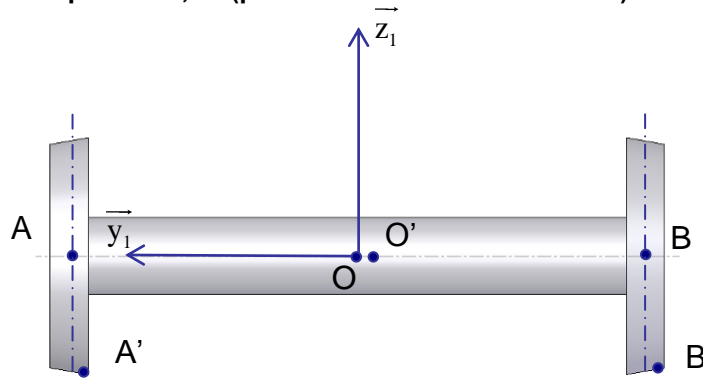


# Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'analyse et de conception des systèmes

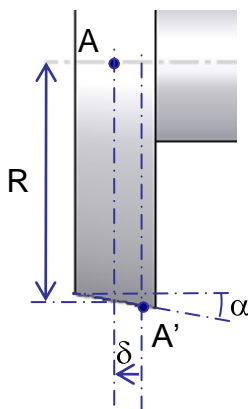
## Étude comparative : solution sur rails - solution sur pneus

Étude de la stabilité de guidage d'un essieu de train

- Q1** En vous inspirant de la vue 2 du document DT1, représenter en vue de face, l'essieu dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta > 0$ . Indiquer sur votre schéma la position des points A, B (centres de deux roues) et des points A', B' (points de contact Roues/Rails) définis sur le document DT1.



- Q2** Déterminer dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta \neq 0$ , dans la base  $B_1$ , les vecteurs  $\overrightarrow{A'A}$  et  $\overrightarrow{B'B}$  en fonction du déplacement latéral  $\delta$ , de l'angle de conicité des roues  $\alpha$  et du rayon R.



$$\overrightarrow{A'A} = \delta \overrightarrow{y_1} + (R + \delta \tan \alpha) \overrightarrow{z_1}$$

$$\overrightarrow{B'B} = \delta \overrightarrow{y_1} + (R - \delta \tan \alpha) \overrightarrow{z_1}$$

- Q3** Toujours dans la configuration  $\gamma = 0$  et  $\delta \neq 0$ , en supposant qu'il y a roulement sans glissement en A' et B', exprimer dans la base  $B_1$ ,  $\overrightarrow{V_{A \in 1/0}}$  et  $\overrightarrow{V_{B \in 1/0}}$  en fonction des vitesses de rotation  $\omega$  et  $\dot{\gamma}$  de l'essieu, du déplacement latéral  $\delta$  et des différents paramètres géométriques.

$$\overrightarrow{V_{A \in 1/0}} = \overrightarrow{V_{A' \in 1/0}} + \overrightarrow{AA'} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{V_{A' \in 1/0}} = 0 \quad (\text{Roulement sans glissement})$$

$$\text{et} \quad \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \omega \overrightarrow{y_1} + \dot{\gamma} \overrightarrow{z_1} \quad (\text{cf remarque})$$

$$\text{d'où : } \overrightarrow{V_{A \in 1/0}} = (R + \delta \tan \alpha) \omega - \delta \dot{\gamma} \overrightarrow{x_1}$$

$$\text{de même : } \overrightarrow{V_{B \in 1/0}} = (R - \delta \tan \alpha) \omega - \delta \dot{\gamma} \overrightarrow{x_1}$$

**Remarque :** Les variations de l'angle de roulis (rotation autour de  $\vec{x}_1$ ) sont négligeables devant les variations de l'angle de rotation autour de l'axe vertical  $\gamma$ .

**Q4** À partir d'une relation liant  $\vec{V}_{A \in 1/0}$  à  $\vec{V}_{B \in 1/0}$  et des résultats précédents, déterminer une relation liant  $\delta$ ,  $\omega$ ,  $\dot{\gamma}$  et les différents paramètres géométriques.

$$\vec{V}_{A \in 1/0} = \vec{V}_{B \in 1/0} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = -L\vec{y}_1 \wedge (\omega\vec{y}_1 + \dot{\gamma}\vec{z}_1) = -L\dot{\gamma}\vec{x}_1$$

On a donc :

$$(R + \delta \tan \alpha)\omega - \delta\dot{\gamma} = (R - \delta \tan \alpha)\omega - \delta\dot{\gamma} - L\dot{\gamma} \text{ d'où } 2\delta \tan \alpha \omega + L\dot{\gamma} = 0$$

**Q5** À partir de la vue 3 du document DT1, dans la configuration  $\gamma \neq 0$  et  $\delta \neq 0$ , déterminer l'expression de  $\dot{\delta} = \vec{V}_{O \in 1/0} \cdot \vec{y}$  en fonction de  $V$  et  $\gamma$ .

$$\dot{\delta} = \vec{V}_{O \in 1/0} \cdot \vec{y} = V\vec{x}_1 \cdot \vec{y} \quad \text{d'où} \quad \dot{\delta} = V \sin \gamma$$

**Q6** Montrer, en combinant les équations obtenues aux questions Q4 et Q5, que l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  de l'essieu est de la forme :

$$\frac{\ddot{\delta}}{\omega_0^2} + \delta = 0 \text{ avec } \omega_0 = 12,4 \text{ rad/s (avec les valeurs numériques du document DT1).}$$

$$\gamma \text{ petit donc } \sin \gamma \approx \gamma. \text{ On a donc } \dot{\delta} \approx V\gamma \text{ d'où } \dot{\gamma} \approx \frac{\ddot{\delta}}{V}$$

$$\text{Dans l'équation de la question Q4, on a alors } 2\delta \tan \alpha \omega + L \frac{\ddot{\delta}}{V} = 0$$

$$\text{D'où } \frac{L}{2 \tan \alpha \omega V} \ddot{\delta} + \delta = 0 \text{ ou } \frac{LR}{2 \tan \alpha V^2} \ddot{\delta} + \delta = 0 \text{ (car } \omega = \frac{V}{R} \text{)}$$

$$\text{Par identification on a } \omega_0 = V \cdot \sqrt{\frac{2 \tan \alpha}{LR}}$$

On retrouve bien  $\omega_0 = 12,4 \text{ rad/s}$

**Q7** Conclure sur la pertinence du modèle proposé et sur l'auto-stabilité de l'essieu.

Le modèle ne prend pas en compte le frottement, dissipateur d'énergie, qui fait que l'amplitude des oscillations décroît.

L'auto-stabilité est obtenue car l'écart tend rapidement vers 0.

**Remarque :** Le modèle complet à utiliser est le modèle de Kalker. On montre que l'amortissement dépend fortement de  $V$  ce qui engendre une instabilité à partir d'une certaine vitesse.

**Q8** Quelles contraintes techniques cela impose t'il et quelles en sont les conséquences ?

Si on veut un plancher bas sur l'ensemble de la rame, cela suppose de désaccoupler les 2 roues. On perd alors l'équation définie à la question Q4 qui assurait l'auto-stabilité de l'essieu. Dans ce cas, la « stabilité » est assurée par les boudins latéraux des roues ce qui est éventuellement possible à basse vitesse pour un tramway mais impossible pour un train. Dans tous les cas, on perd la précision de guidage, et le frottement des boudins sur les rails conduit à une usure importante et des crisements problématiques en milieu urbain.

