire (Etudié dans la **partie 2.3**).
- ✚ Le bloc P2.4 traduit le comportement dynamique du Translohr (Etudié dans la **partie 2.4**).



$F_x, F_y, F_z$  : Résultante (Route / Pneu) en N

$M_z$  : Moment (Route / Pneu) d'auto-alignement en Nm

$y$  : déplacement latéral en mm

$F_{y0}$  : perturbation latérale en N

$\alpha$  : Angle de dérive du pneu en rd

**Figure 9 : Modèle global du Translohr**

Les variations du déplacement latéral  $\delta$  d'un module intermédiaire engendrent en particulier :

- ✚ Des accélérations latérales que ressentent les passagers,
- ✚ Un mouvement de lacet (Rotation autour de  $(O_1, \bar{z})$ ) du module intermédiaire (Cf **document DT3**) qui engendre des mouvements de caisses perturbants pour les passagers (Les caisses constituant la rame ne sont plus bien alignées sur la route. La rame prend la forme d'un « S » au lieu d'être bien rectiligne. Cf **Figure 16**),
- ✚ Des efforts importants dans la liaison Galets/Rail qui peuvent conduire à une usure prématurée des éléments de guidage.

Les paramètres sur lesquels nous pouvons agir afin de limiter les variations du déplacement latéral  $\delta$  sont en particulier :

- ✚ La distance  $d$  positionnant le centre de la liaison Galets/Rail relativement à l'axe des roues,
- ✚ La présence ou non d'un système antilacet (vérin amortisseur) que nous modéliserons par un frottement visqueux dans les articulations MI/Caisses en L et K (coefficient de frottement visqueux  $f_v$  en Nm/(rd/s)) (Cf **document DT4**).

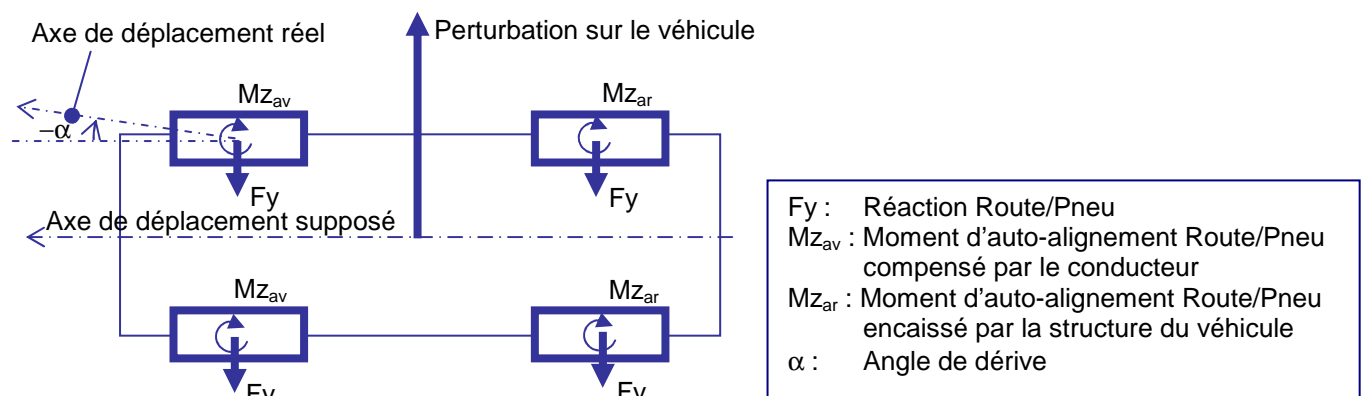
Les parties 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4 vont nous permettre de définir les différents modèles du schéma bloc de la **Figure 9**. La partie 2.5 nous permettra, à partir de résultats de simulation, de conclure vis à vis des choix constructifs à effectuer (Distance  $d$  optimale et présence ou non de vérins amortisseurs antilacets).

**Chaque sous-partie est indépendante à l'exception de la partie 2.4.1 qui utilise les résultats des parties précédentes.**

## 2.1 Modélisation du contact pneu-route

Le modèle utilisé dans la partie 1 (Roulement sans glissement) pour traduire le comportement du pneu sur la route n'est pas suffisamment précis. En effet, le modèle de roulement sans glissement ne tient pas compte de l'influence des efforts appliqués sur le pneu.

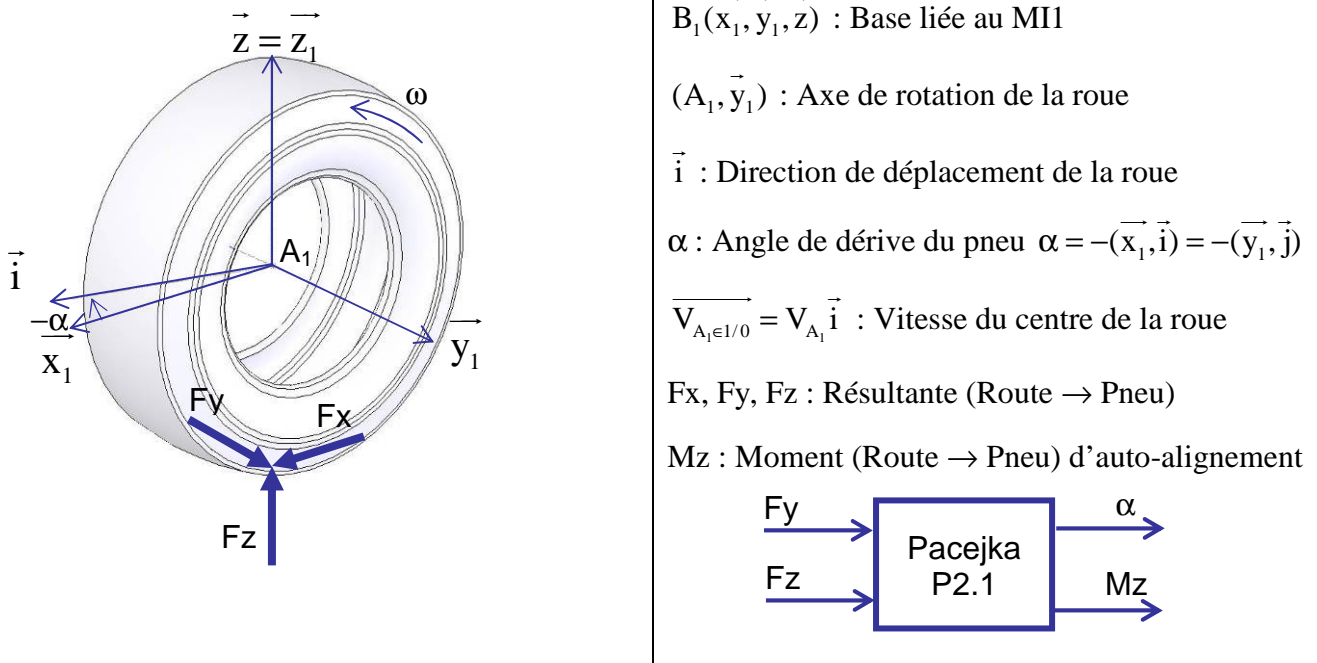
En pratique, un effort latéral  $F_y$  appliqué sur un pneu provoque une déformation de celui-ci, qui engendre simultanément un déplacement latéral de la roue. Parallèlement, la déformation du pneu engendre un moment autour de l'axe vertical (appelé moment d'auto-alignement  $M_z$ ) qui a tendance à aligner la roue avec sa direction de déplacement réel.



**Figure 10 : Exemple d'une automobile soumise à une perturbation latérale telle le vent**

Dans l'exemple présenté **Figure 10** d'une automobile soumise à une perturbation latérale telle le vent, si le conducteur ne veut pas être dévié sur la droite, il va falloir qu'il compense la perturbation en tournant son volant légèrement à gauche.

Un des modèles couramment employé pour les véhicules sur pneus est le modèle de Pacejka. Il s'agit d'un modèle de comportement très réaliste puisque les équations sont une interpolation de résultats expérimentaux effectués sur un banc d'essai. Le glissement latéral du pneu est introduit sous la forme d'un angle de dérive  $\alpha$  (Cf **Figure 10** et **Figure 11**).



**Figure 11 : Modèle de Pacejka**

L'angle de dérive  $\alpha$ , est l'angle entre la vitesse de déplacement du centre de la roue  $A_1$  et le plan médian de la roue  $(A_1, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$ . L'angle de dérive  $\alpha$  dépend des composantes de la résultante de la route sur le pneu  $F_y, F_z$ , du pneu et de la route. L'angle de dérive  $\alpha$ , qui caractérise la déformation du pneu, permet de quantifier le moment d'auto-alignement  $M_z$  ayant tendance à ramener le plan médian du pneu  $(A_1, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$  parallèle à la vitesse de déplacement  $\vec{V}_{A_1 \in I/0} = V_{A_1} \vec{i}$  du centre de la roue.

Les relations  $\alpha = f(F_y, F_z)$  et  $M_z = f(\alpha, F_z)$  sont obtenues expérimentalement pour un couple pneu / route donné (Cf **document DT5**).

Sachant que, la vitesse de passage en courbe d'une rame est limitée afin de limiter l'accélération centripète à  $1 \text{ m/s}^2$  et que la charge statique sur chaque roue est d'environ  $40000 \text{ N}$ ,

**Q19** Estimer à l'aide modèle très simple et des données du tableau **Figure 15**, l'effort  $F_{y_{\max}}$  supporté par chaque roue. En déduire à partir de la **Courbe 1** du **document DT5**, les valeurs extrêmes de l'angle de dérive du pneu  $\alpha$ .

**Q20** En justifiant vos hypothèses, déduire les relations  $\alpha = f(F_y)$  et  $M_z = f(\alpha)$ . Compléter le **document réponse DR1** en inscrivant les relations obtenues dans le cadre correspondant.

## 2.2 Comportement cinématique d'un essieu

Dans cette partie, on suppose que le Centre Instantané de Rotation  $I_{1/0}$  du Module Intermédiaire par rapport à la route est connu.

- Q21** Tracer sur le **document réponse DR2**, la direction de la vitesse du centre de la roue  $A_1$ , la direction de la vitesse du centre de la roue  $B_1$  et la direction de la vitesse  $\vec{V}_{O_1 \in 1/0}$ . Placer les angles de dérives  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  liés respectivement aux roues  $A_1$  et  $B_1$ .

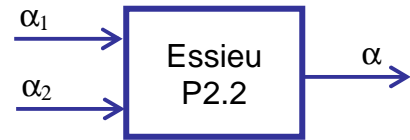


Figure 12 : Modèle P2.2

Soit  $\alpha$ , l'angle entre  $\vec{V}_{O_1 \in 1/0}$  et le plan  $(O_1, \vec{x}_1, \vec{z})$  que nous appellerons **angle de dérive global du MI**.

Pour la suite de l'étude, nous retiendrons le modèle suivant pour la définition de  $\alpha$  :  $\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ .

- Q22** Placer  $\alpha$  sur le **document réponse DR2**. Compléter le **document réponse DR1** en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant. Critiquer le modèle retenu.

## 2.3 Modélisation du suivi de trajectoire

Pour la suite de l'étude, nous supposons que le comportement cinématique du MI dépend uniquement des vitesses  $\vec{V}_{O_1 \in 1/0}$  et  $\vec{V}_{P_1 \in 1/0}$ . On rappelle que la direction de  $\vec{V}_{O_1 \in 1/0}$  est définie par l'angle  $\alpha$  (« angle de dérive globale » entre  $\vec{V}_{O_1 \in 1/0}$  et le plan  $(O_1, \vec{x}_1, \vec{z})$ ,  $\alpha = (\vec{V}_{O_1 \in 1/0}, \vec{x}_1)$ ).

- Q23** A partir du paramétrage défini sur le **document DT3**, et de la direction de  $\vec{V}_{O_1 \in 1/0}$  déterminer la relation liant  $\dot{\delta} = \vec{V}_{O_1 \in 1/0} \cdot \vec{y}$ ,  $V$ ,  $\gamma$  et  $\alpha$ .

Sachant que **gamma et alpha restent petit** ;

- Q24** En utilisant la relation déterminée à la question **Q10**, déterminer l'équation différentielle du premier ordre caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  du module intermédiaire en fonction de la vitesse  $V$ , de la distance  $d$  et l'angle de dérive globale  $\alpha$ . Compléter le **document réponse DR1** en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant.

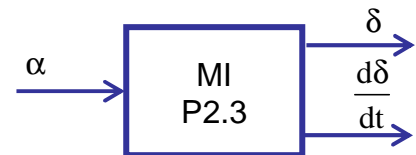


Figure 13 : Modèle P2.3

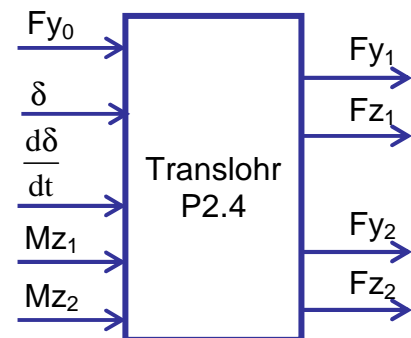


Figure 14 : Modèle P2.4

## 2.4 Modélisation dynamique du translohr

A partir des résultats des questions précédentes et d'une étude dynamique (Cf **Figure 14**) nous allons étudier les effets d'un effort latéral dû au vent sur le comportement de la rame **en ligne droite**.

Sachant que :

- ✚ la surface projetée  $S$  des caisses par essieu est de  $21 \text{ m}^2/\text{essieu}$ ,
- ✚ le  $C_x$  des caisses est égal à 1,
- ✚ la masse volumique  $\rho$  de l'air à  $15^\circ$  est de  $1,295 \text{ kg/m}^3$

**Q25** Pour une vitesse de vent  $v$  de  $120 \text{ km/h}$ , calculer l'effort latéral  $F_{y_0}$  s'appliquant par caisse ( $F_{y_0} = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_x$ ).

Compte tenu de l'accélération latérale limitée à  $1 \text{ m/s}^2$ , nous supposons que les équations établies à la question **Q20** sont indépendantes de la composante  $F_z$  de l'action de la route sur la roue. On a alors :  $F_y = C_{F_y} \cdot \alpha$  et  $M_z = C_{M_z} \cdot (\alpha - \alpha_0)$  avec  $C_{F_y} = 256,8 \text{ kN/rad}$ ,  $C_{M_z} = -8992 \text{ Nm/rad}$  et  $\alpha_0 = 0,007 \text{ rad}$  où  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  représentent les composantes de la résultante (Route / Pneu) et  $M_z$  le moment (Route / Pneu) d'auto-alignement.

Libélé	Variable	Valeur
Masse d'une caisse (Centre de gravité $G_k$ )	$M_c$	6500 kg
Masse d'un module intermédiaire (Centre de gravité $O_i$ )	$M_m$	1758 kg
Moment d'inertie principal d'une caisse $k$ relatif à l'axe ( $G_k, \bar{z}$ ) ( $G_k$ est au milieu de $[K_k ; L_{k-1}]$ , Cf Document DT4)	$I_{c_k}$	$1,95 \times 10^4 \text{ kg.m}^2$
Moment d'inertie principal d'un MI $i$ relatif à l'axe ( $O_i, \bar{z}$ )	$I_{m_i}$	$7 \times 10^2 \text{ kg.m}^2$
Raideurs d'articulations en L et K	$K_{r_z}$	19,1 Nm/rad
Frottement visqueux équivalent dans les articulations en L et K dû aux vérins antilacets	$f_v$	en Nm/(rad/s)

**Figure 15 : Données de masses et d'articulations**

### 2.4.1 Approche simplifiée

Cette première approche va nous permettre, en simplifiant les calculs, de déterminer les principaux paramètres influant sur le comportement dynamique de la rame.

**Pour cette étude nous allons étudier l'ensemble (Caisse 2 + MI 2 + Caisse 3).**

Nous supposons **dans cette partie 2.4.1** que :

- ✚ La rame est sur une portion droite,
- ✚  **$K_2$ ,  $L_2$  et  $O_2$  sont confondus** (Cf document DT4),
- ✚ Les efforts route/ roue sont égaux sur les 2 roues du MI,
- ✚ Les moments d'auto-alignement sont nuls,
- ✚ Les caisses restent constamment parallèles à l'axe du rail,
- ✚ Il n'y a **ni frottement ni raideur dans les articulations**,
- ✚ L'effort latéral du rail de guidage sur les galets  $F_{y_g}$  est négligeable devant les autres efforts mis en jeu ( $F_{y_g} = 0$ ).

Nous admettons que ces hypothèses reviennent à modéliser le Translohr comme **un module intermédiaire seul** de masse  $M_c + M_m$  sur lequel serait appliquée la perturbation  $F_{y_0}$ .



**Q26** En utilisant les données de la **Figure 15** le paramétrage du **document DT3**, déterminer l'équation dynamique reliant  $\ddot{\delta}_2$ ,  $F_y$ , et  $F_{y_0}$ . En combinant cette équation aux équations obtenues précédemment, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution du déplacement latéral de l'essieu  $\delta_2$  soumis à une perturbation  $F_{y_0}$  (échelon).

**Q27** Mettre cette équation sous forme canonique et déterminer la pulsation propre  $\omega_0$  et l'amortissement  $\xi$ . Conclure sur l'incidence des différents paramètres sur le comportement dynamique du Translohr. A ce stade de l'étude, quelles préconisations techniques qualitatives pouvez vous faire afin d'améliorer le comportement du Translohr ?

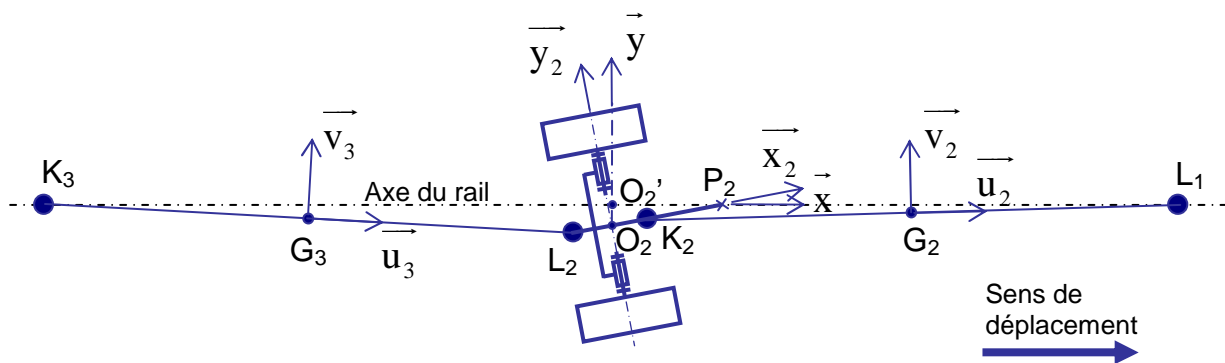
### 2.4.2 Approche complète pour simulation numérique

L'approche simplifiée nous a permis de dégager les paramètres principaux influençant le comportement du Translohr. Afin de valider les choix constructifs, il est nécessaire d'obtenir un modèle précis nous permettant de quantifier, entre autres, l'incidence de la longueur  $d$  du dispositif du guidage sur la stabilité et les efforts de guidage galets/rail.

**Pour cette étude nous allons étudier l'ensemble (Caisse 2 + MI 2 + Caisse 3).**

Nous supposons **dans cette partie 2.4.2** que :

- ✚ La rame est sur une portion droite,
- ✚ Les points extrêmes de l'ensemble étudié restent à la verticale du rail de guidage (Points  $L_1$  et  $K_3$ ),
- ✚ La perturbation  $F_{y_0}$  s'applique intégralement en  $O_2$ ,
- ✚ Les articulations en  $L_1, K_2, L_2, K_3$  **sont avec raideur et frottement visqueux** (Cf **Figure 15**),
- ✚ Etant donné le modèle retenu à la partie 2.3, nous considérerons que les efforts de la route sur les deux roues sont identiques.



**Figure 16 : Schéma en vue de dessus de la configuration étudiée**

**Q28** En supposant  $\beta_2, \gamma_2, \beta_3$  petit (Cf **document DT4** représentant le translohr en **vue de dessous**), à l'aide de fermetures géométriques, déterminer les relations  $\gamma_2 = f(\delta_2)$ ,  $\beta_2 = f(\delta_2)$  et  $\beta_3 = g(\delta_2)$ .

**Q29** Sans faire **aucun calcul**, proposer **une démarche de résolution** permettant de déterminer les actions de la route sur les roues en fonction des variables d'entrée définies **Figure 14**. Pour chaque isolement on prendra soin de définir l'ensemble isolé,

le bilan des actions mécaniques extérieures, l'équation à utiliser et les variables obtenues à l'issue de l'isolement.

**Q30** Compléter le **document réponse DR3** représentant graphiquement les équations issues de votre démarche. Chaque bloc de ce document doit représenter une équation conformément à l'exemple donné.

## 2.5 Exploitation et analyse des résultats

Les résultats de simulations du modèle défini précédemment sont représentés sur le **document DT6**. Ces simulations représentent la réponse à un échelon  $Fy_0$  (Rafale de vent latéral à 120 km/h) pour 4 configurations différentes. On cherche à minimiser les efforts de guidage Rail / Galet afin de limiter l'usure tout en assurant un maximum de confort au passager.

**Q31** Analyser les résultats de simulations et proposer une analyse comparative conduisant à des préconisations techniques concernant la distance **d** et la présence ou non d'un système antilacet.

### 3 PARTIE 3 : DEFINITION DU SYSTEME DE GUIDAGE

Le guidage d'un MI est assuré par de deux dispositifs de guidage (Cf **document DT 7**) disposés symétriquement par rapport à l'axe de l'essieu, assurant l'interface rail / essieu porteur. Le dispositif situé en avant de l'essieu dans le sens de la marche est solidaire de l'essieu porteur. Celui situé derrière peut se déplacer latéralement (Amplitude limitée).

L'organe de guidage lié au rail est composé de deux galets à axes inclinés (Cf **vue 3, document DT 7**). L'inclinaison des axes de rotation et la forme adaptée des jantes des galets rendent le système indéraillable en conditions normales d'exploitation. En effet, la distance libre entre les deux extrémités des **mentonnets 21** est inférieure à la largeur de la tête du rail. L'organe de guidage ne peut donc pas s'échapper du rail.

Les galets sont plaqués sur le rail grâce à un ressort de plaquage (Cf **documents DT 7 et DT8**). L'axe de retenue permet de limiter le débattement vertical du dispositif de guidage.

*L'objet de cette partie est de définir et dimensionner certains éléments du dispositif de guidage.*

#### 3.1 Détermination du ressort de plaquage

Les performances du dispositif de guidage sont les suivantes :

- ✚ Charge latérale normale de pilotage  $F_{yg}$  : 140 daN,
- ✚ Charge latérale exceptionnelle de retenue  $F_{y_{ex}}$  : 3 400 daN.

En fonctionnement normal, les contacts galets /rail se font uniquement par les bandes de roulement 20. Les mentonnets 21 ne participent pas au guidage (Cf **Vue 3** du **document DT7**).

- Q32** A partir de la **Vue 3** du **document DT7**, déterminer la charge verticale minimale d'un galet sur le rail  $F_{zg}$  associée à la charge latérale normale de pilotage  $F_{yg}$ .
- Q33** En justifiant clairement la méthode utilisée, à partir de  $F_{zg}$ , déterminer l'effort minimal que doit fournir le ressort de plaquage (Cf **documents DT7 et DT8**).

#### 3.2 Dimensionnement de l'axe de retenue 5 (Cf DT7 et DT8)

La force verticale d'arrachement par couple de galets en statique est de 5 000 daN.

Le choix du matériau est établi à partir de renseignements stockés dans des bases de données. Combinées, elles permettent la réalisation de graphes à double entrée qui mettent en évidence des domaines par famille de matériaux. Chaque entrée correspond à une propriété particulière des matériaux répondant aux besoins fonctionnels objectifs.

Afin de préparer une recherche de matériau faisant appel à des bases de données :

- Q34** Entourer sur le document **DR4** les critères intervenant dans le choix du matériau de l'axe de retenue. Pour chaque critère retenu, entourer la ou les limites à renseigner (Mini, Maxi ou les deux). Justifier sur votre copie le choix de ces critères et indiquer au besoin des critères supplémentaires à considérer.

- Q35** Proposer un mode de réalisation, les traitements éventuels ainsi que les essais à réaliser pour valider le comportement du matériau retenu relativement aux fonctions de la pièce.
- Q36** Calculer la limite élastique minimale du matériau de l'axe de retenue, en justifiant clairement la méthode utilisée.

### 3.3 Spécifications du porte galets (Cf DT7)

Le *Porte Galets* 3 est positionné relativement à la *Traverse Flottante* 0 par le *Bras Supérieur* 1 et le *Bras Inférieur* 2. Les liaisons en E, F, G et H sont assimilables à des rotules. La liaison en C est assimilable à un pivot glissant d'axe  $(C, \vec{y})$ . Enfin la liaison entre le *Porte Galets* 3 et le *Bras Inférieur* 1 est assimilable globalement à un pivot d'axe (AB).

- Q37** Calculer le degré d'hyperstatisme du mécanisme de guidage. En déduire les contraintes géométriques à imposer aux différentes pièces constituant le mécanisme.
- Q38** Sur le **document réponse DR5**, porter les spécifications liées au positionnement du *Porte Galets* issues de l'analyse précédente (Les valeurs numériques des tolérances ne sont pas demandées).

### 3.4 Conception du système de débrayage du système de guidage

Des dispositifs appelés « dispositifs de verrouillage » permettent d'activer l'organe de guidage situé en avant de l'essieu dans le sens de la marche en solidarissant dispositif de guidage et essieu, et de laisser un jeu latéral à l'organe de guidage situé derrière. Ils peuvent se présenter sous la forme de vérins à deux tiges (Cf **document DT10**) boulonnés sur les traverses des essieux porteurs (Cf **document DT9**). Les déplacements latéraux du dispositif de guidage par rapport à l'essieu porteur sont fonction de l'état du dispositif de verrouillage.

L'objet de cette partie est de concevoir le dispositif permettant :

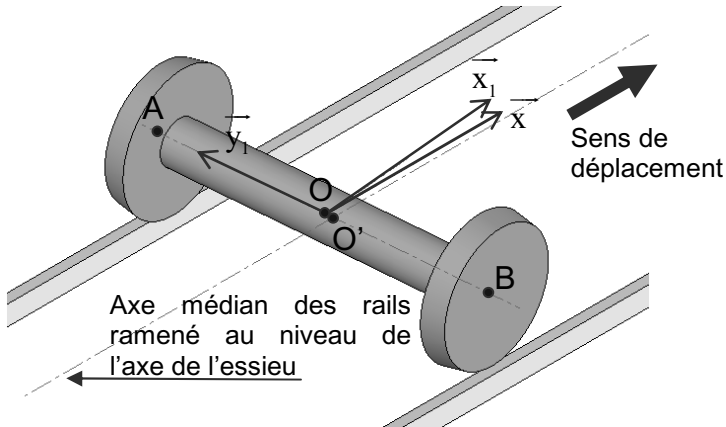
- ✚ De solidariser la traverse flottante 0 du système de guidage (Cf **document DT7**) à la traverse de l'essieu porteur (Cf **documents DT2 et DT4**) lorsque le dispositif de guidage se situe en avant de l'essieu,
- ✚ De rendre « libre » en débattement latéral par rapport à l'essieu le dispositif de guidage lorsque celui-ci se situe en arrière de l'essieu.

Ce dispositif doit présenter deux butées, entre lesquelles la traverse flottante peut débattre latéralement lorsque le « dispositif de verrouillage » est passif. Dans cette configuration la traverse flottante est « libre » en débattement latéral par rapport à l'essieu. En fonctionnement nominal, il existe toujours un jeu entre ces butées, par contre en cas d'efforts exceptionnels, verglas par exemple, les essieux sont maintenus en trajectoire par les guidages avant et arrière. La traverse flottante avant est maintenue par le « dispositif de verrouillage » et la traverse flottante arrière est appuyée sur une des butées.

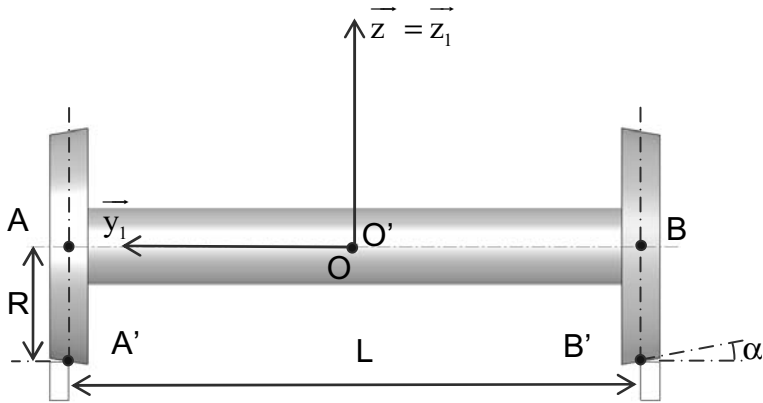
- Q39** Proposer sous forme de croquis, schémas légendés, deux propositions de solutions technologiques. Vous pouvez utiliser le vérin à 2 tiges proposé **document DT10** ou toute autre système que vous décrirez précisément.

# Dossier Technique

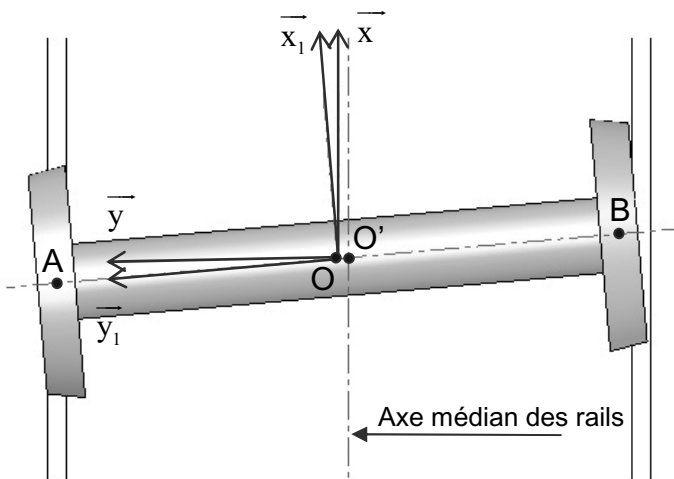
# DT1 : MODELISATION ESSIEU - RAILS



**Vue 1 :** Représentation isométrique ( $\gamma \neq 0$  et  $\delta \neq 0$ )



**Vue 2 :** Vue de face ( $\gamma = 0$  et  $\delta = 0$ )



**Vue 3 :** Vue de dessus ( $\gamma \neq 0$  et  $\delta \neq 0$ )

**Remarque :** Afin de simplifier les calculs, la section du rail est supposée rectangulaire.

## Paramétrage

$B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  : Base liée aux rails

$B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  : Base liée au bogie

$\gamma = (\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1)$  : Angle de rotation de l'essieu autour de l'axe vertical.

O : Centre de l'essieu 1

O' : Projection orthogonale de O sur le plan médian des rails

$\vec{O'O} = \delta \vec{y}$  : Déplacement latéral de l'essieu par rapport au plan médian des rails

A, B : Centres des deux roues liées à l'essieu 1.  $\vec{OA} = \frac{L}{2} \vec{y}_1 = -\vec{OB}$

A', B' : Points de contact Roues/Rails (à la verticale des points A et B lorsque  $\gamma = 0$  et  $\delta = 0$ , Cf Vue 2)

L : Espace entre les 2 rails.  
 $L = \|\vec{AB}\|$

R : Rayon des roues à la verticale de A et B

$\alpha$  : Angle de conicité des roues

V : Vitesse de déplacement du centre O de l'essieu ;  
 $\vec{V}_{O \in I/0} = V \vec{x}_1$

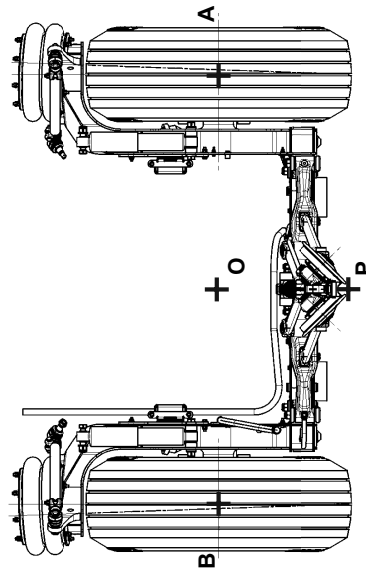
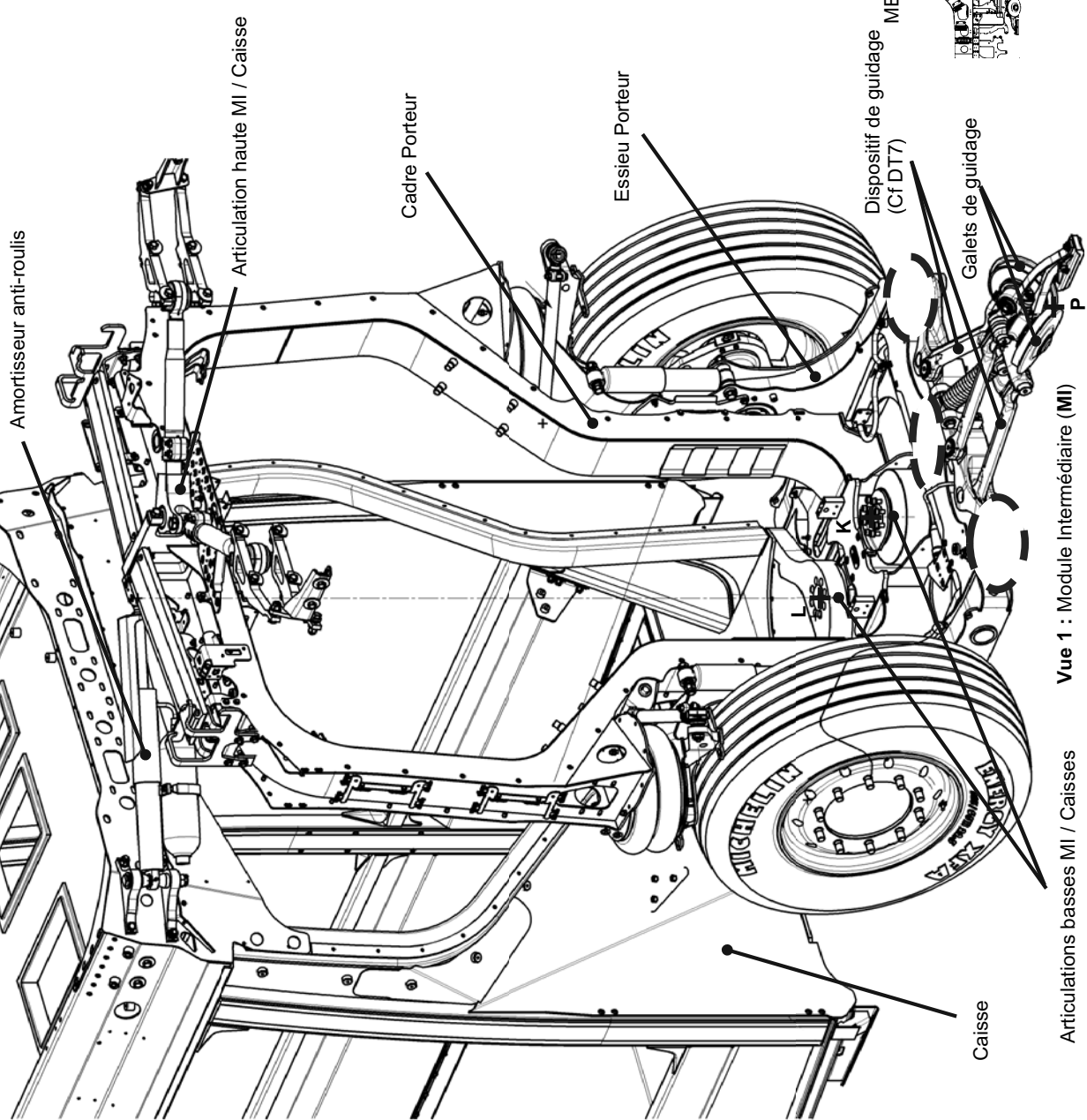
$\vec{\Omega}_{1/0} = \omega \vec{y}_1 + \dot{\gamma} \vec{z}_1$  : Vitesse de rotation de l'essieu

## Valeurs numériques

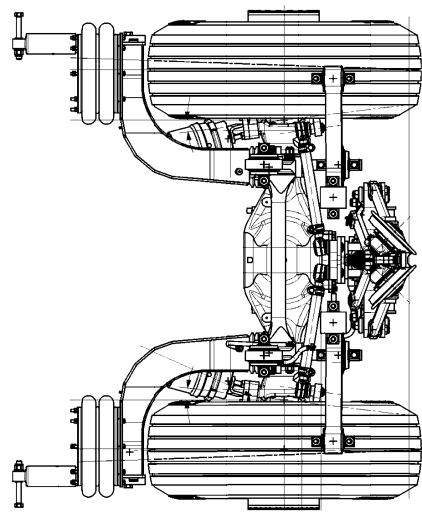
R	0,3 m
L	1,435 m
$\alpha$	5°
V	70 km/h

**DT2 : VUES D'ENSEMBLE DU TRANSLOHR**

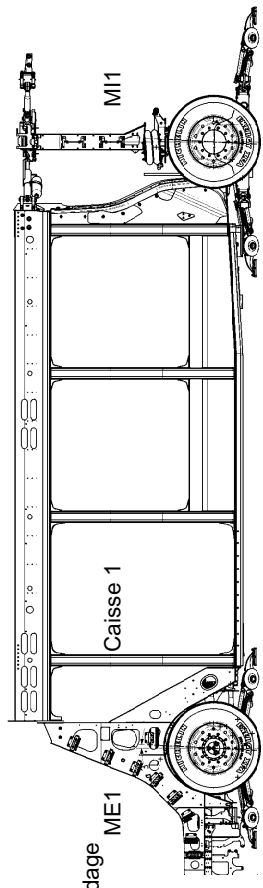
Zone à concevoir



**Vue 2 : Essieu porteur d'un Module Intermédiaire (MI)**



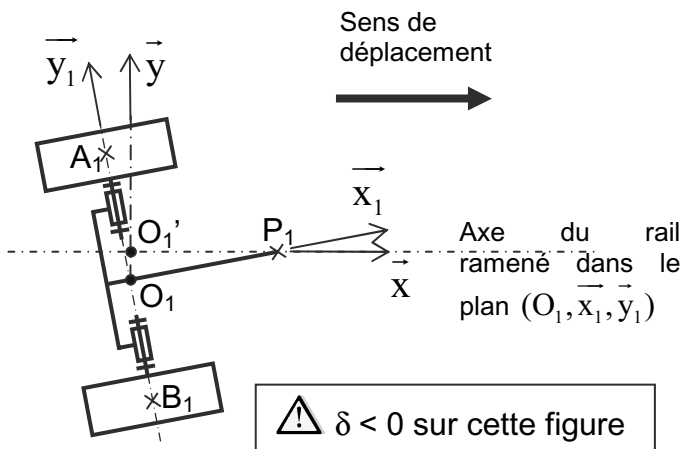
**Vue 3 : Essieu moteur d'un Module Extrémité (ME) (Non étudié)**



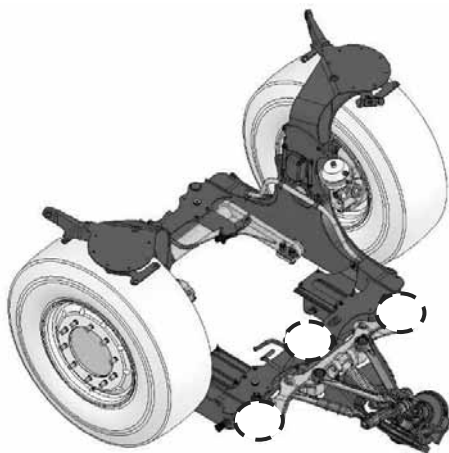
**Vue 4 : Module Extrémité (ME) + Caisse + Module Intermédiaire (MI)**

**Vue 1 : Module Intermédiaire (MI)**

## DT3 : MODELISATION SIMPLIFIE DU MODULE INTERMEDIAIRE MI 1



**Vue 1 : Paramétrage Module Intermédiaire (MI1)  
en vue de dessus**



**Vue 2 : Essieu Porteur et Dispositif de Guidage**

Zone à concevoir

### Paramétrage

$B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  : Base liée au rail

$B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  : Base liée au MI1

$\gamma = (\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1)$  : Rotation du MI1 autour de l'axe vertical

$O_1$  : Centre de l'essieu 1

$O_1'$  : Projection orthogonale de  $O_1$  sur l'axe du rail

$\overline{O_1'O_1} = \delta \vec{y}$  : Déplacement latéral de l'essieu 1 par rapport au rail

$A_1, B_1$  : Centres des roues ;  $\overline{B_1A_1} = L \vec{y}_1$

$A'_1, B'_1$  : Points de contacts Roues / Sol à la verticale de  $A_1$  et  $B_1$  ;  
 $\overline{A'_1A_1} = \overline{B'_1B_1} = R \vec{z}_1$

$P_1$  : Centre de la liaison Galets / Rail (ramené dans le plan  $(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ );  
 $\overline{O_1P_1} = d \vec{x}_1$

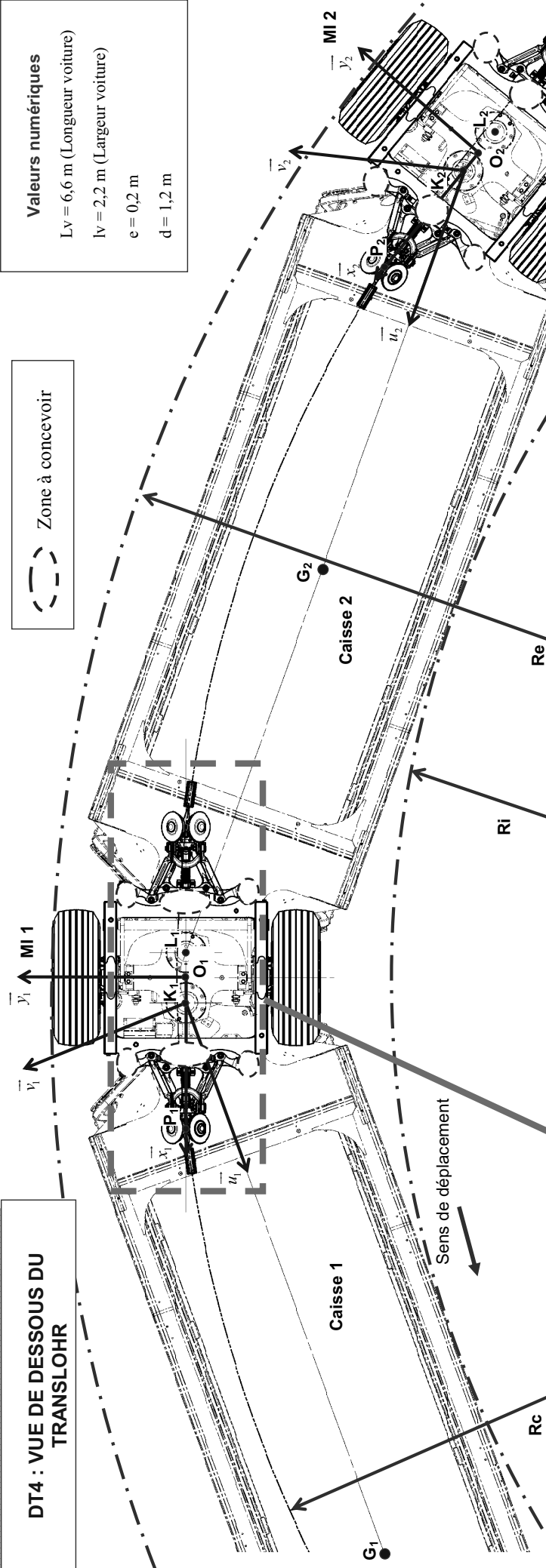
$V$  : Vitesse de déplacement du centre  $O_1$  de l'essieu

### Valeurs numériques

L	1,75 m
R	0,53 m
d	1,2 m
V	70 km/h



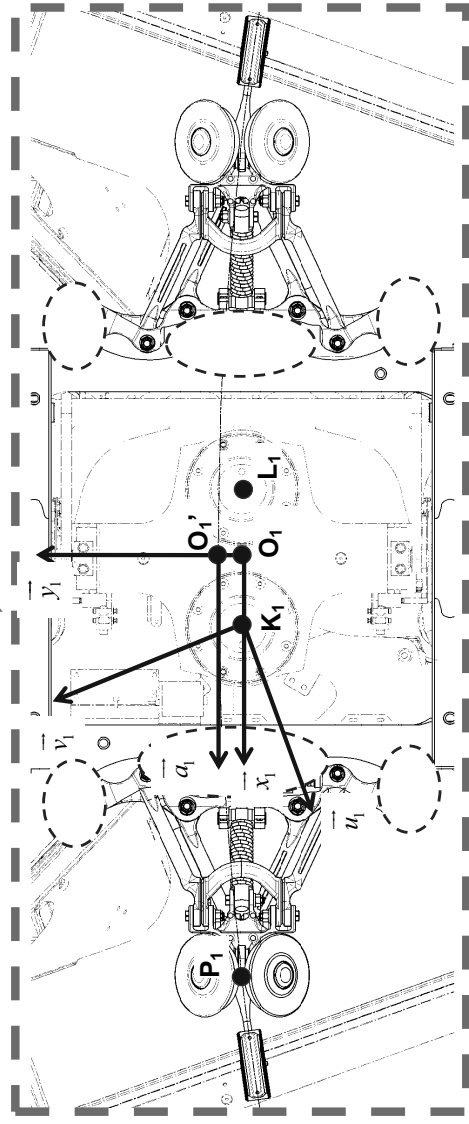
**DT4 : VUE DE DESSOUS DU TRANSLOHR**



**Valeurs numériques**  
 LV = 6,6 m (Longueur voiture)  
 lv = 2,2 m (Largeur voiture)  
 e = 0,2 m  
 d = 1,2 m

**Zone à concevoir**

**Vue 1 : Vue de dessous et paramétrage du Translohr**

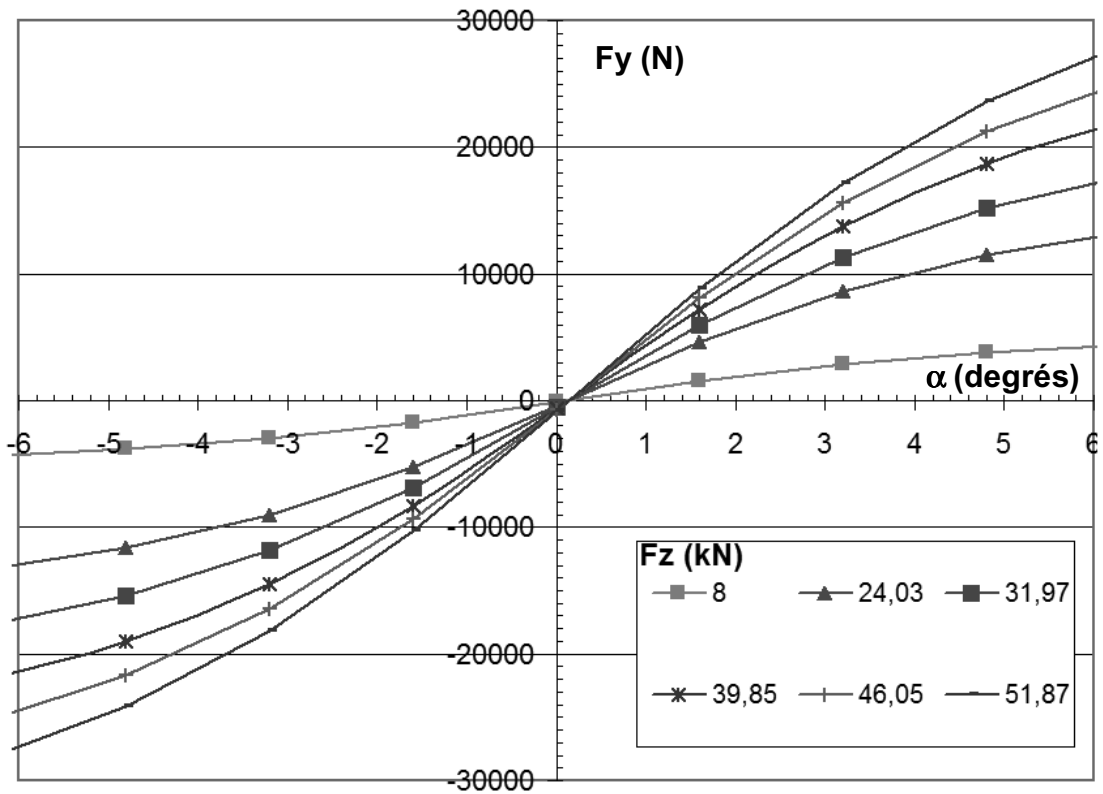


**Vue 2 : Zoom sur un Module Intermédiaire pour  $\gamma_i = 0$**

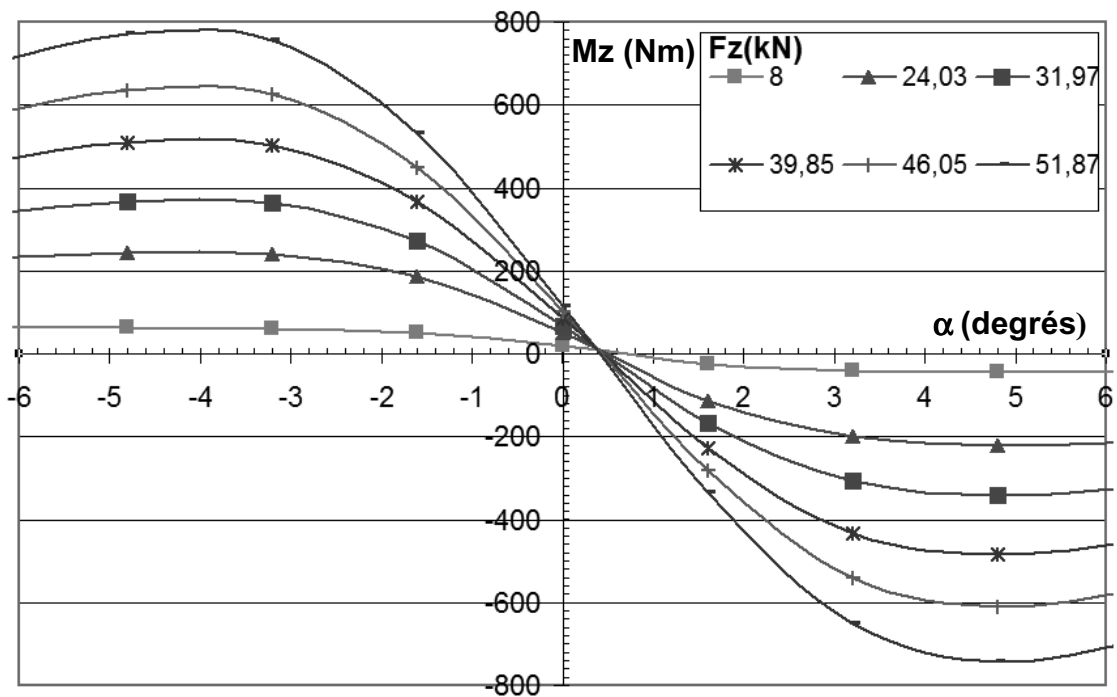
**Paramétrage**

- $O_i$  : Centre de l'essieu  $i$
- $O_i'$  : Projection orthogonale de  $O_i$  sur l'axe du rail (Cf Vue 2)
- $BR_i(a_i, \vec{b}_i, z)$  : Base locale liée au rail au point  $O_i'$  (Cf Vue 2),  $a_i$  est tangent au rail en  $O_i'$ .  
 En ligne droite,  $BR_i(a_i, \vec{b}_i, z)$  est identique à  $B(\vec{x}, \vec{y}, z)$  (Cf DT3).
- $B_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i, z)$  : Base liée au  $MI i$  (Avec  $i \in [1, 3]$  pour une Rame ST4)
- $\gamma_i = (\vec{a}_i, \vec{x}_i)$  : Rotation du  $MI i$  autour de l'axe vertical par rapport au rail
- $\vec{O}_i' \vec{O}_i = \delta_i \vec{b}_i$  : Déplacement latéral de l'essieu  $i$  par rapport au rail
- $BC_k(\vec{u}_k, \vec{v}_k, z)$  : Base liée à la caisse  $k$  (Avec  $k \in [1, 4]$  pour une Rame ST4)
- $P_i$  : Centre de la liaison galets / rail ;  $\vec{O}_i \vec{P}_i = d \vec{x}_i$
- $K_i$  et  $L_i$  : Centres des liaisons  $MI /$  Caissons ;  $\vec{O}_i K_i = e \vec{x}_i$ ,  $\vec{O}_i L_i = -e \vec{x}_i$ ,  $\vec{K}_{i+1} L_i = LV u_{i+1}$
- $\beta_k = (\vec{a}_k, \vec{u}_k) = (\vec{b}_k, \vec{v}_k)$  : Rotation d'une Caisse  $k$  autour de l'axe vertical par rapport au rail

# DT5 : MODELE DE PACEJKA

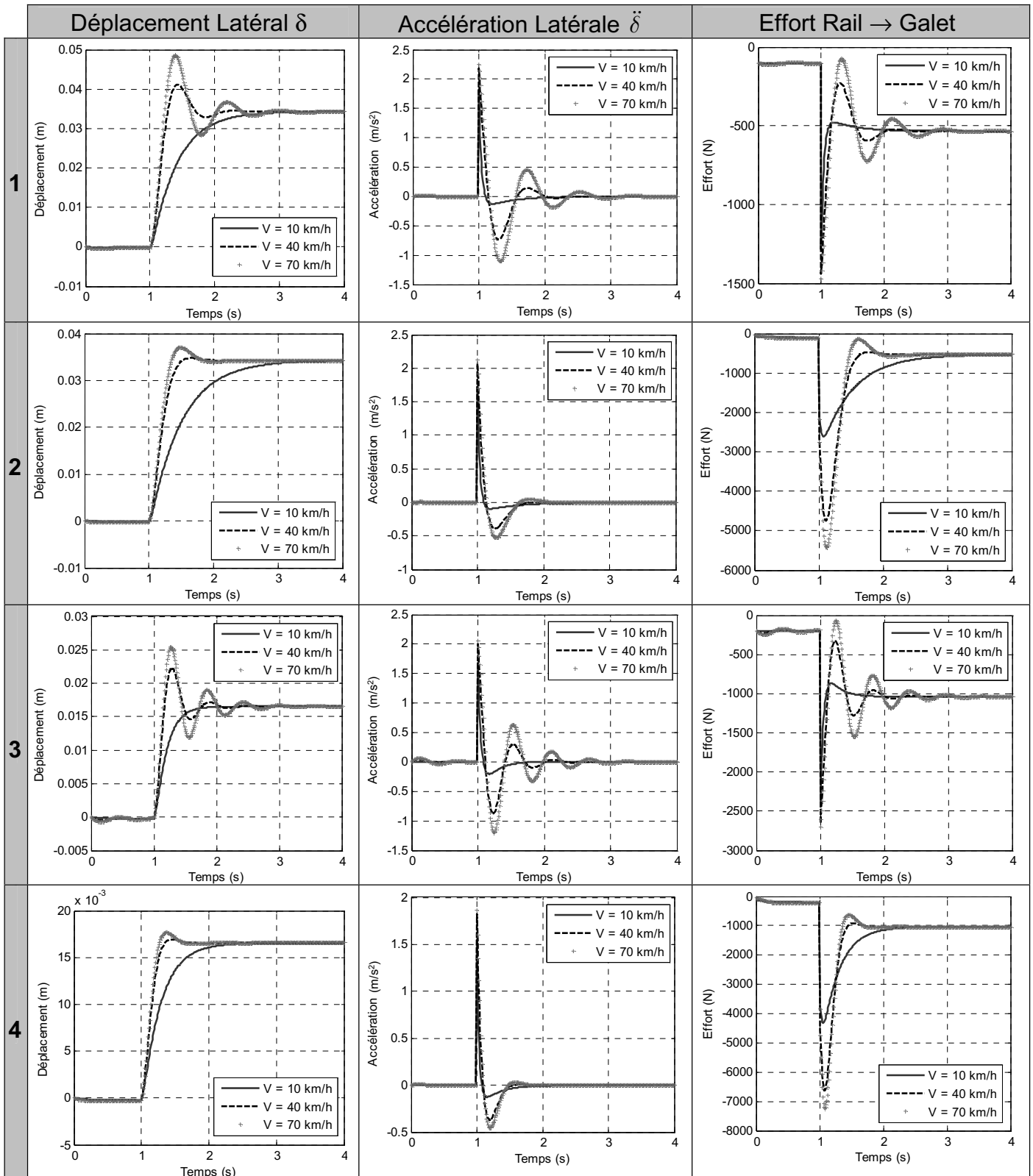


Courbe 1 (Liant  $\alpha$ ,  $F_y$  et  $F_z$ )



Courbe 2 (Liant  $M_z$ ,  $\alpha$  et  $F_z$ )

# DT6 : RESULTATS DE SIMULATIONS



**1** :  $d = 1,2 \text{ m}$ ;  $f_v = 0 \text{ Nm/(rd/s)}$

**3** :  $d = 0,6 \text{ m}$ ;  $f_v = 0 \text{ Nm/(rd/s)}$

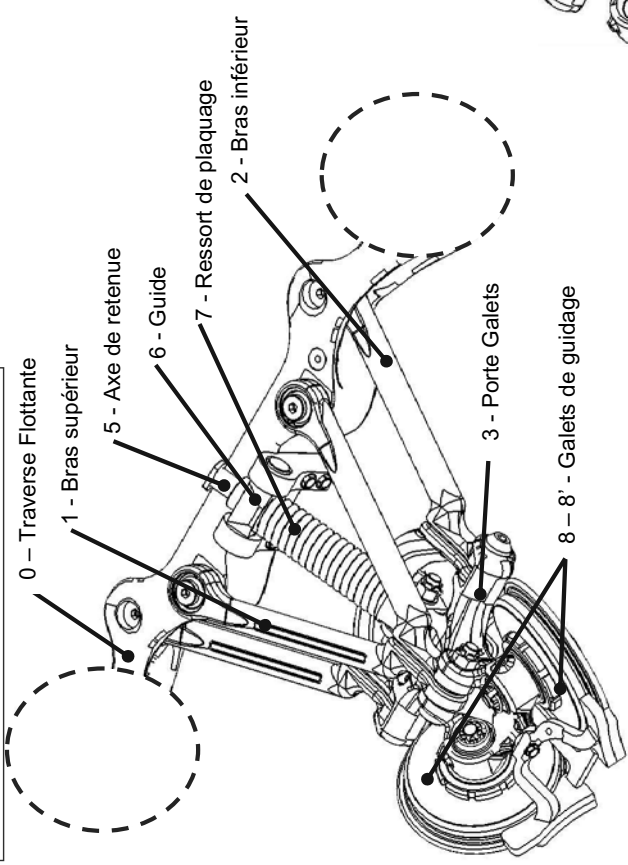
**2** :  $d = 1,2 \text{ m}$ ;  $f_v = 25000 \text{ Nm/(rd/s)}$

**4** :  $d = 0,6 \text{ m}$ ;  $f_v = 25000 \text{ Nm/(rd/s)}$

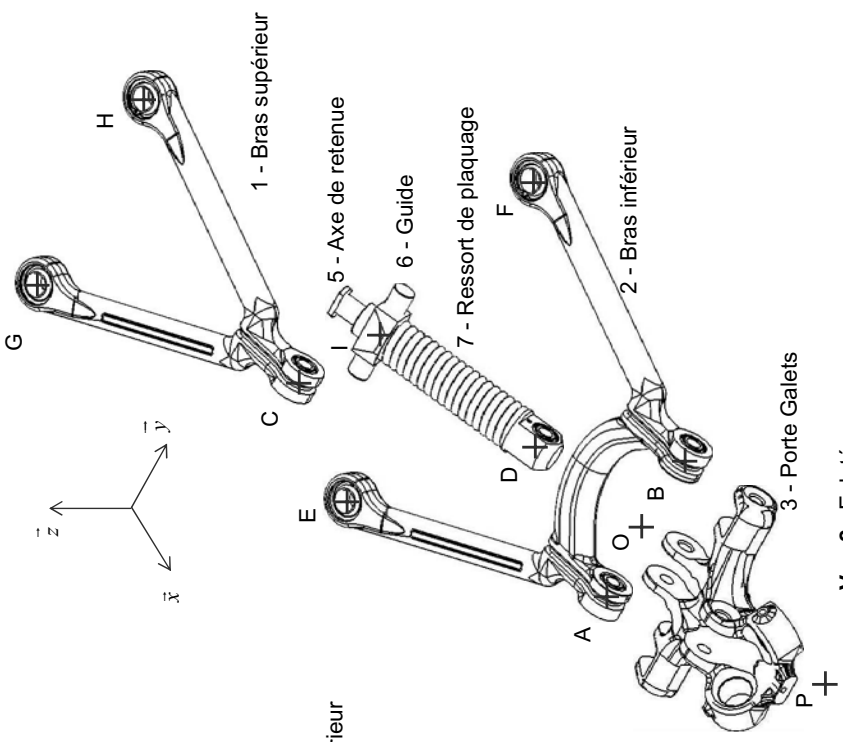
**Remarque** :  $f_v = 0 \text{ Nm/(rd/s)}$  correspond à une configuration sans système antilacet

# DT7 : DISPOSITIF DE GUIDAGE

Zone à concevoir



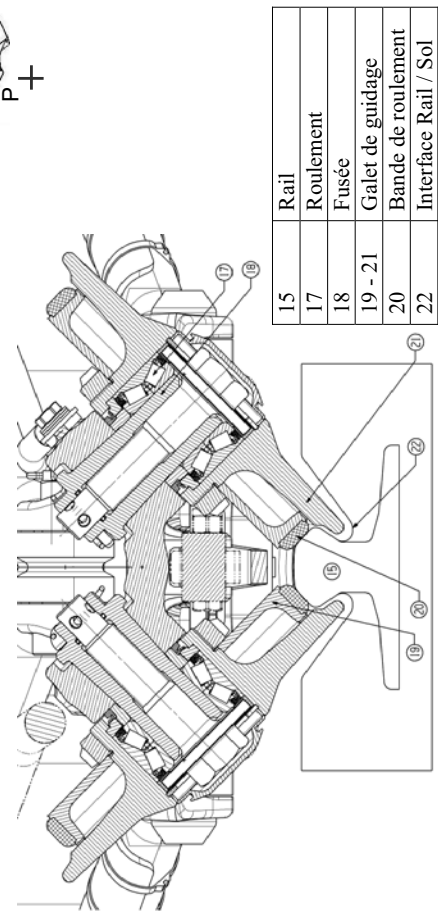
Vue 1 : Dispositif de guidage



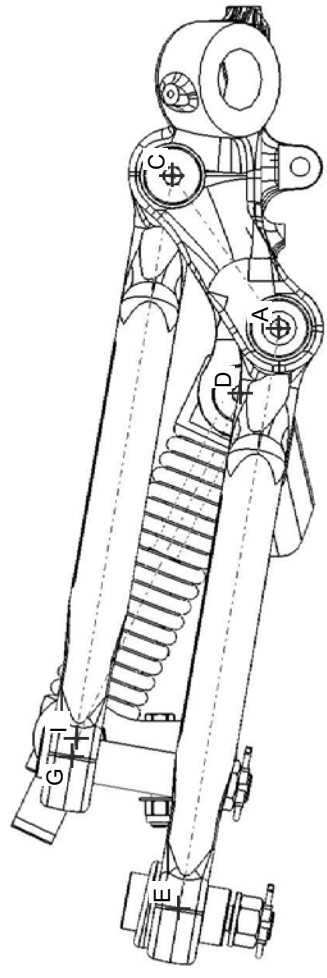
Vue 2 : Eclaté

## Coordonnées des points

	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
O	0	0	0
A	0	-116	0
B	0	116	0
C	104,6	0	73
D	-45,1	0	25,7
E	-399,2	-274,4	68,5
F	-399,2	274,4	68,5
G	-294,6	-158,4	141,5
H	-294,6	158,4	141,5
I	-282,1	0	138,4
P	170,7	0	-87,6



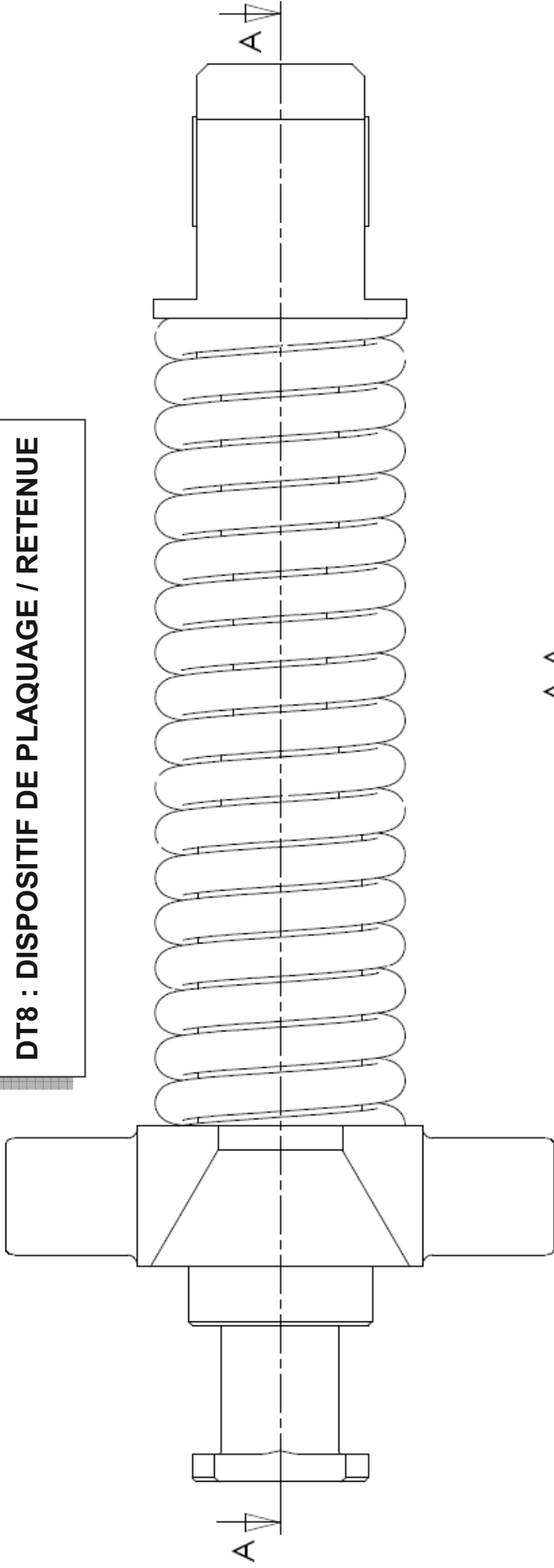
Vue 3 : Galets de guidage + Rail



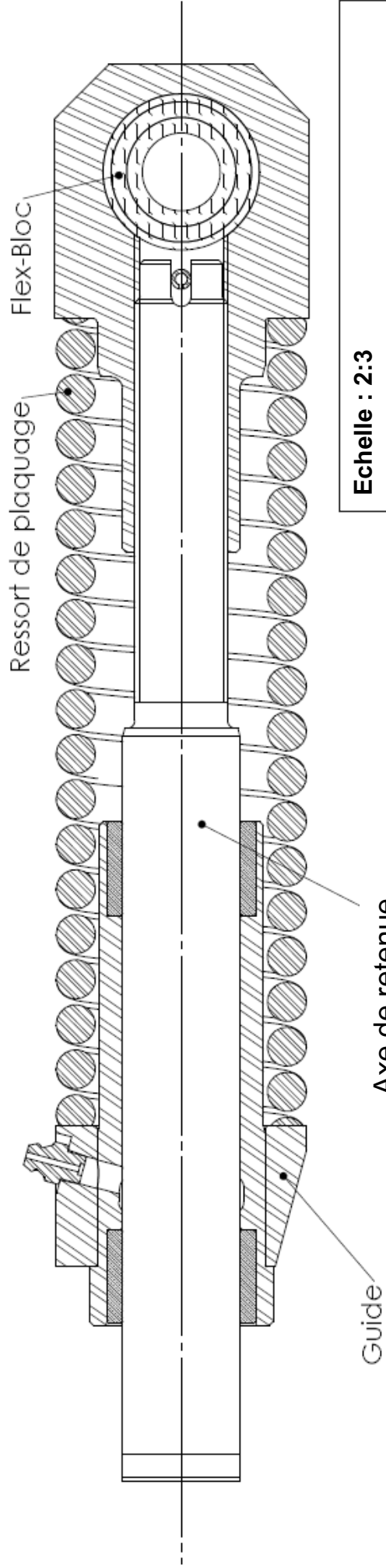
Vue 4 : Vue de profil

15	Rail
17	Roulement
18	Fusée
19 - 21	Galet de guidage
20	Bande de roulement
22	Interface Rail / Sol

**DT8 : DISPOSITIF DE PLAQUAGE / RETENUE**

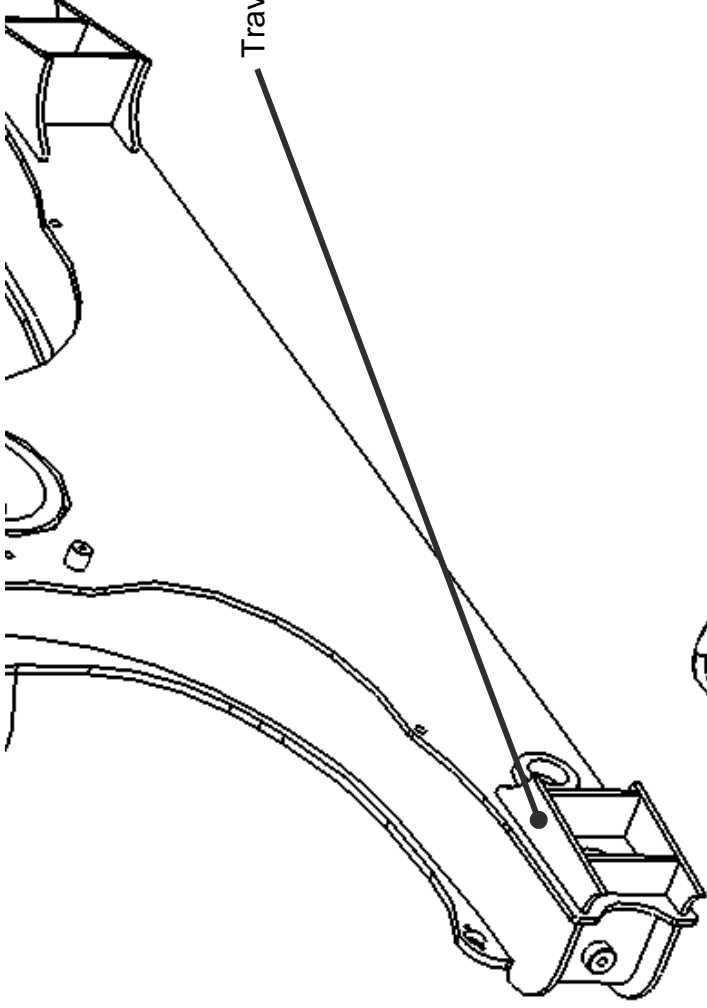


A-A

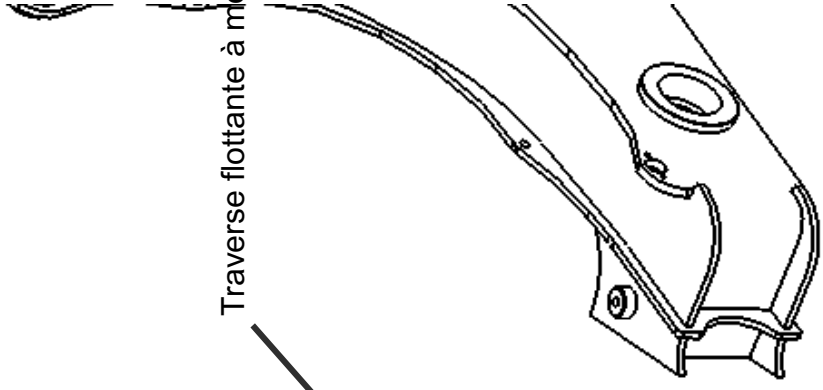


Echelle : 2:3

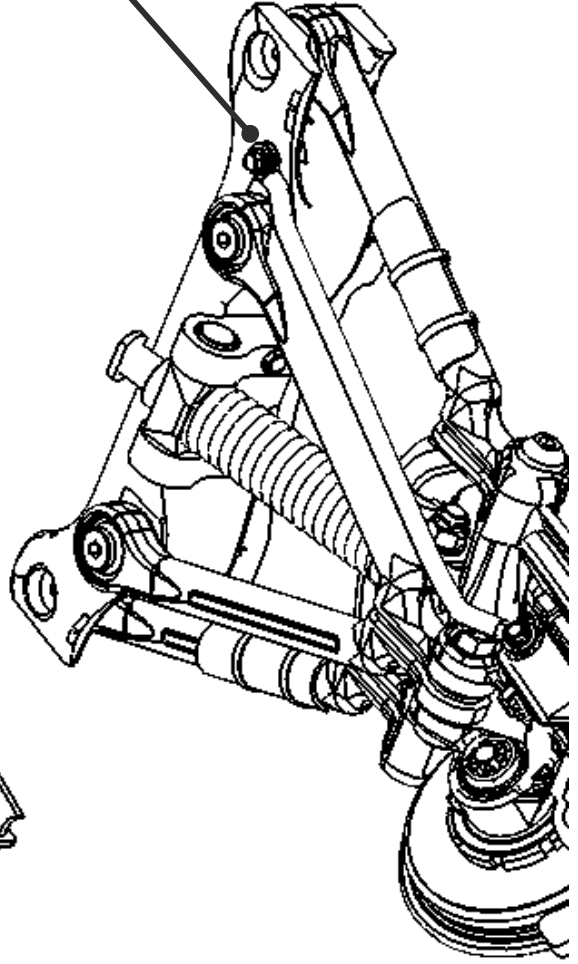
## DT9 : PERSPECTIVE CONCEPTION



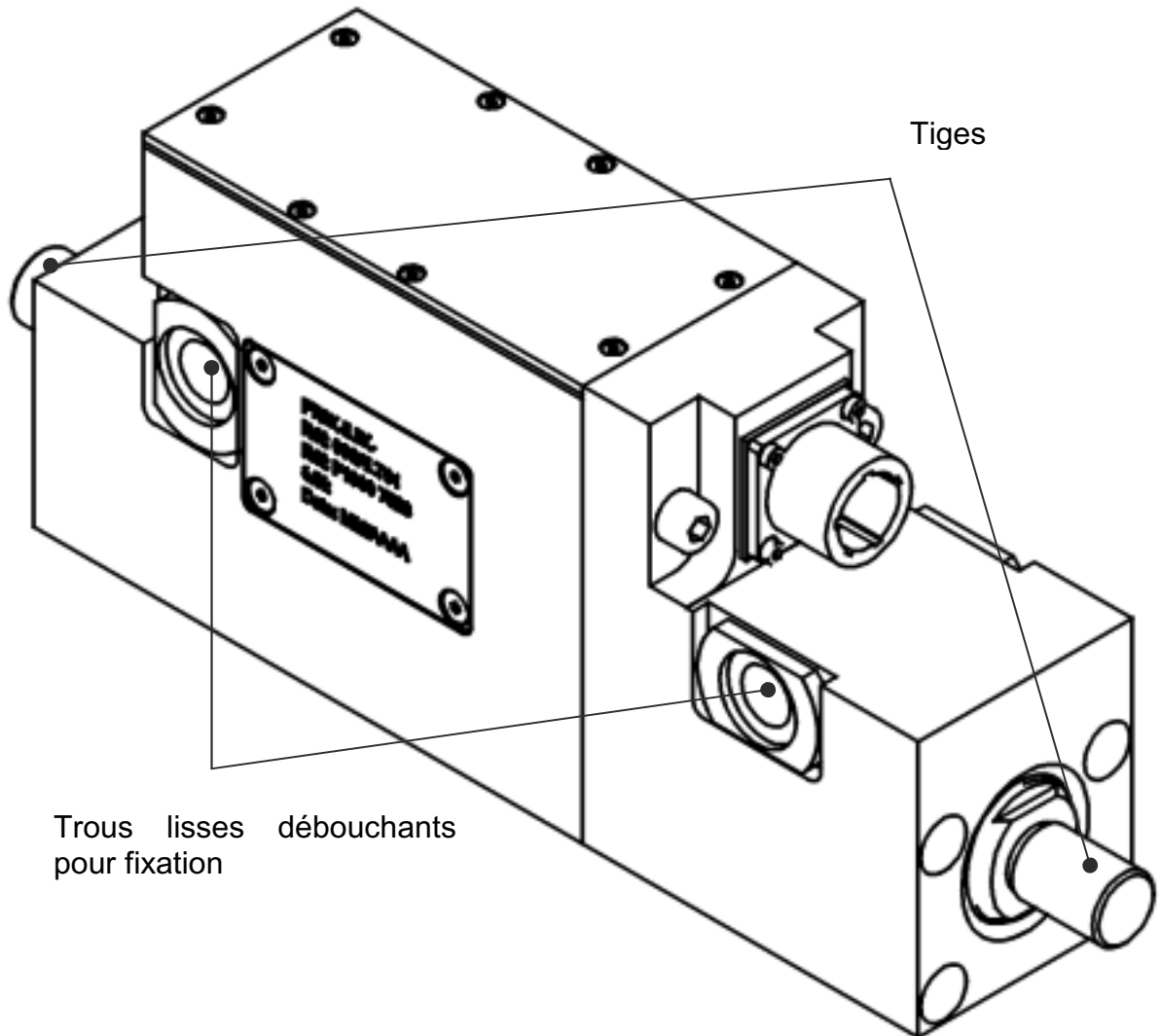
Traverse de l'essieu à modifier (Mécano-Soudée)



Traverse flottante à modifier (Moulée)



**DT10 : VERIN A 2 TIGES  
(DISPOSITIF DE VERROUILLAGE)**



# Dossier Réponse



NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

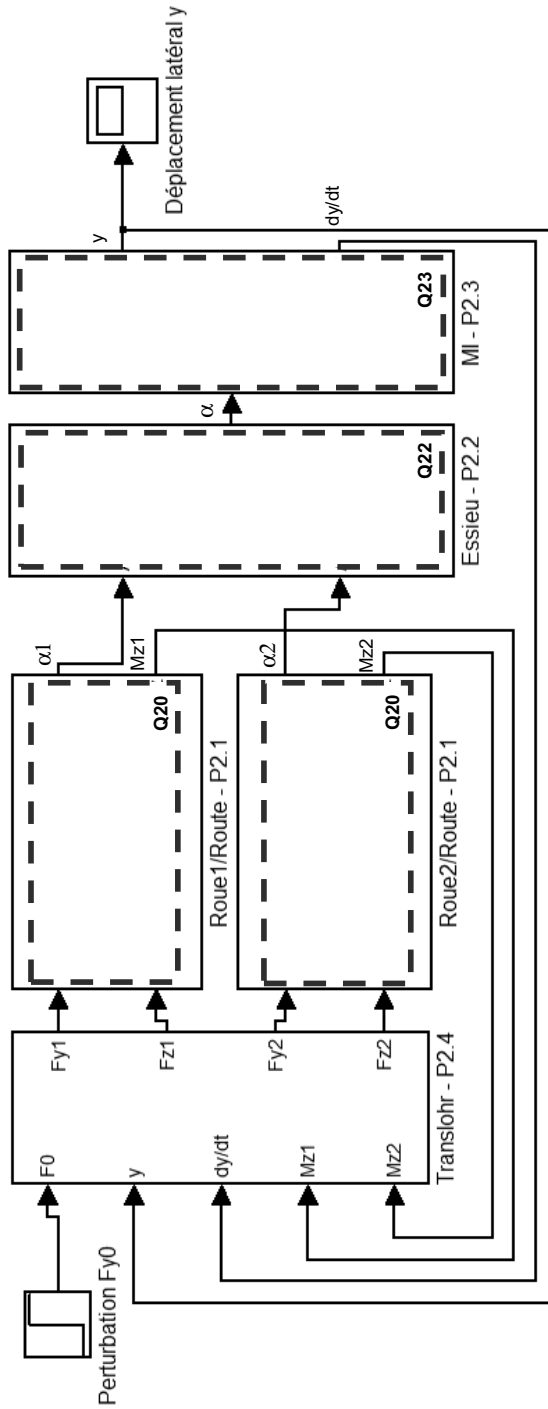
NOM : \_\_\_\_\_  
(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)  
Prénoms : \_\_\_\_\_

N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE GMM 2

**DR1 : MODELE GLOBAL DU TRANSLOHR**



Da

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

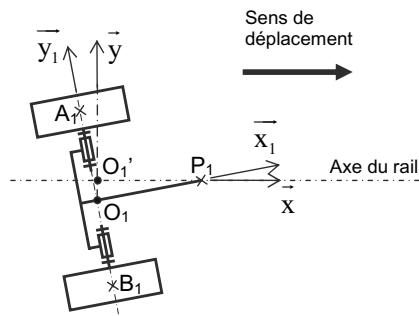
NOM : \_\_\_\_\_

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE GMM 2

**DR2 : COMPORTEMENT CINEMATIQUE DU MI**



× I1/0 : CIR MI/Route

(Db)

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

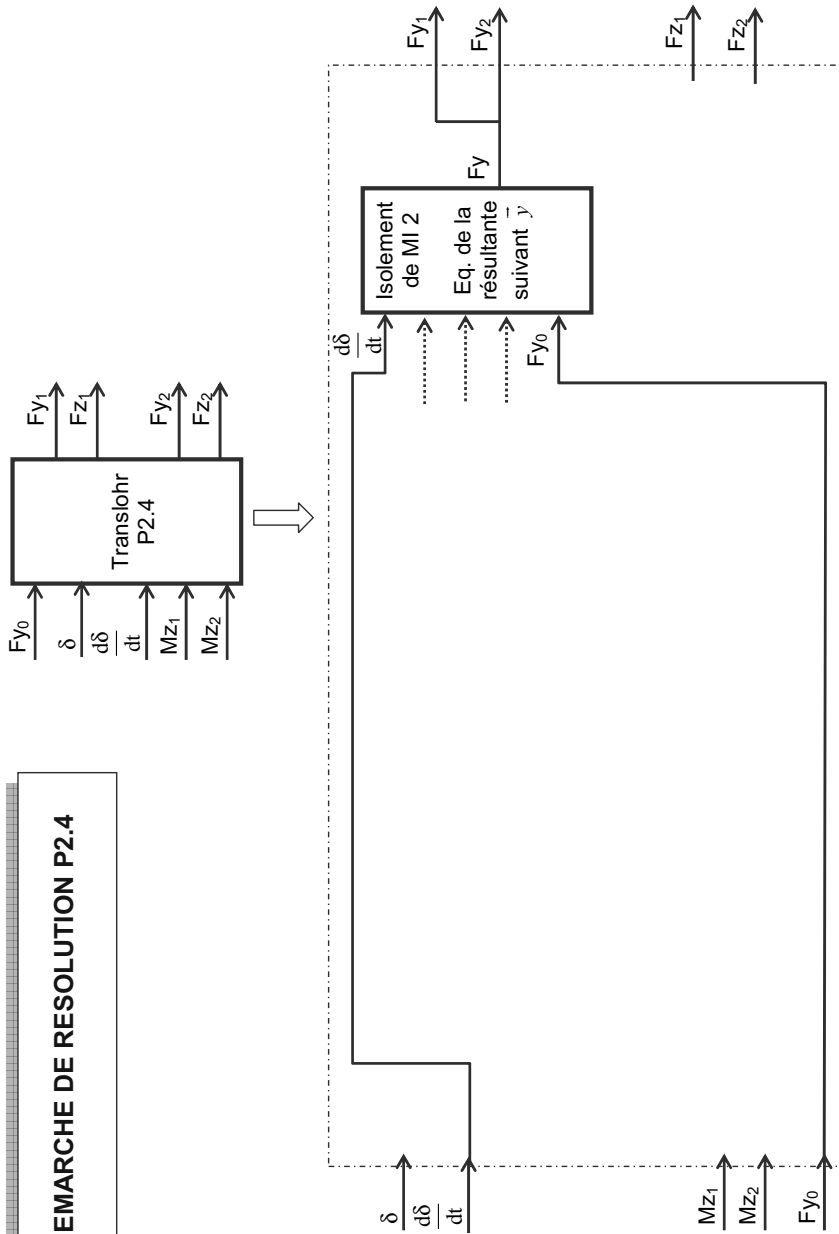
Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE GMM 2



**DR3 : DEMARCHE DE RESOLUTION P2.4**

(Dc)

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE GMM 2

DR4 : CRITERES DE CHOIX DE MATERIAUX

Propriétés Générales

Masse Volumique  Minimum  Maximum  kg/m<sup>3</sup>

Prix  Minimum  Maximum  EUR/kg

Propriétés Mécaniques

Module de Young  Minimum  Maximum  GPa

Module de cisaillement  Minimum  Maximum  GPa

Coefficient de Poisson  Minimum  Maximum

Mesure de dureté Vickers  Minimum  Maximum  HV

Limite élastique  Minimum  Maximum  MPa

Résistance en traction  Minimum  Maximum  MPa

Résistance à la compression  Minimum  Maximum  MPa

Allongement  Minimum  Maximum  %

Limite de fatigue  Minimum  Maximum  MPa

Ténacité  Minimum  Maximum  MPa.m<sup>1/2</sup>

Coefficient d'amortissement  Minimum  Maximum

Propriétés Thermiques

Conductivité thermique  Minimum  Maximum  W/m.K

Coefficient de dilatation  Minimum  Maximum  µstrain/°C

Chaleur spécifique  Minimum  Maximum  J/kg.K

Température de fusion  Minimum  Maximum  °C

Température de transition vitreuse  Minimum  Maximum  °C

Température maximale d'utilisation  Minimum  Maximum  °C

Température minimale d'utilisation  Minimum  Maximum  °C



Propriétés Electriques

Résistivité électrique  Minimum  Maximum  µhm.cm

Constante diélectrique  Minimum  Maximum

Facteur de puissance  Minimum  Maximum

Tension de claquage  Minimum  Maximum  1000000\*V/m

Propriétés Optiques

Indice de réfraction  Minimum  Maximum

Propriétés Environnementales

Energie nécessaire à la production  Minimum  Maximum  MJ/kg

Dioxyde de carbone  Minimum  Maximum  kg/kg

Recyclable

Réutilisable

Biodegradable

Incinerabilité

Entreposable dans une déchèterie

Une ressource renouvelable ?

Possibilités de traitement (échelle de 1 = impraticable à 5 = excellent)

Aptitude à être moulé  Minimum  Maximum

Formabilité  Minimum  Maximum

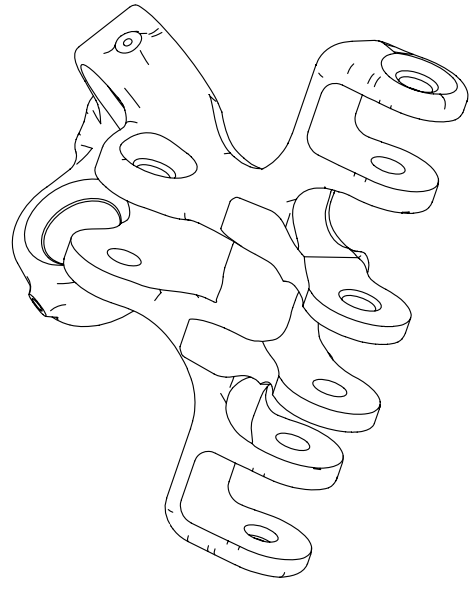
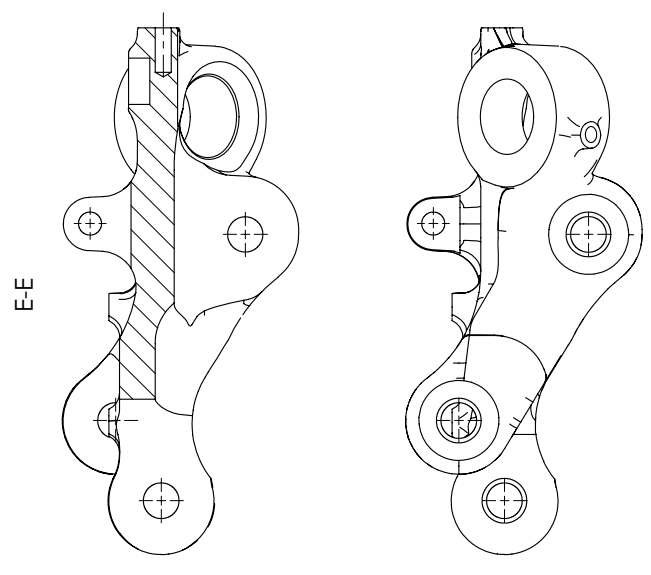
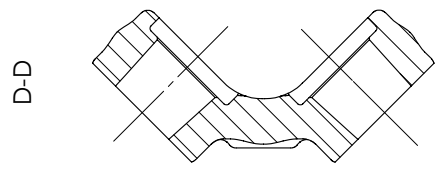
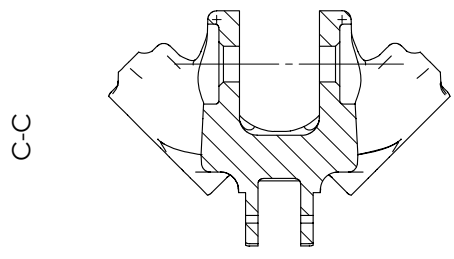
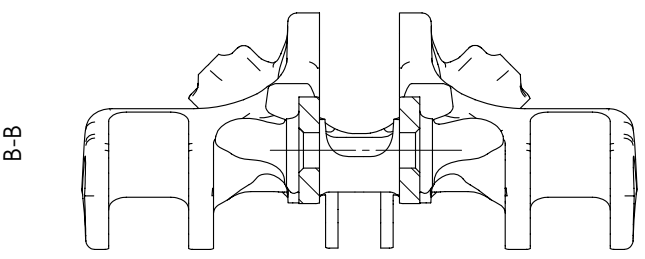
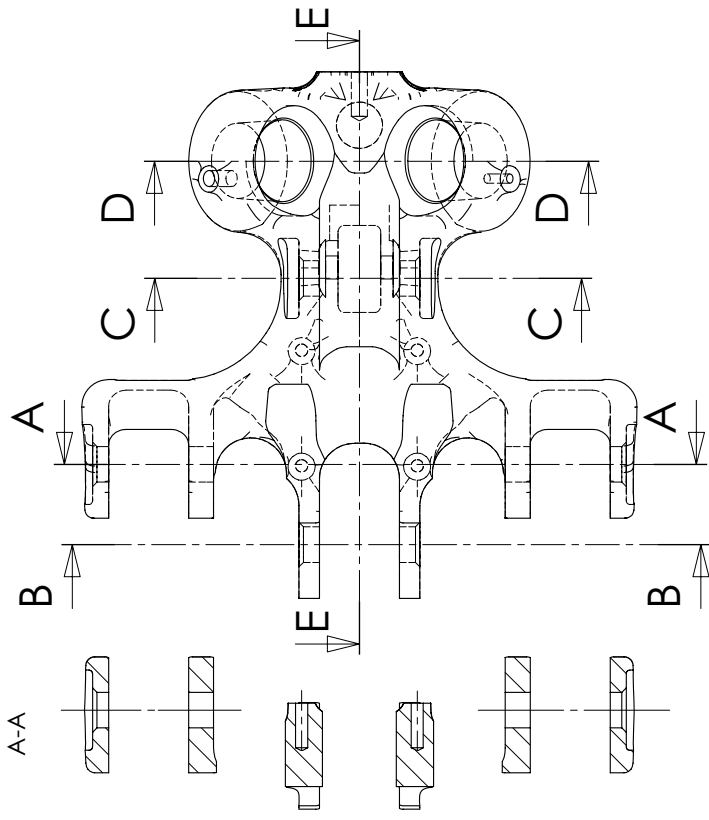
Usinabilité  Minimum  Maximum

Soudabilité  Minimum  Maximum

Aptitude au soudage/brasage  Minimum  Maximum

Durabilité

Minimum  Maximum



REVISIONI 0

De

# Document DR5

Porte Galets  
Echelle : 1:3

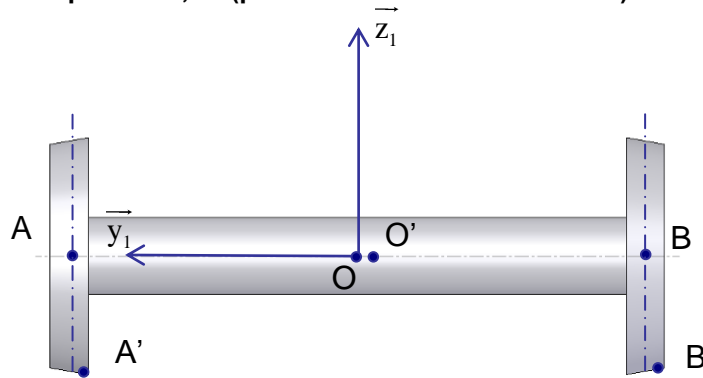
A3

# Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'analyse et de conception des systèmes

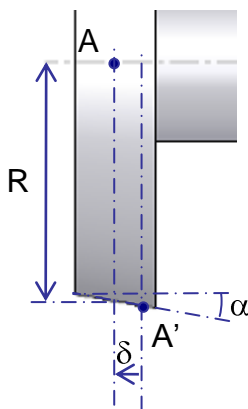
## Étude comparative : solution sur rails - solution sur pneus

Étude de la stabilité de guidage d'un essieu de train

- Q1** En vous inspirant de la vue 2 du document DT1, représenter en vue de face, l'essieu dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta > 0$ . Indiquer sur votre schéma la position des points A, B (centres de deux roues) et des points A', B' (points de contact Roues/Rails) définis sur le document DT1.



- Q2** Déterminer dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta \neq 0$ , dans la base  $B_1$ , les vecteurs  $\overrightarrow{A'A}$  et  $\overrightarrow{B'B}$  en fonction du déplacement latéral  $\delta$ , de l'angle de conicité des roues  $\alpha$  et du rayon R.



$$\overrightarrow{A'A} = \delta \overrightarrow{y_1} + (R + \delta \tan \alpha) \overrightarrow{z_1}$$

$$\overrightarrow{B'B} = \delta \overrightarrow{y_1} + (R - \delta \tan \alpha) \overrightarrow{z_1}$$

- Q3** Toujours dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta \neq 0$ , en supposant qu'il y a roulement sans glissement en A' et B', exprimer dans la base  $B_1$ ,  $\overrightarrow{V_{A \in 1/0}}$  et  $\overrightarrow{V_{B \in 1/0}}$  en fonction des vitesses de rotation  $\omega$  et  $\dot{\gamma}$  de l'essieu, du déplacement latéral  $\delta$  et des différents paramètres géométriques.

$$\overrightarrow{V_{A \in 1/0}} = \overrightarrow{V_{A' \in 1/0}} + \overrightarrow{AA'} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{V_{A' \in 1/0}} = 0 \quad (\text{Roulement sans glissement})$$

$$\text{et } \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \omega \overrightarrow{y_1} + \dot{\gamma} \overrightarrow{z_1} \quad (\text{cf remarque})$$

$$\text{d'où : } \overrightarrow{V_{A \in 1/0}} = (R + \delta \tan \alpha) \omega - \delta \dot{\gamma} \overrightarrow{x_1}$$

$$\text{de même : } \overrightarrow{V_{B \in 1/0}} = (R - \delta \tan \alpha) \omega - \delta \dot{\gamma} \overrightarrow{x_1}$$

**Remarque :** Les variations de l'angle de roulis (rotation autour de  $\vec{x}_1$ ) sont négligeables devant les variations de l'angle de rotation autour de l'axe vertical  $\gamma$ .

**Q4** À partir d'une relation liant  $\vec{V}_{A \in 1/0}$  à  $\vec{V}_{B \in 1/0}$  et des résultats précédents, déterminer une relation liant  $\delta$ ,  $\omega$ ,  $\dot{\gamma}$  et les différents paramètres géométriques.

$$\vec{V}_{A \in 1/0} = \vec{V}_{B \in 1/0} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = -L\vec{y}_1 \wedge (\omega\vec{y}_1 + \dot{\gamma}\vec{z}_1) = -L\dot{\gamma}\vec{x}_1$$

On a donc :

$$(R + \delta \tan \alpha)\omega - \delta\dot{\gamma} = (R - \delta \tan \alpha)\omega - \delta\dot{\gamma} - L\dot{\gamma} \text{ d'où } 2\delta \tan \alpha \omega + L\dot{\gamma} = 0$$

**Q5** À partir de la vue 3 du document DT1, dans la configuration  $\gamma \neq 0$  et  $\delta \neq 0$ , déterminer l'expression de  $\dot{\delta} = \vec{V}_{O \in 1/0} \cdot \vec{y}$  en fonction de  $V$  et  $\gamma$ .

$$\dot{\delta} = \vec{V}_{O \in 1/0} \cdot \vec{y} = V\vec{x}_1 \cdot \vec{y} \quad \text{d'où} \quad \dot{\delta} = V \sin \gamma$$

**Q6** Montrer, en combinant les équations obtenues aux questions Q4 et Q5, que l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  de l'essieu est de la forme :

$$\frac{\ddot{\delta}}{\omega_0^2} + \delta = 0 \text{ avec } \omega_0 = 12,4 \text{ rad/s (avec les valeurs numériques du document DT1).}$$

$$\gamma \text{ petit donc } \sin \gamma \approx \gamma. \text{ On a donc } \dot{\delta} \approx V\gamma \text{ d'où } \dot{\gamma} \approx \frac{\ddot{\delta}}{V}$$

$$\text{Dans l'équation de la question Q4, on a alors } 2\delta \tan \alpha \omega + L \frac{\ddot{\delta}}{V} = 0$$

$$\text{D'où } \frac{L}{2 \tan \alpha \omega V} \ddot{\delta} + \delta = 0 \text{ ou } \frac{LR}{2 \tan \alpha V^2} \ddot{\delta} + \delta = 0 \text{ (car } \omega = \frac{V}{R} \text{)}$$

$$\text{Par identification on a } \omega_0 = V \cdot \sqrt{\frac{2 \tan \alpha}{LR}}$$

On retrouve bien  $\omega_0 = 12,4 \text{ rad/s}$

**Q7** Conclure sur la pertinence du modèle proposé et sur l'auto-stabilité de l'essieu.

Le modèle ne prend pas en compte le frottement, dissipateur d'énergie, qui fait que l'amplitude des oscillations décroît.

L'auto-stabilité est obtenue car l'écart tend rapidement vers 0.

**Remarque :** Le modèle complet à utiliser est le modèle de Kalker. On montre que l'amortissement dépend fortement de  $V$  ce qui engendre une instabilité à partir d'une certaine vitesse.

**Q8** Quelles contraintes techniques cela impose t'il et quelles en sont les conséquences ?

Si on veut un plancher bas sur l'ensemble de la rame, cela suppose de désaccoupler les 2 roues. On perd alors l'équation définie à la question Q4 qui assurait l'auto-stabilité de l'essieu. Dans ce cas, la « stabilité » est assurée par les boudins latéraux des roues ce qui est éventuellement possible à basse vitesse pour un tramway mais impossible pour un train. Dans tous les cas, on perd la précision de guidage, et le frottement des boudins sur les rails conduit à une usure importante et des crissements problématiques en milieu urbain.

- Q9** Relativement à la solution classique sur rails, expliquer en quoi la solution proposée par Lohr permet d'abaisser le plancher à 25 cm du sol.

La solution proposée ne comporte pas d'essieu traversant. Ainsi, chaque roue a sa propre liaison pivot ce qui permet de faire passer le couloir passager au milieu, en dessous de l'axe des roues.

- Q10** À partir de la Vue 1 du document DT3, en utilisant une fermeture géométrique, déterminer la relation liant  $\gamma$  à  $\delta$ .

Dans le triangle  $(O'_1, O_1, P_1)$  on a :

$$\overrightarrow{O'_1 O_1} + \overrightarrow{O_1 P_1} + \overrightarrow{P_1 O'_1} = 0$$

$$\delta \vec{y} + d \vec{x}_1 + \overrightarrow{P_1 O'_1} = 0$$

En projection sur  $\vec{y}$ , on a :  $\delta + d \vec{x}_1 \cdot \vec{y} + 0 = 0$ , d'où  $\delta + d \sin \gamma = 0$

- Q11** En supposant qu'il y a roulement sans glissement en  $A'_1$  et  $B'_1$  (points de contact Roues/Sol) donner, sans faire de calculs, la direction de la vitesse du centre de l'essieu  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$ . En déduire la relation liant  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \vec{y}$ ,  $V$  et  $\gamma$ . Évaluer qualitativement le domaine de validité de ce modèle.

S'il y a roulement sans glissement en  $A'_1$  et  $B'_1$  alors  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$  a pour direction  $\vec{x}_1$ .