- Q9** Relativement à la solution classique sur rails, expliquer en quoi la solution proposée par Lohr permet d'abaisser le plancher à 25 cm du sol.

La solution proposée ne comporte pas d'essieu traversant. Ainsi, chaque roue a sa propre liaison pivot ce qui permet de faire passer le couloir passager au milieu, en dessous de l'axe des roues.

- Q10** À partir de la Vue 1 du document DT3, en utilisant une fermeture géométrique, déterminer la relation liant  $\gamma$  à  $\delta$ .

Dans le triangle  $(O'_1, O_1, P_1)$  on a :

$$\overrightarrow{O'_1 O_1} + \overrightarrow{O_1 P_1} + \overrightarrow{P_1 O'_1} = 0$$

$$\delta \vec{y} + d \vec{x}_1 + \overrightarrow{P_1 O'_1} = 0$$

En projection sur  $\vec{y}$ , on a :  $\delta + d \vec{x}_1 \cdot \vec{y} + 0 = 0$ , d'où  $\delta + d \sin \gamma = 0$

- Q11** En supposant qu'il y a roulement sans glissement en  $A'_1$  et  $B'_1$  (points de contact Roues/Sol) donner, sans faire de calculs, la direction de la vitesse du centre de l'essieu  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$ . En déduire la relation liant  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \vec{y}$ ,  $V$  et  $\gamma$ . Évaluer qualitativement le domaine de validité de ce modèle.

S'il y a roulement sans glissement en  $A'_1$  et  $B'_1$  alors  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$  a pour direction  $\vec{x}_1$ .

On a donc  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} = V \vec{x}_1 = V \cos \gamma \vec{x} + V \sin \gamma \vec{y}$

On en déduit donc  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \vec{y} = V \sin \gamma$

Ce modèle est très simple (Roulement sans glissement) et décrit correctement le comportement à basse vitesse et lorsque le rail de guidage est quasi-rectiligne. Pour des vitesses plus élevées il faudra adopter le modèle de la partie 2.

- Q12** Déduire des 2 questions précédentes, l'équation différentielle caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  du module intermédiaire. Déterminer la solution de cette équation.

En combinant les équations obtenues aux questions Q10 et Q11, on obtient :  $\delta + \frac{d}{V} \dot{\delta} = 0$

La solution de cette équation différentielle du 1<sup>er</sup> ordre est :  $\delta = \delta_0 e^{-\frac{V}{d}t}$

- Q13** Quels sont les paramètres influant sur la stabilité du module intermédiaire et conclure sur l'auto-stabilité du module intermédiaire.

Le module intermédiaire est naturellement stable. La vitesse de convergence est influencée par  $V$  et  $d$ .

- si  $V$  augmente on a une convergence **plus rapide** ;
- si  $d$  augmente on a une convergence **plus lente**.

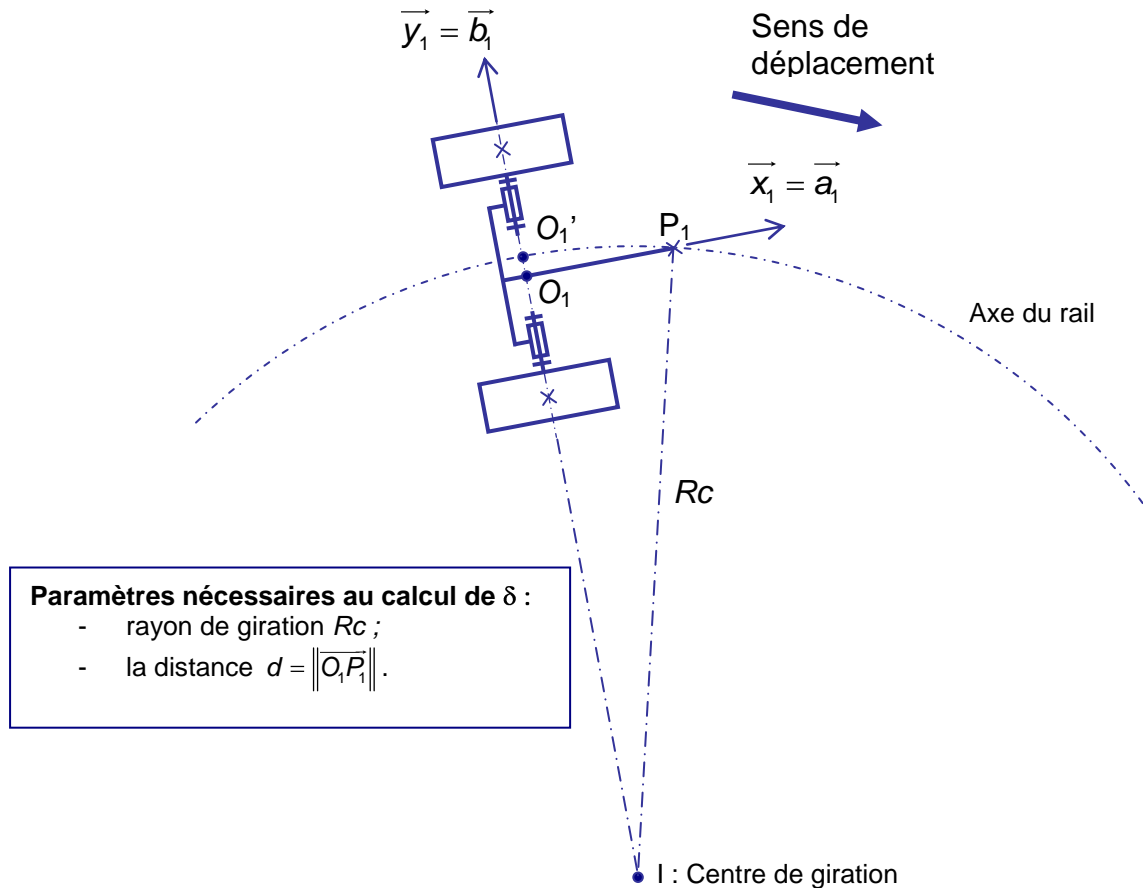
- Q14** Que se passe-t-il si le Translohr part accidentellement en marche arrière ? Quelle solution technique a prévu Lohr dans cette situation ?

Dans ce cas le système devient instable car le signe de la constante de temps est lié au signe de  $V$ .

Pour éviter une divergence catastrophique du système de guidage, en cas de marche arrière accidentelle, l'organe de guidage situé derrière vient se mettre en butée et ainsi limiter la divergence de l'essieu.

## Vérification du gabarit en courbe du Translohr

- Q15** Caractériser la position d'un module intermédiaire relativement au rail de guidage. Proposer un schéma en vue de dessus représentant le module intermédiaire en situation et faites apparaître les paramètres nécessaires au calcul du déport de voie  $|\delta|$ .



Si le module intermédiaire occupe une position stable sur la voie, alors **l'axe de l'essieu passe par le centre de giration**. En effet, la vitesse du point  $O_1$  lié au module intermédiaire doit être constamment parallèle à la tangente à l'axe du rail.

- Q16** En déduire l'expression du déport de voie  $|\delta|$  en fonction du rayon  $Rc$ .