On a donc  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} = V \vec{x}_1 = V \cos \gamma \vec{x} + V \sin \gamma \vec{y}$

On en déduit donc  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \vec{y} = V \sin \gamma$

Ce modèle est très simple (Roulement sans glissement) et décrit correctement le comportement à basse vitesse et lorsque le rail de guidage est quasi-rectiligne. Pour des vitesses plus élevées il faudra adopter le modèle de la partie 2.

- Q12** Déduire des 2 questions précédentes, l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  du module intermédiaire. Déterminer la solution de cette équation.

En combinant les équations obtenues aux questions Q10 et Q11, on obtient :  $\delta + \frac{d}{V} \dot{\delta} = 0$

La solution de cette équation différentielle du 1<sup>er</sup> ordre est :  $\delta = \delta_0 e^{-\frac{V}{d}t}$

- Q13** Quels sont les paramètres influant sur la stabilité du module intermédiaire et conclure sur l'auto-stabilité du module intermédiaire.

Le module intermédiaire est naturellement stable. La vitesse de convergence est influencée par  $V$  et  $d$ .

- si  $V$  augmente on a une convergence **plus rapide** ;
- si  $d$  augmente on a une convergence **plus lente**.

- Q14** Que se passe-t-il si le Translohr part accidentellement en marche arrière ? Quelle solution technique a prévu Lohr dans cette situation ?

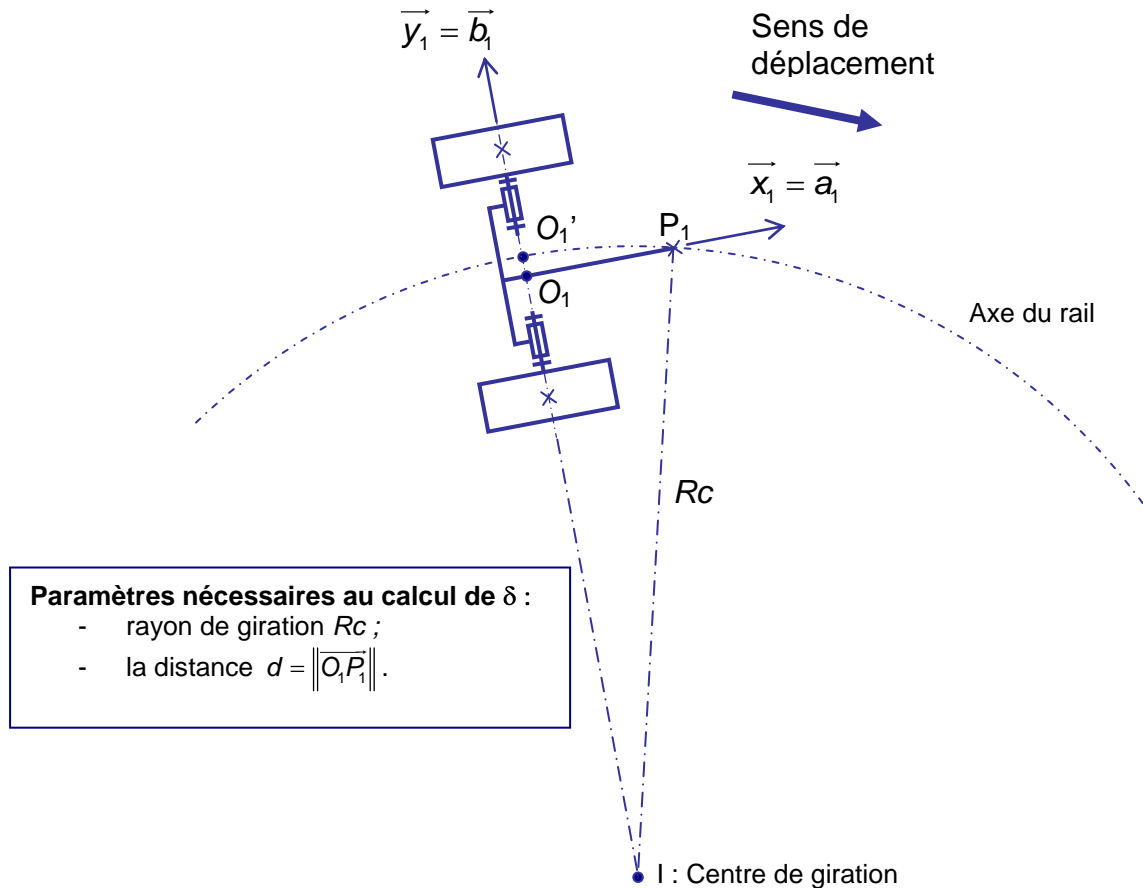
Dans ce cas le système devient instable car le signe de la constante de temps est lié au signe de  $V$ .

Pour éviter une divergence catastrophique du système de guidage, en cas de marche arrière accidentelle, l'organe de guidage situé derrière vient se mettre en butée et ainsi limiter la divergence de l'essieu.



## Vérification du gabarit en courbe du Translohr

- Q15** Caractériser la position d'un module intermédiaire relativement au rail de guidage. Proposer un schéma en vue de dessus représentant le module intermédiaire en situation et faites apparaître les paramètres nécessaires au calcul du déport de voie  $|\delta|$ .



Si le module intermédiaire occupe une position stable sur la voie, alors **l'axe de l'essieu passe par le centre de giration**. En effet, la vitesse du point  $O_1$  lié au module intermédiaire doit être constamment parallèle à la tangente à l'axe du rail.

- Q16** En déduire l'expression du déport de voie  $|\delta|$  en fonction du rayon  $Rc$ .

Dans le triangle rectangle  $(O_1, P, I)$  on a :  $Rc^2 = d^2 + (Rc - |\delta|)^2$

$$\text{On a donc : } |\delta| = Rc - \sqrt{Rc^2 - d^2} \quad (1)$$

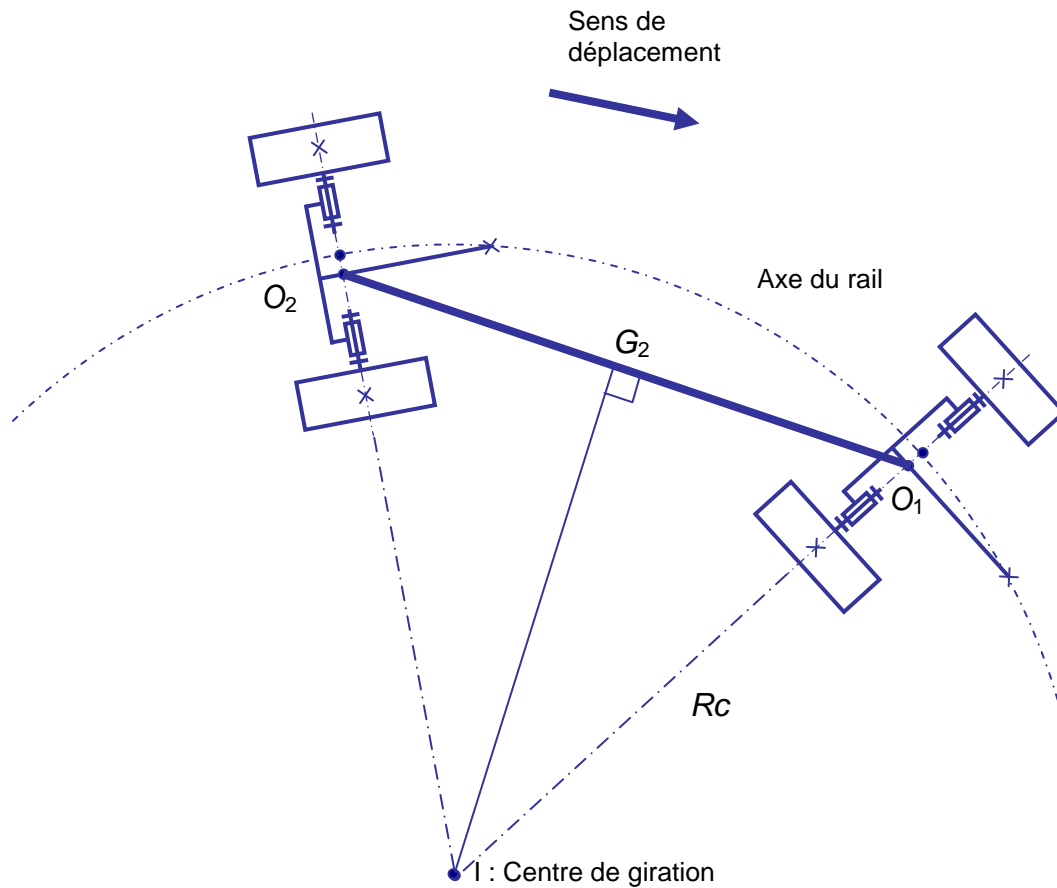
- Q17** Déterminer les rayons  $Ri$  et  $Re$  (cf document DT4) limitant le gabarit pour une voie en fonction de  $Rc$ ,  $\delta$  et des paramètres géométriques. On pourra supposer  $e \ll Lv$ .

À partir du paramétrage du document DT4 on déduit les relations suivantes :

$$\begin{cases} Ri = IG - \frac{lV}{2} \\ Re = Rc - |\delta| + \frac{lV}{2} \quad \left( \text{ou } Re = Rc + \delta + \frac{lV}{2} \text{ car } \delta < 0 \text{ dans ce cas} \right) \end{cases}$$

avec  $I$ , centre de giration et  $G$ , milieu d'une caisse.

Si  $e \ll Lv$ , on peut confondre les points  $L$ ,  $K$  et  $O$ . On obtient donc le modèle simplifié suivant :



On a donc :  $IG = \sqrt{OI^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2}$  avec  $OI = Rc - |\delta| = Rc + \delta$  (car  $\delta < 0$ )

$$\text{On obtient ainsi : } \begin{cases} Ri = \sqrt{Rc - |\delta|^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{lv}{2} = \sqrt{Rc + \delta^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{lv}{2} & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Re = Rc - |\delta| + \frac{lv}{2} = Rc + \delta + \frac{lv}{2} & (3) \end{cases}$$

**Q18** Pour un rayon de giration  $Rc$  de 10,5 m de la voie intérieure, déterminer le gabarit global en voie double et comparer aux 5,4 m annoncés. En cas de non respect des 5,4 m, proposer des compromis compatibles avec le milieu urbain.

**Données :**  $Rc = 10,5$  m     $Lv = 6,6$  m     $lv = 2,2$  m     $d = 1,2$  m

**Pour la voie intérieure :**

D'après la formule (1) de la question Q16 :  $|\delta| = Rc - \sqrt{Rc^2 - d^2} = 10,5 - \sqrt{10,5^2 - 1,2^2} = 0,0688$  m

On en déduit :

$$\begin{cases} Ri = \sqrt{Rc - |\delta|^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{lv}{2} = \sqrt{10,5 - 0,0688^2 - \left(\frac{6,6}{2}\right)^2} - \frac{2,2}{2} = 8,795 \text{ m} \\ Re = Rc - |\delta| + \frac{lv}{2} = 10,5 - 0,0688 + \frac{2,2}{2} = 11,531 \text{ m} \end{cases}$$

**Pour la voie extérieure :**

**On impose  $Ri_{\text{mini}} = 11,531$  m** (Re de la voie 1 - distance nulle entre les deux voies)

$$\text{On a alors d'après (2) : } Rc - |\delta| = \sqrt{\left(Ri + \frac{IV}{2}\right)^2 + \left(\frac{LV}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(11,531 + \frac{2,2}{2}\right)^2 + \left(\frac{6,6}{2}\right)^2} = 13,055 \text{ m}$$

$$\text{(D'après (1) : } Rc = \sqrt{Rc - |\delta|^2 + d^2} = \sqrt{13,055^2 + 1,2^2} = 13,110 \text{ m)}$$

$$\text{D'après (3), on obtient alors : } Re = Rc - |\delta| + \frac{IV}{2} = 13,055 + \frac{2,2}{2} = 14,155 \text{ m}$$

**Conclusion :**

La largeur minimale en voie double est donc de :  $14,155 - 8,795 = 5,36 \text{ m}$

Le gabarit global est donc bien inférieur à 5,40 m. Cependant la marge est quasi-nulle (4 cm). En cas de rayon de courbure de 10,5 m, il est préférable d'espacer localement les voies ou de mettre des feux pour éviter les croisements dans cette zone.

## Validation du comportement du Translohr

### Modélisation du contact pneu-route

- Q19** Estimer, à l'aide d'un modèle très simple et des données du tableau Figure 15, l'effort  $F_{y_{max}}$  supporté par chaque roue. En déduire, à partir de la Courbe 1 du document DT5, les valeurs extrêmes de l'angle de dérive du pneu  $\alpha$ .

Pour déterminer les valeurs extrêmes de  $\alpha$ , il nous faut  $F_{y_{max}}$ . En courbe, la vitesse maximale du translohr doit être telle que l'accélération latérale ne dépasse pas  $1 \text{ m/s}^2$  ( $\|\overline{a_{max}}\| = 1 \text{ m/s}^2$ ).

Si on isole l'ensemble (un module intermédiaire + deux demi-caisses), on a d'après le PFD :

$$Ma_{max} = F_{y_1} + F_{y_2} \text{ avec } M, \text{ la masse d'un module intermédiaire et de deux demi-caisses.}$$

Si on suppose que les efforts  $F_y$  sont identiques sur les 2 roues du module intermédiaire on a alors :

$$Ma_{max} = F_{y_1} + F_{y_2} = 2F_{y_{max}} \text{ d'où } F_{y_{max}} = \frac{Ma_{max}}{2} = \frac{6500 + 1758 \times 1}{2} = 4129 \text{ N}$$

D'après la Courbe 1 du document DT5, pour  $F_y = 4129 \text{ N}$  et  $F_z = 40000 \text{ N}$  on a  $\alpha$  voisin de  $1^\circ$ .

$\alpha$  évolue donc dans l'intervalle :  $[-1^\circ, 1^\circ]$

- Q20** En justifiant vos hypothèses, déduire les relations  $\alpha = f(F_y)$  et  $Mz = f(\alpha)$ . Compléter le document réponse DR1 en inscrivant les relations obtenues dans le cadre correspondant.

Pour  $\alpha \in [-1^\circ, 1^\circ]$ , on peut approximer les courbes du document DT5 par des droites. On pose :

$$\alpha = C_\alpha \cdot F_y \text{ et } Mz = C_{Mz}(\alpha - \alpha_0) \text{ avec } \alpha_0 = 0,4^\circ$$

Pour  $\alpha = 1^\circ$  et  $F_z = 39,85 \text{ kN}$  on a  $F_y = 4500 \text{ N}$ . On en déduit :

$$C_\alpha = \frac{1}{4500} = 2,22 \times 10^{-4} \text{ }^\circ/\text{N} = 3,87 \times 10^{-6} \text{ rad/N}$$

Pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $F_z = 39,85 \text{ kN}$  on a  $Mz = 90 \text{ Nm}$ . On en déduit :

$$C_{Mz} = \frac{90}{-0,4} = -225 \text{ Nm/}^\circ = -12892 \text{ Nm/rad}$$

### Comportement cinématique d'un essieu

- Q21** Tracer sur le document réponse DR2 la direction de la vitesse du centre de la roue  $A_1$ , la direction de la vitesse du centre de la roue  $B_1$  et la direction de la vitesse  $\overline{V_{O_1 \in 1/0}}$ . Placer les angles de dérive  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  liés respectivement aux roues  $A_1$  et  $B_1$ .

(Cf DR2)

- Q22** Placer  $\alpha$  sur le document réponse DR2. Compléter le document réponse DR1 en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant. Critiquer le modèle retenu.

(Cf DR1 et DR2)

En toute rigueur,  $\alpha \neq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ . Cependant, comme nous l'avons vu dans la partie 2.1 les angles de dérive restent faibles. D'autre part, le rayon de giration du Translohr étant relativement grand devant la distance  $AB$  les vitesses en  $A$  et  $B$  sont relativement parallèles. En conséquence, en première approximation, le modèle adopté semble légitime.

### Modélisation du suivi de trajectoire

**Q23** À partir du paramétrage défini sur le document DT3, et de la direction de  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$  déterminer la relation liant  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \overrightarrow{y}$ ,  $V$ ,  $\gamma$  et  $\alpha$ .

$$\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \overrightarrow{y} = V \cos(\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{y})$$

$$\text{Or } (\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{y}) = (\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{x_1}) + (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}) + (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y}) = \alpha + \frac{\pi}{2} - \gamma$$

$$\text{On a donc } \dot{\delta} = -V \sin(\alpha - \gamma)$$

**Q24** En utilisant la relation déterminée à la question Q10, déterminer l'équation différentielle du premier ordre caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  du module intermédiaire en fonction de la vitesse  $V$ , de la distance  $d$  et de l'angle de dérive globale  $\alpha$ . Compléter le document réponse DR1 en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant.

$$\text{D'après la question Q10 : } \delta + d \sin \gamma = 0$$

Les angles  $\alpha$  et  $\gamma$  restent petit, on a donc :

$$\gamma = -\frac{\delta}{d} \text{ et } \dot{\delta} = -V(\alpha - \gamma) \text{ d'où } \dot{\delta} = -V\alpha - \frac{\delta}{d} \text{ et donc } \dot{\delta} + \frac{V}{d}\delta = -V\alpha$$

### Modélisation dynamique du Translohr

**Q25** Pour une vitesse de vent  $v$  de 120 km/h, calculer l'effort latéral  $Fy_0$  s'appliquant par caisse ( $Fy_0 = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot Cx$ ).

$$\text{AN : } Fy_0 = \frac{1}{2} 1,295 \times \left( 120 \times \frac{1000}{3600} \right)^2 \times 21 \times 1 = 15100 \text{ N}$$

### Approche simplifiée

**Q26** En utilisant les données de la Figure 15, le paramétrage du document DT3, déterminer l'équation dynamique reliant  $\ddot{\delta}_2$ ,  $Fy$ , et  $Fy_0$ . En combinant cette équation aux équations obtenues précédemment, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution du déplacement latéral de l'essieu  $\delta_2$  soumis à une perturbation  $Fy_0$  (échelon).

On isole le MI2 de masse ( $M_c + M_m$ )

Bilan des actions :

- $Fy_0$  ;
- $T_{\text{rail/galets}} (Fyg = 0)$  ;
- $T_{\text{route/roue1}}$  ;
- $T_{\text{route/roue2}}$ .

PFD : Équation de la résultante suivant  $\bar{y}$

$$Mc + Mm \ddot{\delta} = 2Fy \cos \gamma + Fyg + Fy_0$$

Or  $\cos \gamma \approx 1$ ,  $Fyg = 0$  et  $Fy = C_{Fy} \cdot \alpha$  d'où :

$$Mc + Mm \ddot{\delta} = 2C_{Fy} \cdot \alpha + Fy_0$$

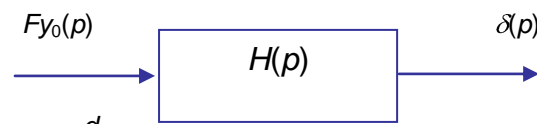
D'après la question Q24 :  $\dot{\delta} + \frac{V}{d} \delta = -V\alpha$

$$\text{On a donc : } Mc + Mm \ddot{\delta} = -\frac{2C_{Fy}}{V} \cdot \left( \dot{\delta} + \frac{V}{d} \delta \right) + Fy_0$$

$$\text{Ainsi : } Mc + Mm \ddot{\delta} + \frac{2C_{Fy}}{V} \dot{\delta} + \frac{2C_{Fy}}{d} \delta = Fy_0$$

**Q27** Mettre cette équation sous forme canonique et déterminer la pulsation propre  $\omega_0$  et l'amortissement  $\xi$ . Conclure sur l'incidence des différents paramètres sur le comportement dynamique du Translohr. À ce stade de l'étude, quelles préconisations techniques qualitatives pouvez vous faire afin d'améliorer le comportement du Translohr ?

Le système peut se modéliser sous la forme suivante :



$$\text{Avec : } H(p) = \frac{\frac{d}{2C_{Fy}}}{\frac{d}{2C_{Fy}} p^2 + \frac{d}{V} p + 1}$$

$$\text{Par identification : } \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{2C_{Fy}}{d Mc + Mm}} \\ \xi = \frac{1}{2} \frac{d}{V} \sqrt{\frac{2C_{Fy}}{d Mc + Mm}} \end{cases}$$

*Incidence des différents paramètres :*

- augmente lorsque d augmente ;
- diminue lorsque V et M augmentent.
- $\frac{1}{C_{Fy}}$  représente « une raideur » de pneu ;
- $\xi$  diminue lorsque  $\frac{1}{C_{Fy}}$  augmente

**Préconisations :** On veut augmenter  $\xi$  afin de limiter les oscillations. Pour cela, il faut :

- augmenter d ;
- diminuer la raideur des pneus ;
- limiter la vitesse et la masse.

*Approche complète pour simulation numérique*

**Q28** En supposant  $\beta_2, \gamma_2, \beta_3$  petit (cf. document DT4 représentant le Translohr en vue de dessous), à l'aide de fermetures géométriques, déterminer les relations  $\gamma_2 = f(\delta_2)$ ,  $\beta_2 = f(\delta_2)$  et  $\beta_3 = g(\delta_2)$ .

Fermeture géométrique ( $O_2'$ ,  $O_2$ ,  $P_2$ )

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 P_2} + \overline{P_2 O_2} = 0$$

$$\delta_2 \vec{y} + d \vec{x}_2 + \overline{P_2 O_2} = 0$$

En projection sur  $\vec{y}$  :  $\delta_2 + d \sin \gamma_2 = 0$

Comme  $\gamma_2$  est petit, nous avons :  $\gamma_2 = -\frac{\delta_2}{d}$

Fermeture géométrique ( $O_2'$ ,  $O_2$ ,  $K_2$ ,  $L_1$ )

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 K_2} + \overline{K_2 L_1} + \overline{L_1 O_2} = 0$$

$$\delta_2 \vec{y} + e \vec{x}_2 + L_v \vec{u}_2 + \overline{L_1 O_2} = 0$$

En projection sur  $\vec{y}$  :  $\delta_2 + e \sin \gamma_2 + L_v \sin \beta_2 = 0$

Comme  $\beta_2$  est petit, en remplaçant  $\gamma_2$  nous avons :  $\delta_2 - \frac{e}{d} \delta_2 + L_v \beta_2 = 0$

$$\text{D'où : } \beta_2 = -\frac{1}{L_v} \left[ 1 - \frac{e}{d} \right] \delta_2$$

Fermeture géométrique ( $O_2'$ ,  $O_2$ ,  $L_2$ ,  $K_3$ )

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 L_2} + \overline{L_2 K_3} + \overline{K_3 O_2} = \vec{0}$$

$$\delta_2 \vec{y} - e \vec{x}_2 - L_v \vec{u}_3 + \overline{K_3 O_2} = \vec{0}$$

En projection sur  $\vec{y}$  :  $\delta_2 - e \sin \gamma_2 - L_v \sin \beta_3 = 0$

Comme  $\beta_3$  est petit, en remplaçant  $\gamma_2$  nous avons :  $\delta_2 + \frac{e}{d} \delta_2 - L_v \beta_3 = 0$

$$\text{D'où : } \beta_3 = \frac{1}{L_v} \left[ 1 + \frac{e}{d} \right] \delta_2$$

**Q29** Sans faire aucun calcul, proposer une démarche de résolution permettant de déterminer les actions de la route sur les roues en fonction des variables d'entrée définies Figure 14. Pour chaque isolement on prendra soin de définir l'ensemble isolé, le bilan des actions mécaniques extérieures, l'équation à utiliser et les variables obtenues à l'issue de l'isolement.

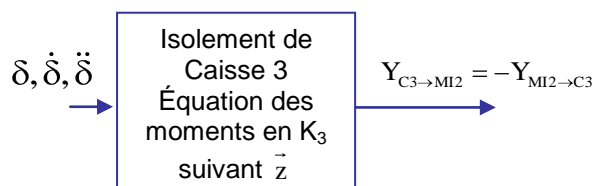
On peut traiter le problème comme un problème plan

On isole la Caisse 3

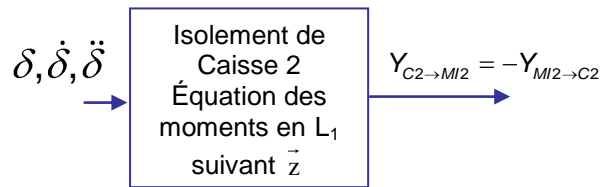
BAME :

- action du MI3 sur la Caisse 3 :  $T_{MI3 \rightarrow C3}$
- action du MI2 sur la Caisse 3 :  $T_{MI2 \rightarrow C3}$
- action du Poids

Le théorème du moment dynamique en  $K_3$  en projection sur  $\vec{z}$  nous donne la composante  $Y_{MI2 \rightarrow C3}$  en fonction de  $\ddot{\beta}_3, \beta_3, \gamma_2, \dot{\beta}_3, \dot{\gamma}_2$  et donc, en utilisant la question précédente, de  $\delta_2 = \delta$ .



De même, on isole la Caisse 2

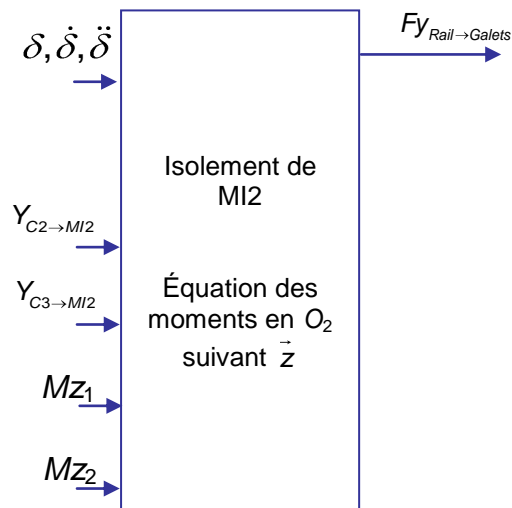


On isole le MI 2

BAME :

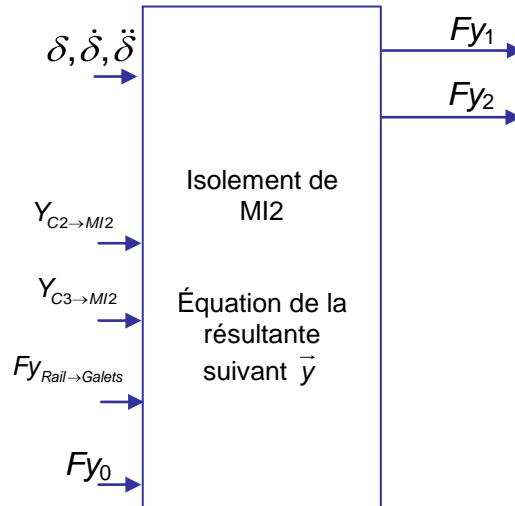
- action de la caisse 2 sur MI2 :  $T_{C2 \rightarrow MI2}$
- action de la caisse 3 sur MI2 :  $T_{C3 \rightarrow MI2}$
- action de la pesanteur
- action de la route sur la roue 1 :  $T_{Route \rightarrow Roue1}$
- action de la route sur la roue 2 :  $T_{Route \rightarrow Roue2}$
- action du rail sur les galets de guidage :  $T_{Rail \rightarrow Galets}$
- action de la perturbation  $Fy_0$

Le théorème du moment dynamique en  $O_2$  en projection sur  $\vec{z}$  donne :





Le théorème de la résultante dynamique en projection sur  $\vec{y}$  donne :

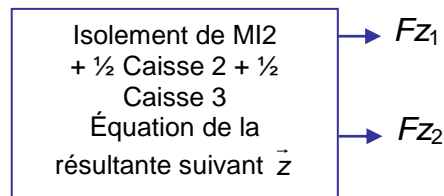


On isole l'ensemble MI 2 +  $\frac{1}{2}$  Caisse 2 +  $\frac{1}{2}$  Caisse 3

BAME :

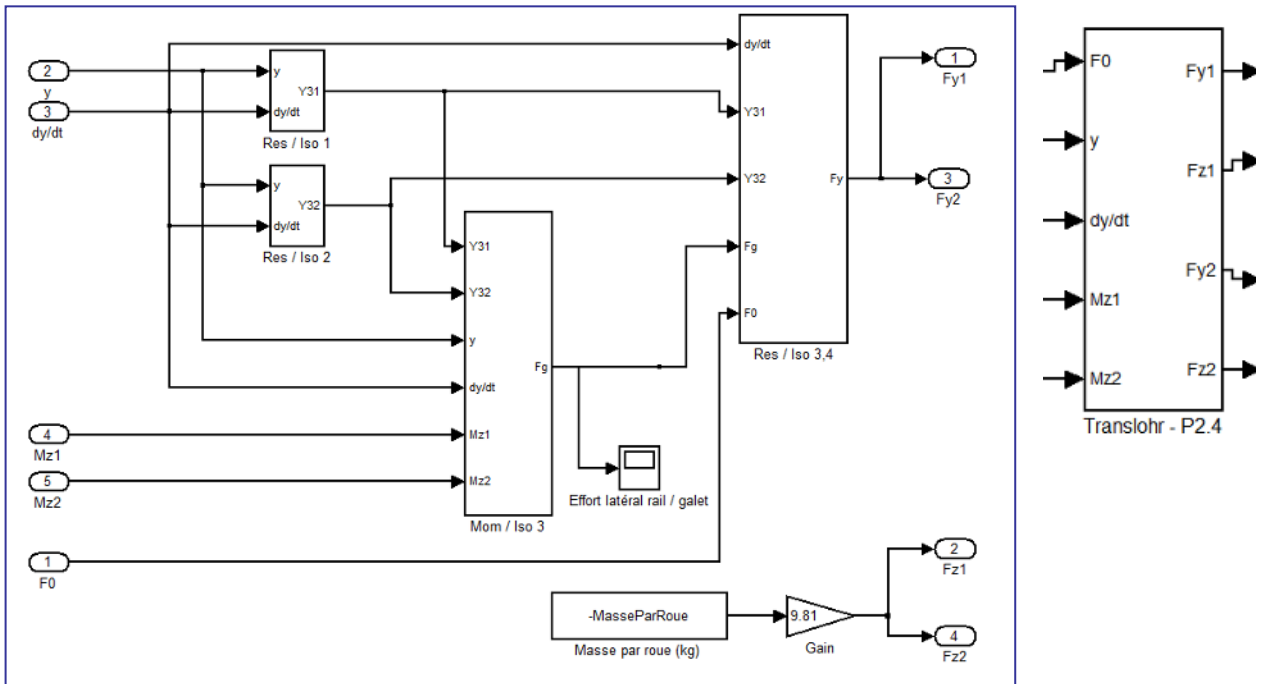
- action de la pesanteur ;
- action de la route sur la roue 1 :  $T_{Route \rightarrow Roue1}$  ;
- action de la route sur la roue 2 :  $T_{Route \rightarrow Roue2}$  ;
- action du rail sur les galets de guidage :  $T_{Rail \rightarrow Galets}$  ;
- action de la perturbation  $F_{y0}$

Le théorème de la résultante dynamique en projection sur  $\vec{z}$  donne :



**Q30** Compléter le document réponse DR3 représentant graphiquement les équations issues de votre démarche. Chaque bloc de ce document doit représenter une équation conformément à l'exemple donné.

(Cf DR3) Pour information, voici le modèle utilisé pour la simulation donnée sur le document DT6 :



*Exploitation et analyse des résultats*

**Q31** Analyser les résultats de simulations et proposer une analyse comparative conduisant à des préconisations techniques concernant la distance  $d$  et la présence ou non d'un système antilacet.

*Analyse des effets de la distance  $d$*

Même si l'augmentation de  $d$  se traduit par un meilleur amortissement,  $d$  a une incidence modérée sur les effets dynamiques (cf. (courbes 1 et 3) et (courbes 2 et 4)).

En revanche, diminuer  $d$  conduit à augmenter de manière significative les efforts du rail sur les galets (cf. (courbes 1 et 3) et (courbes 2 et 4)).

**Préconisation :  $d = 1,2$  m est préférable** (moins d'oscillations et moins d'efforts)

*Analyse du système antilacet*

L'antilacet diminue fortement la durée durant laquelle il y a oscillation (cf. (courbes 1 et 2) et (courbes 3 et 4)). Cependant, l'antilacet ne réduit pas l'amplitude de l'accélération initiale, qui est la plus ressentie par les passagers. De plus, l'antilacet augmente les efforts de guidage.

**Préconisation : Il n'est pas nécessaire d'implanter un antilacet.**

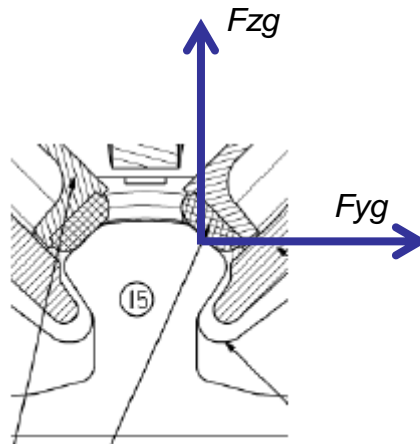
## Définition du système de guidage

Détermination du ressort de plaquage

**Q32** À partir de la Vue 3 du document DT7, déterminer la charge verticale minimale d'un galet sur le rail  $F_{zg}$  associée à la charge latérale normale de pilotage  $F_{yg}$ .

L'axe du galet étant incliné de  $45^\circ$ , pour obtenir une charge latérale normale de pilotage  $F_{yg} = 140$  daN, on doit avoir :

$$F_{zg} = F_{yg} = 140 \text{ daN}$$



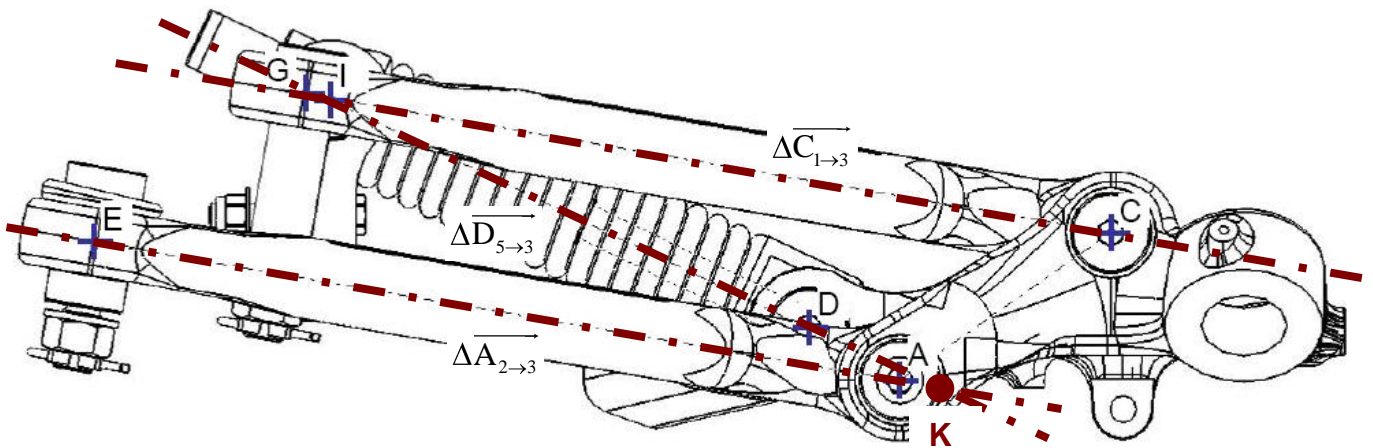
**Q33** En justifiant clairement la méthode utilisée, à partir de  $F_{zg}$ , déterminer l'effort minimal que doit fournir le ressort de plaquage (Cf documents DT7 et DT8).

Le problème peut être assimilé à un problème plan.

La résolution peut se faire de manière graphique ou analytique.

**Résolution graphique :** (à partir de la vue 4 du document DT7)

### Construction 1



Vue 4 : Vue de profil

P  
+

Les pièces 1 et 2 et l'ensemble (5 + 6 + 7) sont, chacun d'entre eux, soumis à 2 glisseurs. On peut donc tracer :

$\Delta C_{1 \rightarrow 3}$ ,  $\Delta D_{5 \rightarrow 3}$  et  $\Delta A_{2 \rightarrow 3}$  (cf. construction 1)

On isole l'ensemble (3 + Galets)

BAME :

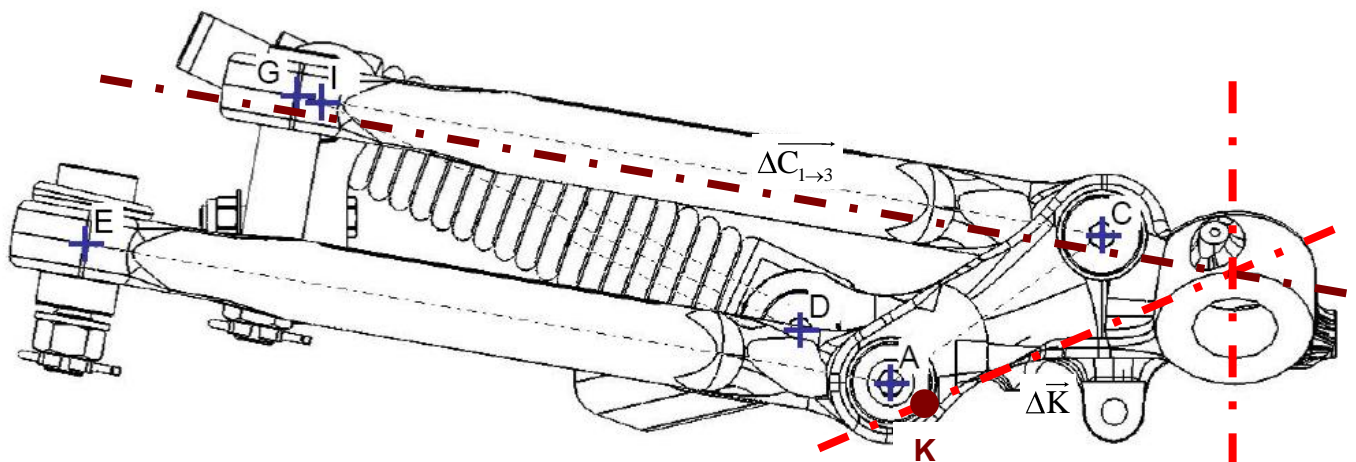
- $\overrightarrow{P_{r \rightarrow g}} = 140 \vec{z}$  (daN) en P
- $\overrightarrow{C_{1 \rightarrow 3}}$ , direction et point d'application connus ;
- $\overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ , direction et point d'application connus ;
- $\overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}$  direction et point d'application connus.

Soit  $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$  appliqué en K ( $K = \Delta \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} \cap \Delta \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ , cf. construction 1)

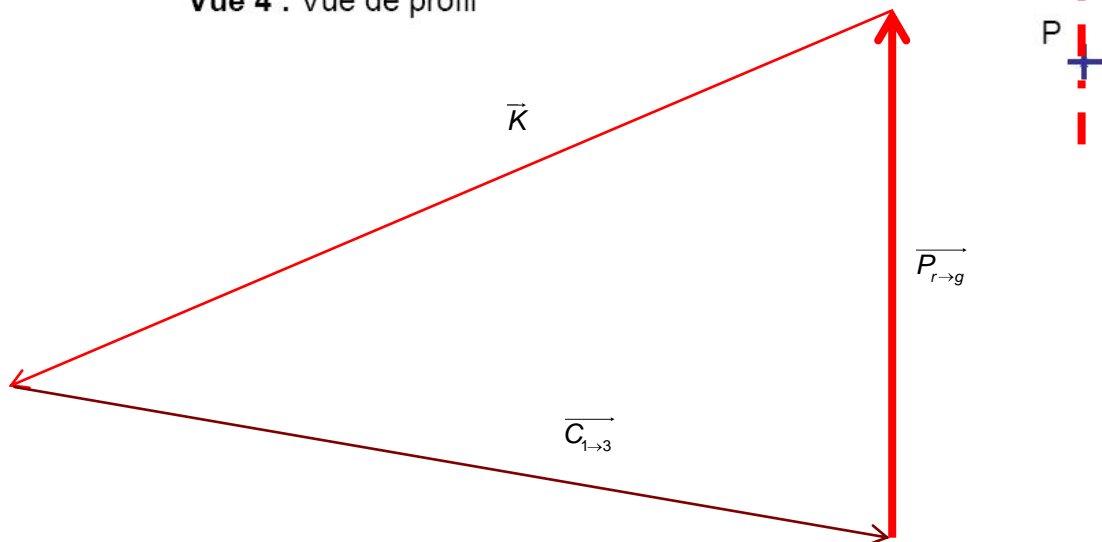
(3 + galets) est donc soumis à trois glisseurs :  $\overrightarrow{P_{r \rightarrow g}}$ ,  $\overrightarrow{C_{1 \rightarrow 3}}$  et  $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$

On peut donc déterminer  $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$  (cf. Construction 2)

**Construction 2 (20 daN  $\Leftrightarrow$  1 cm)**

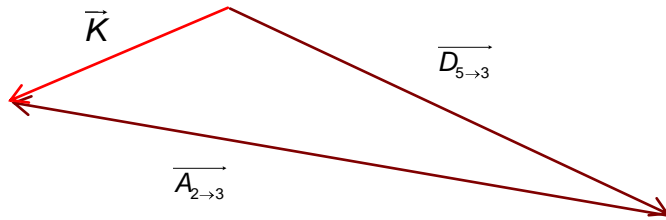


Vue 4 : Vue de profil



Connaissant  $\overrightarrow{K}, \Delta \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}, \Delta \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ , on peut en déduire  $\overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$  (cf. Construction 3)

### Construction 3 (80 daN $\Leftrightarrow$ 1 cm)



Le ressort de plaquage doit donc fournir un effort minimal d'environ **512 daN (6,4 cm)**.

#### Résolution analytique :

Dans le plan  $(O, \vec{z}, \vec{x})$ , les pièces 1 et 2 et l'ensemble (5 + 6 + 7) sont, chacun d'entre eux, soumis à 2 glisseurs. On peut donc poser :

$$\vec{C}_{1 \rightarrow 3} = X_{13} \vec{x}_1 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{399,2\vec{x} - 68,5\vec{z}}{405,0}$$

$$\vec{A}_{2 \rightarrow 3} = X_{23} \vec{x}_2 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_2 = \frac{\vec{EA}}{\|\vec{EA}\|} = \vec{x}_1 \quad (\text{les bras 1 et 2 sont parallèles})$$

$$\vec{D}_{7 \rightarrow 3} = X_{73} \vec{x}_7 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_7 = \frac{\vec{ID}}{\|\vec{ID}\|} = \frac{237\vec{x} - 112,7\vec{z}}{262,4}$$

On isole l'ensemble (3 + Galets)

BAME :

- $\vec{P}_{r \rightarrow g} = 140 \vec{z}$  (daN) en P
- $\vec{C}_{1 \rightarrow 3}$
- $\vec{D}_{5 \rightarrow 3}$
- $\vec{A}_{2 \rightarrow 3}$

PFS : (équation de la résultante)

$$X_{73} \vec{x}_7 + (X_{13} + X_{23}) \vec{x}_1 + 140 \vec{z} = \vec{0}$$

En projection sur  $\vec{z}_1$ , on a  $X_{73} \vec{x}_7 \cdot \vec{z}_1 + 140 \vec{z} \cdot \vec{z}_1 = 0$  d'où  $X_{73} = -\frac{140 \vec{z} \cdot \vec{z}_1}{\vec{x}_7 \cdot \vec{z}_1}$

$$\vec{x}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{399,2\vec{x} - 68,5\vec{z}}{405,0} \quad \text{donc} \quad \vec{z}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{68,5\vec{x} + 399,2\vec{z}}{405,0}$$

$$\text{D'où} \quad X_{73} = -\frac{140 \times 399,2 / 405}{(237 \times 68,5 - 112,2 \times 399,2) / (262,4 \times 405)} = 513,5 \text{ daN}$$

Dimensionnement de l'axe de retenue 5 (Cf DT7 et DT8)

**Q34** Entourer sur le document DR4 les critères intervenant dans le choix du matériau de l'axe de retenue. Pour chaque critère retenu, entourer la ou les limites à renseigner (Mini, Maxi ou les deux). Justifier sur votre copie le choix de ces critères et indiquer au besoin des critères supplémentaires à considérer.

(Cf DR4)

Critère d'optimisation : **le prix**

La pièce est une **pièce de sécurité**, on doit donc imposer **la limite élastique** et la **ténacité**.

Pour éviter l'apparition de **jeu dans les liaisons** on doit avoir une **dureté** minimale.

Le matériau doit être recyclable (Considérations écologiques).

La pièce est usinée dans la masse (Forme simple + sécurité) et doit donc offrir une bonne usinabilité.

#### **Critères supplémentaires**

La pièce est sous le châssis, elle doit donc résister à la corrosion.

On peut **éventuellement** chercher à minimiser le **frottement** dans les liaisons.

**Q35** Proposer un mode de réalisation, les traitements éventuels ainsi que les essais à réaliser pour valider le comportement du matériau retenu relativement aux fonctions de la pièce.

#### **Mode de réalisation**

On est **en petite série**, la pièce est une **pièce de sécurité** et la forme de la pièce est proche d'une **barre cylindrique**. Cette pièce est donc probablement **usinée dans la masse** car une ébauche estampée serait trop chère étant donné le faible nombre de pièces à fabriquer.

Traitements :

On peut augmenter **la dureté superficielle** au niveau du guidage par **une cémentation** et une **trempe** mais il est préférable d'effectuer **un chromage dur**. Ce traitement va permettre d'obtenir :

- une **dureté** de 65-70 HRc ;
- une résistance à l'usure ;
- une résistance à l'abrasion ;
- une **résistance à la corrosion** des agents chimiques ;
- un bas coefficient de frottement avec la pièce de guidage.

#### **Essais à réaliser**

La pièce étant une pièce de sécurité, il est important de vérifier la limite élastique annoncée. Pour cela on peut réaliser **un essai de traction** sur un échantillon du matériau.

Un **essai de dureté** peut éventuellement être pratiqué afin de vérifier la qualité du traitement de surface dans les zones de liaison.

**Q36** Calculer la limite élastique minimale du matériau de l'axe de retenue, en justifiant clairement la méthode utilisée.

Par une méthode identique à celle décrite à la question Q33, nous pouvons déterminer l'effort maximal en traction que doit supporter la pièce.

La force verticale d'arrachement par couple de galets en statique étant de 5 000 daN nous trouvons un effort à supporter de 18339 daN.

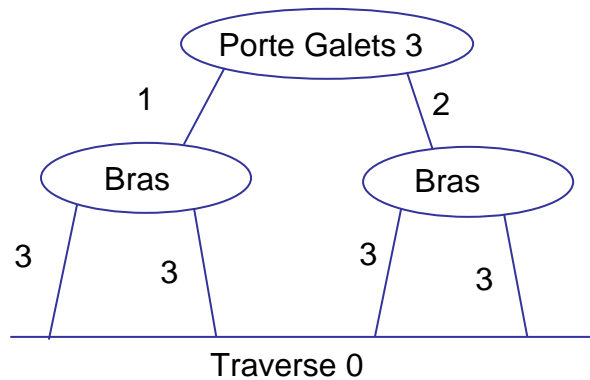
Le diamètre minimal de l'axe de retenue est de 22,5 mm (15 mm mesuré sur le plan  $\times 3/2$ ).

La limite élastique doit donc être supérieur à :  $\frac{183390}{\pi \frac{22,5^2}{4}} = 461 \text{ MPa}$

Spécifications du porte galets (Cf DT7)

**Q37** Calculer le degré d'hyperstatisme du mécanisme de guidage. En déduire les contraintes géométriques à imposer aux différentes pièces constituant le mécanisme.

Grphe des liaisons (Cinématique)



Hyperstatisme global

$$Ec = 6 \gamma = 6 \times 3 = 18 \text{ équations}$$

$$m = 1 \text{ (1 mobilité)}$$

$$lc = 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 1 = 15$$

$$h = (Ec - lc) + m = 18 - 15 + 1 = 4 \Rightarrow \text{Le système est hyperstatique d'ordre 4}$$

Étude de la boucle 0-2 :

$$h = (6 - 6) + 1 = 1$$

$\Rightarrow$  La boucle est hyperstatique d'ordre 1  $\Rightarrow$  **1 contrainte géométrique** sur les 2 pièces (**distance EF à imposer sur 0 et sur 2**)

Étude de la boucle 0-1 :

$$h = (6 - 6) + 1 = 1$$

$\Rightarrow$  La boucle est hyperstatique d'ordre 1  $\Rightarrow$  **1 contrainte géométrique** sur les 2 pièces (**distance GH à imposer sur 0 et sur 1**)

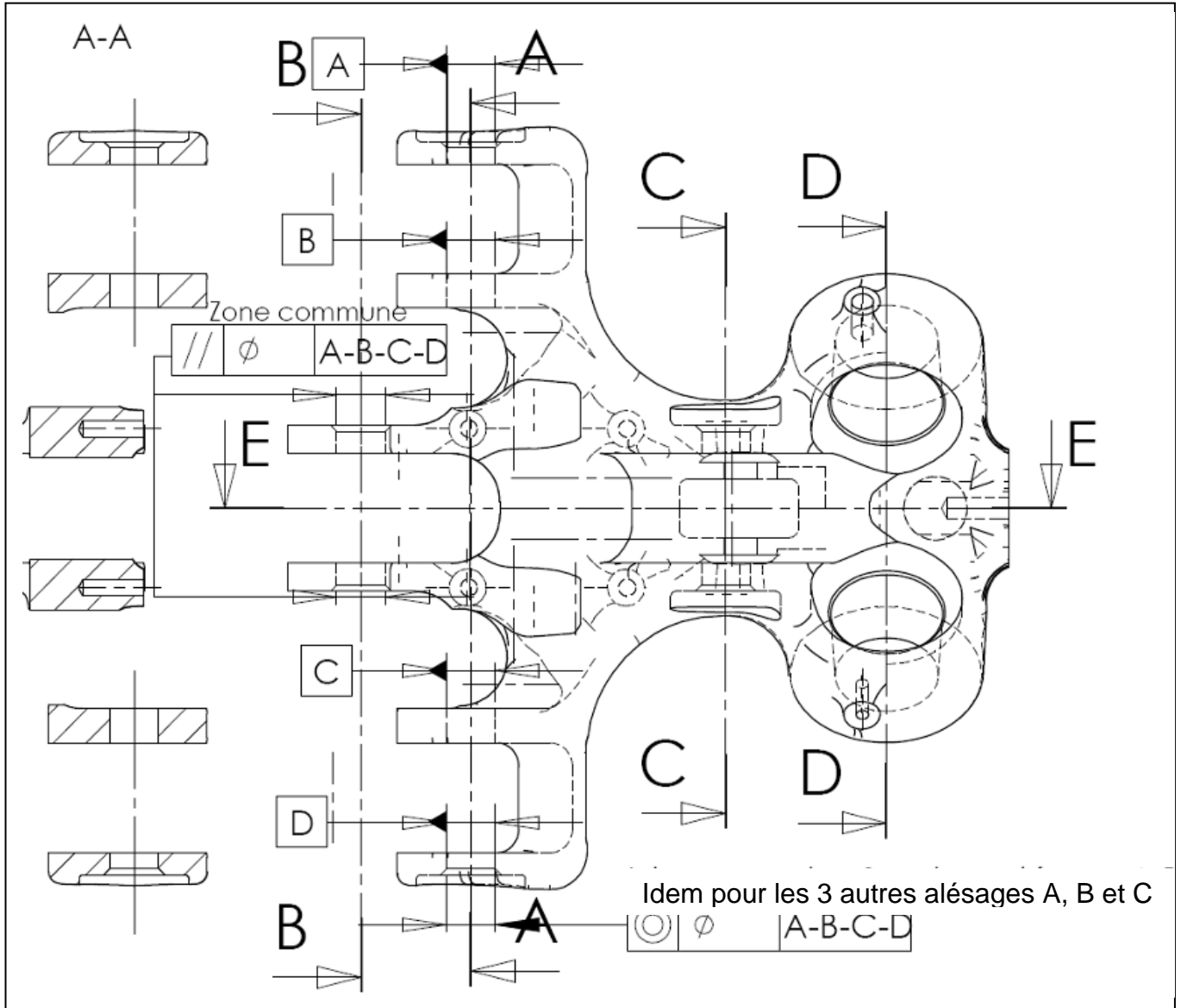
Positionnement de 3 :

Le système étant globalement hyperstatique d'ordre 4, il reste un hyperstatisme d'ordre 2 sur le positionnement de 3. On a donc **2 contraintes géométriques** à imposer sur chacune des pièces.

- sur 0 : parallélisme entre EF et GH (suivant 2 axes) ;

- sur 1 : parallélisme entre  $GH$  et  $(D, \vec{y})$  (suivant 2 axes) ;
- sur 2 : parallélisme entre  $EF$  et  $AB$  (suivant 2 axes) ;
- sur 3 : parallélisme entre  $AB$  et  $(D, \vec{y})$  (suivant 2 axes) ;

**Q38** Sur le document réponse DR5, porter les spécifications liées au positionnement du Porte Galets issues de l'analyse précédente (Les valeurs numériques des tolérances ne sont pas demandées).

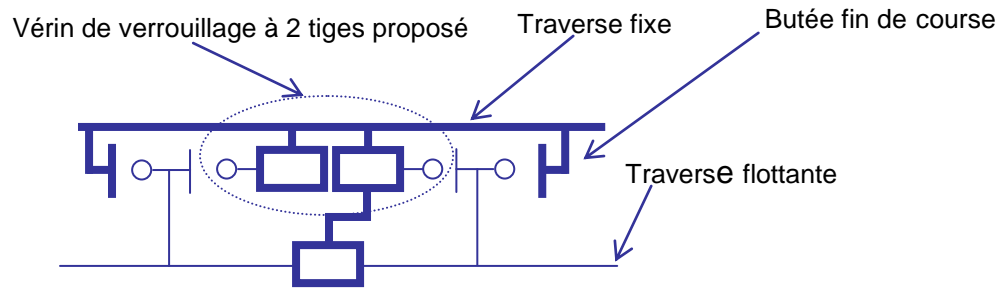


*Conception du système de débrayage du système de guidage*

**Q39** Proposer sous forme de croquis, schémas légendés, deux propositions de solutions technologiques. Vous pouvez utiliser le vérin à 2 tiges proposé document DT10 ou tout autre système que vous décrirez précisément.

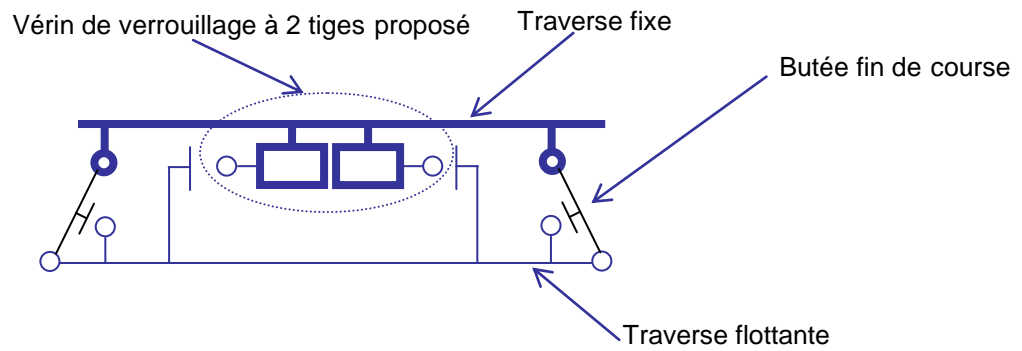


**Solution 1 : (basée sur une liaison glissière)**

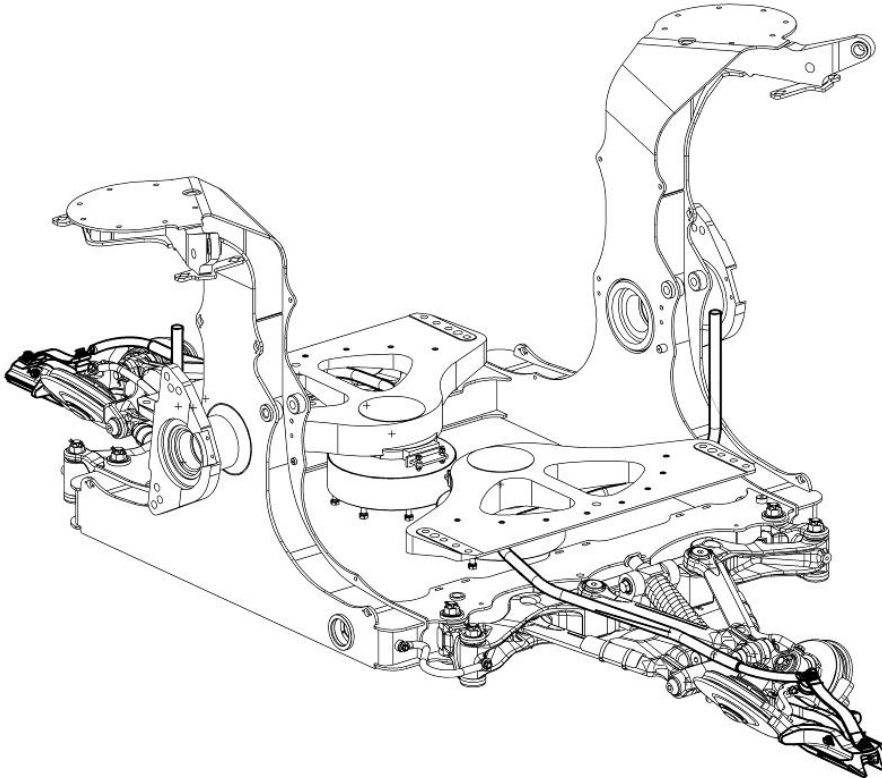
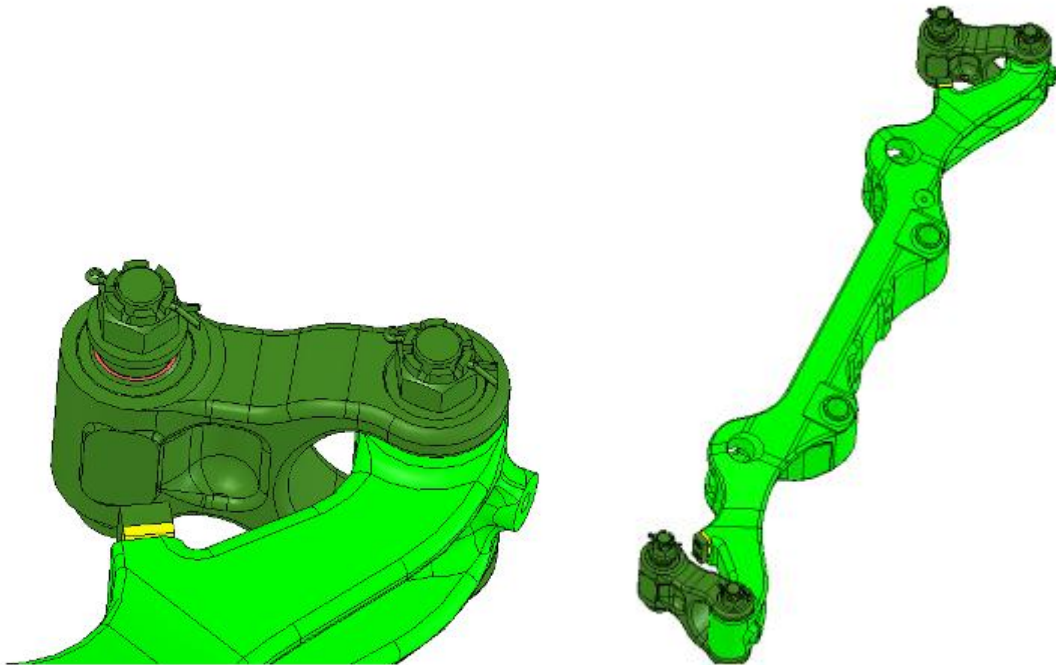


Cette solution comporte une liaison glissière entre la traverse fixe et la traverse flottante afin de permettre le débattement demandé.

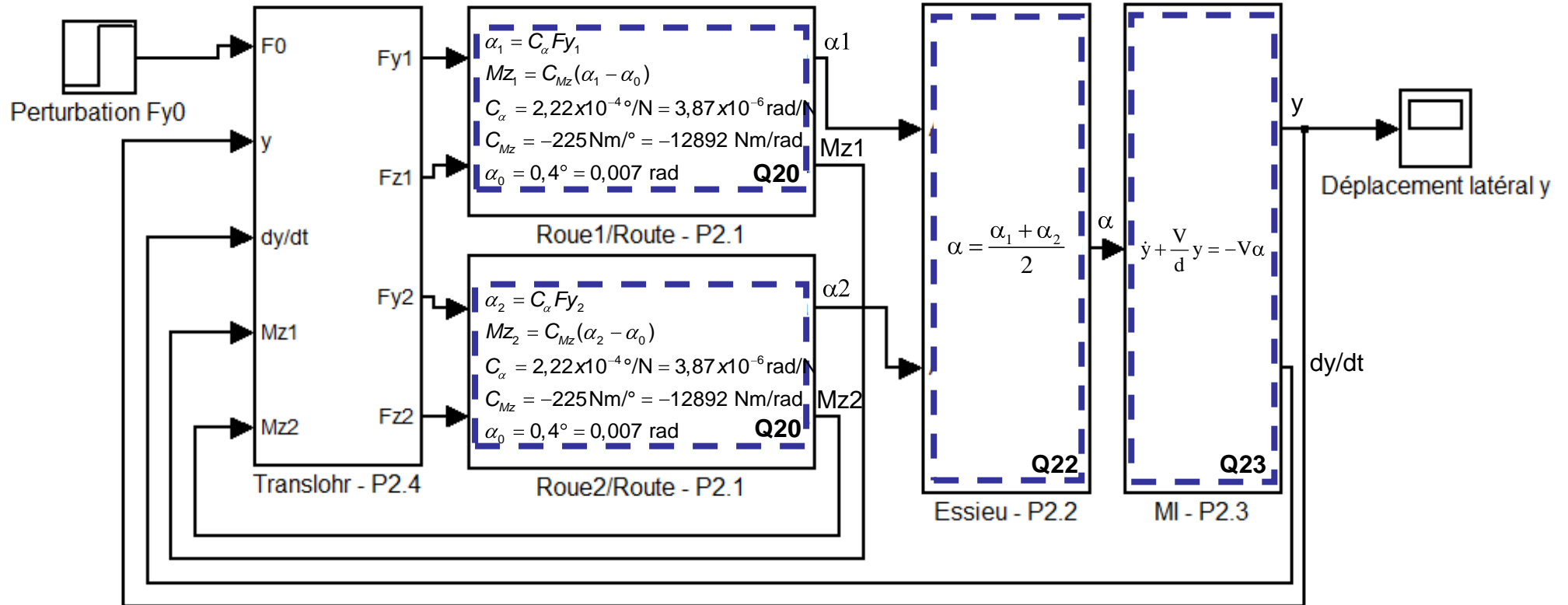
**Solution 2 : (basée un système 4 barres)**



Cette solution comporte deux bielles entre la traverse fixe et la traverse flottante afin de permettre le débattement demandé.

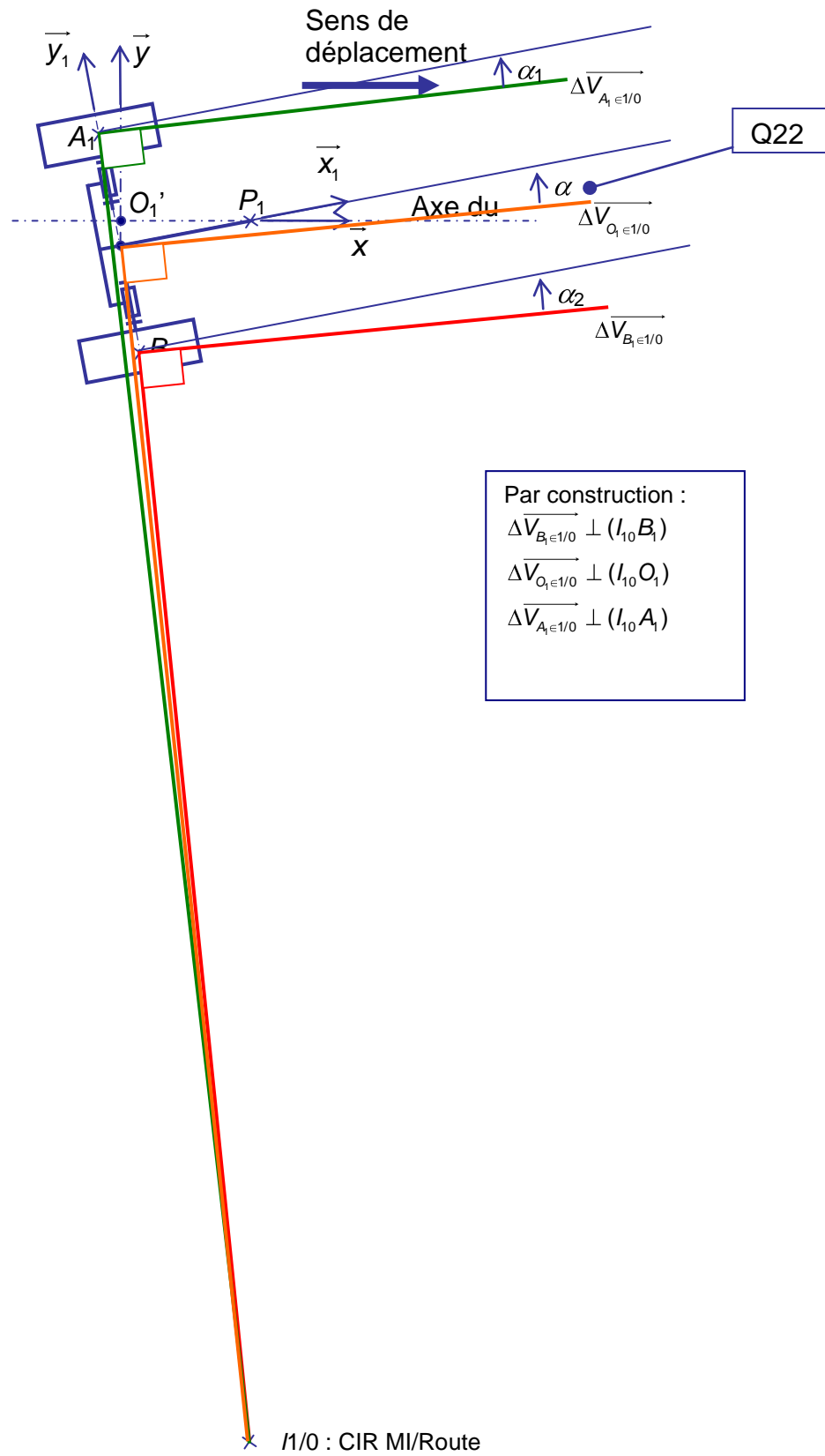


# DR1 : MODÈLE GLOBAL DU TRANSLOHR

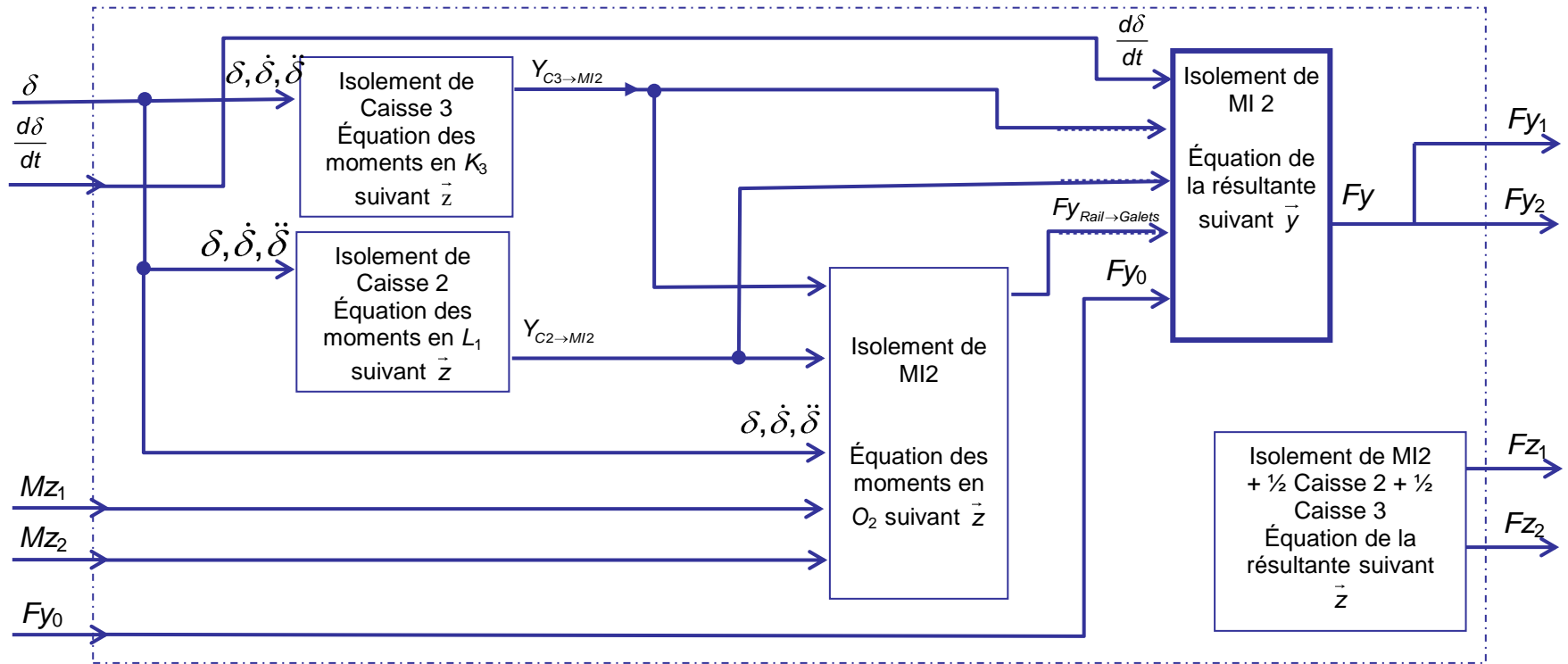
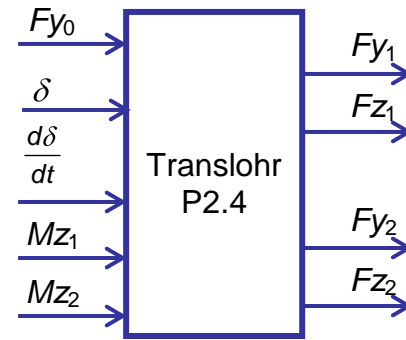


## DR2 : COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DU MI

Q21 :



DR3 : DÉMARCHE DE RESOLUTION P2.4



# DR4 : CRITÈRES DE CHOIX DE MATÉRIAUX

## Propriétés Générales

	Minimum	Maximum	
Masse Volumique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	kg/m <sup>3</sup>
Prix	<input type="text"/>	<input type="text"/>	EUR/kg

## Propriétés Mécaniques

	Minimum	Maximum	
Module de Young	<input type="text"/>	<input type="text"/>	GPa
Module de cisaillement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	GPa
Coefficient de Poisson	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Mesure de dureté Vickers	<input type="text"/>	<input type="text"/>	HV
Limite élastique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Résistance en traction	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Résistance à la compression	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Allongement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	%
Limite de fatigue	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Ténacité	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa.m <sup>1/2</sup>
Coefficient d'amortissement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	

## Propriétés Thermiques

	Minimum	Maximum	
Conductivité thermique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	W/m.K
Coefficient de dilatation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	μstrain/°C
Chaleur spécifique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	J/kg.K
Température de fusion	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température de transition vitreuse	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température maximale d'utilisation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température minimale d'utilisation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C

## Propriétés Electriques

	Minimum	Maximum	
Résistivité électrique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	μohm.cm
Constante diélectrique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Facteur de puissance	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Tension de claquage	<input type="text"/>	<input type="text"/>	1000000*V/m

## Propriétés Optiques

	Minimum	Maximum
Indice de réfraction	<input type="text"/>	<input type="text"/>

## Propriétés Environnementales

	Minimum	Maximum	
Energie nécessaire à la production	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MJ/kg
Di oxyde de carbone	<input type="text"/>	<input type="text"/>	kg/kg
Recyclable	<input type="checkbox"/>		
Réutilisable	<input type="checkbox"/>		
Biodégradable	<input type="checkbox"/>		
Incinerabilité	<input type="checkbox"/>		
Entreposable dans une décharge	<input type="checkbox"/>		
Une ressource renouvelable ?	<input type="checkbox"/>		

## Possibilités de traitement (échelle de 1 = impraticable à 5 = excellent)

	Minimum	Maximum
Aptitude à être moulé	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Formabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Usinabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Soudabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Aptitude au soudage/brasage	<input type="text"/>	<input type="text"/>

## Durabilité

### Critères supplémentaires :

- Résistance à la corrosion
- Frottement minimale avec les paliers



# Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité d'analyse et de conception des systèmes

## 1. Présentation du sujet

L'épreuve de la session 2011 s'appuie sur la technologie d'un Tramway sur pneus dénommé TRANSLOHR conçu par la société LOHR. Cette gamme de tramways contient des innovations majeures : les rames sont légères et entièrement modulaires, peu gourmandes en emprise au sol, et caractéristique majeure, elles roulent sur pneus. Le sujet comporte 39 questions déclinées en trois parties indépendantes ; il a pour ambition de couvrir un vaste domaine de compétences indispensables à un professeur agrégé d'aujourd'hui. Il n'hésite pas à déborder, tout en restant dans le cadre du programme du concours, sur des parties plus couramment traitées dans les autres épreuves. Chacune des parties traitées dans ce sujet vise soit à valider les solutions techniques retenues par la société LOHR soit à définir ou concevoir des éléments de solutions spécifiques à ce tramway sur pneus.

La première partie permet aux candidats de vérifier les avantages d'une solution sur pneus relativement à une solution sur rails pour un tramway. Elle permet entre autres de vérifier certains avantages du Translohr par l'étude d'un essieu de train classique afin d'avoir une base de comparaison, puis celle de la stabilité du Translohr et pour finir de vérifier son comportement en courbe dans la situation la plus défavorable.

La deuxième partie permet de valider le comportement du Translohr face à des perturbations extérieures comme un vent latéral par exemple. Il s'agit pour le candidat de définir un modèle dynamique du Translohr exploitable numériquement, permettant de simuler et valider le comportement de celui-ci sous les effets d'un effort latéral sur la rame. Le questionnement conduit à définir les paramètres du modèle. La fin de cette deuxième étude doit conduire le candidat à exploiter les résultats d'une simulation et de conclure quant aux solutions constructives.

La troisième partie s'intéresse à la définition du système de guidage permettant d'assurer un bon contact galets/rail. Il s'agit de définir et de dimensionner certains éléments du dispositif de guidage d'un module intermédiaire du Translohr. Le candidat est conduit à déterminer l'effort de plaquage des deux galets du dispositif de guidage lié au rail, et de déterminer le matériau d'un des composants du dispositif de guidage. Puis une série logique de questions le conduit vers la détermination des spécifications géométriques du porte galet. Ces spécifications doivent être exprimées par un codage normalisé de cotation sans valeur numérique des tolérances. Enfin, il est demandé au candidat de définir et de représenter à l'aide de schémas ou croquis un système de débrayage du dispositif de guidage.

## 2. Analyse globale des résultats

Le sujet de longueur normale, a été traité dans sa totalité par une majorité de candidats. Certains n'ont toutefois pas hésité à traiter que partiellement ces trois parties en choisissant les questions sur lesquelles ils se sentaient le plus à l'aise. Quelques candidats ont montré d'excellentes aptitudes à modéliser et proposer des solutions efficaces en ayant une bonne vision d'ensemble du sujet. Il reste néanmoins quelques candidats mal préparés qui ne maîtrisent pas les éléments de base pour traiter une épreuve de ce type.



### 3. Commentaires sur les réponses apportées

**La première partie** comporte trois études construites autour de dix huit questions. La première étude concernant l'étude de la stabilité de guidage d'un essieu fait appel à des connaissances élémentaires de mécaniques permettant d'aborder le modèle de comportement du tramway sur rail. Cette première partie a été très majoritairement traitée par les candidats mais avec des résultats mitigés consécutifs à une mauvaise lecture du questionnement ou à une mauvaise définition du paramétrage du modèle. Si le développement scientifique est souvent juste, il apparaît très souvent dans les copies un manque d'analyse des résultats qui induit des réponses aux questions 7, 8 très superficielles, voire incohérentes. La deuxième étude « stabilité de guidage d'un module intermédiaire » a été correctement traitée et contrairement à la première étude, les conclusions de l'étude du modèle de comportement ont été formulées correctement par les candidats dans les réponses aux questions 13 et 14 concluant cette deuxième étude. La troisième étude de cette première partie consiste à déterminer la largeur de voie minimale pour un rayon de giration de 10,5 m, pour que deux rames puissent se croiser. Cette étude fait appel à des considérations de géométrie plane sans réelle difficulté. Cependant, très peu de candidats l'ont traitée et les résultats sont très médiocres.

Dans l'ensemble cette première partie a été traitée par une grande majorité des candidats. Les résultats sont satisfaisants, mais néanmoins les copies montrent une insuffisance dans la rigueur de la définition des modèles d'étude et de leur paramétrage. Les conclusions technologiques des trois études sont très incomplètes et souvent fausses.

**La deuxième partie** de cette épreuve comporte quatre études conduisant progressivement le candidat à élaborer le modèle permettant de simuler le déplacement latéral d'un module intermédiaire du Translohr face à une perturbation latérale.

La première étude permet au candidat de définir le modèle de comportement d'un pneu sur la route.

La deuxième étude permet au candidat de définir le modèle de comportement cinématique d'un essieu.

La troisième étude permet de traduire le comportement dynamique du Translohr.

La quatrième étude permet d'analyser et d'exploiter les résultats d'une simulation du modèle de comportement définie par les trois études précédentes.

Les deux premières études ont été menées correctement par une majorité de candidats, mais l'étude du modèle dynamique du Translohr qui doit aboutir à l'écriture de l'équation différentielle régissant l'évolution du déplacement latéral de l'essieu soumis à une perturbation latérale n'a que très peu été abordée ; les candidats n'ayant pas su écrire sous forme canonique cette équation. Par conséquent, les quelques candidats ayant abordé cette étude n'ont pas répondu à la question 27 concernant l'incidence des paramètres influents sur le comportement dynamique du Translohr et n'ont pas donné de préconisations techniques d'amélioration du comportement du tramway. Quant à la question 30, où il s'agissait de mettre sous la forme de diagramme blocs les équations obtenues, on constate qu'elle n'a été traitée que par 10% des candidats sans aucun résultat probant.

De même l'analyse des résultats de simulation proposée dans la quatrième étude, afin de proposer des préconisations techniques concernant la distance  $d$  et la présence ou non d'un système antilacet, n'a été que très rarement traitée. Les conclusions de cette analyse sont souvent confuses.

**La troisième partie** de cette épreuve permet de définir et de dimensionner certains éléments du dispositif de guidage. Le candidat doit répondre à quatre études indépendantes. Les résultats de cette partie sont médiocres voire très mauvais. Cette partie semble « bâclée » alors qu'elle ne présente pas de difficulté particulière.

La première étude, qui consiste à déterminer le ressort de plaquage, doit conduire les candidats à résoudre un problème de statique plane du solide soumis à trois forces. Très peu de candidats ont répondu correctement à cette question.

La deuxième étude, portant sur l'étude du matériau de l'axe de retenue du dispositif de guidage, ne demande pas de connaissance particulièrement complexes. Cependant, les réponses aux questions 34 et 35 sont décevantes, elles sont très superficielles et manquent de précisions objectives eu égard aux fonctions que doit assurer la pièce.

La troisième étude, consécutive à la spécification du porte-galet (question 37 et 38) portant sur la définition géométrique d'une pièce, n'a jamais été traitée correctement. Les recommandations faites par le jury à propos d'une étude similaire proposée dans l'épreuve de la session précédente n'ont pas été prises en compte apparemment. Si la définition géométrique par le codage normatif n'est pas totalement maîtrisée, il est néanmoins indispensable que le professeur agrégé de mécanique puisse déterminer les contraintes géométriques par les outils usuels d'analyse.

La quatrième et dernière étude de ce sujet a pour objectif de concevoir et représenter sous forme de croquis ou schémas légendés un dispositif permettant de solidariser la traverse flottante « 0 » du système de guidage à la traverse de l'essieu porteur lorsque le dispositif de guidage se situe en avant de l'essieu, et de la rendre « libre » en débattement latéral par rapport à l'essieu du dispositif de guidage lorsque celui-ci se situe en arrière de l'essieu. Traitée par seulement 50% des candidats, cette dernière étude qui ne présente aucune difficulté a été totalement négligée par les candidats. Les correcteurs remarquent que très peu de candidats sont capables de représenter sous forme de schémas une solution technologique. Ceux-ci sont souvent incompréhensibles ; ils ne respectent que très rarement les règles élémentaires de la représentation schématique. Lorsque les solutions sont abordées sous forme de croquis, ceux-ci sont confus, très difficiles à lire et manquent totalement de soin.

## **Conseils aux candidats**

### *Partie 1*

L'investigation du point de vue cinématique a été bien menée par la plupart des candidats ; en revanche, certains, rares, montrent des difficultés à concevoir un modèle d'étude et à établir simplement son paramétrage. Il est conseillé aux candidats de bien lire le questionnement, de représenter lisiblement les schémas nécessaires au développement de l'étude et de s'assurer de la justesse des développements mathématiques.

### *Partie 2*

Cette partie doit amener le candidat à élaborer le diagramme comportemental du Translohr soumis à une perturbation extérieure. Ce diagramme permet de décrire sous forme de blocs le comportement du système et de ses composants ; diagramme nécessaire à la mise en œuvre d'une simulation numérique. Cette étude très peu traitée nous oblige à rappeler toute l'importance à structurer les analyses comportementales des systèmes pluri technologiques à l'aide de ces outils de description, dont l'écriture est nécessaire avant toute simulation numérique.

### *Partie 3*

Compte-tenu des résultats obtenus sur l'ensemble du questionnement de cette troisième partie, il apparaît qu'une grande majorité des candidats devrait approfondir les savoirs technologiques associés à la conception mécanique et leurs interactions. Ces savoirs portent sur les démarches de

conception, la proposition d'architecture raisonnée en passant par leur dimensionnement (approches cinématique, dynamique et résistance des matériaux), ainsi que sur la spécification géométrique des composants conçus).

#### 4. Conclusions

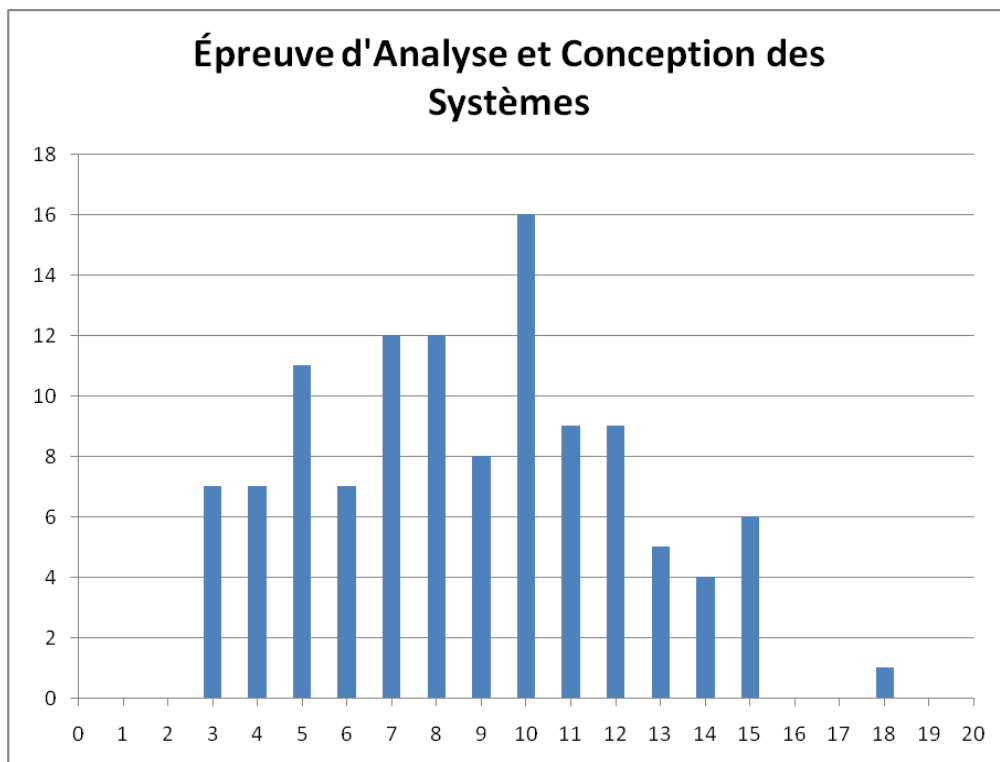
Même si le sujet était long et relativement large dans l'éventail des compétences sollicitées, certains candidats se sont montrés très à l'aise avec un très bon taux de réussite. Au-delà du fond, il faut signaler également que, sur la forme, la rédaction de la copie doit être soignée car la compréhension des réponses du candidat en est facilitée et la qualité de communication est exigible dans un concours de recrutement de professeurs. Nous conseillons, comme après chaque session de l'agrégation, une lecture globale du sujet au début de l'épreuve afin d'identifier au mieux les parties pour lesquelles le candidat pense avoir les meilleures chances de réussite.

On ne peut qu'encourager les futurs candidats à lire et relire les différents rapports des jurys de l'agrégation afin de bien comprendre ce qui est attendu dans cette épreuve dont l'évolution se tourne vers une analyse et une conception de systèmes pluri technologiques et ne traite plus uniquement que de leur aspect mécanique.

#### 5. Résultats

114 candidats, dont 7 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,20 avec :

- 17,4 comme meilleure note ;
- 2,6 comme note la plus basse.



SESSION 2011

---

AGRÉGATION  
CONCOURS EXTERNE

Sections : GÉNIE MÉCANIQUE / MÉCANIQUE

ÉPREUVE D'AUTOMATIQUE-INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Durée : 6 heures

---

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique - à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

# Robot de traite automatique Astronaut A3

## I. Contexte de l'étude

Aujourd'hui les défis que les producteurs laitiers doivent relever en terme de volume de production, de prix du lait, de respect des réglementations sur l'environnement, de mesures d'hygiène ou de « bonnes pratiques » envers les animaux ont induit des bouleversements dans la gestion des exploitations laitières.

Parallèlement à ces évolutions, les agriculteurs ont impulsé une dynamique nouvelle visant à améliorer leur condition de vie, à réduire la part des travaux pénibles et répétitifs et à ne plus être astreints aux traites quotidiennes. Cette volonté trouve sa justification dans le désir de disposer de plus de temps soit pour diversifier les activités de l'exploitation, soit pour profiter de plus de temps libre et ce tout en augmentant la production et la qualité des produits fournis.

Pour répondre à ces nouveaux besoins, des entreprises, dont l'entreprise Lely, ont développé des systèmes d'alimentation, de nettoyage, de pâturage automatiques et surtout de traite automatique, comme le robot de traite Astronaut A3, support de cette étude.

Une dizaine d'années après l'introduction du premier robot de traite, des études mettent en évidence une amélioration de la santé physique et psychique des producteurs laitiers, un gain de temps d'environ deux heures par jour pour un troupeau de 60 vaches laitières, temps mis à profit pour passer plus de temps en famille (84 %), pratiquer une activité de loisir (sport, culture, ...) (62%), développer une autre activité professionnelle (56%).

## II. Principe général de la traite automatique

Le principe de la traite automatique est de laisser à la vache la liberté de choisir le moment où elle souhaite être traitée et donc de circuler librement dans l'exploitation.

Lorsqu'elle le décide, la vache se présente devant la porte d'entrée du box de traite amorçant ainsi le processus de traite. À l'issue de la traite, la vache sort du box et peut, selon son choix, aller se reposer, s'alimenter ou rejoindre le reste du troupeau.

Le choix d'une traite automatique réalisée par un robot de traite présente un certain nombre d'avantages et d'inconvénients décrits ci-dessous :

- les inconvénients :
  - réforme de vaches dont les caractéristiques morphologiques sont incompatibles avec la connexion des gobelets aux trayons (voir figure 1 ci-contre) ou de vaches refusant la traite automatique ;

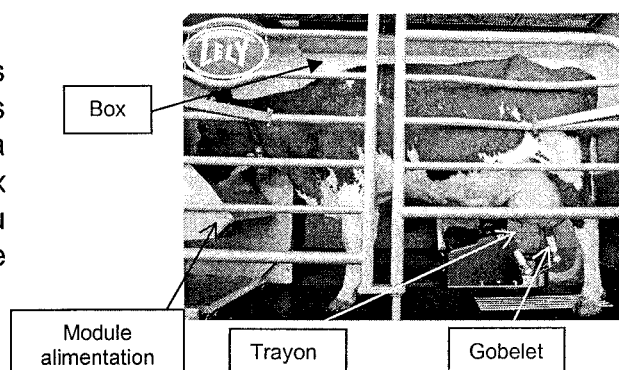


Figure 1. Vache en situation de traite

## Automatique et Informatique Industrielle

- problèmes inhérents à l'introduction du robot de traite (utilisation, maintenance, entretien, réapprovisionnement consommables, échecs connexions, pannes, ...) qui peuvent pénaliser la production laitière ;
  - animaux moins habitués à être manipulés ;
  - nécessité de maintenir une activité physique pour éviter les boiteries.
- les avantages
- augmentation de 10 à 15 % de la production laitière par vache du fait de la multiplication des traites par jour (quasiment trois contre seulement deux pour les traites manuelles) ;
  - amélioration de l'état général des vaches par réduction du nombre de mammites (inflammation des trayons de la vache) ;
  - animaux plus calmes du fait de la diminution des interactions de dominance inhérentes au confinement précédent les traites manuelles ;
  - réduction du coût global d'une traite dans les pays où la main d'œuvre n'est pas bon marché, solution économiquement viable pour les exploitations familiales.

L'apport d'un robot de traite vis-à-vis des contraintes des producteurs laitiers justifie le développement rapide actuel. Plusieurs acteurs industriels se partagent le marché des robots de traite dont l'entreprise Lely, qui est aujourd'hui le leader mondial avec son nouveau robot de traite Astronaut A3.

### III. Robot de traite Astronaut A3

#### 1. Présentation

Le robot de traite Astronaut A3 est un système de traite automatique assurant, d'une part, la traite des vaches et, d'autre part, l'alimentation et le contrôle de la qualité du lait.

La figure 2 présente le robot de traite Astronaut A3, support de notre étude.

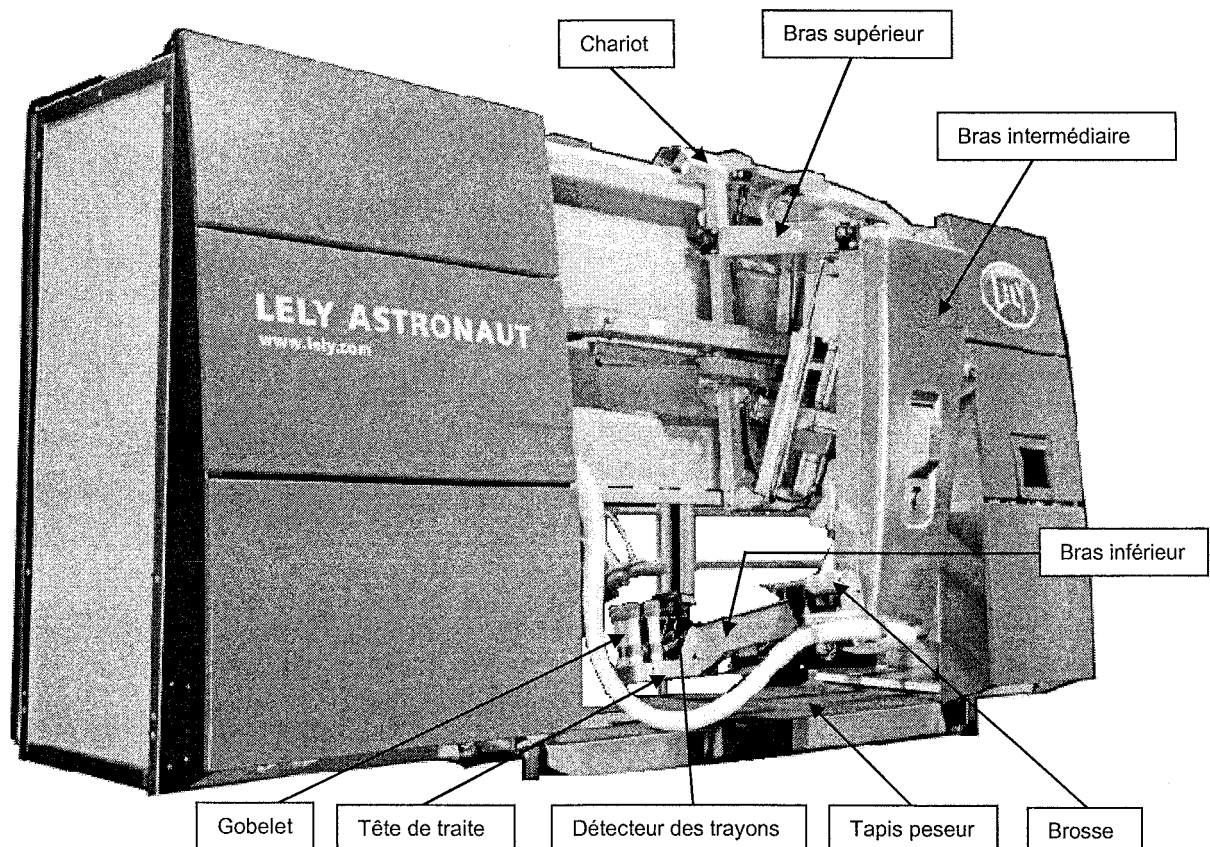


Figure 2. Robot de traite Astronaut A3

## 2. Structure générale

Le robot de traite Astronaut A3 est composé (voir figures 1 & 2) :

- d'un **box**, terme qui désigne la zone où est installée la vache lors d'une traite (voir figure 1 qui est la partie arrière du robot présenté figure 2). Il s'agit d'un cadre en métal équipé de deux portes, une d'entrée et une de sortie, d'une balance et d'un module d'alimentation ;
- du **bras du robot** qui assure le positionnement correct des gobelets pour leur branchement sur les trayons de la vache. Il possède trois parties élémentaires :
  - o le **chariot** qui relie le bras au box et permet des mouvements horizontaux du bras. Ce chariot est monté sur des galets qui réalisent la liaison glissière horizontale, un vérin pneumatique commande le déplacement de ce chariot. Le système de contrôle du bras est installé sur le chariot ;
  - o le **bras** qui se compose de quatre éléments :
    - le bras supérieur en liaison pivot d'axe horizontal par rapport au chariot. Deux vérins montés en parallèle entre le chariot et le bras supérieur assurent les déplacements du bras supérieur ;
    - le bras intermédiaire, lié au bras supérieur par une liaison pivot. Un vérin monté entre le bras intermédiaire et le chariot assure les déplacements du bras intermédiaire ;
    - le bras inférieur, en liaison complète avec le bras intermédiaire, qui porte le système de branchement aux trayons, le système pulsateur, le système de nettoyage (brosses) et la tête de traite ;
    - la tête de traite, constituée des gobelets et du système de détection des trayons qui détecte les positions des trayons de la vache par balayage laser 3D à triangulation. Ce système de détection indique au système de branchement aux trayons la position correcte à atteindre par les gobelets.
- d'une **interface** entre l'utilisateur et le robot sous forme d'un écran tactile, panneau de contrôle X link. Il affiche toutes les commandes et informations nécessaires au fonctionnement et à l'entretien du robot.

## 3. Analyse fonctionnelle partielle externe

L'environnement du robot de traite automatique Astronaut A3 est décrit par le diagramme des inter-acteurs suivant, proposé sous forme partielle (voir figure 3).

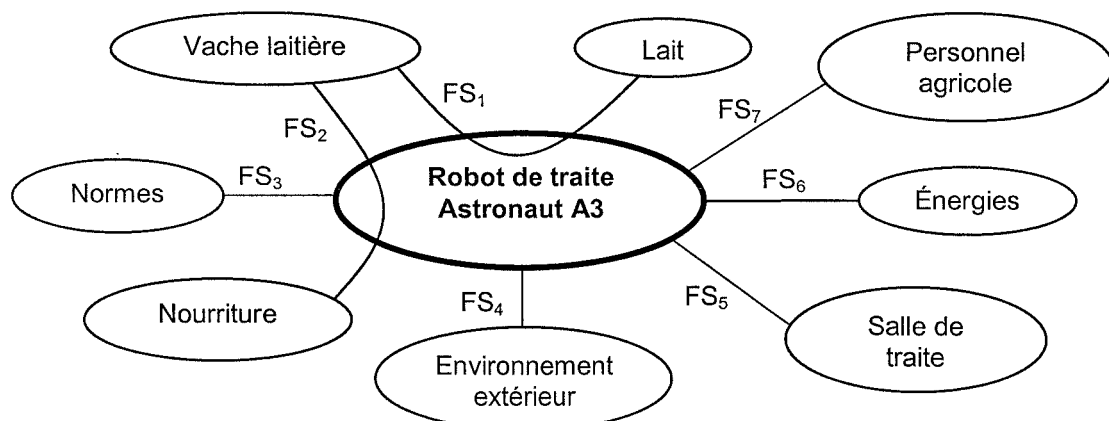


Figure 3. Diagramme partiel des inter-acteurs du bras à trois degrés de liberté

Les énoncés des fonctions de service identifiées sont les suivants :

<b>FS<sub>i</sub></b>	<b>Énoncé de la fonction de service</b>
FS <sub>1</sub>	Traire automatiquement une vache à sa demande
FS <sub>2</sub>	Distribuer automatiquement de la nourriture à la vache lors de la traite
FS <sub>3</sub>	Respecter les normes
FS <sub>4</sub>	Résister aux agressions de l'environnement extérieur (eau, boue, urine, ...)
FS <sub>5</sub>	S'adapter à la salle de traite
FS <sub>6</sub>	Être alimenté en énergies électrique et pneumatique
FS <sub>7</sub>	Permettre la communication avec le personnel agricole

Figure 4. Description des fonctions de service

#### **IV. Enjeux liés à l'implantation d'un robot de traite dans une exploitation**

La pertinence économique de l'installation d'un robot de traite automatique est directement liée, d'une part, au nombre de vaches pouvant être traitées en une journée par le robot et, donc au temps nécessaire à la réalisation d'une traite et, d'autre part, à la qualité du lait produit.

L'évaluation de la capacité de traite d'un robot Astronaut A3, préalable à toute installation d'un robot de traite dans une exploitation laitière, est proposée dans la partie I.

Deux problématiques fondamentales se dégagent alors :

- optimiser le temps nécessaire à la réalisation d'une traite ;
- assurer une production laitière abondante et de grande qualité.

L'optimisation du temps nécessaire à la réalisation d'une traite impose de remplir plusieurs fonctions telles que :

- assurer un positionnement rapide du bras du robot sous la vache ;
- garantir une connexion rapide des gobelets sur les trayons de la vache ;
- assurer une traite continue et complète indépendamment des interactions entre la vache et le robot de traite Astronaut A3.

La problématique liée à la connexion rapide des gobelets est abordée dans la partie II, celle dédiée à la réalisation d'une traite continue et complète indépendamment des interactions entre la vache et le robot de traite Astronaut A3 est abordée dans la partie III.

Pour garantir la réussite de l'installation d'un robot de traite, cette première problématique associée aux performances du bras du robot Astronaut A3 doit être couplée à une problématique dédiée à la productivité globale.

La production d'un lait de grande qualité et en quantité suffisante pour garantir la pérennité d'une exploitation impose un certain nombre de précautions :

- le nettoyage des trayons par brossage mécanique avant chaque traite, plus efficace que les simples pulvérisations d'eau afin de réduire les pathologies associées aux trayons des vaches ;
- la pulvérisation après chaque traite pour éliminer tout risque d'infection ;
- le rejet des premiers jets de lait produit par chaque trayon afin d'améliorer la qualité du lait ;
- la surveillance de la qualité du lait en continu par des mesures de conductivité et de couleur, cette surveillance permet aussi d'adapter la durée de la traite à chaque trayon.

Cette problématique dédiée à la préservation de la qualité du lait est abordée dans la partie II consacrée à la modélisation du fonctionnement propre aux opérations de connexion des gobelets et de gestions respectives des durées de traite et définition des débits de lait du robot Astronaut A3.



## Travail demandé

1. Le sujet comporte quatre parties indépendantes, elles-mêmes, constituées de nombreuses questions qui peuvent être traitées séparément.

**La première partie** s'intéresse à la validation de l'implantation d'un robot de traite Astronaut A3 dans une exploitation agricole laitière et à la caractérisation des actions préliminaires nécessaires à la réalisation d'une traite.

**La deuxième partie** est dédiée à la modélisation du fonctionnement propre aux opérations de connexion des gobelets, de gestions des durées de traite et de circulation du lait par le robot Astronaut A3.

**La troisième partie** est consacrée à la problématique dédiée à la réalisation d'une traite continue et complète indépendamment des interactions entre la vache et le robot de traite Astronaut A3.