Dans le triangle rectangle  $(O_1, P, I)$  on a :  $Rc^2 = d^2 + (Rc - |\delta|)^2$

On a donc :  $|\delta| = Rc - \sqrt{Rc^2 - d^2}$  (1)

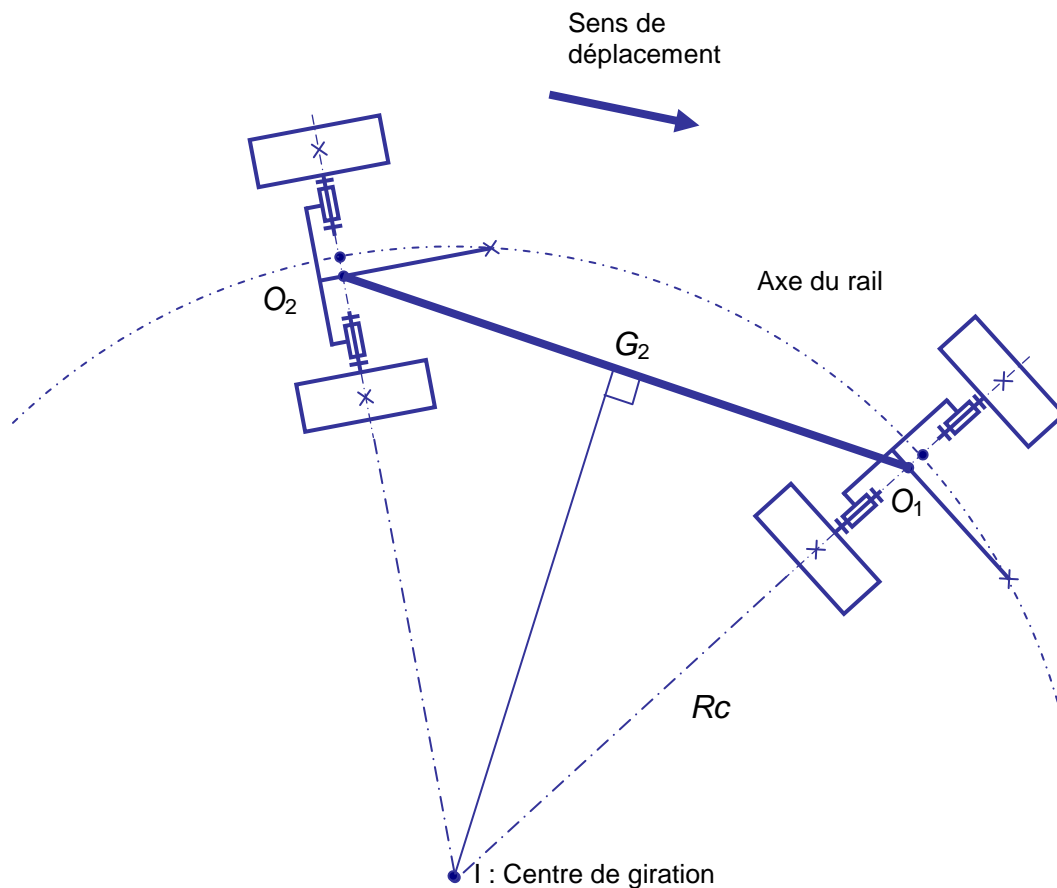
- Q17** Déterminer les rayons  $Ri$  et  $Re$  (cf document DT4) limitant le gabarit pour une voie en fonction de  $Rc$ ,  $\delta$  et des paramètres géométriques. On pourra supposer  $e \ll Lv$ .

À partir du paramétrage du document DT4 on déduit les relations suivantes :

$$\begin{cases} Ri = IG - \frac{lV}{2} \\ Re = Rc - |\delta| + \frac{lV}{2} \quad \left( \text{ou } Re = Rc + \delta + \frac{lV}{2} \text{ car } \delta < 0 \text{ dans ce cas} \right) \end{cases}$$

avec  $I$ , centre de giration et  $G$ , milieu d'une caisse.

Si  $e \ll Lv$ , on peut confondre les points  $L$ ,  $K$  et  $O$ . On obtient donc le modèle simplifié suivant :



On a donc :  $IG = \sqrt{OI^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2}$  avec  $OI = Rc - |\delta| = Rc + \delta$  (car  $\delta < 0$ )

$$\text{On obtient ainsi : } \begin{cases} Ri = \sqrt{Rc - |\delta|^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{lv}{2} = \sqrt{Rc + \delta^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{lv}{2} & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Re = Rc - |\delta| + \frac{lv}{2} = Rc + \delta + \frac{lv}{2} & (3) \end{cases}$$

**Q18** Pour un rayon de giration  $Rc$  de 10,5 m de la voie intérieure, déterminer le gabarit global en voie double et comparer aux 5,4 m annoncés. En cas de non respect des 5,4 m, proposer des compromis compatibles avec le milieu urbain.

**Données :**  $Rc = 10,5$  m     $Lv = 6,6$  m     $lv = 2,2$  m     $d = 1,2$  m

**Pour la voie intérieure :**

D'après la formule (1) de la question Q16 :  $|\delta| = Rc - \sqrt{Rc^2 - d^2} = 10,5 - \sqrt{10,5^2 - 1,2^2} = 0,0688$  m

On en déduit :

$$\begin{cases} Ri = \sqrt{Rc - |\delta|^2 - \left(\frac{Lv}{2}\right)^2} - \frac{lv}{2} = \sqrt{10,5 - 0,0688^2 - \left(\frac{6,6}{2}\right)^2} - \frac{2,2}{2} = 8,795 \text{ m} \\ Re = Rc - |\delta| + \frac{lv}{2} = 10,5 - 0,0688 + \frac{2,2}{2} = 11,531 \text{ m} \end{cases}$$

**Pour la voie extérieure :**

**On impose  $Ri_{\text{mini}} = 11,531$  m** (Re de la voie 1 - distance nulle entre les deux voies)

$$\text{On a alors d'après (2) : } Rc - |\delta| = \sqrt{\left(Ri + \frac{IV}{2}\right)^2 + \left(\frac{LV}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(11,531 + \frac{2,2}{2}\right)^2 + \left(\frac{6,6}{2}\right)^2} = 13,055 \text{ m}$$

$$\text{(D'après (1) : } Rc = \sqrt{Rc - |\delta|^2 + d^2} = \sqrt{13,055^2 + 1,2^2} = 13,110 \text{ m)}$$

$$\text{D'après (3), on obtient alors : } Re = Rc - |\delta| + \frac{IV}{2} = 13,055 + \frac{2,2}{2} = 14,155 \text{ m}$$

**Conclusion :**

La largeur minimale en voie double est donc de :  $14,155 - 8,795 = 5,36 \text{ m}$

Le gabarit global est donc bien inférieur à 5,40 m. Cependant la marge est quasi-nulle (4 cm). En cas de rayon de courbure de 10,5 m, il est préférable d'espacer localement les voies ou de mettre des feux pour éviter les croisements dans cette zone.

## Validation du comportement du Translohr

### Modélisation du contact pneu-route

- Q19** Estimer, à l'aide d'un modèle très simple et des données du tableau Figure 15, l'effort  $F_{y_{max}}$  supporté par chaque roue. En déduire, à partir de la Courbe 1 du document DT5, les valeurs extrêmes de l'angle de dérive du pneu  $\alpha$ .

Pour déterminer les valeurs extrêmes de  $\alpha$ , il nous faut  $F_{y_{max}}$ . En courbe, la vitesse maximale du translohr doit être telle que l'accélération latérale ne dépasse pas  $1 \text{ m/s}^2$  ( $\|\overline{a_{max}}\| = 1 \text{ m/s}^2$ ).

Si on isole l'ensemble (un module intermédiaire + deux demi-caisses), on a d'après le PFD :

$$Ma_{max} = F_{y_1} + F_{y_2} \text{ avec } M, \text{ la masse d'un module intermédiaire et de deux demi-caisses.}$$

Si on suppose que les efforts  $F_y$  sont identiques sur les 2 roues du module intermédiaire on a alors :

$$Ma_{max} = F_{y_1} + F_{y_2} = 2F_{y_{max}} \text{ d'où } F_{y_{max}} = \frac{Ma_{max}}{2} = \frac{6500 + 1758 \times 1}{2} = 4129 \text{ N}$$

D'après la Courbe 1 du document DT5, pour  $F_y = 4129 \text{ N}$  et  $F_z = 40000 \text{ N}$  on a  $\alpha$  voisin de  $1^\circ$ .

$\alpha$  évolue donc dans l'intervalle :  $[-1^\circ, 1^\circ]$

- Q20** En justifiant vos hypothèses, déduire les relations  $\alpha = f(F_y)$  et  $M_z = f(\alpha)$ . Compléter le document réponse DR1 en inscrivant les relations obtenues dans le cadre correspondant.

Pour  $\alpha \in [-1^\circ, 1^\circ]$ , on peut approximer les courbes du document DT5 par des droites. On pose :

$$\alpha = C_\alpha \cdot F_y \text{ et } M_z = C_{Mz}(\alpha - \alpha_0) \text{ avec } \alpha_0 = 0,4^\circ$$

Pour  $\alpha = 1^\circ$  et  $F_z = 39,85 \text{ kN}$  on a  $F_y = 4500 \text{ N}$ . On en déduit :

$$C_\alpha = \frac{1}{4500} = 2,22 \times 10^{-4} \text{ }^\circ/\text{N} = 3,87 \times 10^{-6} \text{ rad/N}$$

Pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $F_z = 39,85 \text{ kN}$  on a  $M_z = 90 \text{ Nm}$ . On en déduit :

$$C_{Mz} = \frac{90}{-0,4} = -225 \text{ Nm/}^\circ = -12892 \text{ Nm/rad}$$

### Comportement cinématique d'un essieu

- Q21** Tracer sur le document réponse DR2 la direction de la vitesse du centre de la roue  $A_1$ , la direction de la vitesse du centre de la roue  $B_1$  et la direction de la vitesse  $\overline{V_{O_1 \in 1/0}}$ . Placer les angles de dérive  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  liés respectivement aux roues  $A_1$  et  $B_1$ .

(Cf DR2)

- Q22** Placer  $\alpha$  sur le document réponse DR2. Compléter le document réponse DR1 en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant. Critiquer le modèle retenu.

(Cf DR1 et DR2)

En toute rigueur,  $\alpha \neq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ . Cependant, comme nous l'avons vu dans la partie 2.1 les angles de dérive restent faibles. D'autre part, le rayon de giration du Translohr étant relativement grand devant la distance  $AB$  les vitesses en  $A$  et  $B$  sont relativement parallèles. En conséquence, en première approximation, le modèle adopté semble légitime.

### Modélisation du suivi de trajectoire

**Q23** À partir du paramétrage défini sur le document DT3, et de la direction de  $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$  déterminer la relation liant  $\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \overrightarrow{y}$ ,  $V$ ,  $\gamma$  et  $\alpha$ .

$$\dot{\delta} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} \cdot \overrightarrow{y} = V \cos(\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{y})$$

$$\text{Or } (\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{y}) = (\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}, \overrightarrow{x_1}) + (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}) + (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y}) = \alpha + \frac{\pi}{2} - \gamma$$

$$\text{On a donc } \dot{\delta} = -V \sin(\alpha - \gamma)$$

**Q24** En utilisant la relation déterminée à la question Q10, déterminer l'équation différentielle du premier ordre caractérisant l'évolution du déplacement latéral  $\delta$  du module intermédiaire en fonction de la vitesse  $V$ , de la distance  $d$  et de l'angle de dérive globale  $\alpha$ . Compléter le document réponse DR1 en inscrivant la relation obtenue dans le cadre correspondant.

$$\text{D'après la question Q10 : } \delta + d \sin \gamma = 0$$

Les angles  $\alpha$  et  $\gamma$  restent petit, on a donc :

$$\gamma = -\frac{\delta}{d} \text{ et } \dot{\delta} = -V(\alpha - \gamma) \text{ d'où } \dot{\delta} = -V\alpha - \frac{\delta}{d} \text{ et donc } \dot{\delta} + \frac{V}{d}\delta = -V\alpha$$

### Modélisation dynamique du Translohr

**Q25** Pour une vitesse de vent  $v$  de 120 km/h, calculer l'effort latéral  $Fy_0$  s'appliquant par caisse ( $Fy_0 = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot Cx$ ).

$$\text{AN : } Fy_0 = \frac{1}{2} 1,295 \times \left( 120 \times \frac{1000}{3600} \right)^2 \times 21 \times 1 = 15100 \text{ N}$$

### Approche simplifiée

**Q26** En utilisant les données de la Figure 15, le paramétrage du document DT3, déterminer l'équation dynamique reliant  $\ddot{\delta}_2$ ,  $Fy$ , et  $Fy_0$ . En combinant cette équation aux équations obtenues précédemment, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution du déplacement latéral de l'essieu  $\delta_2$  soumis à une perturbation  $Fy_0$  (échelon).

On isole le MI2 de masse ( $M_c + M_m$ )

Bilan des actions :

- $Fy_0$  ;
- $T_{\text{rail/galets}} (Fyg = 0)$  ;
- $T_{\text{route/roue1}}$  ;
- $T_{\text{route/roue2}}$ .



PFD : Équation de la résultante suivant  $\bar{y}$

$$Mc + Mm \ddot{\delta} = 2Fy \cos \gamma + Fyg + Fy_0$$

Or  $\cos \gamma \approx 1$ ,  $Fyg = 0$  et  $Fy = C_{Fy} \cdot \alpha$  d'où :

$$Mc + Mm \ddot{\delta} = 2C_{Fy} \cdot \alpha + Fy_0$$

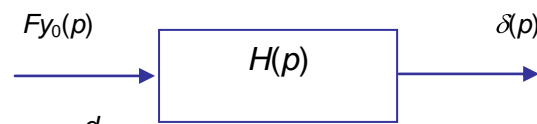
D'après la question Q24 :  $\dot{\delta} + \frac{V}{d} \delta = -V\alpha$

$$\text{On a donc : } Mc + Mm \ddot{\delta} = -\frac{2C_{Fy}}{V} \cdot \left( \dot{\delta} + \frac{V}{d} \delta \right) + Fy_0$$

$$\text{Ainsi : } Mc + Mm \ddot{\delta} + \frac{2C_{Fy}}{V} \dot{\delta} + \frac{2C_{Fy}}{d} \delta = Fy_0$$

**Q27** Mettre cette équation sous forme canonique et déterminer la pulsation propre  $\omega_0$  et l'amortissement  $\xi$ . Conclure sur l'incidence des différents paramètres sur le comportement dynamique du Translohr. À ce stade de l'étude, quelles préconisations techniques qualitatives pouvez vous faire afin d'améliorer le comportement du Translohr ?