**La quatrième partie** est consacrée à une synthèse de l'étude menée sur le robot de traite Astronaut A3.

2. Tous les développements de calculs seront réalisés sous forme littérale avant de passer à l'application numérique. Les résultats seront encadrés sur la copie.

## PREMIÈRE PARTIE

### Validation de l'implantation et des mesures préliminaires à toute traite

Objectif : valider l'implantation d'un robot Astronaut A3 dans une exploitation agricole et caractériser les grandeurs préliminaires à la mise en œuvre d'une traite.

**Question 1 : Établir un diagramme de type FAST décrivant les fonctions des différents composants du robot Astronaut A3. Vous vous limiterez à trois niveaux de fonctions.**

#### 1.1. Implantation du robot dans une exploitation laitière

Le robot de traite Astronaut A3 est conçu pour fonctionner 20 heures sur 24 heures. Avec ce mode opératoire, les vaches sont traitées en moyenne 2,5 fois / jour et la durée moyenne d'une traite est de 6 min.

Le fonctionnement du robot de traite Astronaut A3 du point de vue des vaches peut être décrit, à ce stade, comme une succession de traites et de nettoyages pendant lesquels le box n'est pas accessible. Ces nettoyages permettent de garantir l'hygiène de l'espace de traite et donc une grande qualité du lait.

Deux types de nettoyage sont réalisés :

- les nettoyages simples à l'eau chaude qui sont exécutés toutes les 5 traites. Ils durent 4 minutes pendant lesquelles seules les parties en contact avec le lait sont lavées ;
- les nettoyages complets qui sont exécutés toutes les 20 traites. Ils permettent le nettoyage de l'ensemble du robot avec des agents nettoyants. Ces opérations durent 10 minutes. Un nettoyage complet est effectué après les 20 heures de fonctionnement quel que soit le nombre de traites effectuées.

**Question 2 : Déterminer le nombre de traites que peut effectuer le robot sur une plage d'utilisation de 20 heures. En déduire la taille maximale du troupeau lors de l'implantation d'un robot Astronaut A3.**

Afin de ne pas surcharger le robot Astronaut A3 et limiter l'utilisation à une durée inférieure à 20 heures sur 24, la taille maximale du troupeau est fixée à 60 vaches par robot.

La plage de traite d'une vache s'étend tout au long de la période de lactation qui débute par le vêlage et dure environ 10 mois. La production moyenne sur une lactation est de 7 000 litres. Durant la période de lactation maximale, la production journalière maximale d'une vache peut atteindre 25 litres, soit 25 kg.

Pour des raisons physiologiques, la dépression pulsée appliquée aux trayons par le robot pour extraire le lait ne doit pas excéder 0,4 bar ce qui induit un débit maximal de lait de 3 l/min.

De façon simplifiée, le cycle de traite peut être décomposé selon les six étapes suivantes :

- arrivée de la vache et mesures préliminaires ;
- brossage et nettoyage des trayons ;
- mise en place des gobelets ;
- traite ;
- désinfection des trayons ;
- sortie de la vache.

En moyenne, l'entrée de la vache dans le box s'effectue en 30 secondes et sa sortie en 20 secondes. Le brossage et le nettoyage des trayons durent 40 secondes et la désinfection 10 secondes.

Le cahier des charges impose que la connexion des trayons soit réalisée en une minute maximum.

**Question 3 : À partir de la situation décrite ci-dessus, déterminer la durée de la phase de connexion des gobelets. Le cahier des charges de la société Lely est-il respecté ?**

## 1.2. Caractérisation des mesures préliminaires

À l'arrivée de la vache dans le box, le robot Astronaut A3 lit son code personnel enregistré dans son collier et télécharge les données concernant les dix traites précédentes :

- heure ;
- durée ;
- poids de lait obtenu ;
- caractéristiques du lait (couleur et conductivité) ;
- débit moyen de la traite.

Ces informations concernent aussi les caractéristiques physiques de la vache :

- poids ;
- position du centre de gravité ;
- position des trayons par rapport au centre de gravité ;
- quantité d'aliment absorbé et dosage.

Lors de son entrée dans le box, une série de mesures préliminaires est initiée afin de calculer la nouvelle position du centre de gravité de la vache. Cette information est alors transmise au robot qui en déduit les positions des trayons à atteindre.

Lors de la traite, la vache dans le box est placée sur un plateau peseur. Ce plateau repose sur trois capteurs de charge, 1 à l'avant :  $C_{p_{av}}$ , et deux à l'arrière :  $C_{p_{ard}}$  et  $C_{p_{arg}}$  (voir figure 5).

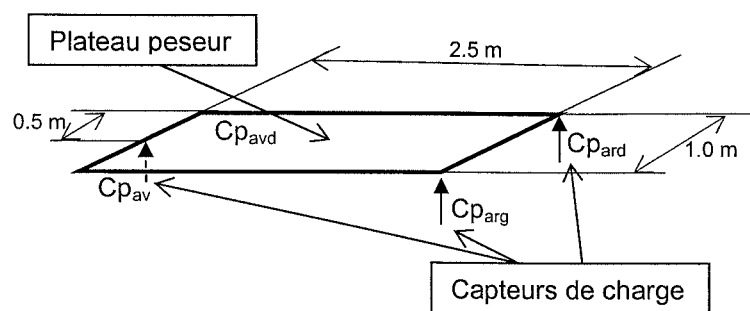


Figure 5. Structure du plateau peseur

À l'occasion de l'entrée d'une vache, le tapis peseur renvoie les mesures suivantes :

$$C_{P_{av}} = 264 \text{ daN}, C_{P_{ard}} = 108 \text{ daN}, C_{P_{arg}} = 228 \text{ daN}.$$

**Question 4 : Déterminer la position du centre de gravité de la vache en projection dans le plan du plateau.**

Dans un premier temps, le bras du robot place la tête de traite, support des gobelets et du système de détection des trayons (voir photo figure 6) sous la vache en avant de la mamelle.

Ce plateau est alors animé d'un mouvement vertical d'allers-retours pour la localisation des trayons. Chaque gobelet est ensuite placé sous le trayon correspondant (position approche). Un mouvement vertical permet alors au gobelet de se connecter.

La position de la tête de traite est définie par les coordonnées de son centre de gravité  $G_4$ .

Au début de la phase de localisation des trayons ce point doit se situer à 50 mm sous l'extrémité du trayon le plus bas et à 200 mm en avant des trayons avant dans leur plan médian.

Le passage de la position basse de détection à la position approche des trayons se fait uniquement par un déplacement horizontal.

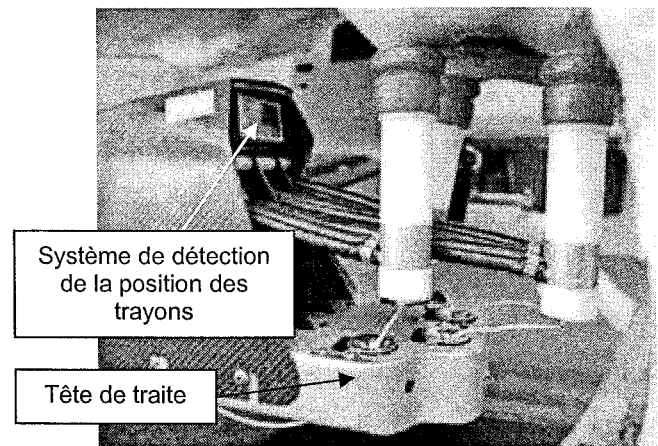


Figure 6. Plateau et gobelets en position de traite

Lorsque le bras est au repos, la position du point  $G_4$  est donnée par la figure 7. Le point  $G_4$  est à 300 mm du sol. Sur cette figure, les gobelets ( $G_{ob_{avd}}$ ,  $G_{ob_{avg}}$ ,  $G_{ob_{ard}}$ ,  $G_{ob_{arg}}$ ) sont représentés par rapport au point  $G_4$  lorsque la tête de traite est horizontale.

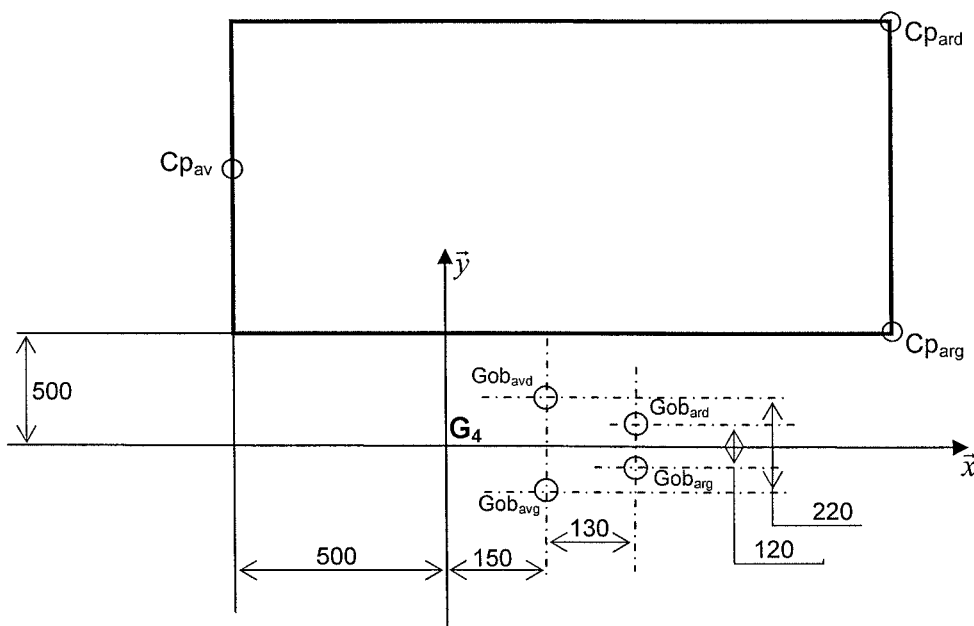


Figure 7. Position de la tête de traite et des gobelets

Les informations enregistrées à propos des quatre trayons ( $t_{avd}$ ,  $t_{avg}$ ,  $t_{ard}$ ,  $t_{arg}$ ) sont leurs coordonnées dans le plan horizontal par rapport au centre de gravité de la vache ainsi que la distance verticale de l'extrémité inférieure du trayon ( $h$ ) par rapport au sol (voir tableau figure 8).

À l'occasion de la traite d'une vache, les informations suivantes associées à la position de ses trayons sont téléchargées :

	$t_{avd}$	$t_{avg}$	$t_{ard}$	$t_{arg}$
x	200	200	350	350
y	80	-80	80	-80
h	410	400	420	400

Figure 8. Coordonnées des trayons

**Question 5 :** Déterminer les coordonnées de la position que doit prendre le point G4 par rapport à sa position repos pour placer la tête de traite dans la position de détection des trayons.

**Question 6 :** En supposant que les moyennes des positions des dix dernières mesures confirment les positions actuelles, déterminer les coordonnées des 4 positions que doit prendre le point G4 par rapport à sa position d'origine pour placer chaque gobelet sous le trayon correspondant. Les calculs seront détaillés, les résultats seront présentés sous forme de tableau.

Le système de détection de la position des trayons est effectué par un balayage laser 3D à triangulation.

**Question 7 :** Expliquer le principe de fonctionnement de ce type de capteur.

La structure du box qui reçoit la vache (poids maxi 750 kg) ne permet pas de déplacements transversaux significatifs contrairement aux déplacements longitudinaux. Ceci impose que le bras du robot suive les déplacements de la vache afin de garantir une traite complète, sans arrachement des gobelets.

Le cahier des charges impose que le robot réagisse pour tout déplacement longitudinal supérieur à 5 cm.

**Question 8 :** Quelle doit être la résolution des capteurs d'effort sur le tapis peseur ? Proposer différents types de capteurs pouvant convenir à cette mesure de charge sur le tapis peseur.

## DEUXIÈME PARTIE :

### Gestion d'une traite automatique avec le robot Astronaut A3

Objectif : modéliser le fonctionnement propre aux opérations de connexion des gobelets, de gestion des durées de traite et de circulation du lait par le robot Astronaut A3.

**2.1 Étude du cycle d'une traite** La vache se présente volontairement à l'entrée du box. L'ouverture de la porte d'entrée valide l'accessibilité du robot de traite. La vache peut donc pénétrer dans le box. Comme décrit dans la partie 1, la vache est placée sur un plateau peseur. Dès que le poids détecté dépasse les 250 kg, la porte du box est refermée. La vache est alors identifiée par son collier et les données la concernant sont téléchargées. À partir de ces informations, la traite est autorisée ou non. Dans le cas où l'intervalle entre deux traites est insuffisant, la porte de sortie s'ouvre libérant la vache. Dès sa sortie du box, les portes de sortie et d'entrée sont respectivement fermée et ouverte.

Si la traite est autorisée, la vache est alors pesée. Les données sont transmises au module de calcul qui détermine :

- la quantité et le dosage de la nourriture qui sera distribuée pendant la traite ;
- la position de la vache ;
- la position des trayons ;
- la position que devra prendre le bras du robot pour commencer les opérations de traite.

Le bras est alors positionné sous la vache pour effectuer le nettoyage des trayons à l'aide de brosses (figures 9 et 10).

Chaque trayon est nettoyé indépendamment. Pour cette opération, le robot place les brosses sous un trayon. Le bras est alors animé d'un mouvement de translation vertical alternatif. Simultanément un produit de nettoyage est pulvérisé.

Les brosses sont animées d'un mouvement de rotation inverse de telle sorte que le trayon passant entre les brosses soit attiré vers le bas.

Le nettoyage terminé, les brosses sont escamotées.

Le bras se met alors en position afin de permettre au système laser de détecter la position des trayons. Pendant ces premières phases les gobelets sont escamotés. Une fois l'acquisition de la position des trayons effectuée, les gobelets sont redressés en position verticale (gobelets rétractés) et l'accrochage des gobelets peut débuter. Cette phase sera décrite plus en détail par la suite.

La fin de la traite est différenciée pour chacun des quatre trayons qui sont respectivement liés à quatre quartiers contenant le lait de la vache. Les critères d'arrêt de la traite d'un quartier seront explicités par la suite.

Lorsque la traite est terminée sur les quatre quartiers, les gobelets sont escamotés afin de procéder au rinçage des trayons.

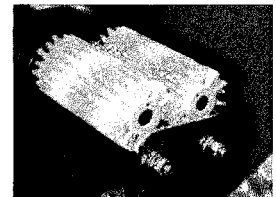


Figure 9. Brosses de nettoyage des trayons



Quartier

Figure 10. Opération de nettoyage des trayons

Automatique et Informatique Industrielle

Le rinçage terminé, le bras revient en position de rinçage des gobelets. Les gobelets, les canalisations et les brosses sont alors nettoyés puis le bras est placé en position d'attente.

Toutes les caractéristiques de la traite sont transmises à l'ordinateur pour mémorisation dans le dossier de la vache. La porte de sortie est ouverte. Les entrées et sorties associées au grafcet dédié au cycle de traite sont données dans le tableau de la figure 11.

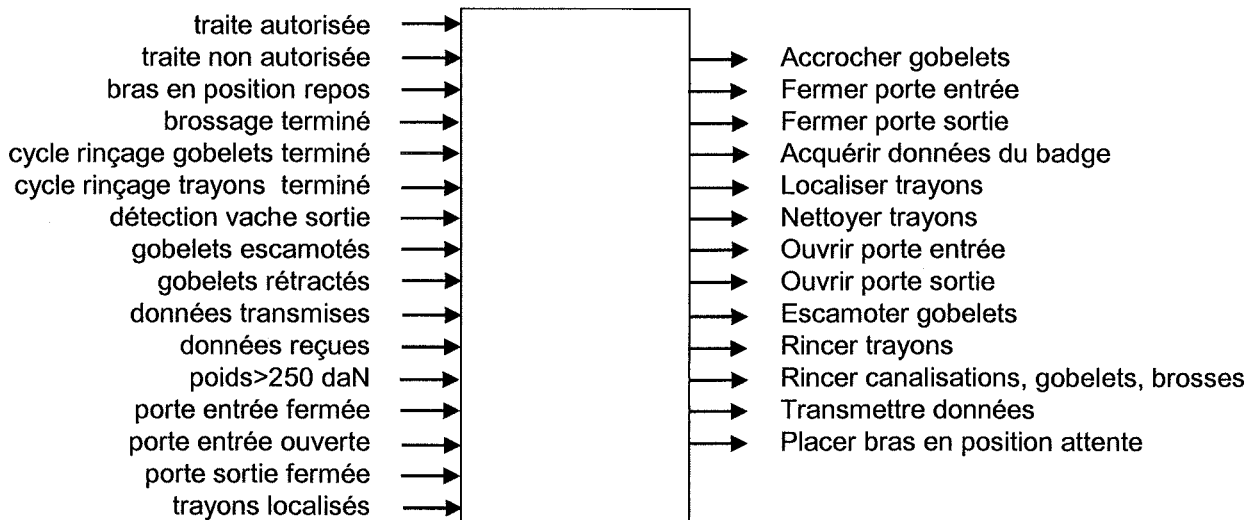


Figure 11. Tableau des entrées et sorties associés au grafcet dédié au cycle de traite

**Question 9 : Construire, à partir du tableau définissant les entrées-sorties ci-dessus, un grafcet du point de vue « système » décrivant le cycle de traite. L'accrochage des gobelets sera associé à une macro-étape. Le temps d'un cycle doit être minimisé.**

La validation d'une traite est obtenue lorsque la porte de sortie est refermée. Cette opération de fermeture ne doit en aucun cas être perturbée par une quelconque vache. L'utilisation de l'information transmise par le tapis peseur ou d'une temporisation liée à la vitesse de circulation de la vache ne peut garantir la condition de non interférence entre la porte de sortie et les vaches.

**Question 10 : Proposer un système de contrôle de la sortie de la vache qui permettra de refermer la porte de sortie sans bloquer la vache, sans la coincer et sans que ce soit une autre vache qui déclenche ce capteur.**

## 2.2 Étude de la connexion des gobelets

Après la localisation des trayons, le bras va connecter les gobelets aux trayons. Le cycle de connexion est le suivant :

- le bras place le premier gobelet à connecter sous le premier trayon (arrière droit, position  $p_1$ ). Simultanément au mouvement de translation du gobelet devant permettre sa connexion (Appg1), une aspiration par dépression est réalisée dans le gobelet (Aspg1, la pression indiquée est alors  $dp_1$ ). La connexion du gobelet est validée si la pression mesurée atteint le seuil de dépression ( $dp_2$ ). Si ce seuil n'est pas atteint lors de la fin de la course de montée du gobelet (indiqué par  $fcapp$ ), le bras se repositionne et recommence le mouvement vertical ;

Automatique et Informatique Industrielle

- afin de réduire le temps de connexion global, la connexion du gobelet 2 est réalisée sur le trayon 2 (arrière gauche :  $p_2$ ) avant qu'un débit de lait dans le gobelet 1 ne soit détecté ;
- à partir du trayon 2, le robot ne passe au trayon suivant que si le trayon précédent a donné un débit de lait ;
- si un trayon n'a pas donné de lait 10 secondes après avoir été connecté (ce qui est dû généralement à un repli du trayon dans le gobelet) l'aspiration est arrêtée, le gobelet est rétracté en position repos (Retg i) et une nouvelle tentative est effectuée ;
- les gobelets peuvent avoir trois positions sur le plateau :
  - les gobelets sont escamotés pour permettre le broyage, c'est leur position quand le bras est en attente ;
  - ils sont rétractés lorsqu'ils sont prêts à être connectés (position verticale sur le plateau : Retg i) ;
  - ils sont connectés aux trayons, ils restent reliés au plateau par un lien qu'un vérin tire pour les ramener sur le plateau en position rétractée.

La figure 13 représente l'expansion incomplète de la macro-étape M50 dédiée au branchement des gobelets et de la traite de la vache.

La figure 12 décrit la mnémonique des entrées et sorties de l'automate qui gère le robot.

Entrées		Sorties	
Gobelet i en position	pi	Mettre en position gobelet i	Mpg i
Pression d'aspiration gobelet non connecté	dp1	Déclencher aspiration gobelet i	Aspg i
Pression d'aspiration gobelet connecté	dp2	Approcher gobelet i	Appg i
Gobelet i en position repos	repg i	Rétracter gobelet i	Retg i
Alarme transmise	altrans	Signal d'alarme	Alarme
Nombre de tentatives de branchement	Ni	Aspiration pulsée pour traite trayon i	Apul i
Fin de course approche des trayons	fcapp		
Information débit du trayon i	deb i		

Figure 12. Tableau des entrées et sorties associées au grafset dédié à la connexion des gobelets

Dans un premier temps, nous considérons le cycle de branchement des trayons en cours de réalisation. L'état de l'expansion de la macro-étape M50 est {54, 63, 72}.

**Question 11 : Expliquer avec précision les événements qui se sont déroulés depuis le début de la macro-étape M50. Indiquer clairement l'état actuel du système.**

À partir de cet état, 10 secondes se sont écoulées depuis le début de l'activation de l'étape 62.

**Question 12 : Indiquer alors les différentes évolutions possibles de l'expansion de la macro-étape M50 jusqu'à atteindre la situation {54, 64, 74, 82}. Préciser clairement les occurrences qui la font évoluer et les différentes situations atteintes. Cette situation {54, 64, 74, 82} est-elle stable ?**



Automatique et Informatique Industrielle

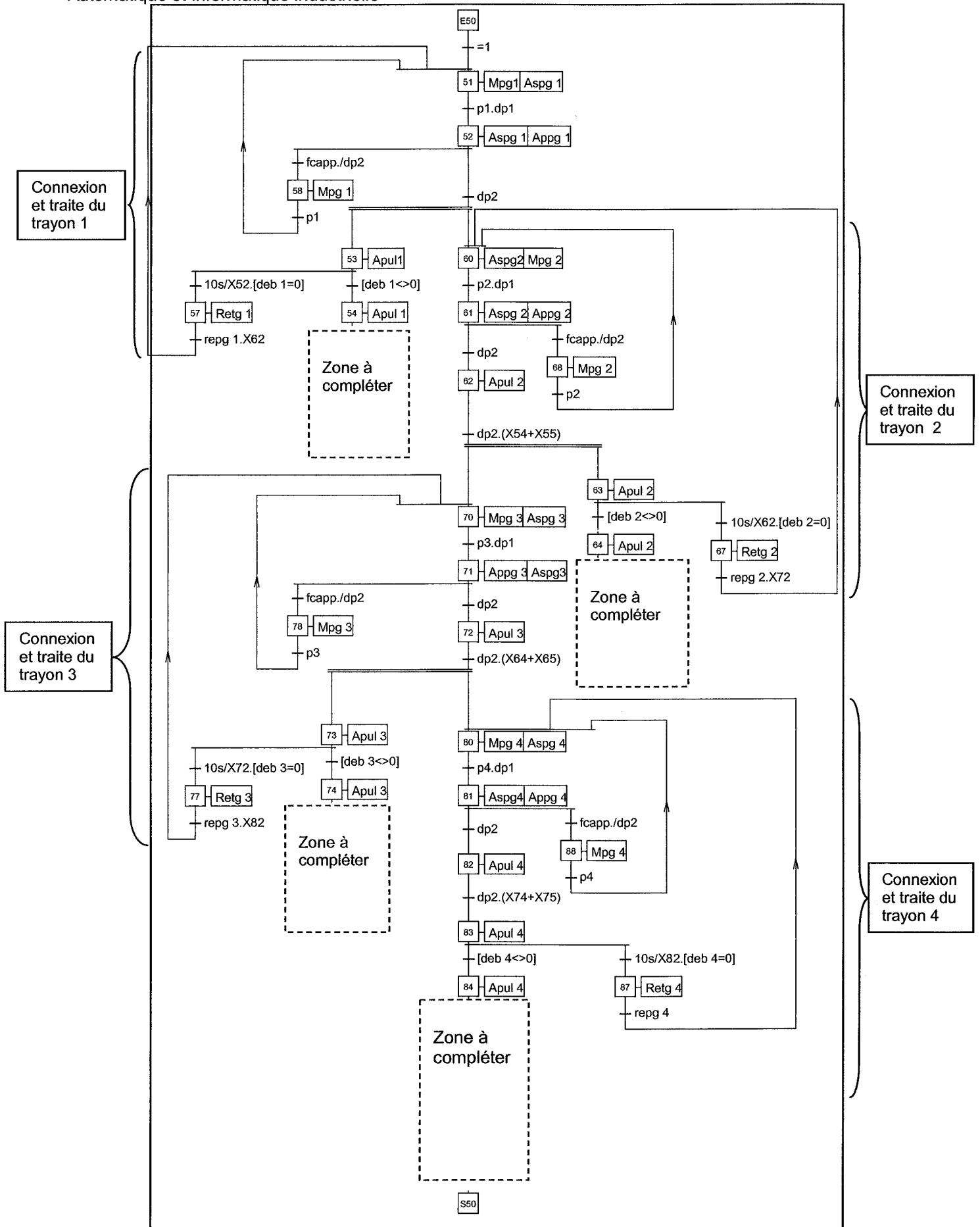


Figure 13. Expansion incomplète de la macro-étape M50

## 2.3. Étude de la fin de traite d'un quartier

### 2.3.1. Gestion de la fin de traite d'un trayon

La description du cycle de traite nécessite la modélisation des évènements associés à la fin de la traite qui s'effectue de façon différenciée pour chacun des trayons.

La durée de la traite est essentiellement déterminée par la conductivité du lait récolté. Cette conductivité n'est pas la même pour chaque quartier et doit être testée pour chacun des trayons. Deux minutes après la détection d'un débit de lait, le conductimètre donne une conductivité moyenne du quartier associé au trayon  $i$ :  $C_{i\_moy}$ . Cette valeur est attribuée à une variable  $C_i$  qui est alors comparée à deux seuils de conductivité :

- un seuil maximum,  $C_{max}$  ;
- un seuil minimum,  $C_{min}$ .

Une forte conductivité du lait, définie par  $C_i > C_{max}$ , peut être un signe précurseur de l'inflammation du quartier (mammite). Dans ce cas, le quartier doit être vidé au maximum. Le lait est conservé mais la vache est mise sous surveillance (cette particularité n'est pas prise en compte dans notre étude).

Au contraire, une faible conductivité,  $C_i < C_{min}$ , indique une faible quantité de matière grasse conduisant à laisser plus de lait dans la mamelle. La traite de ce quartier est alors arrêtée si le débit instantané de lait devient égal au tiers du débit moyen.

Quand la conductivité est entre ces deux seuils,  $C_{min} < C_i < C_{max}$ , la traite s'arrête lorsque le débit instantané est égal au débit moyen divisé par 5.

Le débitmètre fournit une information permanente du débit instantané du trayon  $i$  :  $deb\ i$ , et du débit moyen :  $deb\ i\ moy$ .

Variable de conductivité du lait du trayon $i$	$C_i$
Information débit donnée par le débitmètre du trayon $i$	$deb\ i$
Conductivité moyenne mesurée du lait du trayon $i$	$C_{i\_moy}$
Débit moyen mesuré pour le trayon $i$	$deb\ i\ moy$
Indice de conductivité minimum	$C_{min}$
Indice de conductivité maximum	$C_{max}$

Figure 14. Tableau des variables de fin de traite

**Question 13 :** Élaborer le grafcet de gestion de la fin de traite du trayon 1 en n'utilisant que les variables et informations du tableau de la figure 14. Ce grafcet sera formé à partir de transitions source et puits. Les grafctes de fin de traite des autres trayons seront à l'image de celui du trayon 1. Préciser la numérotation adoptée pour les étapes dans chaque grafcet.

**Question 14 :** Compléter alors les 4 zones encadrées dans l'expansion de la macro-étape M50 de la figure 13. Préciser les choix de structure effectués.

### 2.3.2. Compteur des essais pour alarme

Dans la pratique, des variations de taille des trayons ou des mouvements d'excitation de la vache peuvent empêcher une connexion rapide des gobelets. Pour éviter l'inconfort de la vache, le nombre d'essais de connexion de chaque gobelet est limité à 5 tentatives. À l'issue de ces 5 essais, le système enverra une alarme et replacera le robot en situation d'arrêt d'urgence : bras dans la position d'attente et tous les gobelets déconnectés. La

Automatique et Informatique Industrielle

vache sera maintenue dans le box durant 5 minutes pendant lesquels l'agriculteur pourra intervenir. À l'issue de ce délai, la vache sera libérée. Le robot revient en attente d'une autre vache. L'agriculteur devra intervenir directement sur la vache qui n'a pas été traitée.

**Question 15 : Proposer un grafet de comptage utilisant une notation indicielle qui le rend valable pour tous les gobelets. Préciser la solution utilisée pour mettre le robot dans la situation arrêt d'urgence.**

### 2.3.3. Gestion de la circulation du lait

Une des problématiques, lors de l'implantation d'un robot de traite, est d'optimiser la production laitière. Lors de la traite, les premiers jets de lait ne sont pas de bonne qualité, ils sont donc évacués à l'égout.

La quantité de lait à éliminer pour garantir sa qualité est de 250 g par trayon. Cependant le temps nécessaire pour obtenir cette masse de lait à rejeter n'est pas identique pour chacun des trayons, interdisant l'utilisation d'une temporisation.

Afin de réduire au minimum les quantités de lait de bonne qualité rejetées, l'entreprise Lely a choisi d'utiliser l'information transmise par le débitmètre, qui détermine la masse de lait récupérée sur chaque trayon : variable  $m_i$ .

Par ailleurs, le lait produit par une vache malade ou en traitement est immédiatement évacué à l'égout.

La figure 15 donne la mnémonique et le grafet de la gestion de l'électrovanne déterminant la circulation du lait.

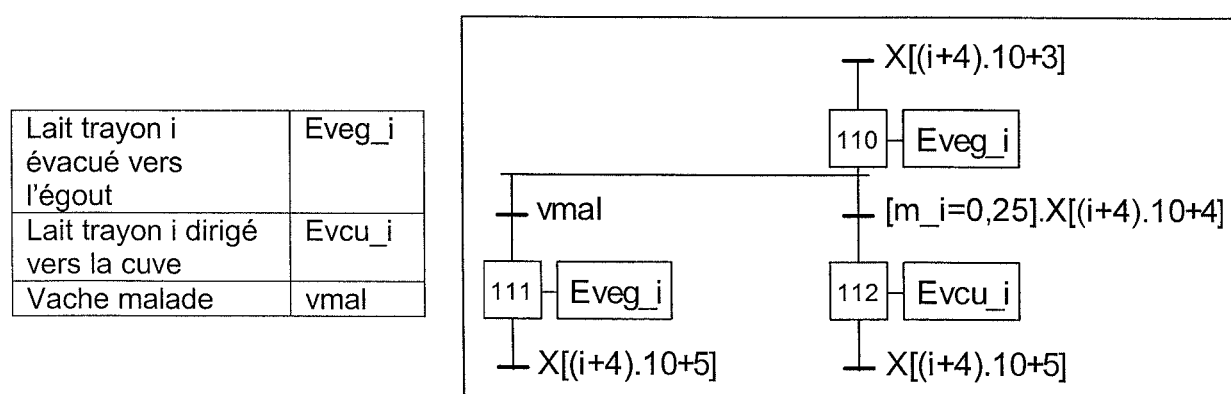
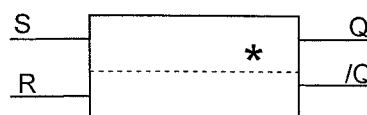


Figure 15. Grafet et mnémonique de la gestion de la circulation du lait

La commande du robot de traite est assurée par un automate programmable industriel. Elle pourrait être réalisée en logique câblée sur des circuits intégrés. Dans ce cas, il faudrait réaliser les logigrammes des différents grafet.

On rappelle le symbole d'une bascule RS (mémoire) avec mise à 1 prioritaire ci-dessous.

S commande la mise à 1, R la mise à 0.  
Q est l'état de la mémoire.



**Question 16 : Expliquer pourquoi il faut utiliser des bascules à enclenchement prioritaire pour décrire un grafet par logigramme.**

**Question 17 : Réaliser le logigramme du grafet de gestion de circulation du lait pour le trayon 1.**

## TROISIÈME PARTIE

### Synthèse d'une loi de commande

Objectif : synthétiser une loi de commande assurant l'asservissement et la régulation de la position du chariot 1 lors d'une traite et, ce quelles que soient les interactions entre la vache et le robot de traite Astronaut A3.

Cette partie se décompose en trois études devant permettre d'atteindre l'objectif décrit ci-dessus.

La caractérisation des performances du robot de traite Astronaut A3 impose l'élaboration d'un modèle de simulation afin de décrire le fonctionnement du robot Astronaut A3. Ce modèle de simulation est basé sur la construction d'un modèle de connaissance.

#### 3.1. Construction d'un modèle de connaissance

L'annexe 1 regroupe les documents décrivant la structure, le graphe des liaisons et des efforts, la modélisation cinématique, le paramétrage cinématique du bras du robot Astronaut A3.

L'établissement de ce modèle de connaissance nécessite, d'une part, la description du comportement dynamique du robot à l'aide d'équations différentielles décrivant les différents mouvements du bras du robot de traite Astronaut A3 et, d'autre part, l'écriture des relations liant les tensions d'alimentation des servo-distributeurs et les déplacements des tiges des différents vérins.

#### ***Expression des relations géométriques liant les paramètres géométriques associés au robot de traite Astronaut A3***

**Question 18 : Établir les relations géométriques liant le centre de gravité  $G_4$  de la tête de traite 4 défini par les coordonnées  $(x_{G_4}, y_{G_4}, z_{G_4})$ , les paramètres géométriques  $x$ ,  $\theta_{21}$  et  $\theta_{32}$  et les longueurs  $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$ .**

Lors d'une traite, le bras du robot de traite Astronaut A3 est dans une position particulière conduisant aux conditions décrites ci-dessous :

- les mouvements de la vache induisent des variations des angles  $\theta_{21}$  et  $\theta_{32}$  autour de cette position initiale faibles, permettant de faire l'approximation :

$$\begin{aligned} \cos \theta_{21} &\approx 1 & \cos \theta_{32} &\approx 1 \\ \sin \theta_{21} &\approx \theta_{21} & \sin \theta_{32} &\approx \theta_{32} \end{aligned}$$

- dans cette position, les angles  $\theta_{51}$  et  $\theta_{61}$  prennent respectivement les valeurs particulières  $\theta_{510}$  et  $\theta_{610}$ .

Hypothèses supplémentaires :

- la rotation des vérins 5 et 6 est négligée ;
- les vitesses de sortie de tige s'écrivent  $\vec{V}_{D50} = \dot{y}_5 \vec{y}_5$  et  $\vec{V}_{E60} = \dot{y}_6 \vec{y}_6$  ;
- les masses respectives  $m_5$  et  $m_6$  des vérins 5 et 6 sont considérées comme négligeables devant celle des pièces 1, 2, 3 et 4.

Automatique et Informatique Industrielle

**Question 19 :** Établir la relation géométrique permettant de définir la longueur  $L_5(t)$  en fonction des paramètres géométriques  $\theta_{21}$ ,  $\theta_{510}$  et des longueurs  $l_2$  et  $L_{50}$  où  $L_{50}$  correspond à la longueur  $L_5$  lorsque le robot de traite automatique Astronaut A3 est en position de traite initiale.

**Question 20 :** À partir des hypothèses définissant les conditions de traite, en déduire une relation entre la course des vérins 5, définie par  $y_5(t) = L_5 - L_{50}$ , la longueur  $l_2$  et l'angle  $\theta_{21}$ . Expliciter clairement la (ou les hypothèses) permettant d'écrire cette relation.

**Question 21 :** En déduire la relation entre la course du vérin 6, définie par  $y_6(t) = L_6 - L_{60}$ , la longueur  $l_3$  et l'angle  $\theta_{32}$  où  $L_{60}$  correspond à la longueur  $L_6$  lorsque le robot de traite automatique Astronaut A3 est en position de traite initiale.

### ***Équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite Astronaut A3***

Les hypothèses, introduites ci-dessus, restent valables et sont complétées par l'hypothèse suivante :

**les vérins 1, 5 et 6 sont commandés séparément.**

**Question 22 :** Proposer une démarche de résolution permettant d'écrire les expressions des actions mécaniques  $F_{V_1/1}$ ,  $F_{V_5/2}$ ,  $F_{V_6/3}$  associées aux différents vérins 1, 5 et 6.

La méthode et les outils utilisés sont laissés à l'initiative du candidat qui veillera à préciser clairement les hypothèses, l'ensemble isolé, le principe et/ou le théorème à utiliser (avec éventuellement le point de calcul) et la direction de projection pour chacune des trois actions mécaniques à caractériser.

**Question 23 :** Écrire l'équation différentielle liant l'effort  $F_{V_1/1}(t)$  développé par le vérin  $V_1$ , la position de la tige du vérin 1,  $x(t)$  et ses dérivées successives, une perturbation extérieure  $F_p(t)$ , la masse équivalente  $M_{1Equ}$ , à définir en fonction de  $m_1, m_2, m_3$  et  $m_4$ , et le coefficient de frottement visqueux  $f_{10}$ .

**Question 24 :** Écrire l'équation différentielle liant l'effort  $F_{5/2}(t)$  développé par les vérins  $V_5$ , la course des vérins 5,  $y_5(t)$  et ses dérivées successives, la masse équivalente  $M_{5Equ}$  et le coefficient de frottement visqueux équivalent  $b_{5Equ}$  à définir en fonction des différents paramètres  $A_2, A_3, A_4, m_2, m_3, m_4, L_2, L_3, L_4, l_2$  et  $b_{21}$ .

Automatique et Informatique Industrielle

Quelles que soient les réponses obtenues aux questions précédentes, le système d'équations différentielles retenu pour la suite est le suivant :

$$\begin{cases} M_{1\text{Equ}} \ddot{x}(t) + f_{10} \dot{x}(t) = F_{V_{1/1}}(t) - F_p(t) \\ M_{5\text{Equ}} \ddot{y}_5(t) + b_{5\text{Equ}} \dot{y}_5(t) = F_{V_{5/2}}(t) + F_{0\ V_{5/2}} - \left( \left( \frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) L_2 - m_4 L_4 \right) \frac{g}{l_2} \\ M_{6\text{Equ}} \ddot{y}_6(t) + b_{6\text{Equ}} \dot{y}_6(t) = F_{V_{6/3}}(t) + F_{0\ V_{6/3}} + \frac{m_4 g L_4}{l_3} \end{cases}$$

**Question 25 :** Justifier, en précisant la démarche retenue, la nouvelle écriture du système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite :

$$\begin{cases} M_{1\text{Equ}} \ddot{x}(t) + f_{10} \dot{x}(t) = F_{V_{1/1}}(t) - F_p(t) \\ M_{5\text{Equ}} \ddot{y}_5(t) + b_{5\text{Equ}} \dot{y}_5(t) = F_{V_{5/2}}(t) \\ M_{6\text{Equ}} \ddot{y}_6(t) + b_{6\text{Equ}} \dot{y}_6(t) = F_{V_{6/3}}(t) \end{cases}$$

**Question 26 :** Après avoir explicité les transformées de Laplace des équations différentielles données précédemment, construire les schémas bloc associés aux trois équations différentielles.

### ***Modélisation du comportement des systèmes électropneumatiques***

Le système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite Astronaut A3 fait apparaître les efforts développés par les vérins 1, 5 et 6.

Les différents vérins implantés sur le robot de traite Astronaut A3 sont dotés d'un système électropneumatique dédié à la commande des vérins.

Afin d'obtenir un modèle complet liant les tensions d'alimentation des servo-distributeurs aux coordonnées de la tête de traite 4, il est nécessaire de modéliser le comportement de ces systèmes électropneumatiques.

Chacune des différentes chaînes électropneumatiques destinées à mouvoir le robot de traite Astronaut A3 est constituée (figure 16) :

- d'une alimentation en air comprimé commune qui délivre la pression  $P_s$  ;
- de deux servo-distributeurs ;
- d'un vérin pneumatique linéaire ;
- de capteurs ;
- d'une carte électronique.

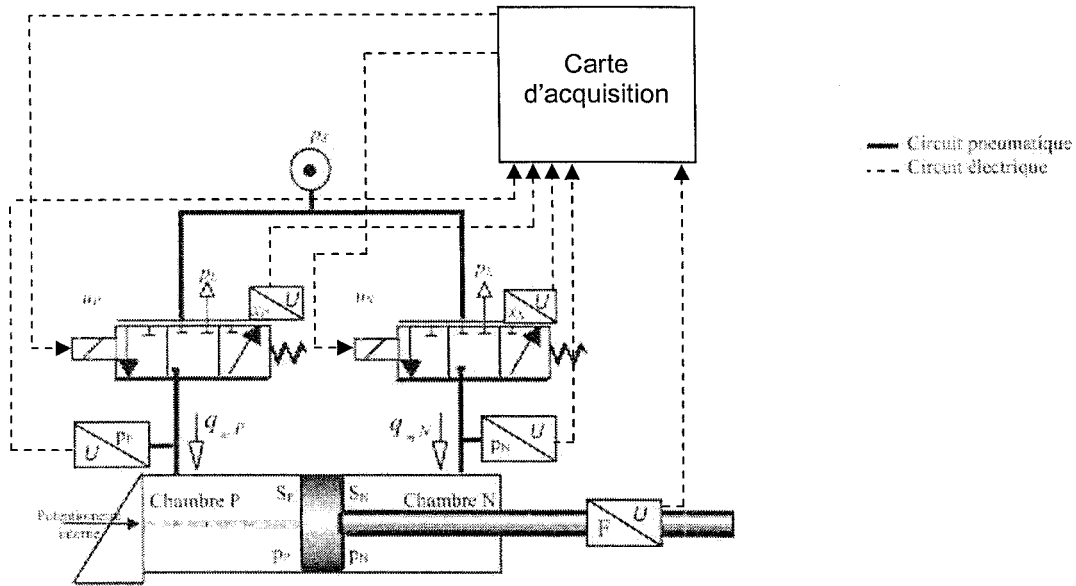


Figure 16. Description de la structure d'une des chaînes électropneumatiques

L'annexe 2 regroupe les informations permettant de définir les caractéristiques de chacun des éléments constituant la chaîne électropneumatique.

L'obtention du modèle de connaissance associé au système électropneumatique nécessite de modéliser le comportement :

- thermodynamique de chacune des chambres pneumatiques de volume variable ;
- électromécanique du servo-distributeur.

La figure 17 présente le modèle non linéaire décrivant le comportement du système électropneumatique sous forme d'un schéma bloc pour une évolution de la pression dans les chambres du vérin considérée comme polytropique.

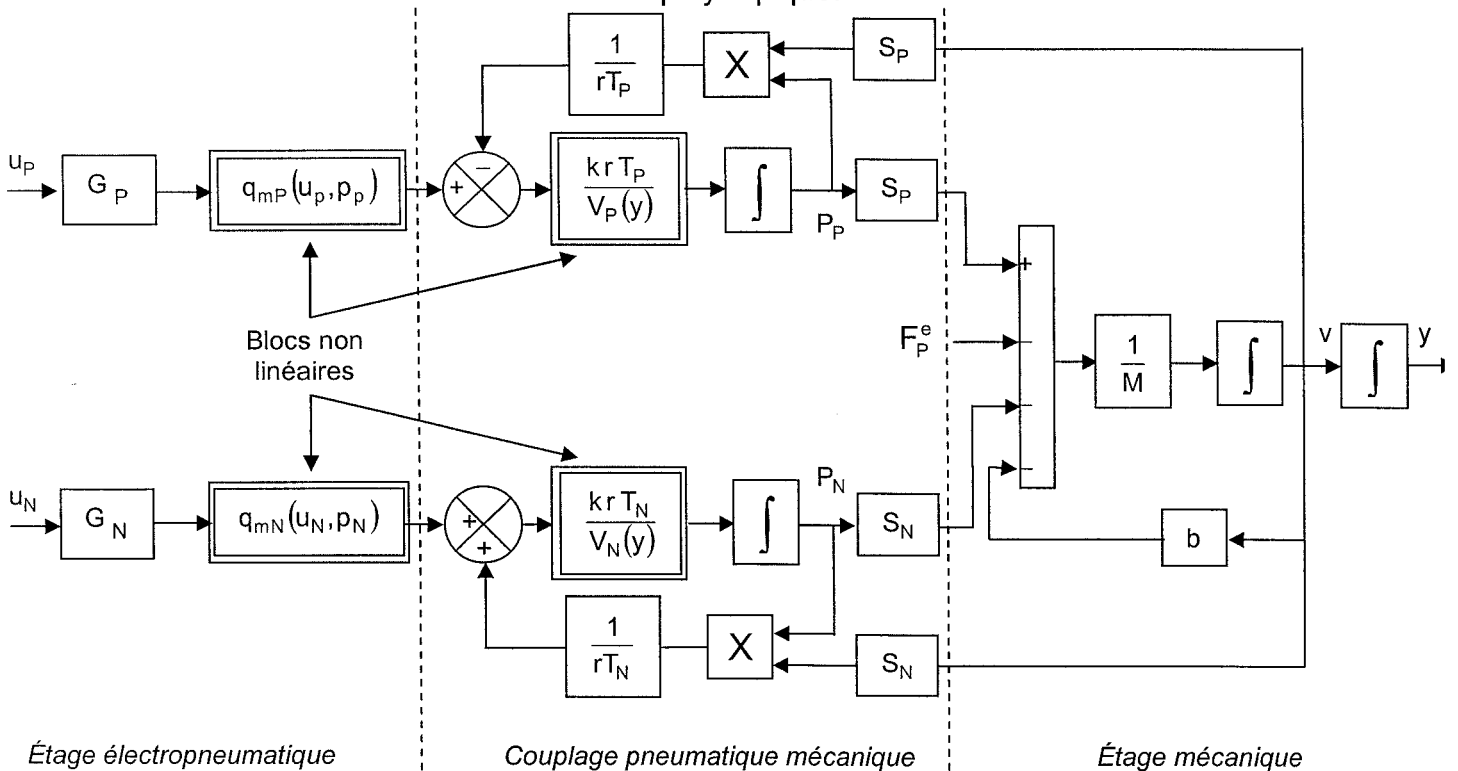


Figure 17. Schéma bloc décrivant le comportement non linéaire du système électropneumatique

Automatique et Informatique Industrielle

Le tableau de la figure 18 décrit les différentes variables et constantes introduites dans le schéma bloc de la figure 17 :

$r$	Constante des gaz parfaits
$k$	Coefficient polytropique, $k = 1,2$
$v$	Vitesse de déplacement de la tige de vérin
$i$	Indice définissant les chambres du vérin : P ou N
$p_i$	Pression dans la chambre $i$
$T_i$	Température dans la chambre $i$
$V_i(y)$	Volume de la chambre $i$ pour une position $y$ du vérin
$S_i$	Section du piston associée à la chambre $i$
$q_{mi}(u_i, p_i)$	Débit massique de compressibilité dans la chambre $i$
$M$	Masse en déplacement
$b$	Coefficient de frottement visqueux
$F_p^e$	Effort extérieur

Figure 18. Données liées au modèle non linéaire associé au système électropneumatique

La présence de comportements non linéaires tel que celui du débit massique en fonction de la tension de commande et de la pression dans la chambre ne permet pas, dans un premier temps, d'utiliser les outils de synthèse des lois de commande propres aux systèmes linéaires, continus et invariants.

Dans l'optique de synthétiser les lois de commande destinées à la commande du robot de traite Astronaut A3 à l'aide de ces outils, il est nécessaire de construire un modèle linéaire décrivant le comportement du système électropneumatique.

Hypothèses :

- la pression source est identique pour les deux servo-distributeurs ;
- les températures dans les deux chambres sont considérées comme égales à la température source  $T_s$  ;
- les dynamiques de positionnement des tiroirs des servo-distributeurs sont considérées comme négligeables devant la dynamique de positionnement du vérin ;
- les servo-distributeurs sont supposés identiques et symétriques. L'influence des différences de qualité d'usinage, des caractéristiques des électroaimants, des raideurs des ressorts est négligée ;
- les commandes appliquées aux servo-distributeurs P et N seront de signe opposé ;
- les frottements secs sont négligés.

Ces hypothèses permettent de simplifier le modèle complet mais ne permettent pas de rendre ce modèle linéaire.

Un modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement est alors établi à l'aide de la méthode dite « du linéarisé tangent ». Cette méthode se décompose en deux étapes distinctes :

o **Première étape : détermination de l'état d'équilibre du système non linéaire étudié**

La position d'équilibre du système électropneumatique est alors déterminée et est définie par :

- $y^e$  : position du vérin à l'équilibre ;
- $u^e$  : tension associée ;



Automatique et Informatique Industrielle

- $p_P^e, p_N^e$  : pressions à l'équilibre dans les chambres P et N ;
- $v^e$  : vitesse à l'équilibre ( $v^e = 0$ ) ;
- $V_P(y^e), V_N(y^e)$  : volumes des chambres P et N pour  $y = y^e$  avec  $V_P(y^e) = V_N(y^e) = V(y^e)$ .

o **Seconde étape : écriture d'une approximation linéaire du modèle non linéaire**

Au voisinage de ce point d'équilibre, une approximation de l'évolution du système électropneumatique est effectuée en utilisant un développement en série de Taylor de la fonction non linéaire après le changement de variables :

$$\begin{cases} \delta p_P = p_P - p_P^e & : \text{variation de pression chambre P} \\ \delta p_N = p_N - p_N^e & : \text{variation de pression chambre N} \\ \delta v = v - v^e & : \text{variation de vitesse} \\ \delta y = y - y^e & : \text{variation de position} \\ \delta u = u - u^e & : \text{variation de tension} \end{cases}$$

Cette méthode aboutit à la construction du schéma bloc de la figure 19 où  $U(p)$ ,  $\Delta P_P(p)$ ,  $\Delta P_N(p)$ ,  $V_Y(p)$  et  $Y(p)$  représentent respectivement les transformées de Laplace des variables  $\delta u(t)$ ,  $\delta p_P(t)$ ,  $\delta p_N(t)$ ,  $\delta v(t)$  et  $\delta y(t)$  et où  $G_{ui}$  et  $C_{Pi}$  sont respectivement les coefficients de sensibilité du débit par rapport à la commande et les coefficients de sensibilité du débit par rapport à la pression pour la chambre  $i$ .