Le système peut se modéliser sous la forme suivante :



$$\text{Avec : } H(p) = \frac{\frac{d}{2C_{Fy}}}{\frac{d}{2C_{Fy}} p^2 + \frac{d}{V} p + 1}$$

$$\text{Par identification : } \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{2C_{Fy}}{d Mc + Mm}} \\ \xi = \frac{1}{2} \frac{d}{V} \sqrt{\frac{2C_{Fy}}{d Mc + Mm}} \end{cases}$$

*Incidence des différents paramètres :*

- augmente lorsque d augmente ;
- diminue lorsque V et M augmentent.
- $\frac{1}{C_{Fy}}$  représente « une raideur » de pneu ;
- $\xi$  diminue lorsque  $\frac{1}{C_{Fy}}$  augmente

**Préconisations :** On veut augmenter  $\xi$  afin de limiter les oscillations. Pour cela, il faut :

- augmenter d ;
- diminuer la raideur des pneus ;
- limiter la vitesse et la masse.

*Approche complète pour simulation numérique*

**Q28** En supposant  $\beta_2, \gamma_2, \beta_3$  petit (cf. document DT4 représentant le Translohr en vue de dessous), à l'aide de fermetures géométriques, déterminer les relations  $\gamma_2 = f(\delta_2)$ ,  $\beta_2 = f(\delta_2)$  et  $\beta_3 = g(\delta_2)$ .

Fermeture géométrique ( $O_2'$ ,  $O_2$ ,  $P_2$ )

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 P_2} + \overline{P_2 O_2} = 0$$

$$\delta_2 \vec{y} + d \vec{x}_2 + \overline{P_2 O_2} = 0$$

En projection sur  $\vec{y}$  :  $\delta_2 + d \sin \gamma_2 = 0$

Comme  $\gamma_2$  est petit, nous avons :  $\gamma_2 = -\frac{\delta_2}{d}$

Fermeture géométrique ( $O_2'$ ,  $O_2$ ,  $K_2$ ,  $L_1$ )

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 K_2} + \overline{K_2 L_1} + \overline{L_1 O_2} = 0$$

$$\delta_2 \vec{y} + e \vec{x}_2 + L_v \vec{u}_2 + \overline{L_1 O_2} = 0$$

En projection sur  $\vec{y}$  :  $\delta_2 + e \sin \gamma_2 + L_v \sin \beta_2 = 0$

Comme  $\beta_2$  est petit, en remplaçant  $\gamma_2$  nous avons :  $\delta_2 - \frac{e}{d} \delta_2 + L_v \beta_2 = 0$

$$\text{D'où : } \beta_2 = -\frac{1}{L_v} \left[ 1 - \frac{e}{d} \right] \delta_2$$

Fermeture géométrique ( $O_2'$ ,  $O_2$ ,  $L_2$ ,  $K_3$ )

$$\overline{O_2 O_2} + \overline{O_2 L_2} + \overline{L_2 K_3} + \overline{K_3 O_2} = \vec{0}$$

$$\delta_2 \vec{y} - e \vec{x}_2 - L_v \vec{u}_3 + \overline{K_3 O_2} = \vec{0}$$

En projection sur  $\vec{y}$  :  $\delta_2 - e \sin \gamma_2 - L_v \sin \beta_3 = 0$

Comme  $\beta_3$  est petit, en remplaçant  $\gamma_2$  nous avons :  $\delta_2 + \frac{e}{d} \delta_2 - L_v \beta_3 = 0$

$$\text{D'où : } \beta_3 = \frac{1}{L_v} \left[ 1 + \frac{e}{d} \right] \delta_2$$

**Q29** Sans faire aucun calcul, proposer une démarche de résolution permettant de déterminer les actions de la route sur les roues en fonction des variables d'entrée définies Figure 14. Pour chaque isolement on prendra soin de définir l'ensemble isolé, le bilan des actions mécaniques extérieures, l'équation à utiliser et les variables obtenues à l'issue de l'isolement.

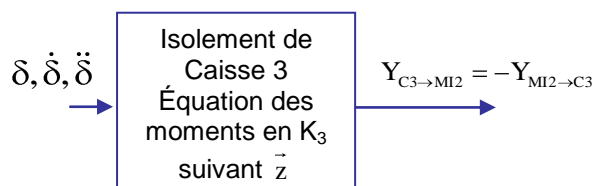
On peut traiter le problème comme un problème plan

On isole la Caisse 3

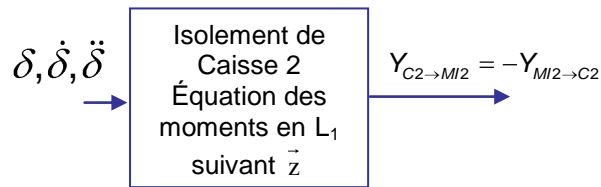
BAME :

- action du MI3 sur la Caisse 3 :  $T_{MI3 \rightarrow C3}$
- action du MI2 sur la Caisse 3 :  $T_{MI2 \rightarrow C3}$
- action du Poids

Le théorème du moment dynamique en  $K_3$  en projection sur  $\vec{z}$  nous donne la composante  $Y_{MI2 \rightarrow C3}$  en fonction de  $\ddot{\beta}_3, \beta_3, \gamma_2, \dot{\beta}_3, \dot{\gamma}_2$  et donc, en utilisant la question précédente, de  $\delta_2 = \delta$ .



De même, on isole la Caisse 2

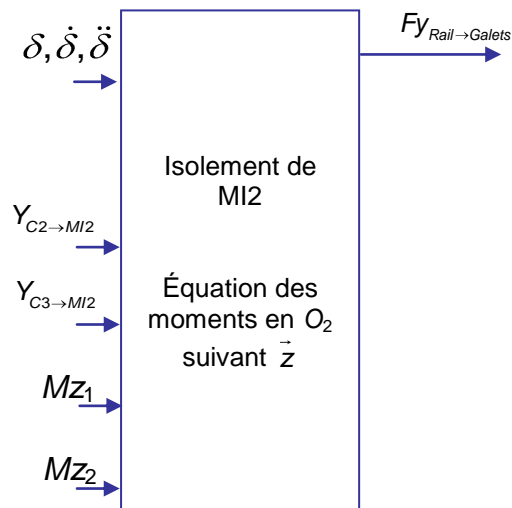


On isole le MI 2

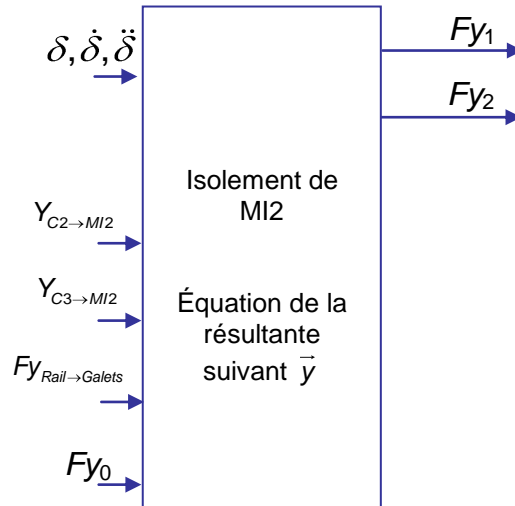
BAME :

- action de la caisse 2 sur MI2 :  $T_{C2 \rightarrow MI2}$
- action de la caisse 3 sur MI2 :  $T_{C3 \rightarrow MI2}$
- action de la pesanteur
- action de la route sur la roue 1 :  $T_{Route \rightarrow Roue1}$
- action de la route sur la roue 2 :  $T_{Route \rightarrow Roue2}$
- action du rail sur les galets de guidage :  $T_{Rail \rightarrow Galets}$
- action de la perturbation  $Fy_0$

Le théorème du moment dynamique en  $O_2$  en projection sur  $\vec{z}$  donne :



Le théorème de la résultante dynamique en projection sur  $\vec{y}$  donne :

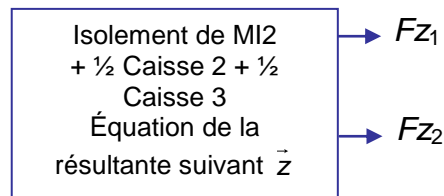


On isole l'ensemble MI 2 +  $\frac{1}{2}$  Caisse 2 +  $\frac{1}{2}$  Caisse 3

BAME :

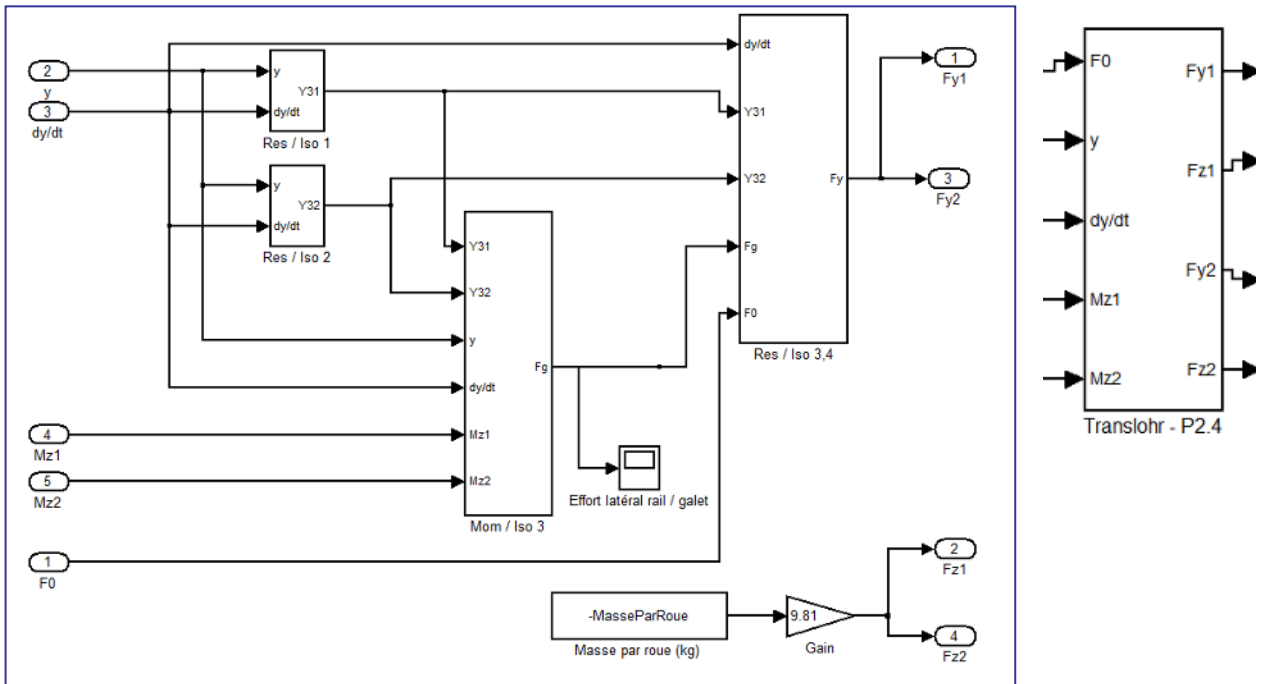
- action de la pesanteur ;
- action de la route sur la roue 1 :  $T_{Route \rightarrow Roue1}$  ;
- action de la route sur la roue 2 :  $T_{Route \rightarrow Roue2}$  ;
- action du rail sur les galets de guidage :  $T_{Rail \rightarrow Galets}$  ;
- action de la perturbation  $F_{y_0}$

Le théorème de la résultante dynamique en projection sur  $\vec{z}$  donne :



**Q30** Compléter le document réponse DR3 représentant graphiquement les équations issues de votre démarche. Chaque bloc de ce document doit représenter une équation conformément à l'exemple donné.

(Cf DR3) Pour information, voici le modèle utilisé pour la simulation donnée sur le document DT6 :



*Exploitation et analyse des résultats*

**Q31** Analyser les résultats de simulations et proposer une analyse comparative conduisant à des préconisations techniques concernant la distance  $d$  et la présence ou non d'un système antilacet.

*Analyse des effets de la distance  $d$*

Même si l'augmentation de  $d$  se traduit par un meilleur amortissement,  $d$  a une incidence modérée sur les effets dynamiques (cf. (courbes 1 et 3) et (courbes 2 et 4)).

En revanche, diminuer  $d$  conduit à augmenter de manière significative les efforts du rail sur les galets (cf. (courbes 1 et 3) et (courbes 2 et 4)).

**Préconisation :  $d = 1,2$  m est préférable** (moins d'oscillations et moins d'efforts)

*Analyse du système antilacet*

L'antilacet diminue fortement la durée durant laquelle il y a oscillation (cf. (courbes 1 et 2) et (courbes 3 et 4)). Cependant, l'antilacet ne réduit pas l'amplitude de l'accélération initiale, qui est la plus ressentie par les passagers. De plus, l'antilacet augmente les efforts de guidage.

**Préconisation : Il n'est pas nécessaire d'implanter un antilacet.**

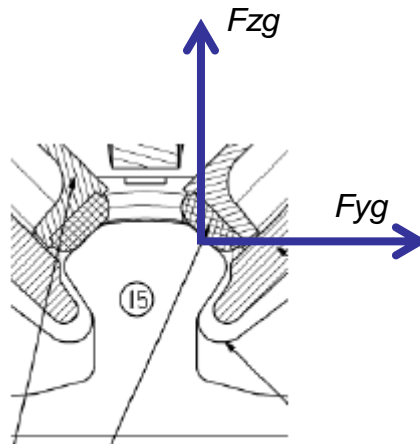
## Définition du système de guidage

Détermination du ressort de plaquage

**Q32** À partir de la Vue 3 du document DT7, déterminer la charge verticale minimale d'un galet sur le rail  $F_{zg}$  associée à la charge latérale normale de pilotage  $F_{yg}$ .