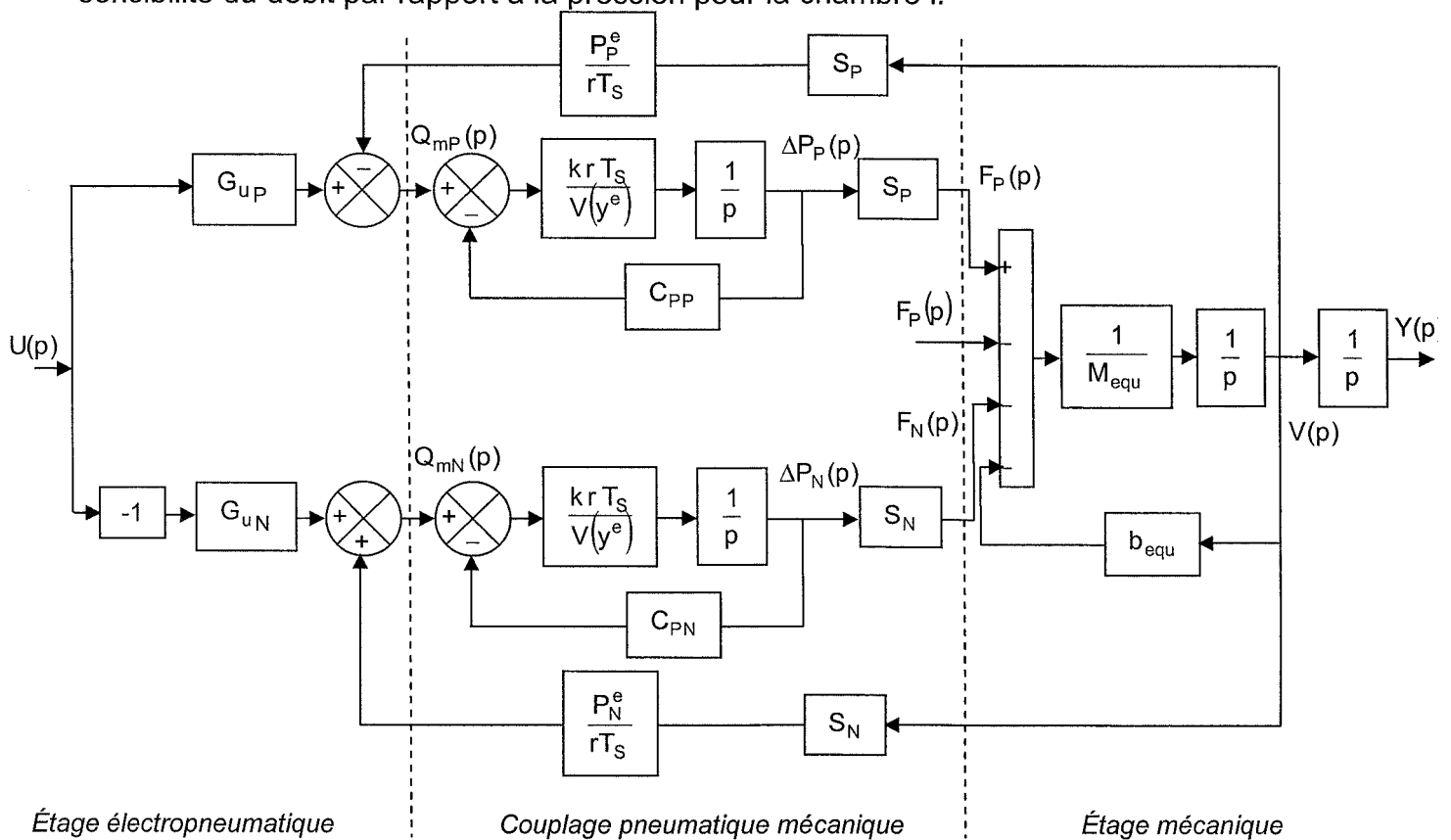


Figure 19. Schéma bloc associé au modèle linéaire décrivant le comportement du système électropneumatique

La fonction de transfert  $G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$  associée au schéma bloc de la figure 19 conduit à un modèle du troisième ordre.

Automatique et Informatique Industrielle

À ce stade de l'étude et, en première approximation, les hypothèses suivantes sont introduites :

Hypothèses :	Conséquences :
Le vérin est symétrique	$S_P = S_N = S$
Les frottements secs sont négligés	$P_P^e = P_N^e = P^e$
Les deux servo-distributeurs sont strictement identiques	$G_{uP} = G_{uN} = G_u, C_{PP} = C_{PN} = C_P$

**Question 27 :** Simplifier le schéma bloc donné figure 19 et écrire la fonction de transfert  $\frac{V(p)}{U(p)}$  pour  $F_p(p) = 0$  sous la forme  $\frac{K_u}{Ap^2 + Bp^2 + C}$  où les termes A, B, C et  $K_u$  seront explicités. En déduire la fonction de transfert  $\frac{Y(p)}{U(p)}$ .

**Question 28 :** Écrire la fonction de transfert  $P(p) = \frac{V(p)}{F_p(p)}$  pour  $U(p) = 0$  sous la forme  $\frac{1+Dp}{Ap^2 + Bp + C}$  où le terme D sera explicité. En déduire la fonction de transfert  $\frac{Y(p)}{F_p(p)}$ .

**Question 29 :** Montrer que le modèle complet associé à la chaîne de transmission dans la direction  $\vec{x}$  peut se mettre sous la forme du schéma fonctionnel donné figure 20 où les termes  $F_1(p)$ ,  $G_1(p)$  et  $H_1(p)$  seront explicités.

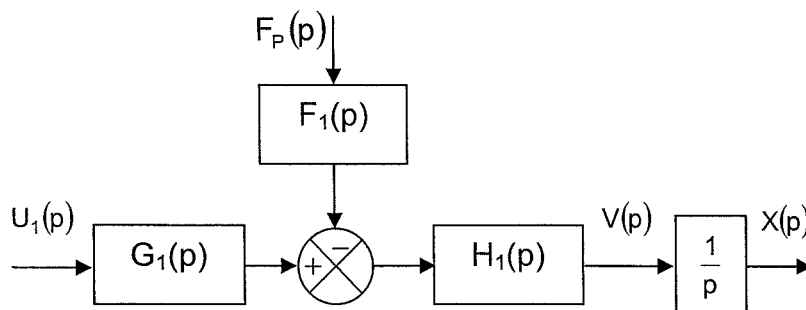


Figure 20. Schéma bloc associé au modèle de comportement dynamique du chariot 1

### 3.2. Choix d'une architecture de commande compatible avec les spécifications du cahier des charges

La suite de l'étude s'intéresse à la synthèse de la loi de commande destinée à la commande en asservissement et en régulation du chariot 1.

Cette étude se justifie par la nécessité, d'une part, d'asservir la position de la tête de traite 4 lors des déplacements de la vache dans le box, et, d'autre part, de rendre le fonctionnement du bras du robot de traite insensible aux perturbations extérieures.

Lors d'une traite, la vache dispose, du fait de la structure du box, d'une certaine liberté de mouvement selon la direction  $\vec{x}$ , ce qui induit qu'à chaque instant la position des trayons de la vache varie d'où la nécessité d'adapter la position de la tête de traite 4. De plus le positionnement de la tête de traite 4 sous la vache l'expose occasionnellement à des coups de patte générant des modifications de la position de la tête de traite 4.

**Question 30 :** À partir de l'analyse du processus de traite, justifier le fait qu'une commande en chaîne directe ne permette pas d'atteindre le niveau de performances attendu. Plusieurs justifications, pouvant conduire à cette conclusion, sont attendues.

**Question 31 :** Proposer, sous forme d'un schéma bloc le plus complet possible, une architecture de commande permettant d'atteindre les objectifs en terme d'asservissement et de régulation.

L'architecture de commande retenue pour la synthèse de la loi de commande appliquée au chariot 1 est décrite figure 21.

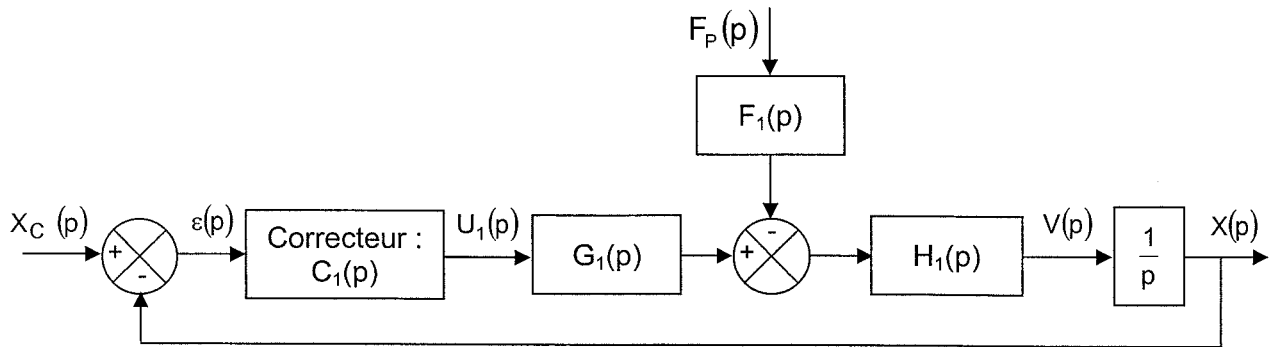


Figure 21. Architecture de commande retenue

### 3.3. Synthèse de la loi de commande dédiée à l'asservissement et à la régulation de la position du chariot 1

**Cahier des charges :** Le cahier des charges partiel décrivant les performances associées au chariot 1 est le suivant :

Fonction	Critères	Niveaux et éventuelle flexibilité
FS <sub>1</sub>	<b>Axe N° 1 (translation du chariot 1 par rapport au bâti)</b>	
	Débattement linéaire assuré par le vérin 1	2 m
	Stabilité de l'axe	M <sub>φ</sub> > 60°
	Amortissement de l'axe	Aucun dépassement transitoire permis
	Précision de positionnement de l'axe	Erreur (*) inférieure à 1% en régime stationnaire et en réponse à un échelon
	Rapidité de l'axe	Pulsation au gain unité : ω <sub>u</sub> = 10 rad.s <sup>-1</sup>

(\*) différence entre la sortie et l'entrée

#### 3.3.1. Synthèse d'un correcteur à action proportionnelle

La première étude proposée s'intéresse à la synthèse d'un correcteur à action proportionnelle défini par  $C_1(p) = K_1$ .

##### 3.3.1.1. Rejet des perturbations

**Question 32 :** À partir du schéma-bloc proposé figure 21 et des expressions de  $F_1(p)$ ,  $G_1(p)$  et  $H_1(p)$ , exprimer la fonction de sensibilité vis-à-vis de la perturbation définie par  $\frac{X(p)}{F_P(p)}$  en fonction de A, B, C, D, K<sub>u</sub> et K<sub>i</sub>.

**Question 33 :** Proposer un modèle mathématique pour  $F_P(p)$  modélisant un coup de patte subi par la tête de traite 4.

**Question 34 : Un correcteur à action proportionnelle de gain  $K_1$  permet il d'annuler les effets de la perturbation vis-à-vis de la position de la tête de traite ?**

### 3.3.1.2. Étude en asservissement

Les figures 22 et 23 présentent respectivement le comportement fréquentiel de la boucle ouverte et l'évolution de la position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m pour  $C_1(p)=K_1=1$ .

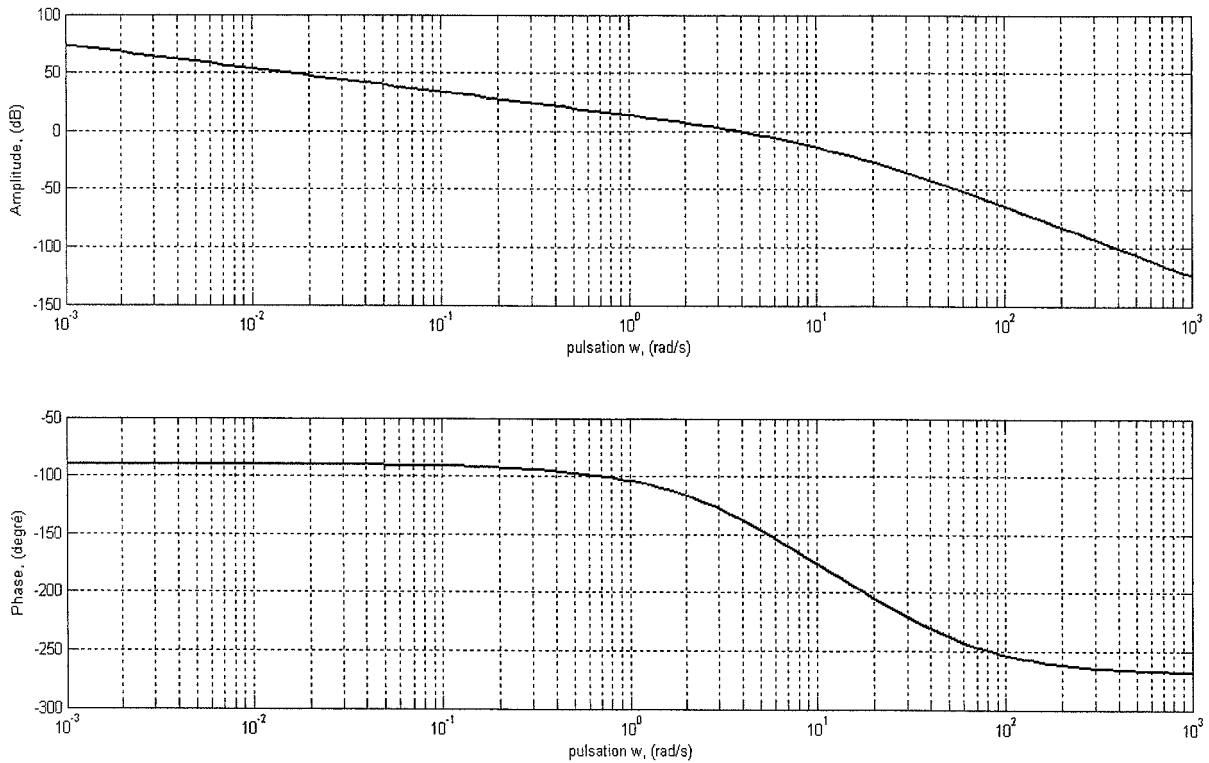


Figure 22. Diagramme de Bode de la boucle ouverte  $\frac{X(p)}{\varepsilon(p)}$  avec le correcteur  $C_1(p)=K_1=1$

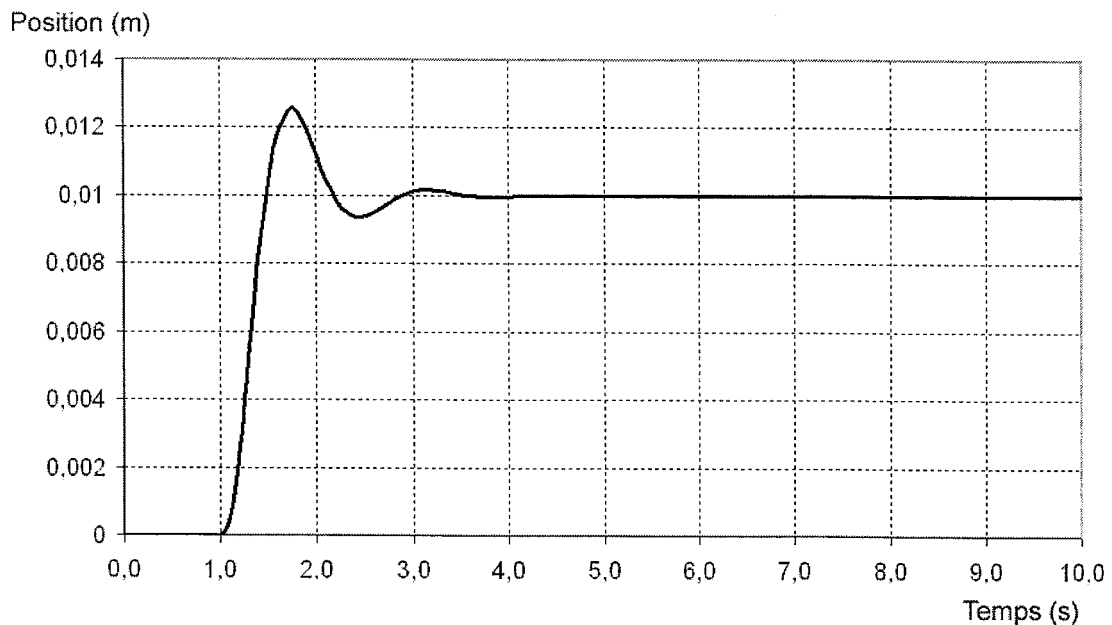


Figure 23. Évolution de la position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m avec  $C_1(p)=K_1=1$

Automatique et Informatique Industrielle

**Question 35 :** Le correcteur à action proportionnelle de gain unitaire permet-il de respecter les spécifications du cahier des charges ?

**Question 36 :** Déterminer la valeur de  $K_1$  permettant de respecter la spécification de rapidité. En déduire la valeur de la marge de phase  $M\phi$ . Tracer l'allure de l'évolution de la position du chariot 1 pour la valeur de  $K_1$  trouvée.

**Question 37 :** Au vu des résultats précédents, est-il possible de valider le choix d'un correcteur à action proportionnelle ? Si non, quel type de correcteur faudrait-il implanter pour améliorer les performances du bras du robot de traite Astronaut A3 ? Justifier votre réponse.

### 3.3.2 Synthèse d'un correcteur à actions proportionnelle-dérivée

La seconde étude proposée s'intéresse à la synthèse d'un correcteur à action

proportionnelle-dérivée défini par  $C_2(p) = K_2 \frac{1 + \frac{p}{\omega_b}}{1 + \frac{p}{\omega_h}}$ .

#### 3.3.2.1. Étude en asservissement

**Question 38 :** À partir des spécifications de rapidité et de stabilité imposées par le cahier des charges, déterminer les paramètres  $K_2$ ,  $\omega_b$  et  $\omega_h$ .

Les figures 24 et 25 proposent respectivement le diagramme de Bode de la boucle ouverte corrigée et l'évolution de la position du chariot 1 avec le correcteur à action proportionnelle-dérivée synthétisé ci-dessus.

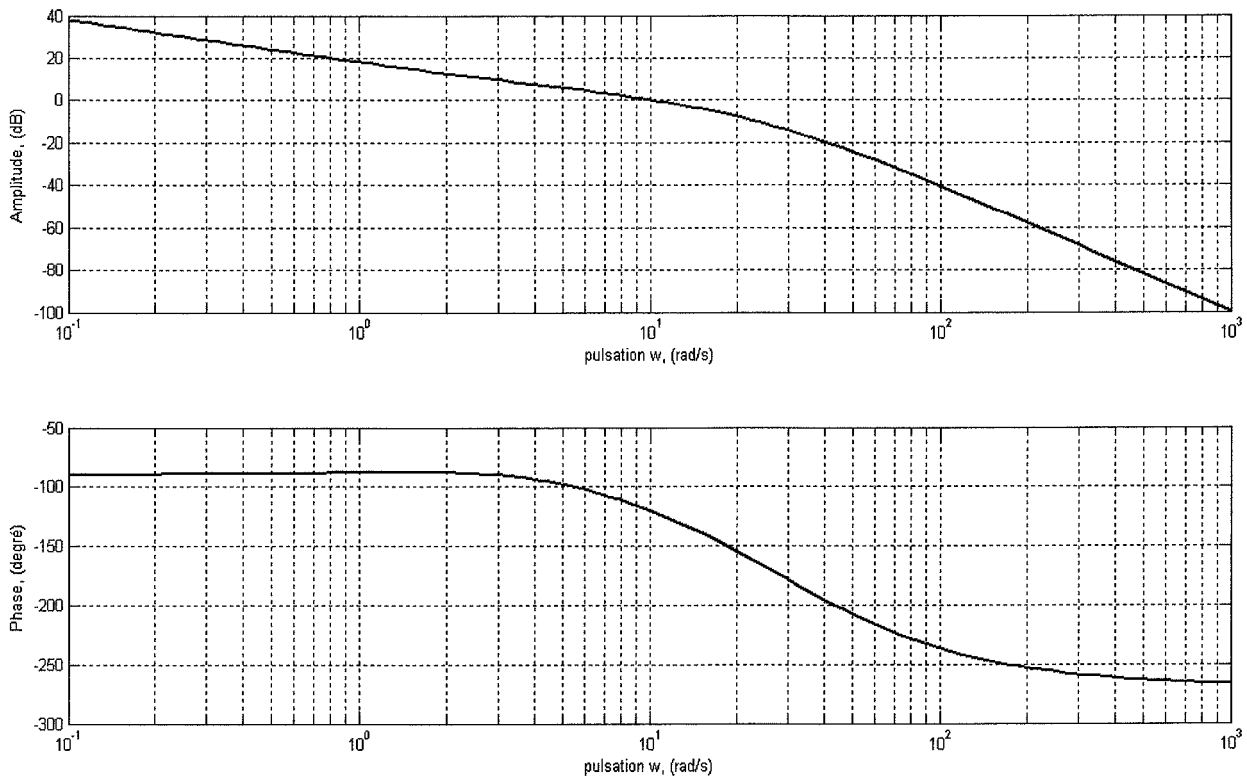


Figure 24. Diagramme de Bode de la boucle ouverte corrigée avec le correcteur à action proportionnelle-dérivée  $C_2(p)$

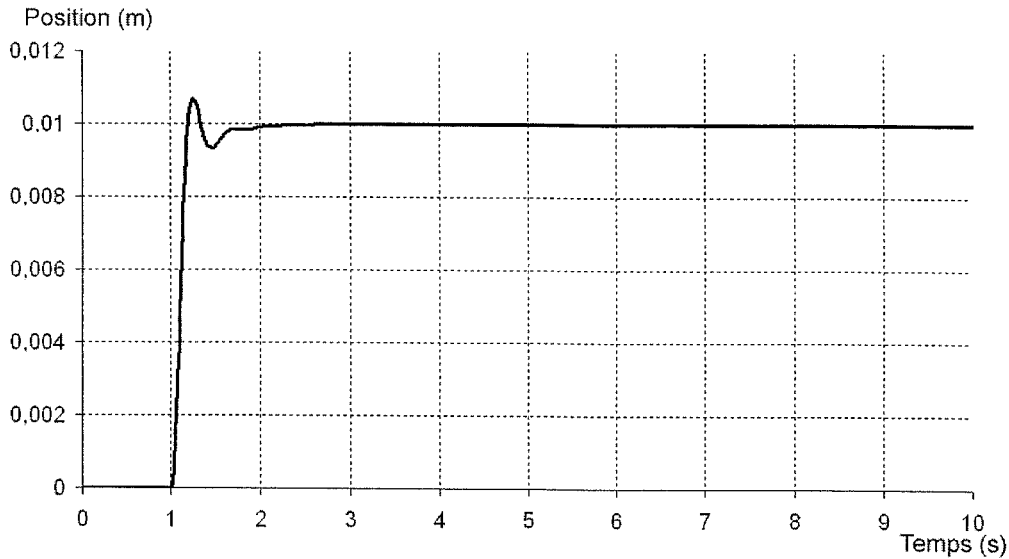


Figure 25. Évolution de la position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m avec le correcteur à action proportionnelle-dérivée  $C_2(p)$

**Question 39 :** Au vu des résultats précédents et des spécifications du cahier des charges, est-il possible de valider le correcteur à action proportionnelle-dérivée  $C_2(p)$  ?

### 3.3.2.2. Rejet des perturbations

Lors de la traite, des mouvements intempestifs peuvent conduire la vache à heurter la tête de traite 4. La figure 26 présente l'évolution de la position de la tête de traite 4 soumise à un coup de patte modélisée par une force de 100 N.

**Question 40 :** Quel est l'impact de ce coup de patte sur la traite d'une vache sachant qu'un trayon mesure entre 5 et 10 cm ? Quel type d'action faudrait-il prévoir au niveau du grafcet décrivant la connexion des gobelets ?

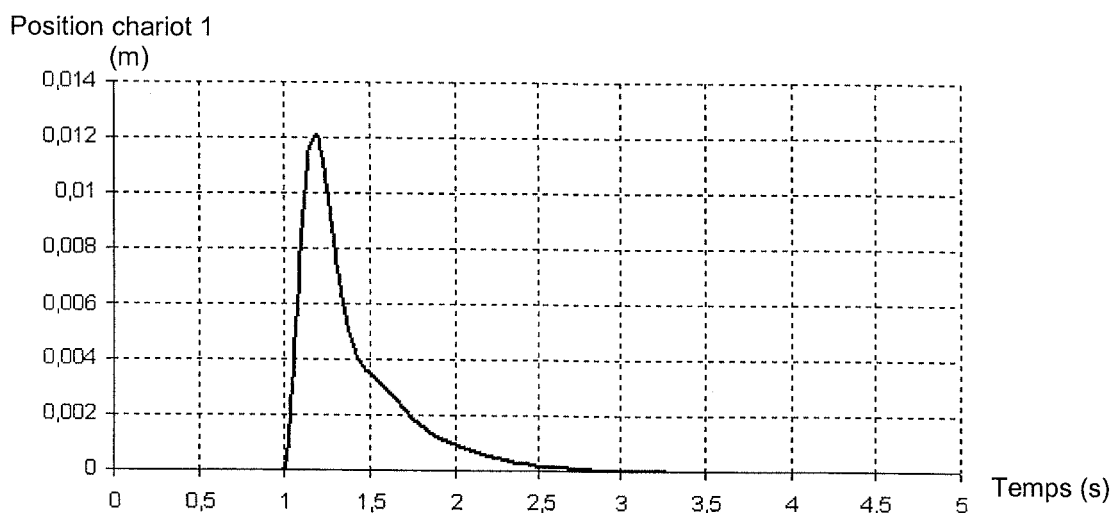


Figure 26. Évolution de la position de la tête de traite 4 sous l'action d'un coup de patte appliqué à  $t=1s$

**Question 41 :** Quelle(s) solution(s) technologique(s) permettrai(ent) de limiter l'influence de ce coup de patte ?

Automatique et Informatique Industrielle

Pour obtenir une arrivée en position sans dépassement de la tête de traite, il est nécessaire d'introduire un retour en vitesse et un retour en accélération. La figure 27 décrit la structure de commande avec trois boucles de retour.

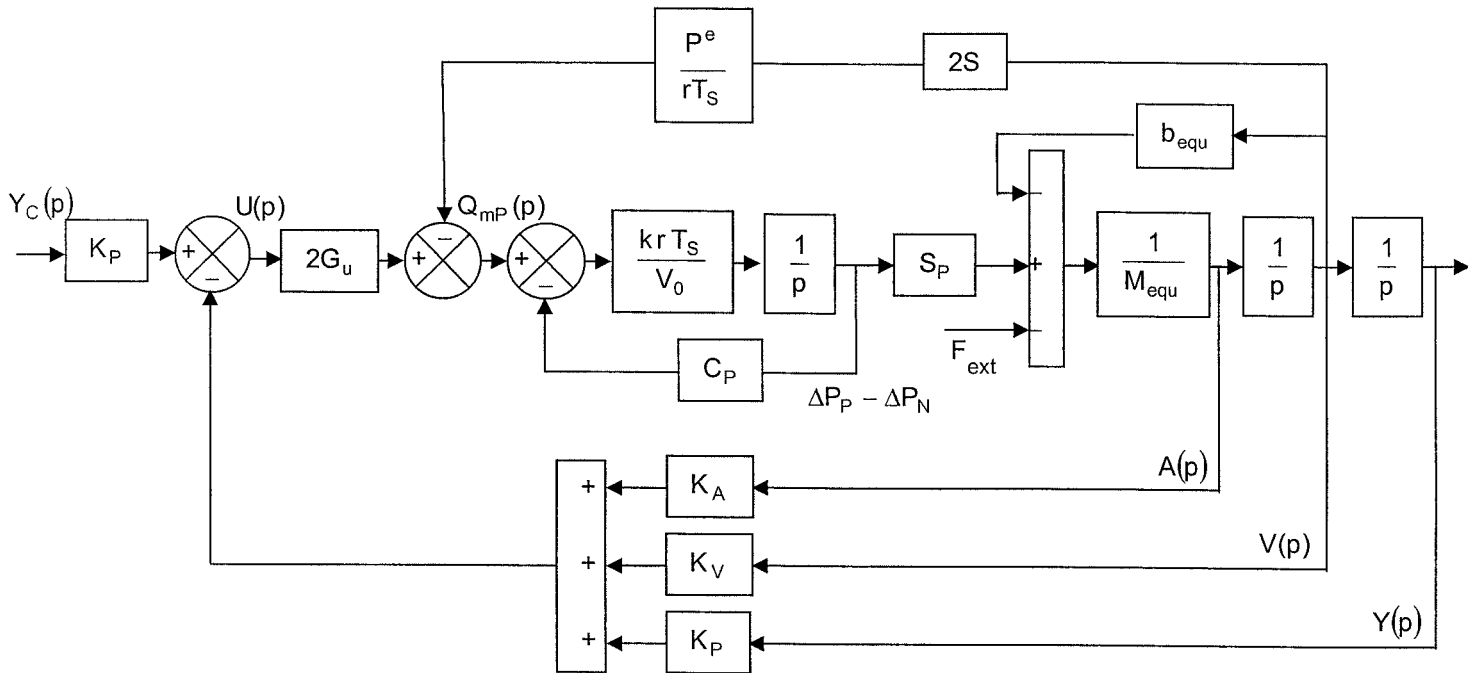


Figure 27. Schéma bloc associé à la commande avec trois boucles de retour

Ces deux boucles supplémentaires permettent d'inverser la tension de commande suffisamment tôt assurant une arrivée dans la position désirée sans dépassement.

À l'aide de cette architecture de commande présentée ci-dessus où les gains  $K_A$ ,  $K_V$  et  $K_P$  valent respectivement  $2 \text{ V}/(\text{m}/\text{s}^2)$ ,  $50 \text{ V}/(\text{m}/\text{s})$  et  $200 \text{ V}/\text{m}$ , le comportement en position du chariot 1 est décrit par la figure 28 pour un échelon de position de  $0,01 \text{ m}$ .

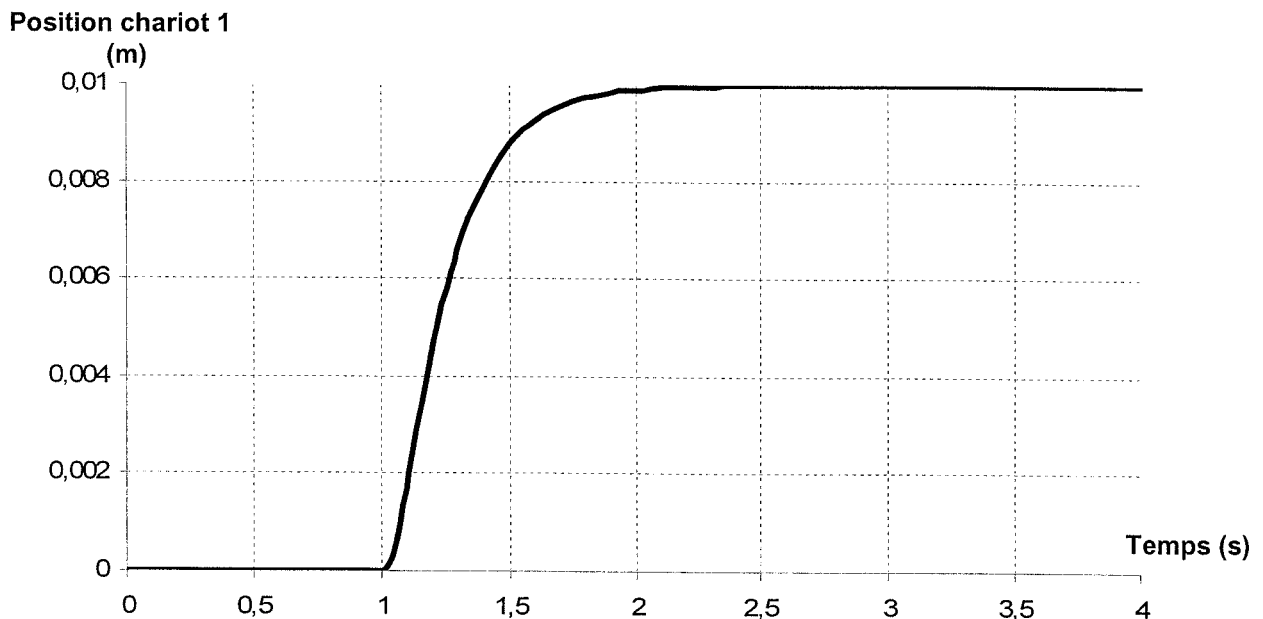


Figure 28. Évolution de la position du chariot 1 pour un échelon de position de  $0,01 \text{ m}$

**Question 42 : Cette commande permet elle de respecter les critères de performances définis par le cahier des charges ?**

## **QUATRIÈME PARTIE**

### Synthèse de l'étude menée sur le robot Astronaut A3

**Question 43 : Proposer une synthèse décrivant et justifiant la démarche mise en œuvre dans le questionnement de ce sujet pour répondre à la problématique globale de la pertinence économique de l'installation d'un robot de traite automatique.**

Une réponse utilisant un outil de la communication technique (par exemple organigramme) est attendue.



## Annexe 1 : Paramétrage et schématisation du robot de traite Astronaut A3

Le « graphe des liaisons et des efforts » (ou « graphe d'analyse ») du modèle mécanique du robot de traite Astronaut A3 est présenté figure A.1.1 :

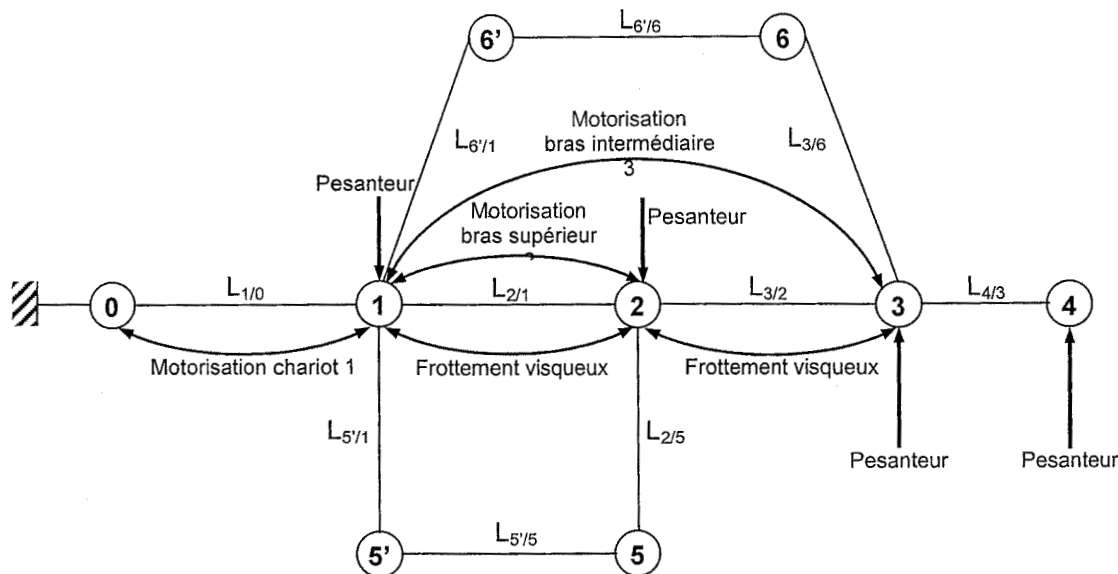


Figure A.1.1. Graphe des liaisons et des efforts de la modélisation mécanique du robot de traite Astronaut A3

$L_{1/0}$ : liaison glissière de direction $(\vec{x}_0)$	$L_{2/1}$ : liaison pivot d'axe $(A, \vec{x}_0)$	$L_{3/2}$ : liaison pivot d'axe $(B, \vec{x}_0)$
$L_{5/1}$ : liaison pivot d'axe $(F, \vec{x}_0)$	$L_{5/5}$ : liaison pivot glissant d'axe $(D, \vec{y}_5)$	$L_{5/2}$ : liaison pivot d'axe $(D, \vec{x}_0)$
$L_{6/1}$ : liaison pivot d'axe $(H, \vec{x}_0)$	$L_{6'/6}$ : liaison pivot glissant d'axe $(E, \vec{y}_6)$	$L_{6/3}$ : liaison pivot d'axe $(E, \vec{x}_0)$
$L_{4/3}$ : liaison encastrement		

Figure A.1.2. Tableau récapitulatif des liaisons

Description des actionneurs :

	Effort développé (N)	Pression (Pa)	Débit massique (kg/s)
Motorisation chariot 1 : Vérin $V_1$	$F_{V1/1}(t)$	$P_1$	$q_{m1}$
Motorisation bras supérieur 2 : Vérins $V_5$	$F_{5/2}(t) = F_{V5/2}(t) + F_{0V5/2}$	$P_5$	$q_{m5}$
Motorisation bras intermédiaire 3 : Vérin $V_6$	$F_{6/3}(t) = F_{V6/3}(t) + F_{0V6/3}$	$P_6$	$q_{m6}$

Figure A.1.3. Efforts développés par les vérins

Les efforts  $F_{0V5/2}$  et  $F_{0V6/3}$  correspondent aux efforts de maintien nécessaires pour s'opposer à l'action de la pesanteur. Les efforts  $F_{V5/2}(t)$  et  $F_{V6/3}(t)$  correspondent aux efforts à générer pour déplacer la tête de traite, avec pour  $t \leq 0$  s,  $F_{V5/2}(t) = F_{V6/3}(t) = 0$  N.

Modélisation des frottements visqueux :

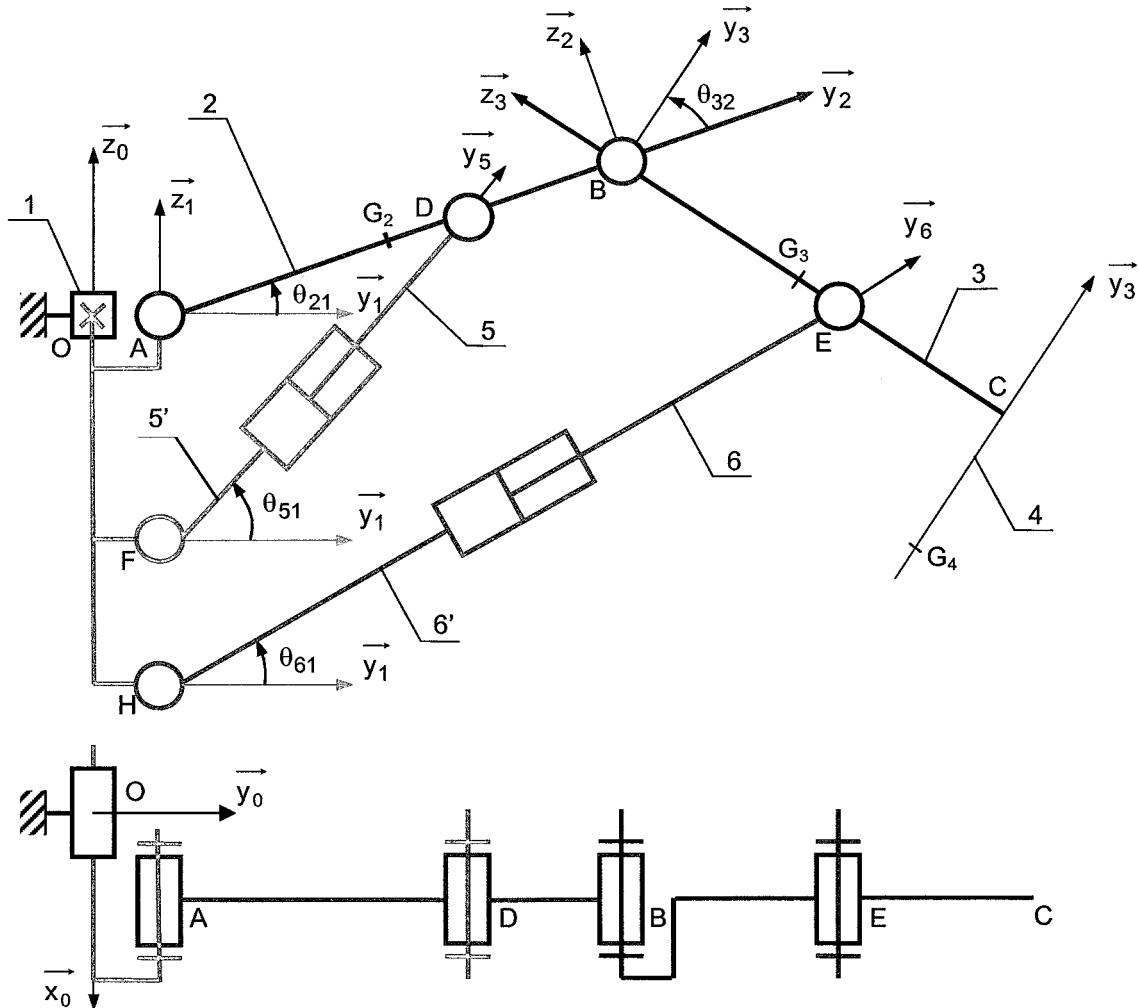
	$L_{10}$	$L_{21}$	$L_{32}$
Coefficient de frottement visqueux	$f_{10}$ (N.s.m <sup>-1</sup> )	$b_{21}$ (N.m.s.rad <sup>-1</sup> )	$b_{32}$ (N.m.s.rad <sup>-1</sup> )

Figure A.1.4. Coefficients de frottement visqueux associées aux liaisons  $L_{10}$ ,  $L_{21}$  et  $L_{32}$

**Modélisation des perturbations extérieures :**

	<b>Vache/Chariot 1</b>
Perturbation extérieure	$F_P(t) (N)$

La figure A.1.5 présente le schéma cinématique du bras du robot de traite Astronaut A3 et introduit les paramètres angulaires nécessaires à son étude.



**Figure A.1.5. Schéma cinématique associé au bras du robot Astronaut A3**

**Paramétrage géométrique :**

- $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , repère lié au bâti du robot de traite et supposé « galiléen » ;
- $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , repère lié au chariot 1 tel que  $\vec{OA} = x\vec{x}_0$  ;
- $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , repère lié au bras supérieur 2 tel que  $\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$  ;
- $R_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , repère lié au bras intermédiaire 3 tel que  $\theta_{32} = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$  ;
- $R_5 = (F, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ , repère lié aux vérins 5 tel que  $\theta_{51} = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = (\vec{z}_1, \vec{z}_5)$  ;
- $R_6 = (H, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$ , repère lié au vérin 6 tel que  $\theta_{61} = (\vec{y}_1, \vec{y}_6) = (\vec{z}_1, \vec{z}_6)$ .

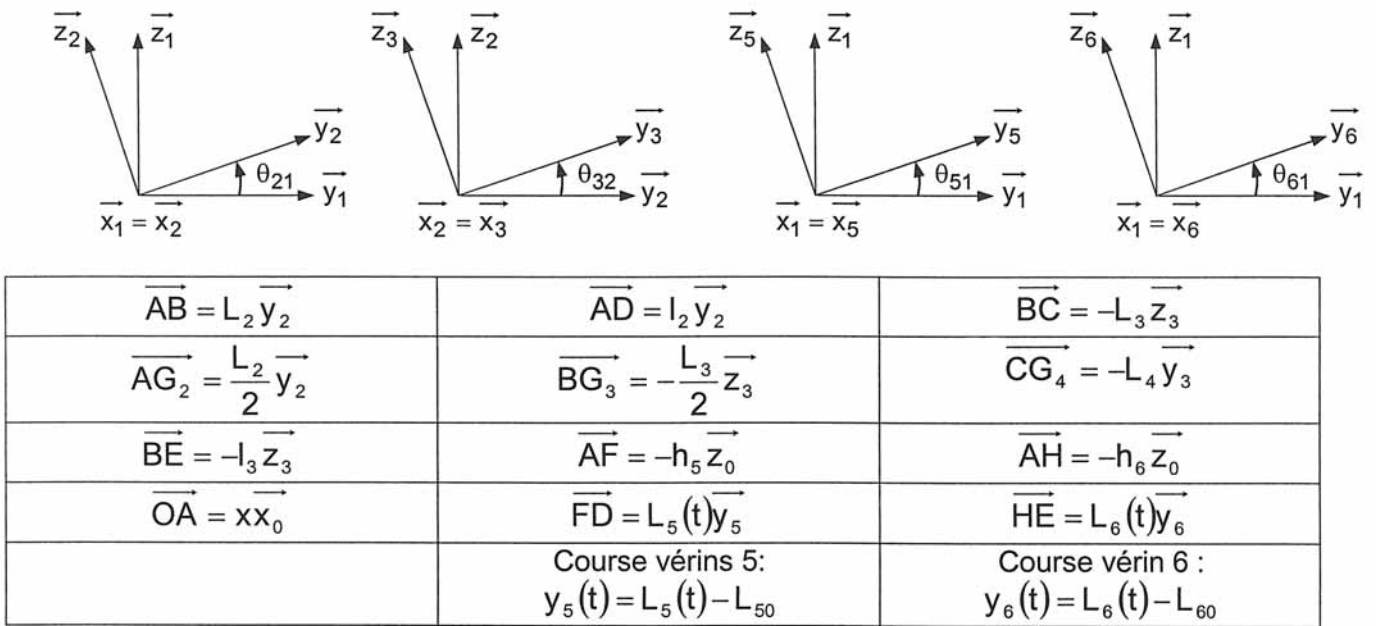


Figure A.1.6. Paramétrage géométrique dédié à l'étude du robot Astronaut A3

**Caractéristiques massiques et inertielles des solides constituant le bras du robot de traite Astronaut A3:**

Chariot 1	Masse : $m_1$	
Bras supérieur 2	Masse : $m_2$	Matrice d'inertie : $\bar{J}(2, G_2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{B_2}$
Bras intermédiaire 3	Masse : $m_3$	Matrice d'inertie : $\bar{J}(3, G_3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{B_3}$
Tête de traite 4	Masse : $m_4$	Matrice d'inertie : $\bar{J}(4, G_4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{B_3}$
Vérins 5	Masse : $m_5$ , négligeable	
Vérin 6	Masse : $m_6$ , négligeable	

Figure A.1.7. Caractéristiques massiques et inertielles des solides constituant le bras du robot Astronaut A3

## Annexe 2 : Systèmes électropneumatiques

La figure A.2.1 décrit la structure de la chaîne électropneumatique implantée sur le robot de traite Astronaut A3.

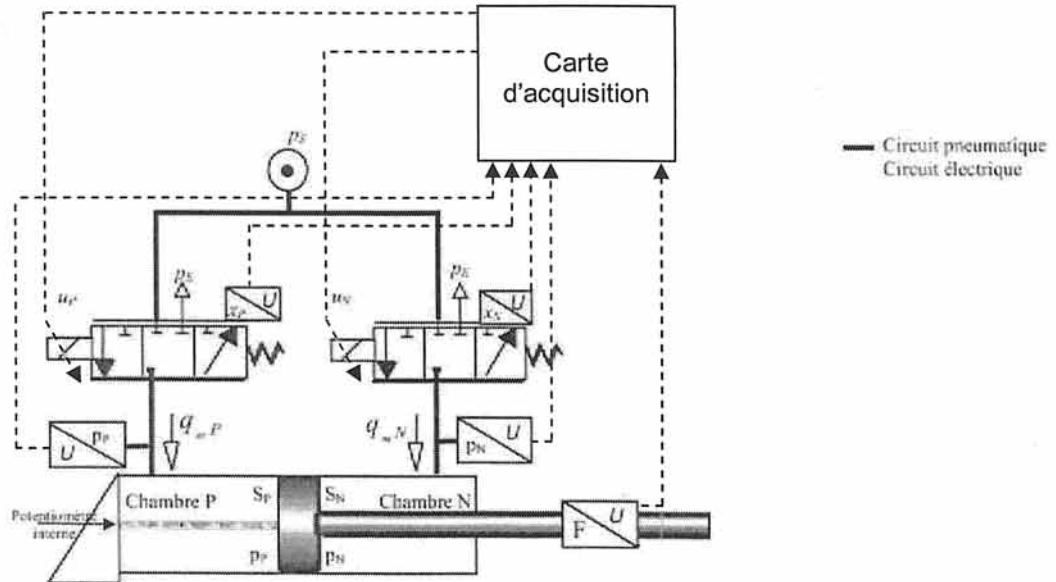


Figure A.2.1. Structure de la chaîne électropneumatique

### Chaîne d'alimentation en air comprimé :

L'air comprimé délivré aux servo-distributeurs est généré par un compresseur. Le détendeur permet de fixer la pression de service à 7 bar. Le réservoir permet d'avoir une pression constante.

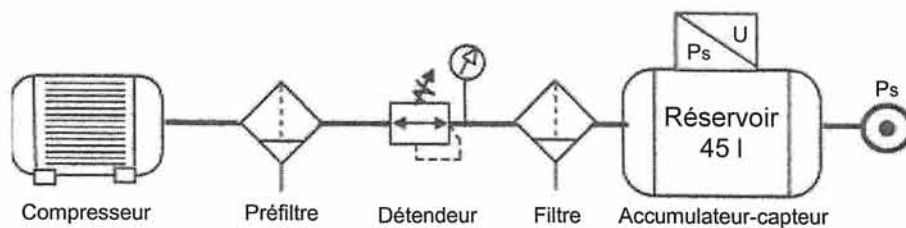
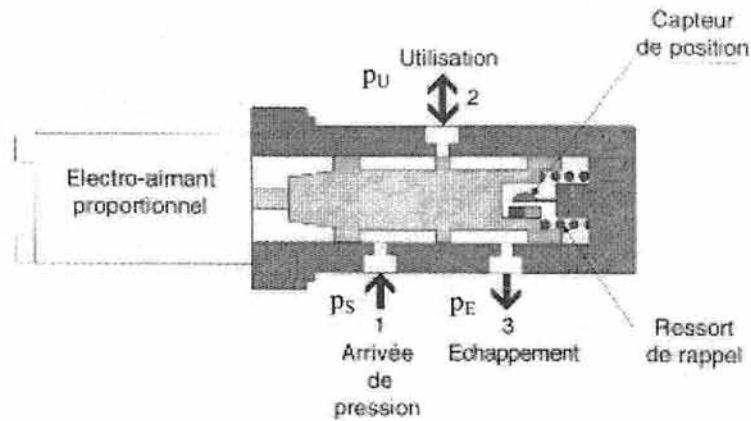


Figure A.2.2. Génération de la pression de service

### Servo-distributeurs :

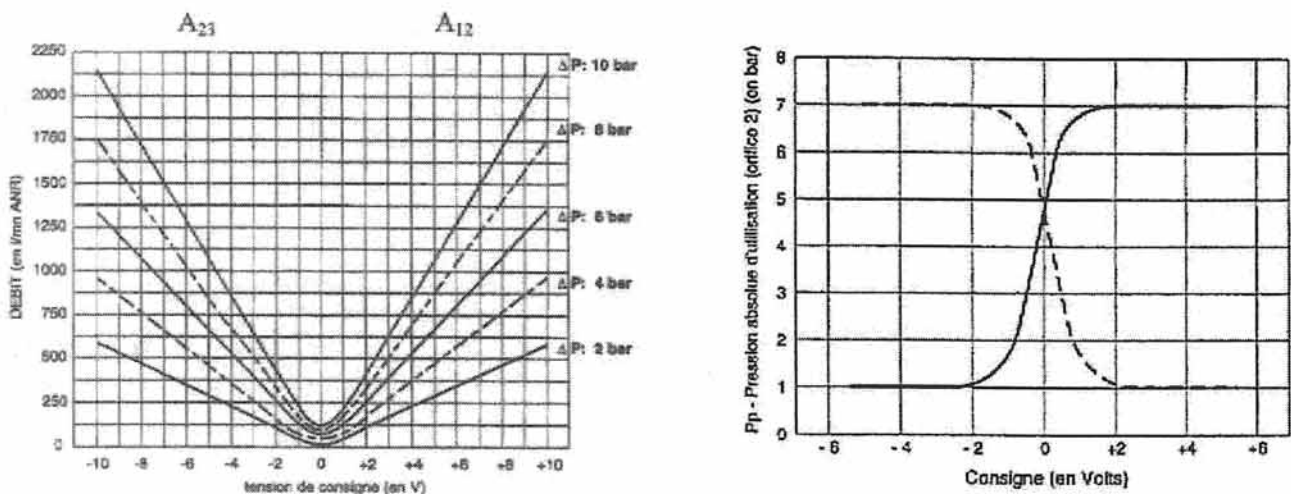
Les deux servo-distributeurs, qui alimentent les chambres du vérin, sont de type 3 orifices / 3 positions pour régulation de débit. Ils sont constitués d'un distributeur pneumatique équipé d'un tiroir chemise appairé, d'un électro-aimant proportionnel qui commande directement le déplacement du tiroir et d'un capteur de position.



**Figure A.2.3. Schéma de principe d'un servo-distributeur**

Les servo-distributeurs délivrent un débit en fonction de la commande électrique et des rapports de pression amont/aval au niveau des orifices.

Afin de décrire le comportement de ces éléments, les constructeurs fournissent les courbes de gain en débit pour des pressions source de 2, 4, 6, 8 et 10 bar et une pression d'échappement constant et égale à la pression atmosphérique et de gain en pression à débit nul.



Courbe du gain en débit

Courbe du gain en pression à débit nul

**Figure A.2.4. Courbes du gain en débit et du gain en pression**

Caractéristiques :

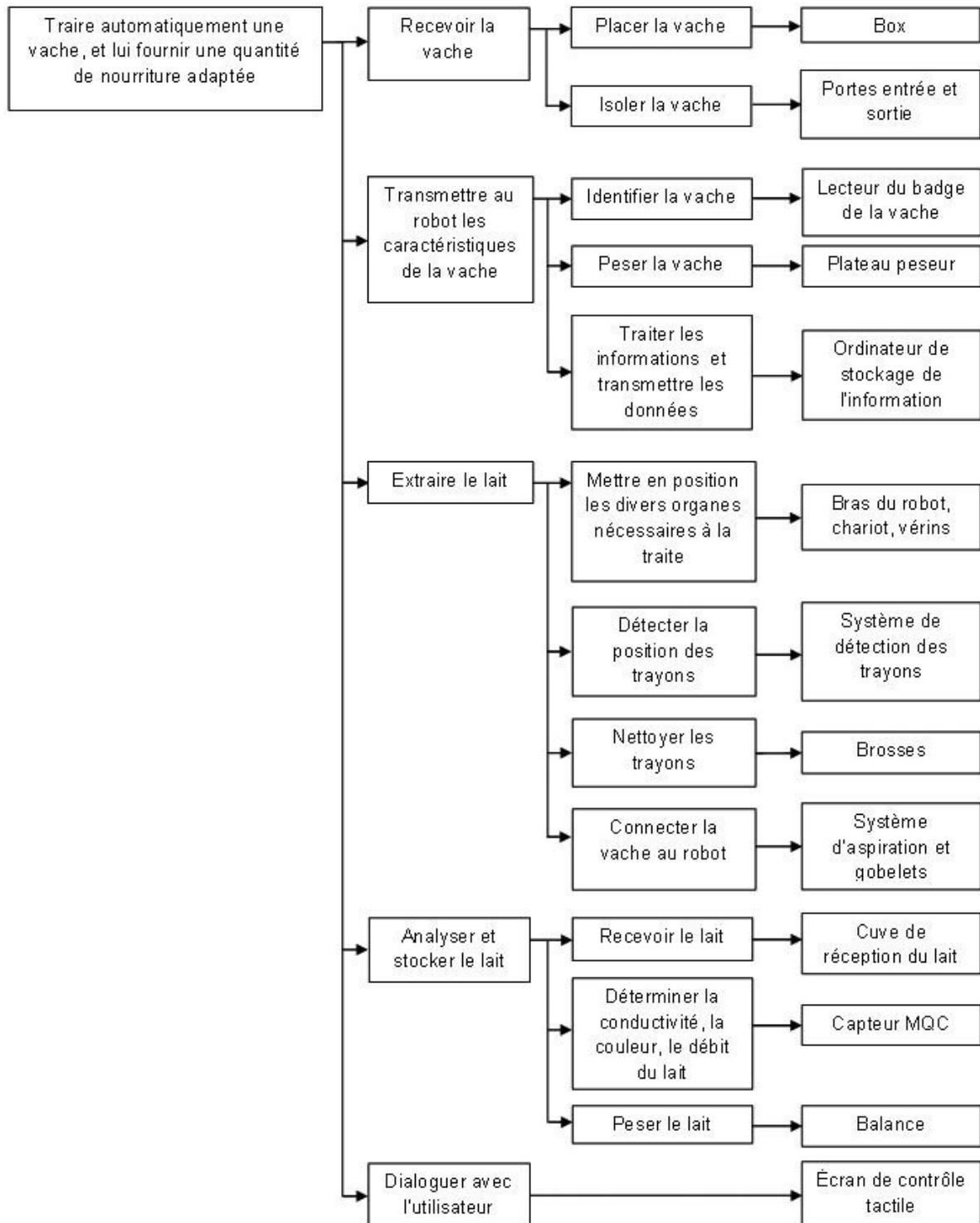
Pression maxi admissible	10 bar
Signal de consigne	$\pm 10$ V
Débit pour $p_S=7$ bar et $p_U=p_E$	0.03 kg/s
Débit de fuite maxi $p_S=7$ bar et $p_U=p_E$	0.001 kg/s
Température du fluide	5 à 40° C
Bande passante à -3 dB	170 Hz à 50% d'amplitude
Temps de réponse mécanique	5 ms à 50% d'amplitude
Tension d'alimentation	24 V
Courant maxi	1.25 A
Puissance maxi	30 W

**Figure A.2.5. Caractéristiques des servo-distributeurs**

# Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'automatique-informatique industrielle

## Première partie

Question 1 : Établir un diagramme de type FAST décrivant les fonctions des différents composants du robot Astronaut A3. Vous vous limiterez à trois niveaux de fonctions.



**Question 2 :** Déterminer le nombre de traites que peut effectuer le robot sur une plage d'utilisation de 20 heures. En déduire la taille maximale du troupeau lors de l'implantation d'un robot Astronaut A3.

5 traites prennent :  $5 \cdot 6 + 4 = 34$  min.

20 traites prennent :  $3 \cdot (34) + 5 \cdot 6 + 10 = 142$  min.

En 20 h, on peut réaliser :  $20 \cdot 60 / 142 = 8$  fois 20 traites il reste 64 min qui permettent de réaliser 10 traites soit 170 traites en 20 heures.

Le cheptel peut donc contenir  $170 / 2.5 = 68$  vaches.

**Question 3 :** À partir de la situation décrite ci-dessus, déterminer la durée de la phase de connexion des gobelets. Le cahier des charges de la société Lely est-il respecté ?

Temps d'installation, de désinfection et de sortie : 1'40".

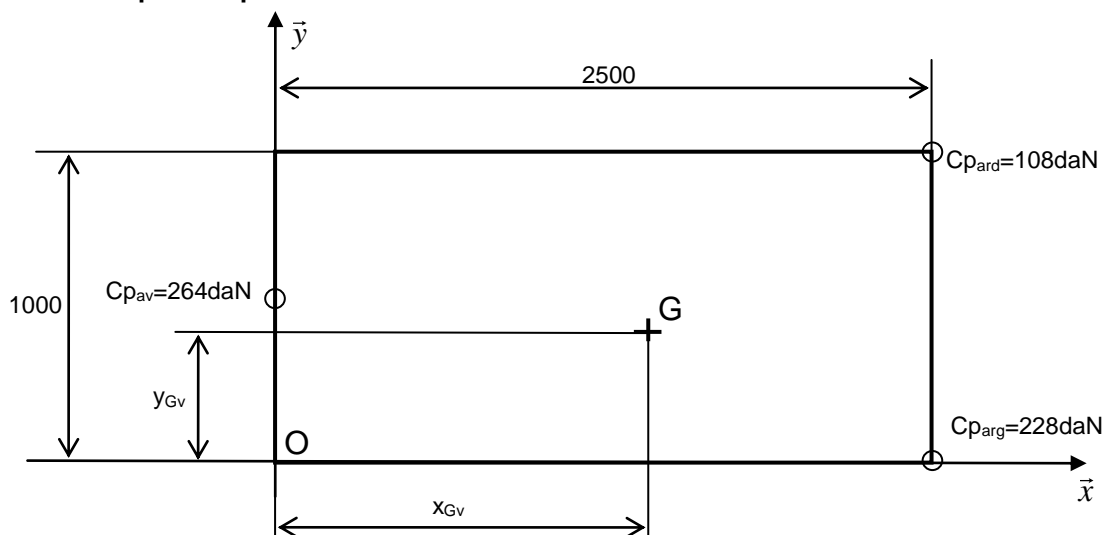
Temps de traite : 6' - 1'40" = 4'20".

Masse moyenne de chaque traite :  $25 / 2.5 = 10$  kg.

Durée au débit moyen de 3l/min soit 3kg/min :  $10 / 3 = 3,33$  min soit 3'20".

Temps de connexion des trayons : 4'20" - 3'20" = 1' maxi. Cahier des charges vérifié.

**Question 4 :** Déterminer la position du centre de gravité de la vache en projection dans le plan du plateau.



Poids de la vache (facultatif) :  $P_V = 264 + 108 + 228 = 600$  daN.

Soit  $G_V$  le centre de gravité de la vache :

$600 \cdot x_{G_V} = (108 + 228) \cdot 2500$  ;  $x_{G_V} = 336 \cdot 2500 / 600 = 1400$  mm.

$600 \cdot y_{G_V} = 264 \cdot 500 + 108 \cdot 1000$  ;  $y_{G_V} = 240 \cdot 1000 / 600 = 400$  mm.

$$\overrightarrow{OG_V} = \begin{pmatrix} 1400 \\ 400 \\ - \end{pmatrix}$$

**Question 5 :** Déterminer les coordonnées de la position que doit prendre le point  $G_4$  par rapport à sa position repos pour placer la tête de traite dans la position de détection des trayons.

$z_{G_4} = 300$  mm; hauteur par rapport au sol du trayon le plus bas  $h_m = 400$  mm. Pour être à 50 mm du trayon la tête de traite doit donc se déplacer sur z de :  $400 - 300 - 50 = 50$  mm.

$$\text{Par ailleurs, } \overrightarrow{G_4 O} + \overrightarrow{OG_V} = \begin{vmatrix} 900 \\ 900 \\ - \end{vmatrix}$$

Soit  $G_{4d}$  la position de détection des trayons du point  $G_4$  :

$$\overrightarrow{G_4 G_V} + \overrightarrow{G_V G_{4d}} = \begin{vmatrix} 900 \\ 900 \\ 50 \end{vmatrix}$$

**Question 6 :** En supposant que les moyennes des positions des dix dernières mesures confirment les positions actuelles, déterminer les coordonnées des 4 positions que doit prendre le point  $G_4$  par rapport à sa position d'origine pour placer chaque gobelet sous le trayon correspondant. Les calculs seront détaillés, les résultats seront présentés sous forme de tableau.

Comme le passage de la position basse de détection à la position approche des trayons se fait horizontalement la cote de  $z = 50$  mm reste la même.

Soient  $G_{4avd}$ ,  $G_{4avg}$ ,  $G_{4ard}$ ,  $G_{4arg}$  les points d'approche à atteindre pour chaque trayon.

Le tableau de la figure 8 du sujet donne les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{G_V t_{aij}}$ .

$$\overrightarrow{G_4 G_{4aij}} = \overrightarrow{G_4 G_V} + \overrightarrow{G_V t_{aij}} + \overrightarrow{g_{aij} G_4},$$

avec les coordonnées des gobelets par rapport à  $G_4$  données par le tableau suivant :

	$\overrightarrow{G_4 g_{4avd}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4avg}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4ard}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4arg}}$
x	150	150	280	280
y	110	-110	60	-60

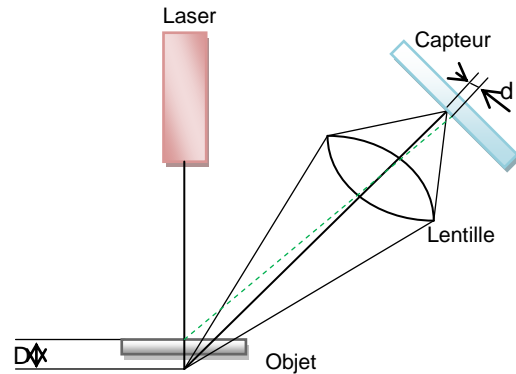
Donc

	$\overrightarrow{G_4 G_{4avd}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4avg}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4ard}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4arg}}$
x	950	950	970	970
y	870	930	920	880
z	50	50	50	50

**Question 7 :** Expliquer le principe de fonctionnement de ce type de capteur.



Un rayon laser est projeté sur l'objet. L'élément projeté est visualisé par une caméra et saisi sur un capteur. La position relative de l'émetteur laser et de la caméra est connue. Il est donc possible par triangulation à partir de la valeur  $d$  mesuré de calculer  $D$ . Pour capturer la géométrie complète d'une pièce, le laser balaie un plan (plan laser) qui lui-même balaie la pièce.



**Question 8 : Quelle doit être la résolution des capteurs d'effort sur le tapis peseur ? Proposer différents types de capteurs pouvant convenir à cette mesure de charge sur le tapis peseur.**

$$dF = P \cdot dx/L = m \cdot g \cdot dx/L = (750 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 10^{-2} / 2,5) = 14,7 \text{ daN (pour le capteur avant),}$$

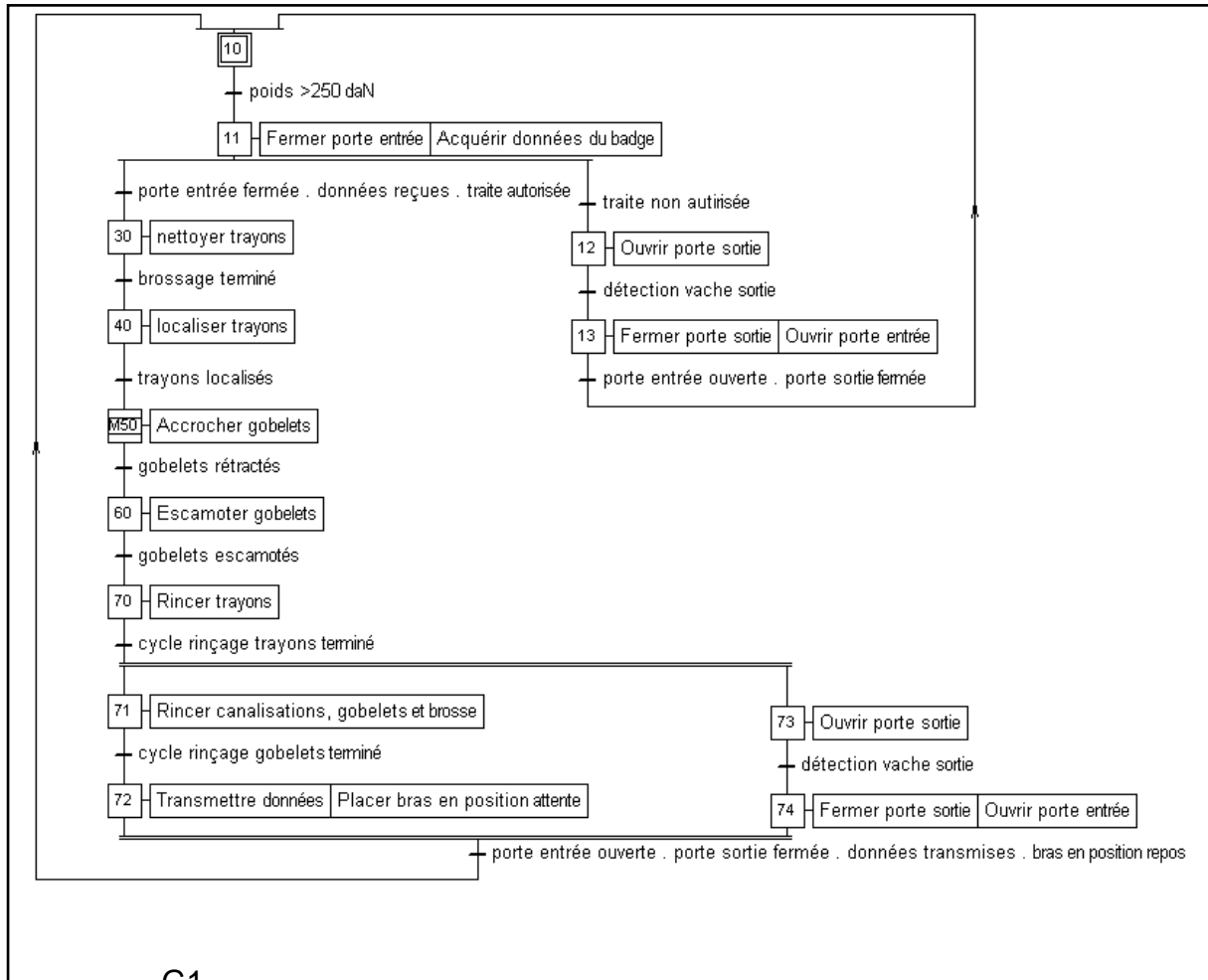
$$dF = 7,35 \text{ daN pour chaque capteur arrière.}$$

Différents types de capteurs envisageables :

- associés à un corps d'épreuve, des jauges de contrainte ou des capteurs de déplacement LVDT (Linear Variable Differential Transformer) ;
- capteurs piézo-électrique.

## Deuxième partie

**Question 9 : Construire, à partir du tableau définissant les entrées-sorties ci-dessus, un grafcet du point de vue « système » décrivant le cycle de traite. L'accrochage des gobelets sera associé à une macro-étape. Vous chercherez à minimiser le temps d'un cycle.**



**Question 10 : Proposer un système de contrôle de la sortie de la vache qui permettra de refermer la porte de sortie sans bloquer la vache, sans la coincer et sans que ce soit une autre vache qui déclenche ce capteur.**

Un portillon anti retour placé à une distance suffisante de la porte de sortie et qui pour un seuil d'ouverture donné indiquera que la porte de sortie peut se refermer car la vache est suffisamment sortie.



**Question 11 : Expliquer avec précision les évènements qui se sont déroulés depuis le début de la macro-étape 50. Vous indiquerez clairement l'état actuel du système.**

L'état de l'expansion de la macro-étape M50 est {54, 63, 72}.

Pour que l'étape 54 soit active il a fallu que le trayon 1 ait été branché correctement (pression d'aspiration au niveau dp2) et qu'il fournisse du lait [deb 1<>0]. Ce trayon est maintenant en attente de fin de traite.

L'activation de l'étape 63 indique que le trayon 2 a été connecté mais il ne fournit pas encore de lait, si le lait n'apparaît pas au bout de 10 secondes une nouvelle tentative de branchement aura lieu.

Simultanément le bras a connecté le trayon 3 qui ne fournit pas encore de lait non plus.

Avant de passer au trayon 4, le robot attend que le trayon 2 fournisse du lait. Tant que ce ne sera pas le cas il ne passera pas au suivant.

**Question 12 : Indiquez alors les différentes évolutions possibles de l'expansion de la macro-étape M50 jusqu'à atteindre la situation {54, 64, 74, 82}. Vous préciserez clairement les occurrences qui la font évoluer et les différentes situations atteintes. Cette situation {54, 64, 74, 82} est-elle stable ?**

10 secondes s'étant écoulées, le trayon 2 ne fournit pas de lait, il y a retrait du gobelet et une nouvelle tentative de connexion.

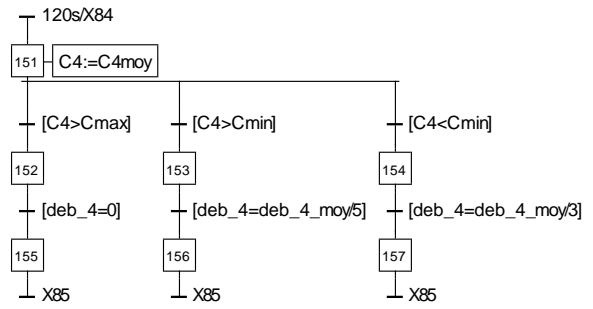
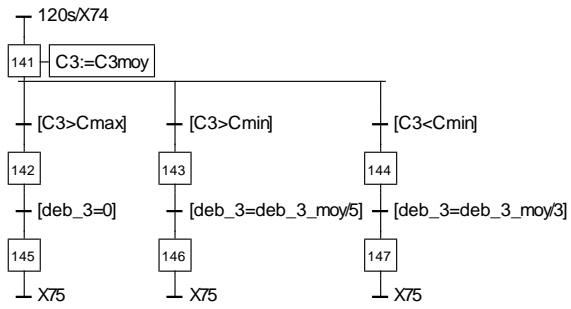
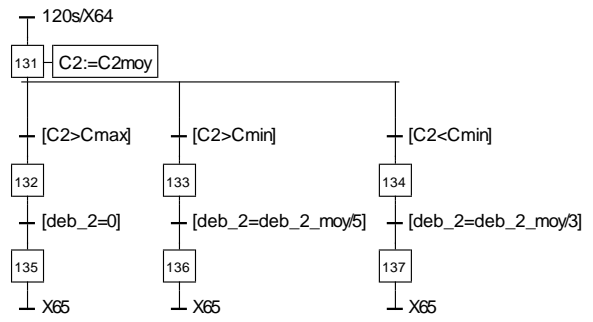
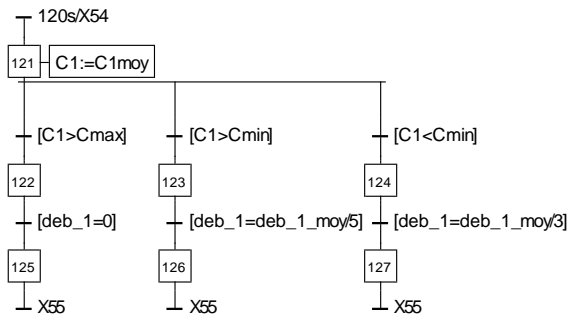
Lorsqu'elle est réalisée, on se retrouve dans l'état précédent.

Pour que l'évolution se fasse alors différemment il faut que le trayon 2 fournisse du lait. L'état est alors {54, 64, 72}. Cet état est instable et on passe immédiatement à l'état {54, 64, 80,73} : le bras cherche à connecter le trayon 4 (étape 80) et attend un débit de lait du trayon 3 (étape 73).

Si 10 secondes se sont écoulées depuis l'activation de l'étape 72, cet état est à nouveau instable il n'y a pas de débit de lait du trayon 3 et il y a retrait du gobelet {54, 64, 77, 80}. Le bras attend alors que le trayon 4 soit connecté {54, 64, 77, 82} pour tenter une nouvelle connexion sur le trayon 3 {54, 64, 70, 82}.

Lorsque ce trayon est branché et qu'il fournit du lait on se retrouve dans la situation attendue {54, 64, 74, 82}. Cet état est instable La réceptivité qui suit 82 est vraie. On évolue vers la situation {54, 64, 74, 83}. Lorsque le trayon 4 donnera du lait on sera dans la situation d'attente de fin de traite {54, 64, 74, 84}.

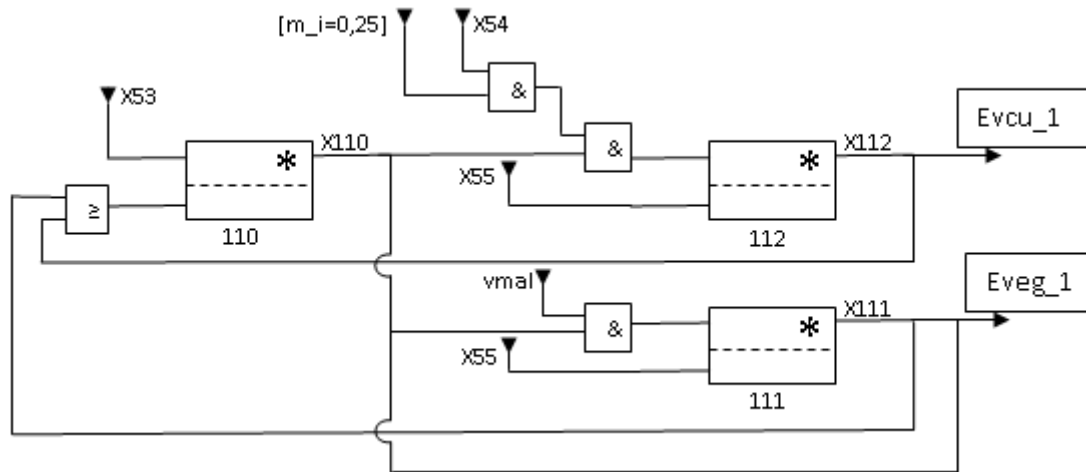
**Question 13 : Élaborer le grafctet de gestion de la fin de traite du trayon 1. Vous n'utiliserez que les variables et informations du tableau de la figure 14. Ce grafctet sera formé à partir de transitions source et puits. Les grafctet de fin de traite des autres trayons seront à l'image de celui du trayon 1. Vous préciserez la numérotation adoptée pour les étapes dans chaque grafctet.**



**Question 14 : Compléter alors les 4 zones encadrées dans l'expansion de la macro-étape M50 de la figure 13. Vous préciserez les choix de structure effectués.**







### Troisième partie

**Question 18 :** Établir les relations géométriques liant le centre de gravité  $G_4$  de la tête de traite 4 défini par les coordonnées  $(x_{G_4}, y_{G_4}, z_{G_4})$ , les paramètres géométriques  $x$ ,  $\theta_{21}$  et  $\theta_{32}$  et les longueurs  $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$ .

$$\overrightarrow{OG_4} = \begin{pmatrix} x_{G_4} \\ y_{G_4} \\ z_{G_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ L_2 \cos \theta_{21} + L_3 \sin \theta_{32} + \theta_{21} - L_4 \cos \theta_{32} + \theta_{21} \\ L_2 \sin \theta_{21} - L_3 \cos \theta_{32} + \theta_{21} - L_4 \sin \theta_{32} + \theta_{21} \end{pmatrix}$$

**Question 19 :** Établir la relation géométrique permettant de définir la longueur  $L_5(t)$  en fonction des paramètres géométriques  $\theta_{21}$ ,  $\theta_{510}$  et les longueurs  $l_2$  et  $L_{50}$  où  $\theta_{510}$  et  $L_{50}$  correspondent respectivement à l'angle  $\theta_{51}$  et à la longueur  $L_5(t)$  lorsque le robot de traite automatique Astronaut A3 est en position de traite.

Fermeture géométrique :

$$\begin{aligned} \text{chaîne AFD} : \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = l_2 \overrightarrow{y_2} - L_5 \overrightarrow{y_5}, \\ \text{chaîne AFD}_0 : \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AD}_0 + \overrightarrow{D}_0\overrightarrow{F} = l_2 \overrightarrow{y_0} - L_{50} \overrightarrow{y_{50}}, \end{aligned}$$

où  $D_0$  correspond à la position du point D en position de traite.

L'écriture de l'égalité des deux expressions donne :  $l_2 \overrightarrow{y_0} - L_{50} \overrightarrow{y_{50}} = l_2 \overrightarrow{y_2} - L_5 \overrightarrow{y_5}$

Projections dans la base  $B_0$  :

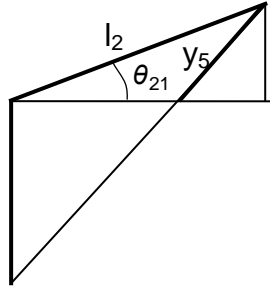
$$\begin{cases} l_2 - L_{50} \cos \theta_{510} = l_2 \cos \theta_{21} - L_5 \cos \theta_{51} \\ -L_{50} \sin \theta_{510} = l_2 \sin \theta_{21} - L_5 \sin \theta_{51} \end{cases}$$

$$L_5 = \sqrt{2 \cdot l_2^2 (1 - \cos \theta_{21}) + L_{50}^2 + 2 l_2 L_{50} \cos \theta_{21} - \theta_{510} - \cos \theta_{510}}$$

**Question 20 :** À partir des hypothèses définissant les conditions de traite, en déduire une relation entre la course des vérins 5, définie par  $y_5(t) = L_5 - L_{50}$ , la longueur  $l_2$  et l'angle  $\theta_{21}$ . Expliciter clairement la (ou les hypothèses) permettant d'écrire cette relation.

Hypothèse : les angles restent petits donc on considère que :

$$y_5 = l_2 \cdot \sin \theta_{21} \text{ soit } \frac{\theta_{21}}{y_5} = \frac{1}{l_2}.$$



**Question 21 :** En déduire la relation entre la course du vérin 6, définie par  $y_6(t)=L_6-L_{60}$ , la longueur  $l_3$  et l'angle  $\theta_{32}$ .

$$\frac{\theta_{32}}{y_6} = \frac{1}{l_3}$$

**Question 22 :** Proposer une démarche de résolution permettant d'écrire les expressions des actions mécaniques  $F_{V1/1}$ ,  $F_{V5/2}$ ,  $F_{V6/3}$  associées aux différents vérins 1, 5 et 6.

**Démarche n°1 :**

Hypothèses :

- les commandes des axes sont découplées ;
- l'inertie des tiges de vérin est négligée.

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot {1+2+3+4+5+6} :

$$\frac{d}{dt} Ec_{robot/0} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

**Démarche n°2 :**

vérin 1 :

Le système (1, 2, 3, 4, 5, 6) est animé d'un mouvement d'ensemble de translation rectiligne suivant  $\vec{x}_0$ , on peut donc facilement appliquer le théorème de la résultante dynamique en O suivant  $\vec{x}_0$  afin de déterminer l'équation dynamique en x.

vérins 5 et 6 :

On appliquera ici le théorème du moment dynamique :

- sur le système (2, 3, 4) en A suivant  $\vec{x}_0$  pour le vérin 5 (on ne tient pas compte du vérin 6) ;
- sur le système (3,4) en B suivant  $\vec{x}_0$  pour le vérin 6 (on ne tient pas compte des vérins 5).

**Question 23 :** Écrire l'équation différentielle liant l'effort  $F_{V1/1}(t)$  développé le vérin  $V_1$ , la position de la tige du vérin 1,  $x(t)$  et ses dérivées successives, une perturbation extérieure  $F_P(t)$  et les termes  $M_{1EQU}$ , à définir en fonction de  $m_1, m_2, m_3$  et  $m_4$ , et le coefficient de frottement visqueux  $f_{10}$ .

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot {1+2+3+4+5+6} :

$$\frac{d}{dt} Ec_{robot/0} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

On considère seulement le déplacement du robot selon l'axe de translation  $\vec{x}_0$ .

Énergies cinétiques :

$$Ec_{robot/0} = Ec_{1/0} + Ec_{2/0} + Ec_{3/0} + Ec_{4/0} + Ec_{5/0} + Ec_{6/0} ,,$$

avec  $Ec_{1/0} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2$ ,  $Ec_{2/0} = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2$ ,  $Ec_{3/0} = \frac{1}{2} m_3 \dot{x}^2$ ,  $Ec_{4/0} = \frac{1}{2} m_4 \dot{x}^2$ ,



$Ec_{5/0} = 0$  (masse  $m_5$  négligeable) et  $Ec_{6/0} = 0$  (masse  $m_6$  négligeable).

Énergie cinétique du robot :

$$Ec_{Robot/0} = \frac{1}{2} [m_1 + m_2 + m_3 + m_4] \dot{x}^2$$

On posera :

$$M_{1Equ} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4.$$

Expression des puissances :

- liaisons parfaites:  $P_{int} = 0$  ;
- frottement :  $P_{frottement} = -f_{10} \dot{x}^2$  ;
- vérin 1 :  $P_{vérin/1} = F_{v/1} \vec{x}_0 \cdot \vec{V}_{G_1/10} = F_{v/1} \dot{x}$  ;
- perturbation :  $P_{perturbation} = -F_p \vec{x}_0 \cdot \dot{\vec{x}}_0 = -F_p \dot{x}$  ;
- pesanteur sur i pour i variant de 1 à 4 en  $G_i$  :  $P_{pesanteur/i} = -m_i g z_0 \cdot \vec{V}_{G_i/0} = 0$

Équation différentielle associée au vérin 1 :

$$M_{1Equ} \ddot{x} = -f_{10} \dot{x}^2 + F_{v/1} \dot{x} - F_p \dot{x}$$

$$M_{1Equ} \ddot{x} + f_{10} \dot{x} = F_{v/1} - F_p$$

**Question 24 :** Écrire l'équation différentielle liant l'effort  $F_{5/2}(t)$  développé les vérins  $V_5$ , la course des vérins 5,  $y_5(t)$  et ses dérivées successives et la masse équivalente  $M_{5Equ}$  et le coefficient de frottement visqueux équivalent  $b_{5Equ}$  en fonction des différents paramètres  $A_2, A_3, A_4, m_2, m_3, m_4, L_2, L_3, L_4, l_2$  et  $b_{21}$ .

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot {1+2+3+4+5+6}.

$$\frac{d}{dt} Ec_{robot/0} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

Expression des énergies cinétiques :

$$Ec_{robot/0} = Ec_{1/0} + Ec_{2/0} + Ec_{3/0} + Ec_{4/0} + Ec_{5/0} + Ec_{6/0}$$

$$Ec_{1/0} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 = 0,$$

$$Ec_{2/0} = \frac{1}{2} \left[ A_2 + m_2 \frac{L_2^2}{4} \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$$Ec_{3/0} = \frac{1}{2} \left[ A_3 + m_3 \left[ L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$$Ec_{4/0} = \frac{1}{2} \left[ A_4 + m_4 \left[ \left( \frac{L_3}{2} \right)^2 + L_2 - L_4^2 \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$Ec_{5/0} = 0$ , hypothèse :  $m_5$  négligeable,  $Ec_{6/0} = 0$ , hypothèse :  $m_6$  négligeable.

Énergie cinétique du robot :

$$E_{C_{Robot/0}} = \frac{1}{2} \left[ A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[ L_2^2 + \left( \frac{L_3}{2} \right)^2 \right] + m_4 \left[ L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2$$

On posera :  $J_e = A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[ L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] + m_4 \left[ L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right]$

Expression des puissances :

- liaisons parfaites :  $P_{int} = 0$  ;
- frottement :  $P_{frottement} = -b_{21} \dot{\theta}_{21}^2$
- vérin 5 :  $P_{vérin/2} = F_{v/2} \cdot \vec{y}_5 \cdot \vec{V}_{D50} = F_{v/2} \dot{y}_5$  ;
- pesanteur sur 4 en G4 :

$$P_{pesanteur/4} = -m_4 \cdot g \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_4,40}$$

$$P_{pesanteur/4} = -m_4 \cdot g \cdot L_2 \cdot L_4 \cdot \dot{\theta}_{21}$$

- pesanteur sur 3 en G3 :

$$P_{pesanteur/3} = -m_3 \cdot g \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_3,30}$$

$$P_{pesanteur/3} = -m_3 \cdot g \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_{21}$$

- pesanteur sur 2 en G2 :

$$P_{pesanteur/2} = -m_2 \cdot g \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_2,20}$$

$$P_{pesanteur/2} = -m_2 \cdot g \cdot \frac{L_2}{2} \cdot \dot{\theta}_{21}$$

Équation différentielle associée aux vérins 5 :

$$J_e \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \ddot{\theta}_{21} = -b_{21} \dot{\theta}_{21}^2 + F_{v/2} \dot{y}_5 - \left( m_2 \cdot \frac{L_2}{2} + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot (L_2 - L_4) \right) \cdot g \cdot \dot{\theta}_{21}$$

devient

$$\frac{J_e}{l_2^2} \cdot \dot{y}_5 + \frac{b_{21}}{l_2^2} \cdot \dot{y}_5 = F_{v/2} - \left( \left( \frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) \cdot L_2 - m_4 \cdot L_4 \right) \cdot \frac{g}{l_2}$$

avec

$$J_e = A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[ L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] + m_4 \left[ L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right]$$

**Question 25 :** Justifier, en précisant la démarche retenue, la nouvelle écriture du système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite.

À partir des données de l'annexe 1 , on a :

$$F_{v_1/1}(t), F_{5/2}(t) = F_{V_{5/2}}(t) + F_{0V_{5/2}} \text{ et } F_{6/3}(t) = F_{V_{6/3}}(t) + F_{0V_{6/3}}$$

À l'équilibre :

$$F_{v_1/1}(t) = 0, F_{5/2}(t) = F_{0V_{5/2}} \text{ et } F_{6/3}(t) = F_{0V_{6/3}}.$$

Le système s'écrit alors :

$$\begin{cases} 0 = 0 \\ 0 = 0 + F_{0V_{5/2}} - \left( \left( \frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) L_2 - m_4 L_4 \right) \frac{g}{l_2} \\ 0 = 0 + F_{0V_{6/3}} + \frac{m_4 g L_4}{l_3} \end{cases}$$

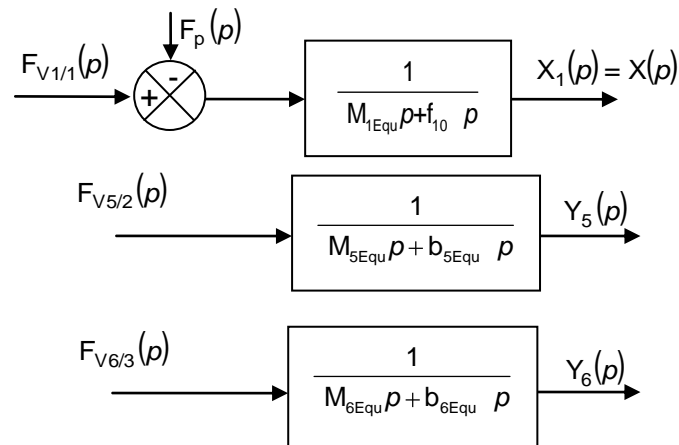
L'introduction de ces deux relations permet d'écrire le système donné dans le texte du sujet :

$$M_{1\text{Equ}} \ddot{x}(t) + f_{10} \dot{x}(t) = F_{V_{1/1}}(t) - F_p(t)$$

$$M_{5\text{Equ}} \ddot{y}_5(t) + b_{5\text{Equ}} \dot{y}_5(t) = F_{V_{5/2}}(t) .$$

$$M_{6\text{Equ}} \ddot{y}_6(t) + b_{6\text{Equ}} \dot{y}_6(t) = F_{V_{6/3}}(t)$$

**Question 26 :** Après avoir explicité les transformées de Laplace des équations différentielles données précédemment, construire les schémas bloc associés.



**Question 27 :** Simplifier le schéma bloc donné figure 19 et écrire la fonction de transfert  $V(p)/U(p)$  pour  $F_p(p)=0$ .

Mettre sous la forme  $\frac{K_u}{Ap^2 + Bp + C}$  où les termes A, B, C et  $K_u$  seront explicités.

En déduire la fonction de transfert  $Y(p)/U(p)$  .

$$V(p) = \frac{S}{Mp + b} (\Delta P_P(p) - \Delta P_N(p))$$

$$\Delta P_P(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p} Q_{mP}(p) \text{ avec } Q_{mP}(p) = G_u U(p) - \frac{SP_P}{r T_S} V(p)$$

$$\Delta P_P(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p} \left( G_u U p - \frac{SP_P}{r T_S} V p \right)$$

$$\Delta P_N(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p} Q_{mN}(p) \text{ avec } Q_{mN} p = -G_u U p + \frac{SP^e}{r T_S} V p$$

$$\Delta P_N(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p} \left( -G_u U p + \frac{SP^e}{r T_S} V p \right)$$

$$V(p) = \frac{\frac{S}{C_P}}{Mp + b} \left( 2G_u U(p) - 2 \frac{S P^e}{r T_S} V(p) \right)$$

$$\frac{V(p)}{U(p)} = \frac{2 \frac{S G_u}{C_P}}{\frac{M_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left( M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}}$$

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{p} \frac{2 \frac{S G_u}{C_P}}{\frac{M_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left( M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}}$$

avec  $K_u = 2 \frac{S G_u}{C_P}$ ,  $A = \frac{M_{\text{equ}} V(y^e)}{kr T_S C_P}$ ,  $B = M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V(y^e)}{kr T_S C_P}$ ,  $C = b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}$

**Question 28 :** Écrire la fonction de transfert  $P(p)=V(p)/F_P(p)$  pour  $U(p)=0$ .  
 Mettre sous la forme  $\frac{K_P(p)}{Ap^2 + Bp + C}$  où le terme  $K_P(p)$  sera explicité.  
 En déduire la fonction de transfert  $Y(p)/F_P(p)$ .

$$P(p) = \frac{Y(p)}{F_P(p)} = \frac{1}{p} \frac{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p}{\frac{M V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left( M + \frac{b V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + \left( b + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P} \right)}$$

avec  $K_P(p) = 1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p$

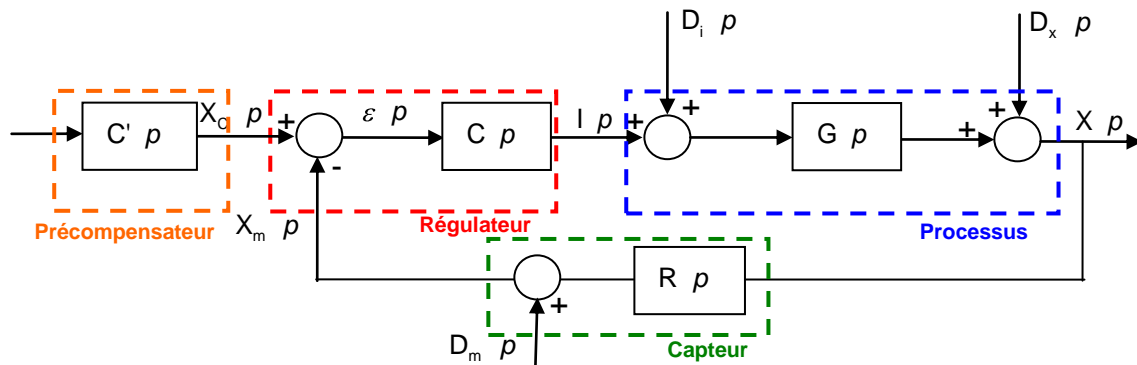
**Question 29 :** Montrer que le modèle complet associé à la chaîne de transmission selon l'axe  $\bar{x}$  peut se mettre sous la forme du schéma fonctionnel donné figure 20 où les termes  $F_1(p)$ ,  $G_1(p)$  et  $H_1(p)$  seront explicités.

$$H_1(p) = \frac{1}{A p^2 + B p + C}, F_1(p) = K_P(p) = 1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p, G_1(p) = K_u = 2 \frac{S G_u}{C_P}.$$

**Question 30 :** À partir de l'analyse du processus de traite, justifier le fait qu'une commande en chaîne directe ne permette pas d'atteindre le niveau de performances attendu. Plusieurs justifications pouvant conduire à cette conclusion sont attendues.

Les perturbations (mouvements de la vache, coup de patte) ne sont pas compatibles avec une commande en boucle ouverte car le rejet des perturbations n'est pas possible, non respect des spécifications du cahier des charges.

**Question 31 :** Proposer, sous forme d'un schéma bloc le plus complet possible, une architecture de commande permettant d'atteindre les objectifs en terme d'asservissement et de régulation.



**Question 32 :** À partir du schéma-bloc proposé figure 21, exprimer la fonction de sensibilité vis-à-vis de la perturbation  $X(p)/F_p(p)$ .

$$\frac{X(p)}{F_p(p)} = \frac{\frac{H_1(p) F_1(p)}{p}}{1 + \frac{H_1(p) G_1(p) C_1(p)}{p}} = \frac{1 + Dp}{K_1 K_u + Cp + Bp^2 + Ap^3}$$

**Question 33 :** Proposer un modèle mathématique pour  $F_p(p)$  modélisant un coup de patte subi par la tête de traite 4.

Modèle associé à un coup de patte : perturbation fugitive donc impulsion d'amplitude  $F_0$  et de largeur faible :  $F(p) = F_0 \cdot p$ .

**Question 34 :** Un correcteur à action proportionnelle de gain  $K_1$  permet il d'annuler les effets de la perturbation vis-à-vis de la position de la tête de traite ?

Théorème valeur finale :

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot X(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1 + Dp}{K_1 K_u + Cp + Bp^2 + Ap^3} \cdot F_0 = 0$$

La perturbation fugitive est annulée, elle est rejetée par la correction proportionnelle.

**Question 35 :** L'implantation d'un correcteur à action proportionnelle de gain unitaire permet elle de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de stabilité, rapidité et précision ?

Précision : OK.

Rapidité : pulsation de coupure  $\omega_u = 4 \text{ rad/s} < 10 \text{ rad/s}$ , non respectée.

Stabilité :  $M\phi = 44^\circ < 60^\circ$ , non respectée.

Un correcteur à action proportionnelle de gain unitaire n'est pas satisfaisant.

**Question 36 :** Déterminer la valeur de  $K_1$  permettant de respecter la spécification de rapidité. En déduire la valeur de la marge de phase  $M\phi$ . Tracer l'allure de l'évolution de la position du chariot 1 pour la valeur de  $K_1$  trouvée.

Valeur de  $K_1$  : sur le diagramme de Bode, on lit la valeur du gain en dB conduisant à la translation de la courbe de gain de telle sorte qu'elle coupe l'axe 0 dB pour  $\omega_u = 10$  rad/s.

$$20 \cdot \log K_1 = 13,5 \text{ donc } K_1 = 4,7.$$

Marge de phase :  $M\phi = 5^\circ$ . La marge de phase obtenue est plus faible que celle obtenue pour  $K_1 = 1$  donc l'évolution de la position du chariot 1 sera plus oscillante que celle de la figure 22.

**Question 37 :** Au vu des résultats précédents, est-il possible de valider le choix d'un correcteur proportionnel ? Si non, quel type de correcteur faudrait-il implanter pour améliorer les performances du bras du robot de traite Astronaut A3 ? Justifier votre réponse.

Non, pour pouvoir respecter à la fois les contraintes en terme de rapidité et stabilité, il est nécessaire d'implanter un correcteur à avance de phase afin d'apporter de la phase positive autour de  $\omega_u$  (pulsation au gain unité) et ainsi augmenter le degré de stabilité tout en préservant la rapidité.

**Question 38 :** À partir des spécifications de rapidité et de stabilité imposées par le cahier des charges, déterminer les paramètres  $K_2$ ,  $\omega_b$  et  $\omega_h$ .

Pour une pulsation de coupure  $\omega_m = \omega_u = 10$  rad/s, on souhaite une marge de phase de  $M\phi = 60^\circ$ .  
Lecture sur diagramme bode :  $\phi(j\omega_u) = 175^\circ$  donc phase à apporter par le correcteur :

$$\phi_m = 60 + 175 - 180 = 55^\circ.$$

$$a = \frac{1 + \sin(\phi_m)}{1 - \sin(\phi_m)} = 10, \quad \omega_b = \omega_u \frac{1}{\sqrt{a}} = 3,16 \text{ rad/s}, \quad \omega_h = \omega_u \sqrt{a} = 31,6 \text{ rad/s}$$

$$\text{Gain } K_2 : |\beta j\omega_u| = 1 \text{ où } |\beta j\omega_u| = |H_1 j\omega_u| \cdot |G_1 j\omega_u| \cdot \left| \frac{1 + \frac{j\omega_u}{\omega_b}}{1 + \frac{j\omega_u}{\omega_h}} \right| \cdot K_2 \quad \text{d'où} \quad K_2 = 1,5.$$

**Question 39 :** Au vu des résultats précédents et des spécifications du cahier des charges, est-il possible de valider le correcteur proportionnel dérivé  $C_2(p)$  ?

Non, en dépit de l'avance de phase apportée par le correcteur  $C_2(p)$  qui permet d'atténuer les oscillations, le comportement du chariot 1 est encore sujet à un dépassement supérieur à la limite fixée par le cahier des charges.

**Question 40 :** Quel est l'impact de ce coup de patte sur la traite d'une vache sachant qu'un trayon mesure entre 5 et 10 cm ? Quel type d'action faudrait-il prévoir au niveau du grafcet décrivant la connexion des gobelets ?

D'après la figure 26, la conséquence d'un coup de patte est un déplacement de la tête de traite supérieur à 12 cm d'où l'arrachement des gobelets.

Il faut prévoir une nouvelle connexion des gobelets.

**Question 41 : Quelle(s) solution(s) technologique(s) permettrai(ent) de limiter l'influence de ce coup de patte ?**

Implantation d'un verrouillage mécanique interdisant tout déplacement du fait d'un coup de patte.

**Question 42 : Cette commande permet elle de respecter les critères de performances définis par le cahier des charges ?**

Oui car l'ensemble des spécifications définies par le cahier des charges fonctionnelles sont satisfaites.

**Question 43 : Proposer une synthèse décrivant et justifiant la démarche mise en œuvre dans le questionnement de ce sujet pour répondre à la problématique globale de la pertinence économique de l'installation d'un robot de traite automatique.**

L'implantation d'un robot de traite automatique est pertinente économiquement si :

- les temps d'installation, de positionnement, de connexion et de nettoyage sont suffisamment faibles pour ne pas pénaliser la production ;
- le robot assure une traite continue, sans interruption, indépendamment des mouvements de la vache ;
- la qualité du lait est irréprochable tout en assurant une production importante.

Ces éléments justifient les études menées et décrites ci-dessous :

## **Caractérisation des conditions nécessaires à l'implantation d'un robot de traite**

### **Description des opérations préparatoires à la traite automatique**

- ↳ détermination de la position du centre de gravité de la vache
- ↳ détermination des déplacements nécessaires au placement initial de la tête de traite
- ↳ détermination des déplacements nécessaires au placement sous les trayons

### **Description de différentes phases du fonctionnement d'un robot de traite à l'aide de différents outils**

- ↳ traite automatique
- ↳ connexion des gobelets
- ↳ circulation du lait en fonction de la qualité

### **Synthèse d'une loi de commande dédiée à la gestion de la traite en cours**

- ↳ élaboration d'un modèle de connaissance du comportement dynamique du robot de traite
- ↳ synthèse de différents correcteurs devant permettre de respecter les performances imposées par le cahier des charges



# Rapport du jury de l'épreuve d'admissibilité d'automatique-informatique industrielle

## 1. Présentation du sujet

Le support de l'épreuve est un robot de traite automatique Astronaut A3. Le principe de la traite automatique est de laisser à la vache la liberté de choisir le moment où elle souhaite être traite.