L'axe du galet étant incliné de  $45^\circ$ , pour obtenir une charge latérale normale de pilotage  $F_{yg} = 140$  daN, on doit avoir :

$$F_{zg} = F_{yg} = 140 \text{ daN}$$



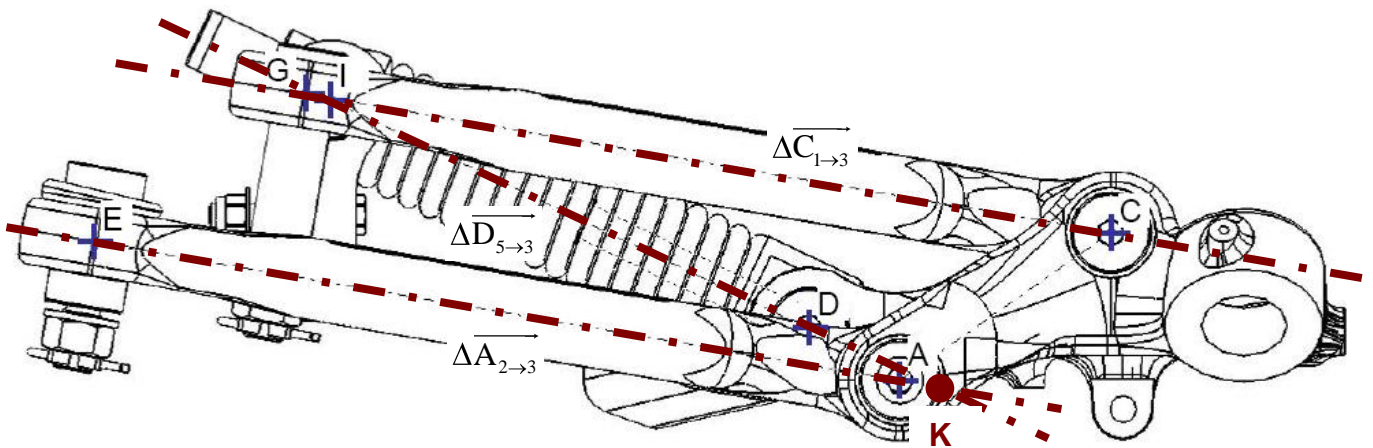
**Q33** En justifiant clairement la méthode utilisée, à partir de  $F_{zg}$ , déterminer l'effort minimal que doit fournir le ressort de plaquage (Cf documents DT7 et DT8).

Le problème peut être assimilé à un problème plan.

La résolution peut se faire de manière graphique ou analytique.

**Résolution graphique :** (à partir de la vue 4 du document DT7)

### Construction 1



Vue 4 : Vue de profil

P  
+

Les pièces 1 et 2 et l'ensemble (5 + 6 + 7) sont, chacun d'entre eux, soumis à 2 glisseurs. On peut donc tracer :

$\Delta C_{1 \rightarrow 3}$ ,  $\Delta D_{5 \rightarrow 3}$  et  $\Delta A_{2 \rightarrow 3}$  (cf. construction 1)

On isole l'ensemble (3 + Galets)

BAME :

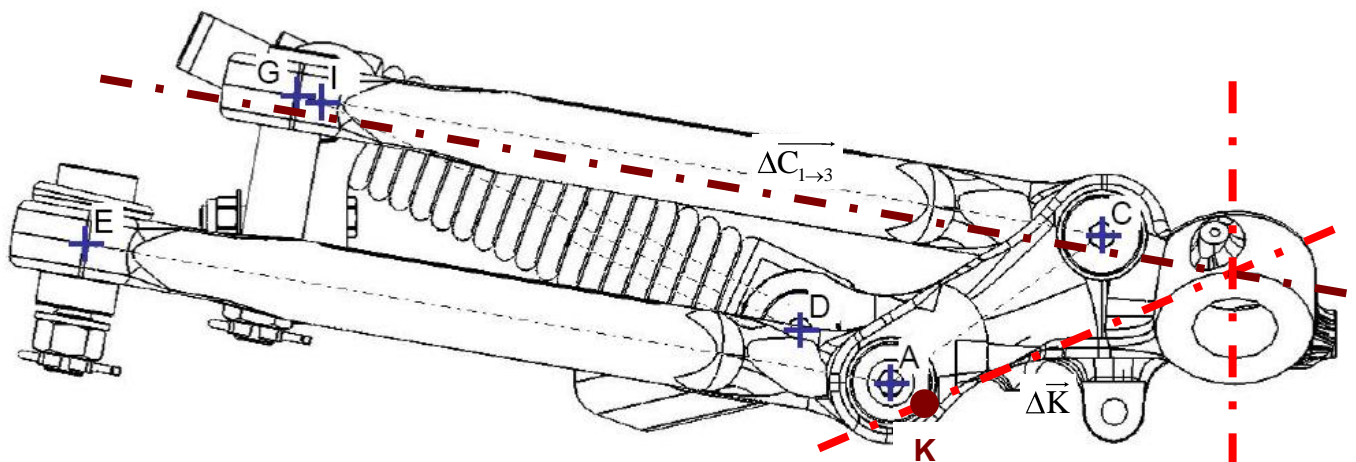
- $\overrightarrow{P_{r \rightarrow g}} = 140 \vec{z}$  (daN) en P
- $\overrightarrow{C_{1 \rightarrow 3}}$ , direction et point d'application connus ;
- $\overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ , direction et point d'application connus ;
- $\overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}$  direction et point d'application connus.

Soit  $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$  appliqué en K ( $K = \Delta \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} \cap \Delta \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ , cf. construction 1)

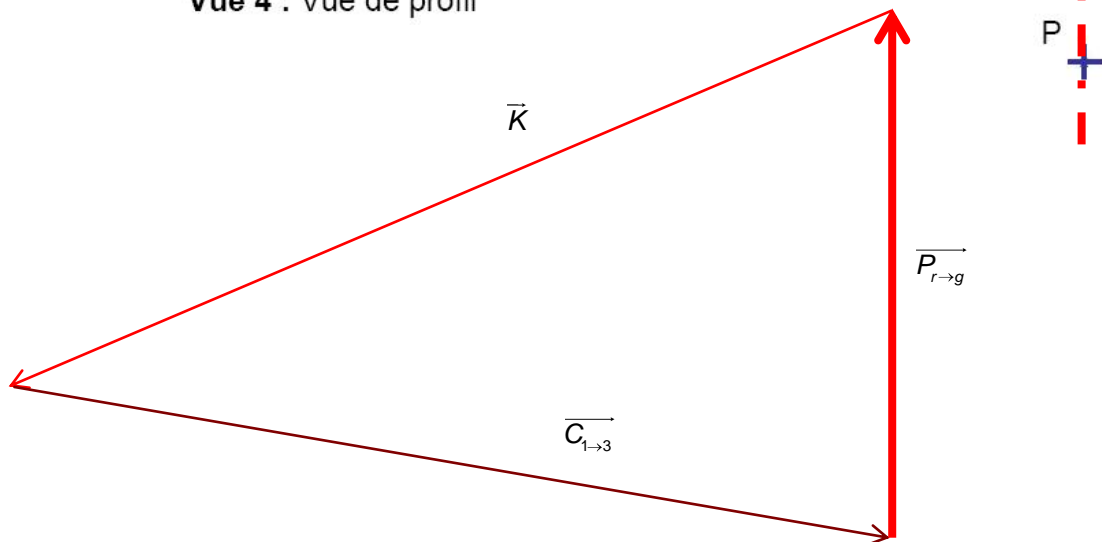
(3 + galets) est donc soumis à trois glisseurs :  $\overrightarrow{P_{r \rightarrow g}}$ ,  $\overrightarrow{C_{1 \rightarrow 3}}$  et  $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$

On peut donc déterminer  $\overrightarrow{K} = \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$  (cf. Construction 2)

**Construction 2 (20 daN  $\Leftrightarrow$  1 cm)**

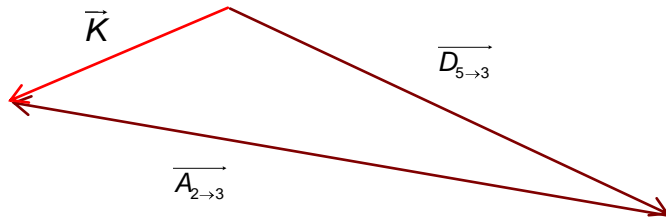


Vue 4 : Vue de profil



Connaissant  $\overrightarrow{K}, \Delta \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}, \Delta \overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$ , on peut en déduire  $\overrightarrow{D_{5 \rightarrow 3}}$  (cf. Construction 3)

### Construction 3 (80 daN $\Leftrightarrow$ 1 cm)



Le ressort de plaquage doit donc fournir un effort minimal d'environ **512 daN (6,4 cm)**.

#### Résolution analytique :

Dans le plan  $(O, \vec{z}, \vec{x})$ , les pièces 1 et 2 et l'ensemble (5 + 6 + 7) sont, chacun d'entre eux, soumis à 2 glisseurs. On peut donc poser :

$$\vec{C}_{1 \rightarrow 3} = X_{13} \vec{x}_1 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{399,2\vec{x} - 68,5\vec{z}}{405,0}$$

$$\vec{A}_{2 \rightarrow 3} = X_{23} \vec{x}_2 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_2 = \frac{\vec{EA}}{\|\vec{EA}\|} = \vec{x}_1 \quad (\text{les bras 1 et 2 sont parallèles})$$

$$\vec{D}_{7 \rightarrow 3} = X_{73} \vec{x}_7 \quad \text{avec} \quad \vec{x}_7 = \frac{\vec{ID}}{\|\vec{ID}\|} = \frac{237\vec{x} - 112,7\vec{z}}{262,4}$$

On isole l'ensemble (3 + Galets)

BAME :

- $\vec{P}_{r \rightarrow g} = 140 \vec{z}$  (daN) en P
- $\vec{C}_{1 \rightarrow 3}$
- $\vec{D}_{5 \rightarrow 3}$
- $\vec{A}_{2 \rightarrow 3}$

PFS : (équation de la résultante)

$$X_{73} \vec{x}_7 + (X_{13} + X_{23}) \vec{x}_1 + 140 \vec{z} = \vec{0}$$

En projection sur  $\vec{z}_1$ , on a  $X_{73} \vec{x}_7 \cdot \vec{z}_1 + 140 \vec{z} \cdot \vec{z}_1 = 0$  d'où  $X_{73} = -\frac{140 \vec{z} \cdot \vec{z}_1}{\vec{x}_7 \cdot \vec{z}_1}$

$$\vec{x}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{399,2\vec{x} - 68,5\vec{z}}{405,0} \quad \text{donc} \quad \vec{z}_1 = \frac{\vec{GC}}{\|\vec{GC}\|} = \frac{68,5\vec{x} + 399,2\vec{z}}{405,0}$$

$$\text{D'où } X_{73} = -\frac{140 \times 399,2 / 405}{(237 \times 68,5 - 112,2 \times 399,2) / (262,4 \times 405)} = 513,5 \text{ daN}$$

Dimensionnement de l'axe de retenue 5 (Cf DT7 et DT8)

**Q34** Entourer sur le document DR4 les critères intervenant dans le choix du matériau de l'axe de retenue. Pour chaque critère retenu, entourer la ou les limites à renseigner (Mini, Maxi ou les deux). Justifier sur votre copie le choix de ces critères et indiquer au besoin des critères supplémentaires à considérer.

(Cf DR4)



Critère d'optimisation : **le prix**

La pièce est une **pièce de sécurité**, on doit donc imposer **la limite élastique** et la **ténacité**.

Pour éviter l'apparition de **jeu dans les liaisons** on doit avoir une **dureté** minimale.

Le matériau doit être recyclable (Considérations écologiques).

La pièce est usinée dans la masse (Forme simple + sécurité) et doit donc offrir une bonne usinabilité.

#### **Critères supplémentaires**

La pièce est sous le châssis, elle doit donc résister à la corrosion.

On peut **éventuellement** chercher à minimiser le **frottement** dans les liaisons.

**Q35 Proposer un mode de réalisation, les traitements éventuels ainsi que les essais à réaliser pour valider le comportement du matériau retenu relativement aux fonctions de la pièce.**

#### **Mode de réalisation**

On est **en petite série**, la pièce est une **pièce de sécurité** et la forme de la pièce est proche d'une **barre cylindrique**. Cette pièce est donc probablement **usinée dans la masse** car une ébauche estampée serait trop chère étant donné le faible nombre de pièces à fabriquer.

Traitements :

On peut augmenter **la dureté superficielle** au niveau du guidage par **une cémentation** et une **trempe** mais il est préférable d'effectuer **un chromage dur**. Ce traitement va permettre d'obtenir :

- une **dureté** de 65-70 HRc ;
- une résistance à l'usure ;
- une résistance à l'abrasion ;
- une **résistance à la corrosion** des agents chimiques ;
- un bas coefficient de frottement avec la pièce de guidage.

#### **Essais à réaliser**

La pièce étant une pièce de sécurité, il est important de vérifier la limite élastique annoncée. Pour cela on peut réaliser **un essai de traction** sur un échantillon du matériau.

Un **essai de dureté** peut éventuellement être pratiqué afin de vérifier la qualité du traitement de surface dans les zones de liaison.

**Q36** Calculer la limite élastique minimale du matériau de l'axe de retenue, en justifiant clairement la méthode utilisée.

Par une méthode identique à celle décrite à la question Q33, nous pouvons déterminer l'effort maximal en traction que doit supporter la pièce.

La force verticale d'arrachement par couple de galets en statique étant de 5 000 daN nous trouvons un effort à supporter de 18339 daN.

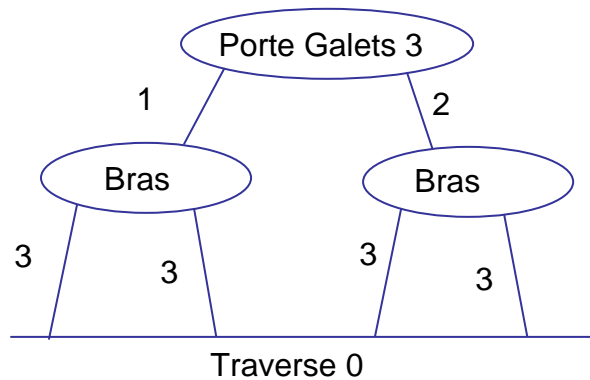
Le diamètre minimal de l'axe de retenue est de 22,5 mm (15 mm mesuré sur le plan  $\times 3/2$ ).

La limite élastique doit donc être supérieur à :  $\frac{183390}{\pi \frac{22,5^2}{4}} = 461 \text{ MPa}$

Spécifications du porte galets (Cf DT7)

**Q37** Calculer le degré d'hyperstatisme du mécanisme de guidage. En déduire les contraintes géométriques à imposer aux différentes pièces constituant le mécanisme.

Grphe des liaisons (Cinématique)



Hyperstatisme global

$$Ec = 6 \gamma = 6 \times 3 = 18 \text{ équations}$$

$$m = 1 \text{ (1 mobilité)}$$

$$lc = 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 1 = 15$$

$$h = (Ec - lc) + m = 18 - 15 + 1 = 4 \Rightarrow \text{Le système est hyperstatique d'ordre 4}$$

Étude de la boucle 0-2 :

$$h = (6 - 6) + 1 = 1$$

$\Rightarrow$  La boucle est hyperstatique d'ordre 1  $\Rightarrow$  **1 contrainte géométrique** sur les 2 pièces (**distance EF à imposer sur 0 et sur 2**)

Étude de la boucle 0-1 :

$$h = (6 - 6) + 1 = 1$$

$\Rightarrow$  La boucle est hyperstatique d'