Le sujet s'intéresse à la validation de la pertinence économique de l'installation d'un robot de traite dans une exploitation agricole laitière.

Pour répondre à cette problématique, le sujet aborde les aspects dédiés à :

- l'optimisation de la qualité et de la quantité de lait produit ;
- la gestion globale des interactions vache-robot en termes de sécurité.

Le sujet se décompose en quatre parties indépendantes :

- la première s'intéresse à la validation de l'implantation du robot de traite dans une exploitation agricole et à la caractérisation des actions préliminaires nécessaires à la réalisation d'une traite ;
- la deuxième est dédiée à la modélisation du fonctionnement propre aux opérations de connexion des gobelets, de gestions des durées de traite et de circulation du lait par le robot ;
- la troisième est consacrée à la problématique dédiée à la réalisation d'une traite continue et complète indépendamment des interactions entre la vache et le robot de traite ;
- la quatrième est une synthèse de l'étude menée sur le robot de traite.

Ce thème a conduit les candidats à mobiliser des compétences telles que :

- analyser selon une approche fonctionnelle et structurelle tout ou partie d'un système automatique ;
- décrire le fonctionnement et représenter tout ou partie d'une évolution temporelle consécutive à un événement d'entrée ;
- modéliser le comportement dynamique de tout ou partie d'un système automatique ;
- synthétiser des paramètres de tout ou partie d'un système automatique en vue de répondre à un cahier des charges ;
- vérifier les performances de tout ou partie d'un système automatique.

## 2. Analyse globale des résultats

Le volume global des réponses fournies par de nombreux candidats est très faible au vu de la durée de l'épreuve. Trop de candidats ne consacrent pas le temps minimal nécessaire à la bonne lecture du sujet et proposent des réponses ne respectant pas les énoncés ainsi que les notations imposées par le questionnaire.

Le jury souhaite aussi attirer l'attention des candidats sur la nécessité de produire des copies irréprochables tant au niveau de la présentation que de la justification et de l'argumentation des réponses.

Les réponses faisant appel à des outils de description graphique doivent respecter les normes.

### **3. Commentaires et conseils aux futurs candidats**

Pratiquement la totalité des candidats a abordé les premières questions, les erreurs rencontrées proviennent, pour la plupart, d'une lecture superficielle du sujet.

La détermination d'un centre de gravité ou encore de coordonnées spatiales d'un point pose des difficultés à trop de candidats. Il en résulte une perte de temps préjudiciable à la résolution des questions suivantes.

L'étude séquentielle se décompose en une analyse de fonctionnement puis une construction de solutions basées sur différentes problématiques.

L'analyse est maîtrisée par une grande majorité des candidats, toutefois certaines réponses sont insuffisamment précises et structurées.

La question 9 appelant une proposition de solutions à partir des descriptions données par le sujet est largement abordée mais les réponses sont rarement optimisées vis-à-vis d'un objectif de temps de cycle réduit.

Les questions plus ouvertes du point de vue de la conception n'ont vu que peu de réponses. Celles-ci sont souvent partielles, peu rigoureuses et non conformes aux hypothèses du sujet.

La progression et l'articulation des questions n'ont pas été perçues par la majorité des candidats.

L'étude géométrique préliminaire à la modélisation et optimisation du comportement du robot n'a abouti qu'exceptionnellement alors que la méthode attendue est très classique.

L'écriture des équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot est rendu difficile du fait de la non maîtrise des hypothèses et des choix d'isolement associés aux théorèmes généraux de la mécanique.

Les candidats qui ont abordé la modélisation des comportements des systèmes électromagnétiques ont très souvent réussi à exprimer les différentes fonctions de transfert.

L'expression de fonctions de transfert associées aux études en asservissement ou/et en régulation à partir de schémas bloc donnés pose des problèmes à de nombreux candidats.

Des outils de caractérisation des performances d'un système automatisé, tel que le théorème de la valeur finale, ne sont pas maîtrisés.

La synthèse d'un correcteur à avance de phase n'est correctement réalisée que de façon exceptionnelle.

La qualité très moyenne des prestations n'a pas permis aux candidats de proposer des réponses convenables à la quatrième partie. Seules quelques copies abordent de façon pertinente cette synthèse de l'étude menée sur le robot de traite automatique.

### **4. Conclusions**

Ce sujet, basé sur un système pluri-technologique, innovant et implanté dans de très nombreuses exploitations agricoles laitières à travers le monde a été l'occasion d'aborder plusieurs problématiques industrielles réelles.

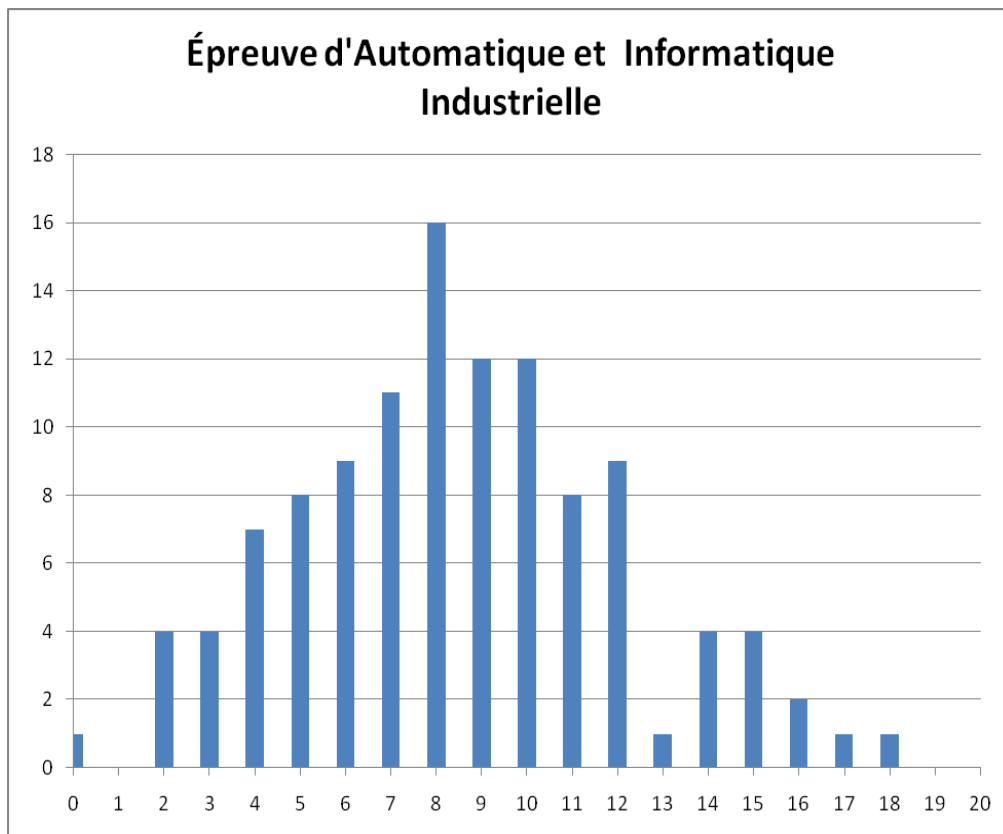
La structuration de l'étude sous forme de problématiques industrielles permet l'émergence d'un fil conducteur qui sert alors de colonne vertébrale au sujet et permet de mieux appréhender les finalités du questionnement.

Le jury attire l'attention des futurs candidats sur la nécessité de maîtriser les compétences associées aux domaines de la mécanique, l'automatique linéaire, l'automatique séquentielle et l'informatique industrielle afin de pouvoir appréhender le fil conducteur des futurs sujets proposés et pouvoir ainsi valoriser leur esprit de synthèse.

## 5. Résultats

113 candidats, dont 7 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 7,93 avec :

- 17,8 comme meilleure note ;
- 0 comme note la plus basse.



# Rapport du jury de l'épreuve d'admission de leçon de mécanique

## 1. Rappel de l'objectif de l'épreuve

La leçon de Mécanique permet au jury d'évaluer l'aptitude des candidats à concevoir et à construire une leçon dans le cadre d'une séquence pédagogique pour laquelle le niveau (pré ou post baccalauréat) et les objectifs pédagogiques à atteindre sont précisés.

## 2. Déroulement de l'épreuve

Pour la session 2011, les candidats devaient exposer leur travail durant environ 35 minutes à l'issue d'une préparation de 4 heures. Cet exposé s'est prolongé par un échange d'environ 15 minutes avec le jury.

Pour chaque leçon, un dossier numérique est fourni au candidat en début de préparation. Les programmes des classes visées sont joints à ce dossier. Le dossier contient le sujet ainsi que des documents ressources, que le candidat est libre d'utiliser et de modifier. Différents types de documents et d'activités peuvent être envisagés en séance, le candidat disposant durant l'exposé d'un vidéoprojecteur et d'un tableau.

Durant l'exposé, le candidat est invité à développer sa présentation en trois temps :

- mise en situation de la séance avec une justification du positionnement de la séquence par rapport au référentiel de la classe considérée, présentation et justification de sa construction ainsi que des acquis préalables nécessaires. Il est rappelé que la séquence est l'ensemble cohérent des cours, TD et TP qui permettent d'atteindre un ou plusieurs objectifs de formation, décrits en termes de compétences. Il est également attendu que le candidat ait choisi de manière raisonnée les supports utilisés, et en fasse la présentation ;
- développement de la séance ; la séance est une activité limitée dans le temps, partie d'une séquence d'enseignement. Elle permet d'atteindre quelques-uns des objectifs intermédiaires associés à la compétence visée. Il s'agit de développer son activité comme s'il était en présence d'élèves. Des contractions de temps peuvent être envisagées ;
- bilan de la séance avec une conclusion sur la séance présentée, la poursuite du déroulement de la séquence, et présentation d'une fiche de synthèse qui sera en possession des élèves à l'issue de la séquence. La construction de ce document doit être argumentée, sa structure primant sur le niveau de détails.

Dans un quatrième temps, un échange avec le jury est engagé. Il s'agit d'apporter des éclaircissements sur certains choix effectués par le candidat dans la construction de la séquence, de la séance ou sur certains points abordés durant la séance. Un animateur choisi parmi les membres du jury rassemble les questions des autres membres du jury durant l'exposé du candidat. Il leur donne ensuite la parole selon une progression cohérente.

Le jury rappelle que chacun de ces quatre temps est pris en compte dans l'évaluation. Le jury est en particulier sensible à la justification de la construction de la séquence, de son positionnement, et également du choix des supports envisagés pour les différentes activités de la séquence.

L'identification des difficultés principales de la séquence doit notamment permettre d'articuler sa construction. Le bilan effectué par le candidat après la séance est par ailleurs un élément dont l'évaluation sera renforcée. Ce bilan doit introduire une analyse du travail proposé et expliciter les activités élève qui suivront la leçon présentée.

### **Thèmes de la session 2011**

Les thèmes, proposés au cours de la session 2011, du concours sont listés ci-après :

- actions mécaniques – modélisation;
- caractéristiques mécaniques principales des matériaux ;
- éléments finis - conditions de mise en œuvre de la méthode ;
- énergies et rendement ;
- frottement de Coulomb, applications ;
- machines thermiques ;
- mouvements plans, centre instantané de rotation, équiprojectivité ;
- pertes de charge et dimensionnement de conduite ;
- principe fondamental de la statique ;
- produit-matériaux-procédés ;
- théorème d'Euler ;
- principe fondamental de la dynamique ;
- résistance des matériaux – torseur des actions de cohésion ;
- théorème de Pascal ;
- étude d'un capteur d'effort ;
- repérage et paramétrage ;
- transferts thermiques.

Les thèmes proposés peuvent faire appel à différentes activités : cours introductif, cours de synthèse, travail dirigé - cours, travail dirigé d'application, travail pratique de découverte, travail pratique d'application, et évaluation. Le sujet de la leçon pourra éventuellement préciser la partie de la séquence qui devra être faite en séance devant les élèves.

### **Évaluation des candidats**

#### **Les compétences évaluées**

Parmi les compétences d'un futur enseignant, l'épreuve de leçon de Mécanique permet d'évaluer plus particulièrement celles qui relèvent de la pédagogie :

- proposer une organisation pédagogique globale (chronologie, niveau, durée, démarche...) ;

- concevoir la séquence d'enseignement (ordre des activités TP, TD, cours...);
- lister les prérequis essentiels à la séquence (connaissances, capacités);
- faire le choix des supports d'enseignement;
- contextualiser l'étude (choix d'un problème...);
- concevoir l'activité "élève" proposée (cours, TD ou ...);
- élaborer une fiche de synthèse;
- communiquer oralement et s'exprimer avec précision;
- présenter des informations visuelles (tableau, rétro...);
- faire l'usage des TIC (création de PréAO, exploitation de maquettes numériques);
- exploiter des ressources et des résultats fournis;
- formuler des conclusions;
- mobiliser ses savoirs scientifiques et techniques;
- mener des calculs mécaniques;
- appliquer des démarches et utiliser des modèles;
- justifier et critiquer des choix faits.

### 3. Commentaires et conseils aux futurs candidats

**Quel que soit le niveau, la rigueur scientifique est exigée.** Pour les leçons qui paraissent simples, trop de candidats apportent des définitions incomplètes, imprécises voire fausses.

**La partie exposée** de la séquence d'enseignement **doit en tout état de cause porter sur ce que le candidat juge être le cœur du sujet.** Des indications comme « leçon d'application », « développement d'une méthodologie » ou « leçon de synthèse » apparaissent dans les textes des sujets proposés. Les candidats doivent y être très attentifs, et situer leur présentation dans le cadre indiqué. Cela suppose un choix raisonné des acquis préalables et/ou des points précédemment traités. Le candidat est invité à sélectionner les notions essentielles qui facilitent la compréhension du sujet abordé.

La séance n'est pas centrée sur une présentation abstraite et formelle du thème imposé; elle peut, et doit, s'appuyer sur un ou plusieurs exemples (de préférence en dehors du champ du laboratoire de physique). Ces derniers doivent contribuer à mettre en évidence certaines notions fondamentales dont l'acquisition fait partie des objectifs imposés. De nombreux candidats utilisent les technologies numériques mises à leur disposition à bon escient pour présenter leur plan de séquence ou illustrer les exemples choisis pour développer leur leçon. Cette année encore, peu d'entre eux se sont servis des animations et des maquettes numériques mises à disposition. Toutefois le jury apprécie de voir les candidats réaliser une partie de leur présentation au tableau.

**Le jury conseille aux candidats de lire attentivement les objectifs** lors de la préparation à l'épreuve afin de vérifier que la séquence et la séance qu'ils conçoivent y répondent de manière

satisfaisante. En particulier, le type d'activité à présenter en séance est souvent précisé. Il convient alors bien entendu de suivre cette consigne. Si la présentation d'un travail dirigé est par exemple demandée, elle ne saurait se résumer à une prestation de type « khôlle », ne mettant en avant aucune interaction avec les élèves.

Le jury a pu constater qu'après une identification des connaissances nouvelles à transmettre, les candidats omettent en cours de séance **de mettre en exergue les points clés des apprentissages** (connaissance, méthodes, lois, principes, théorèmes ...). Il convient de mettre en évidence ces points clés, oralement et/ou par écrit au tableau.

Le candidat dispose durant la préparation d'un accès à internet. Lorsque des documents pédagogiques ou des supports non fournis au candidat sont utilisés, leur origine doit, de manière évidente, être précisée. Pour améliorer la forme de sa prestation, le candidat doit s'efforcer de varier les rythmes de l'exposé et les moyens d'expression dont il dispose (communication écrite au tableau, au vidéoprojecteur, communication orale, expériences simples...) de manière à soutenir l'attention de son auditoire. Trop d'écritures au tableau rendent une leçon fastidieuse ; trop peu d'écriture fait oublier sa structure. Le jury est naturellement sensible au soin apporté à la présentation du tableau et des documents proposés, ainsi qu'à la clarté de l'élocution, à la précision de la communication. Il est aussi sensible aux fautes d'orthographe qui émaillent le tableau ou les diapositives projetées à l'écran.

En conclusion, le candidat doit s'efforcer d'intéresser le jury, en sachant que celui-ci cherche à évaluer l'impact formatif qu'il aurait sur les élèves. Le délayage et les répétitions destinés à remplir la durée impartie à l'épreuve sont peu appréciés.

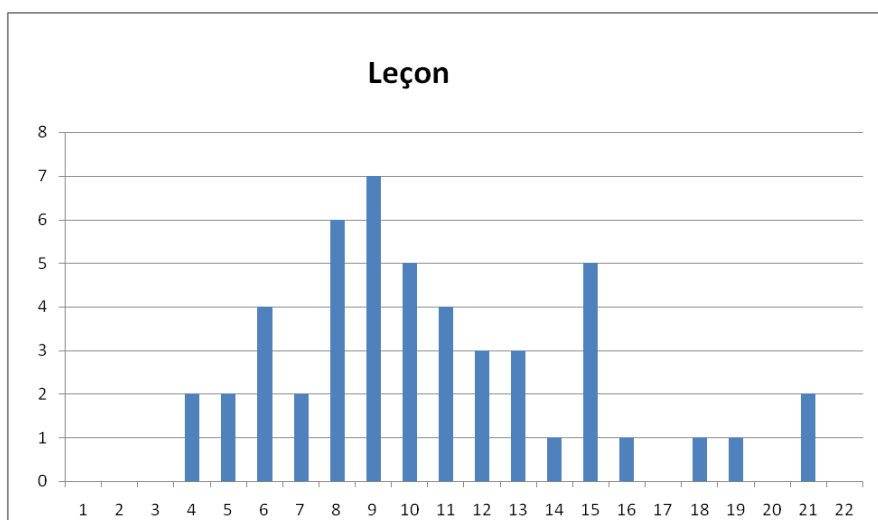
#### 4. Conclusion

Le jury conseille aux futurs candidats de s'imprégner de ce rapport. Il tient à les avertir que dans le cadre de la réforme du lycée, les programmes STI2D et SI du cycle terminal seront mis en application à la rentrée 2011. L'épreuve de leçon en tiendra compte, et par conséquent les objectifs pédagogiques à développer par le candidat seront adaptés aux nouveaux programmes. Les supports d'étude et l'approche de l'étude seront conformes au triptyque MEI (Matériaux Energie Information).

#### 5. Résultats

49 candidats ont participé cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 9,2 avec :

- 20,0 comme meilleure note ;
- 3 comme note la plus basse.



# Rapport du jury de la deuxième épreuve d'admission

## 1. Présentation de l'épreuve

Le jury rappelle l'évolution des textes réglementaires concernant cette épreuve (JORF n°0004 du 6 janvier 2010 dont extrait dans encadré ci-dessous) et ayant pris effet à la session 2011.

Durée de la préparation : 1 heure 15  
Durée de l'épreuve : 1 heure maximum  
Coefficient 2

L'épreuve se déroule en deux parties. La première partie est notée sur 15 points, la seconde sur 5 points.

### **Première partie : soutenance d'un dossier industriel**

Durée de la présentation du dossier : 20 minutes maximum  
Durée de l'entretien : 20 minutes maximum

L'épreuve consiste en la soutenance devant le jury d'un dossier technique et scientifique du domaine de la conception mécanique industrielle préparé par le candidat, suivie d'un entretien.

Le dossier présenté par le candidat est relatif à un système technique à dominante mécanique. **Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs.** Il se caractérise par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, que le produit soit de type « grand public » ou de type « équipement industriel » non unitaire.

Le produit répond à un cahier des charges fonctionnel, présent dans le dossier, et à des spécifications dont la description est conforme aux normes en vigueur.

Le programme du concours précise les éléments constitutifs du dossier.

En utilisant les moyens modernes de présentation (vidéoprojecteur et informatique associée en particulier), le candidat présente au jury le support technique qu'il a choisi pour l'épreuve, et les investigations et développements qu'il a conduits pour s'en approprier totalement le fonctionnement et les évolutions potentielles.

Lors de la présentation, le candidat doit indiquer brièvement les thèmes et niveaux d'exploitations pédagogiques pertinents qu'il serait possible, selon lui, de **tirer des points remarquables du dossier.**

Pendant l'entretien, le jury conduit des investigations destinées à se conforter dans l'idée que le dossier présenté résulte bien d'un travail personnel du candidat. Celles-ci peuvent conduire à explorer des pistes présentées dans le dossier mais qui n'ont pas fait l'objet d'une présentation orale suffisamment détaillée et à demander au candidat des explications relatives aux démarches utilisées dans les différentes phases des études techniques et scientifiques, voire des démonstrations liées à



la mobilisation des outils informatiques exploités lors des études proposées dans le dossier.

Les candidats doivent impérativement déposer au secrétariat du jury le dossier qu'ils doivent présenter cinq jours francs au moins avant la date de début des épreuves d'admission.

**Seconde partie : interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »**

Durée de la présentation : 10 minutes

Durée de l'entretien avec le jury : 10 minutes

Le candidat répond pendant dix minutes à une question, à partir d'un document qui lui a été remis au début de l'épreuve, question pour laquelle il a préparé les éléments de réponse durant le temps de préparation de l'épreuve. La question et le document portent sur les thématiques regroupées autour des connaissances, des capacités et des attitudes définies dans le point 1 de l'annexe de l'arrêté du 12 mai 2010 portant définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier.

[Arrêté du 12 mai 2010](#)

L'exposé se poursuit par un entretien avec le jury pendant dix minutes.

## **Déroulement de l'épreuve, session 2011**

Cette année, l'épreuve s'est déroulée de la manière suivante : le candidat dispose de quarante-cinq minutes pour préparer le sujet relatif à l'interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État de façon éthique et responsable (AFE) » et trente minutes pour installer l'environnement matériel de son exposé sur le dossier industriel. Il dispose pour cela d'un poste informatique multimédia. Le sujet « AFE » comporte des liens vers des textes susceptibles d'être exploités comme ressources. Le candidat formule ses réponses aux questions posées sur un document libre qu'il présentera devant le jury.

## **2. Analyse des résultats, commentaires et conseils aux futurs candidats**

### **2.1. Première partie : soutenance du dossier industriel**

Le dossier présenté doit résulter d'un travail personnel du candidat ; le jury le vérifie. Le dossier est réalisé dans le cadre d'un échange avec une entreprise. Le candidat doit montrer les investigations et développements qu'il a conduits pour s'en approprier totalement le fonctionnement et les évolutions potentielles. **Le travail personnel attendu du candidat prend sens par la présentation argumentée des conclusions et non par la liste des actions menées.**

Le dossier doit contenir les études conduites exploitant les connaissances attendues d'un professeur agrégé dans le domaine de la conception et de la mécanique industrielle. Ceci ne doit pas être compris comme la nécessité d'une étude mécanique théorique lorsqu'elle ne se justifie pas.

Le support de l'étude doit permettre au candidat de faire preuve de réelles connaissances en technologie dans un contexte industriel choisi pour sa pertinence technique et pédagogique.

L'épreuve s'appuie sur un **dossier personnel de 40 pages** au **maximum** réalisé par le candidat. Le dossier est préparatoire à l'épreuve. Le jury demande au candidat de faire parvenir les **dossiers en deux exemplaires** et un **CD-ROM**. Le CD-ROM contient le fichier du dossier, la maquette numérique 3D dont le fichier complet est fourni, et les fichiers de simulation. Le CD-ROM est à structurer en quatre répertoires : CAO, simulations, dossier, et éventuellement annexes. Les maquettes numériques doivent être fournies en format natif **et en format neutre** (*IGES* ou *STEP*).

### **Les compétences évaluées**

Parmi les compétences d'un futur enseignant, l'épreuve de soutenance d'un dossier industriel permet d'évaluer plus particulièrement la capacité du candidat à :

- rechercher et conduire un partenariat industriel ;
- mettre en œuvre une méthodologie de résolution de problèmes ;
- modéliser (passer de la réalité au modèle) ;
- mobiliser ses connaissances scientifiques et techniques ;
- appliquer des démarches, des modèles, avec rigueur ;
- analyser des résultats ;
- justifier et critiquer des choix ;
- concevoir une solution nouvelle ;
- communiquer et s'exprimer oralement ;
- présenter des informations visuelles (informations écrites, graphique... au tableau, au vidéo projecteur) ;
- formuler des conclusions ;
- proposer deux ou trois activités pédagogiques en relation **avec les études abordées dans le dossier**.

### **Les recommandations**

#### **L'aspect technique et scientifique**

Le jury conseille au candidat :

- de rechercher un support moderne pluri technologique, attrayant et industrialisé dès la décision d'inscription au concours ;
- de choisir un support dont l'authenticité et l'actualité sont des éléments décisifs. Il se caractérise par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, qu'il soit de type "grand public" ou de type "équipement industriel" non unitaire ;
- de vérifier les potentialités du support au regard des développements scientifiques, technologiques et pédagogiques possibles ;
- d'utiliser une ou plusieurs problématiques techniques pour guider l'étude. **L'expérience montre que sans problématique technique, il est difficile d'éviter le piège de la validation de l'existant** ;
- de rechercher une pertinence et une authenticité des problèmes posés ;
- de mettre en œuvre de manière lisible les méthodes de résolution de problème et les outils associés. Il est utile de rappeler que les outils numériques ne doivent pas être utilisés comme des « boîtes noires ». En particulier, pour les codes « Éléments Finis » il convient de maîtriser les formulations, les algorithmes de résolution, la mise en données,...

- de justifier les modèles d'étude et les solutions technologiques retenues : le développement des calculs associés au cours de l'exposé doit être réduit aux étapes essentielles (l'utilisation d'outils de simulation numérique est appréciée lorsqu'elle est pertinente) ;
- de s'appuyer sur une maquette numérique fonctionnelle, permettant l'utilisation d'outils de simulation de comportement pour la partie étudiée ;
- de placer l'étude d'une manière adaptée dans le cadre général d'une méthode moderne de développement de produit (ingénierie collaborative, simulation numérique, optimisation produit-matériau-procédé, spécification ISO, utilisation d'une chaîne numérique intégrée, pré-industrialisation, ...) sans voir dans chaque point un passage obligé.
- de proposer lorsque l'étude s'y prête, un dessin d'ensemble et la définition ISO d'un composant.

### **L'aspect pédagogique**

Le jury conseille au candidat :

- d'identifier « des propositions d'exploitations pédagogiques pertinentes en relation avec les points remarquables du dossier ». L'exhaustivité n'a pas à être recherchée ;
- de détailler les intentions pédagogiques pour deux à trois activités ;
- de préciser les objectifs pédagogiques et d'être attentif à leurs formulations ;
- de privilégier les activités pédagogiques se fondant sur un problème technique réel posé par le support industriel ;
- d'envisager des travaux pratiques sur le réel lorsque le support et la problématique le permettent ;
- de proposer les exploitations pédagogiques dans le respect des référentiels et des directives pédagogiques.

### **L'expression et la communication dans le dossier**

La qualité du dossier et le respect des règles qui lui sont imposées (nombre de pages, date d'envoi, CD-ROM) montrent la maîtrise par le candidat des outils de la communication écrite et la façon dont il s'inscrit dans une institution.

La prestation du candidat permet au jury d'évaluer qu'il saura maîtriser la communication dans une classe et exercer de manière efficace et sereine sa fonction de professeur.

Le jury conseille aux candidats de :

- profiter des temps de préparation, qui ne sont pas des temps d'attente ; en particulier, ouvrir les fichiers annexes (CAO, vidéo,...) qui peuvent être utiles pour répondre à certaines questions ;
- préparer des documents multimédia adaptés à une soutenance d'une durée de vingt minutes maximum ;
- préparer des animations aidant à comprendre le fonctionnement ;
- lors de la présentation, limiter le nombre de diapositives. Trente semble être un maximum raisonnable.

### **Conclusions**

Le jury conseille aux candidats :

- de s'assurer de l'existence d'une problématique industrielle réelle dans le cadre d'un partenariat avec une entreprise ;
- de conserver un regard critique par rapport au travail réalisé en lien avec l'entreprise ;
- pour les candidats qui souhaitent présenter à nouveau un dossier élaboré pour une précédente session, de continuer à faire vivre le partenariat engagé, de faire évoluer le dossier et de prendre en compte les remarques du jury lors des entretiens précédents ;
- de s'assurer, pour les candidats issus des milieux de l'industrie où de la recherche, que la constitution du dossier ne se réduit pas à une simple présentation de leurs expériences professionnelles.

## **2.2. Deuxième partie : Interrogation portant sur la compétence « Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »**

Le jury constate une bonne préparation de cette partie de l'épreuve par les candidats en amont du concours et observe que ces derniers ont su tirer profit des ressources mises à leur disposition.

Les synthèses qui nous sont présentées – à l'aide d'un diaporama - sont généralement bien formulées et font référence aux textes réglementaires. On peut cependant regretter un manque de clarté dans la définition des rôles et missions des différentes instances d'un EPLE (conseil d'administration, conseil de discipline, commission permanente,...). Par ailleurs, les candidats ne font que très peu référence aux comités d'hygiène sécurité et conditions de travail lorsqu'il s'agit d'aborder ces problèmes. Il en est de même pour ce qui concerne le comité de vie lycéenne.

Le jury a également constaté une certaine volonté des candidats à ne pas prendre de décision tranchée dans l'expression de leurs recommandations et conclusions.

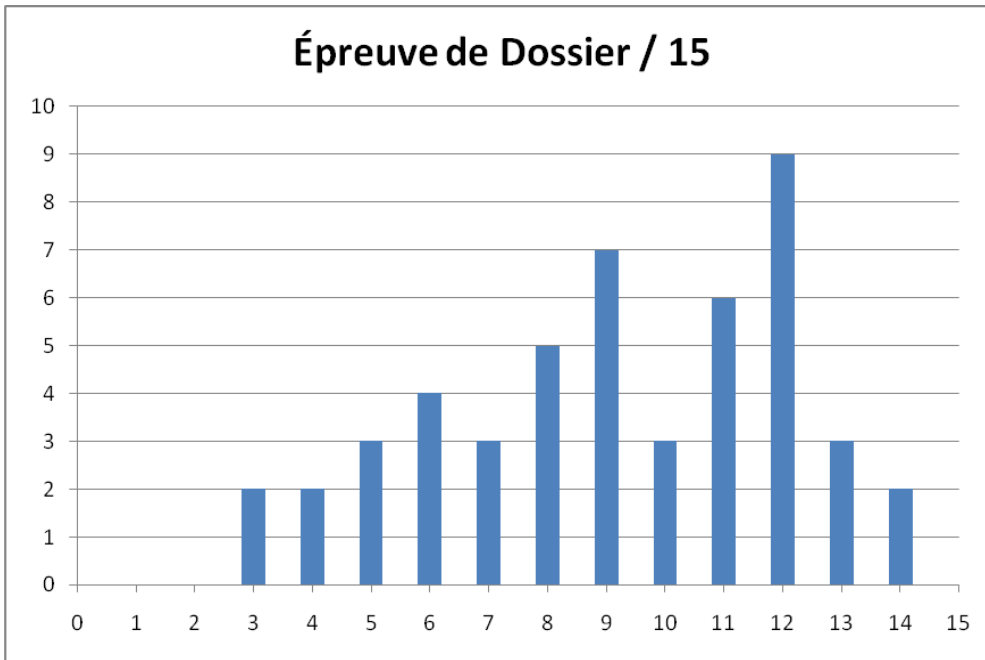
Le jury conseille notamment aux futurs candidats :

- de s'informer du fonctionnement d'un EPLE afin de mieux connaître les rôles et missions des différentes instances qui s'y rattachent : conseil d'administration, CESC, conseil de discipline, conseil pédagogique, CHSCT, commission permanente, CVL, etc. ;
- d'avoir une connaissance approfondie des droits et des devoirs d'un fonctionnaire de l'Éducation Nationale ;
- de s'informer et d'approfondir « les compétences professionnelles des maîtres » de l'annexe 3 de l'arrêté du 19 décembre 2006 ;
- d'affirmer davantage leur point de vue en le fondant sur les droits et devoirs du fonctionnaire de l'Éducation Nationale dans l'exercice de sa fonction.

## **3. Résultats**

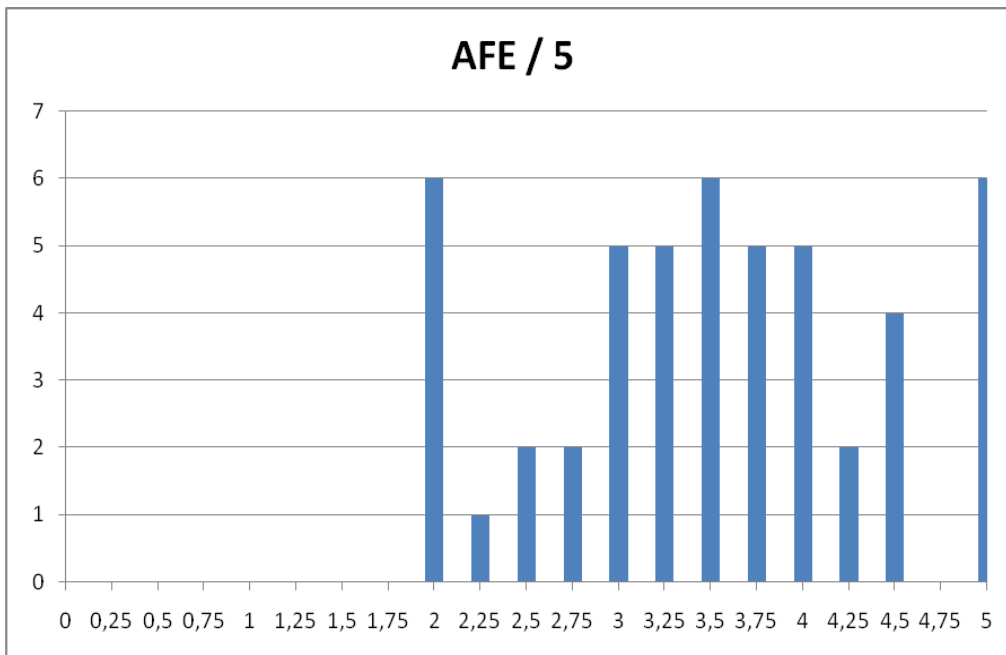
49 candidats ont participé à la première partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,7/15 avec :

- 13,6 comme meilleure note ;
- 2,3 comme note la plus basse.



49 candidats ont participé à la seconde partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 3,4/5 avec :

- 5,0 comme meilleure note ;
- 1,8 comme note la plus basse.



# Rapport du jury de l'épreuve d'admission de travaux pratiques relatifs à un produit ou système technique

## 1. Objectifs de l'épreuve

L'épreuve de travaux pratiques relatifs à un produit ou à un système technique prend appui sur un système pluri technologique complexe et vise à évaluer les compétences que les candidats mettent en œuvre pour résoudre un problème technique posé au niveau de l'agrégation, pour exploiter ce système afin de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental à un niveau donné, et pour communiquer les démarches mises en œuvre et les résultats obtenus.

Cette épreuve de travaux pratiques nécessite de la part des candidats de savoir mobiliser toutes les connaissances et compétences qu'un professeur doit être en mesure de mettre en œuvre dans le cadre d'un enseignement pouvant être confié à un professeur agrégé de mécanique. C'est dans ce but que les supports utilisés lors de cette épreuve ne se limitent pas au champ du comportement mécanique des systèmes mais intègrent aussi ceux de la gestion de l'énergie et du traitement de l'information.

Les supports utilisés à la session 2012 prendront en compte l'évolution forte des programmes du baccalauréat S-Sciences de l'Ingénieur et du nouveau baccalauréat Sciences et Technologies de l'Industrie et du Développement Durable (STI2D).

## Déroulement de l'épreuve

L'épreuve comporte trois phases :

- phase 1 : mise en œuvre des équipements au laboratoire (durée 4 h 30) ;
- phase 2 : préparation dans la salle d'exposé (durée 0 h 30) ;
- phase 3 : présentation des travaux devant un jury (durée 1 h 00).

La première phase se découpe en trois parties. La première partie (durée 0 h 30) permet aux candidats, via les manipulations demandées et les questions posées, d'appréhender globalement le système et d'en comprendre le fonctionnement. Elle permet également d'identifier l'instrumentation présente sur le support technique (capteurs, appareils de mesure) utilisables en vue de réaliser l'exploitation pédagogique proposée en troisième partie. La deuxième partie (durée 2 h 00) positionne les candidats dans une démarche de résolution de problèmes techniques, au cours de laquelle ils doivent mobiliser leurs compétences au niveau de l'agrégation. La troisième partie (durée 2 h 00) sera l'occasion pour les candidats de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental, en s'aidant d'un ou plusieurs protocoles qu'ils seront amenés à définir et à valider.

La troisième phase se découpe en quatre parties : présentation du système (durée maximale 5 min), compte-rendu des manipulations effectuées dans la deuxième partie de la phase 1 et conclusion (durée maximale 15 min), présentation de l'exploitation pédagogique (durée maximale 25 min) et entretien avec le jury (durée maximale 15 min).

## Compétences attendues par le jury

Lors de cette épreuve de travaux pratiques, le jury évalue chez les candidats les compétences suivantes :

- s'approprier un support matériel de TP ;
- identifier une problématique pertinente par rapport au questionnement proposé ;
- mettre en œuvre des outils informatiques ;

- conduire, élaborer, justifier un protocole expérimental ;
- exploiter des résultats expérimentaux et exprimer des conclusions ;
- élaborer, justifier, analyser de manière critique un modèle ;
- évoluer en autonomie en mobilisant toutes ses connaissances ;
- faire preuve d'ingénierie pédagogique en élaborant une séance d'activités pratiques dans une séquence cohérente, inscrite dans un plan de formation du niveau donné ;
- dégager l'essentiel de la problématique identifiée en s'appuyant sur les expériences menées et les modèles construits ;
- présenter oralement ses travaux (clarté, originalité...) ;
- être pertinent et réactif aux questions posées.

### **Supports retenus et activités demandées**

Pour la session 2011, les supports retenus pour cette épreuve de travaux pratiques ont été les suivants :

- appareillage de dialyse instrumenté ;
- barrière de péage ;
- béquille électro-hydraulique de moto ;
- bras anthropomorphique de jockey ;
- essuie vitre / lave vitre de motrice ;
- moyeu de vélo ;
- panneau solaire asservi ;
- pilote électro-hydraulique ;
- phare automobile orientable ;
- système de conditionnement de balles ;
- système de dosage gravitaire de produits pulvérulents ;
- système de relaxation régulé ;
- système de trancannage ;
- robot aspirateur.

Ces supports ont permis aux candidats de mettre en œuvre leurs compétences à haut niveau scientifique sur les activités suivantes :

- détermination des caractéristiques d'une chaîne d'énergie ;
- détermination des paramètres significatifs dans une modélisation ;
- identification du comportement de composants ;
- mesure du comportement d'un système ;
- modélisation d'un système ;
- optimisation d'une solution industrielle ;
- recalage d'un modèle ;
- simulation et prédiction de performance ;
- validation des performances d'un cahier des charges.

Les activités pédagogiques demandées aux candidats faisaient référence aux connaissances et savoirs faire suivants :

- caractérisation d'un capteur – niveau pré bac ;
- caractérisation d'une chaîne de traitement de l'information – niveau post bac ;
- étude d'une chaîne d'énergie – niveau pré bac ;
- étude du freinage exponentiel – niveau post bac ;
- étude du frottement et du glissement – niveau post bac ;
- mesure et évaluation du rendement d'une chaîne d'action – niveau pré bac ;
- modélisation d'une structure flexible – niveau post bac ;

- modélisation et validation de performance – niveau post bac ;
- validation du dimensionnement de composants pour un critère statique – niveau post bac.

## **2. Analyse globale des résultats**

Les résultats sont conformes aux années précédentes, c'est-à-dire qu'ils restent légèrement décevants dans leur globalité. Il semble indispensable que les futurs candidats s'imprègnent de l'idée que les activités de travaux pratiques peuvent constituer de véritables activités d'apprentissage et qu'elles constituent des modalités pédagogiques pertinentes.

## **3. Commentaires et conseils aux futurs candidats**

### **Sur l'appropriation du support (première partie de la phase 1)**

Pour cette première partie, le questionnement est conçu pour permettre une compréhension globale du système et de son fonctionnement. Elle doit permettre au candidat de montrer sa capacité à aborder le système inconnu de façon globale en identifiant sa structure et son fonctionnement. Un dossier technique et des ressources documentaires sont à sa disposition. Cette première phase est fondamentale pour permettre au candidat de dégager une problématique pertinente dans la suite des activités (deuxième et troisième partie de la phase 1). Le système proposé au candidat peut être le système réel ou un système didactisé issu du réel. Il est important que le candidat prenne en compte dès la phase d'appropriation les différences entre ces deux cas de figures.

Pour cette partie, le jury constate régulièrement :

- un manque d'esprit d'analyse pour identifier les informations pertinentes pour s'approprier le support ;
- des observations parcellaires (voire parfois inexistantes) du système alors qu'elles doivent être associées à la consultation des ressources documentaires ;
- des difficultés à utiliser des outils d'analyse externe et interne pour décrire le fonctionnement.

### **Sur les travaux pratiques à haut niveau scientifiques (deuxième partie de la phase 1)**

Pour cette partie de l'épreuve, le candidat peut être amené à utiliser une instrumentation spécifique dédiée à la mesure de grandeurs physiques sur les systèmes instrumentés. Une aide d'utilisation est fournie, et le jury assiste le candidat pour l'aider en cas de difficultés matérielles.

Les candidats peuvent également être amenés à mettre en œuvre différents outils informatiques (logiciels de pilotage et/ou d'acquisition dédiés aux supports, modeleurs volumiques, logiciels de simulation, calculs par éléments finis, tableurs, traitements de textes, logiciels de calcul...). La maîtrise de ces logiciels n'est pas exigée et une aide est systématiquement fournie.

Les logiciels proposés peuvent, par leurs possibilités de simulation, faciliter la compréhension des phénomènes et éviter des calculs longs et complexes. En revanche ils ne dispensent pas les candidats de l'ensemble des hypothèses et des justifications nécessaires.

Dans le cas des logiciels d'acquisition de grandeurs physiques du système réel, ils ne dispensent pas le candidat d'observer pendant la phase d'acquisition le comportement du système réel ou didactisé.

La maîtrise des connaissances fondamentales dans les domaines de la mécanique, de la technologie et de l'automatique est indispensable pour mettre en œuvre les différents équipements proposés aux candidats et résoudre les problématiques techniques auxquelles ils sont confrontés.

Sur cette partie, le jury constate régulièrement :

- une analyse insuffisante du sujet proposé ;
- une absence de problématisation des sujets proposés ;



- une maîtrise insuffisante des méthodes courantes d'analyse ;
- une exploitation limitée des équipements due à des analyses superficielles, des manipulations approximatives et des interprétations peu rigoureuses des résultats obtenus, qui résultent probablement d'une pratique insuffisante de la démarche à caractère expérimental ;
- une culture technologique insuffisante des capteurs, pré actionneurs et actionneurs ;
- une incapacité à passer du modèle au réel et inversement ;
- une connaissance insuffisante de l'automatique des systèmes linéaires et séquentiels.

Le jury ne saurait donc que trop conseiller aux futurs candidats de combler leurs lacunes sur ces points.

Les candidats qui ont bien réussi la présentation de l'activité expérimentale se sont attachés à :

- présenter rapidement le système proposé, la problématique posée, les données et l'environnement matériel considérés inconnus du jury ;
- structurer l'exposé à partir d'un plan ;
- présenter et/ou justifier les protocoles ;
- présenter les résultats de façon claire et précise ;
- faire une analyse critique de ces résultats ;
- mettre en relation les chaînes d'énergie et d'information ;
- montrer l'influence du comportement de la partie opérative sur la partie commande si cela est justifié ;
- tirer les conclusions techniques qui s'imposent vis-à-vis du problème posé.

Le jury tient à préciser que la mise en œuvre de supports équipant les laboratoires des filières S-SI, STI, STS, CPGE peut aider certains candidats préparant à s'inscrire dans la démarche souhaitée dans cette partie. Cette possibilité de mise en œuvre ne saurait néanmoins se substituer à une pratique expérimentale régulière des systèmes complexes industriels.

### **Sur la réalisation d'une activité pédagogique à caractère expérimental (troisième partie de la phase 1)**

En intégrant tout ou partie des résultats obtenus lors de la mise en œuvre des équipements fournis, le candidat doit proposer une exploitation pédagogique à caractère expérimental en mettant en évidence l'apport spécifique des activités de travaux pratiques dans l'enseignement des sciences pour l'ingénieur.

Le jury constate régulièrement que les candidats :

- ne définissent pas la place de la séquence proposée dans le plan de formation annuel du niveau proposé ;
- ne précisent pas de façon argumentée la place de l'exploitation pédagogique dans la séquence ;
- ne dégagent pas suffisamment les objectifs et les connaissances à transmettre ;
- ont des difficultés à structurer une démarche cohérente conduisant à la transmission de compétences nouvelles au niveau imposé et à identifier les centres d'intérêt associés au système étudié ;
- présentent le plus souvent des activités de travaux dirigés plutôt que des activités à caractère expérimental ;
- ne proposent pas de protocole expérimental qu'ils ne mettent pas en œuvre et ne valident pas ;

- réduisent leur temps consacré à la préparation de l'exploitation pédagogique (au profit de l'étude à haut niveau scientifique), ce qui les pénalise.

Le jury conseille aux futurs candidats d'étudier attentivement les programmes et les objectifs de formation des baccalauréats S (option Sciences de l'Ingénieur) et STI2D, des BTS CPI, IPM, MAI, DUT GMP et des CPGE (filiales PCSI - PSI et PTSI - PT), ainsi que les commentaires associés. Cette étude leur permettra de proposer une exploitation pédagogique qui soit en adéquation avec le niveau imposé. Une réflexion pédagogique sur les objectifs de formation de ces filiales est indispensable pour cette partie.

### **Sur la présentation des travaux face au jury (phase 3)**

Les candidats disposent de 45 minutes au maximum pour présenter les résultats des travaux et de l'exploitation pédagogique qu'ils ont réalisés. Il s'agit d'un temps pendant lequel ils doivent présenter le support sur lequel ils ont travaillé (5 minutes au maximum), présenter les manipulations effectuées et les résultats obtenus en TP (15 minutes au maximum), et présenter leur exploitation pédagogique à caractère expérimental (25 minutes maximum). Le jury dispose ensuite de 15 minutes au maximum pour s'entretenir avec le candidat.

Le jury attend lors de cette phase de restitution des investigations menées durant la phase de préparation que le candidat soit capable :

- de décrire le système ;
- de décrire et d'analyser les mesures effectuées ;
- de situer la séquence dans un plan de formation cohérent ;
- de situer l'activité expérimentale dans la séquence pédagogique ;
- d'expliciter les connaissances et compétences visées par la séance et les moyens de leur évaluation ;
- de définir l'enchaînement des activités réalisées par les élèves dans la séance ;
- de proposer, justifier et valider un ou des protocoles expérimentaux.

Le jury attend également du candidat qu'il mette en œuvre des compétences professionnelles en matière de communication :

- produire un discours clair, précis et rigoureux en sachant attirer l'attention du jury ;
- être pertinent et réactif aux questions posées ;
- être capable de dégager l'essentiel et de donner du sens aux connaissances développées ;

Le jury constate que de trop nombreux candidats ne savent pas mettre à profit le temps qui leur est imparti (45 minutes au total) pour valoriser la réflexion, les analyses et les synthèses issues des travaux à caractère expérimental qu'ils ont menés dans le cadre d'une problématique pertinente au regard des questions du sujet et des possibilités du support.

Lors de la phase de présentation des manipulations effectuées, de nombreux candidats commencent leur prestation sans avoir défini le problème posé, ni la nature de l'environnement matériel du déroulement du TP. Certains n'en précisent même pas le titre. Le jury déplore l'absence de démarche et de rigueur pour résoudre le problème technique posé. Certains exposés omettent de présenter les résultats significatifs et les étapes de la mise en œuvre sur le matériel. L'exposé doit en effet au contraire mettre en valeur le travail réalisé en laboratoire. Le jury attend du candidat tout au long de son exposé une prestation conduite au niveau de l'agrégation et non un discours fondé sur des généralités.

Lors de la phase de présentation de l'activité pédagogique, il est important pour les candidats d'aller à l'essentiel et de replacer la séquence proposée dans son contexte. Il n'est pas nécessaire qu'ils

présentent de façon exhaustive l'organisation pédagogique générale de l'année de formation correspondante.

Les candidats qui ont bien réussi dans cette présentation de l'exploitation pédagogique se sont attachés à :

- situer l'exploitation dans une séquence inscrite dans un plan annuel de formation ;
- ne pas proposer des activités de travaux dirigés ;
- construire leur exposé à partir des résultats expérimentaux obtenus dans la troisième partie de la première phase de l'épreuve ;
- présenter l'organisation pédagogique générale de la séance (objectifs opérationnels, pré requis, connaissances nouvelles, environnement matériel) ;
- proposer un plan de déroulement de la séance avec les points clés ;
- développer la partie expérimentale de la séance qui amène les compétences nouvelles, en présentant les manipulations, résultats expérimentaux et conclusions attendues ;
- préciser les travaux donnés aux élèves et les modes d'évaluation.

### **Sur le comportement des candidats**

De trop nombreux candidats manquent de méthode et de rigueur pour appréhender un système pluri technologique dans sa globalité et sa complexité. Cette épreuve de travaux pratiques ne s'improvise pas et doit se préparer tout au long de la formation post-baccalauréat conduisant à l'agrégation.

Les candidats se réfèrent avec une confiance aveugle aux modèles numériques et ont en revanche beaucoup de méfiance vis-à-vis des résultats expérimentaux. Même si c'est une évidence, il n'est pas inutile de le rappeler ici, une épreuve de travaux pratiques est avant tout une épreuve expérimentale.

L'agrégation est un concours prestigieux qui impose le respect aussi bien de la part des examinateurs que de celle des candidats. Les candidats doivent se présenter dans une tenue digne de candidats à un concours de recrutement de cadres A de la fonction publique.

## **4. Conclusions**

À l'avenir, la « culture des systèmes pluri technologiques » sera davantage valorisée au travers de sujets plus équilibrés entre les problèmes sur les chaînes d'énergie et les chaînes d'information. En effet, aujourd'hui il n'est plus possible d'ignorer que la conception globale des systèmes fait appel tout autant à la connaissance des systèmes de commande qu'à ceux des chaînes d'action mécanique. De la même façon, un agrégé de mécanique ne peut ignorer les bases de l'électrotechnique utiles à la caractérisation de la chaîne d'énergie, notamment des actionneurs électriques, de leur commande et de leur protection.

## **5. Résultats**

49 candidats ont participé cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 9,0 avec :

- 18,9 comme meilleure note ;
- 3,1 comme note la plus basse.

## Travaux Pratiques

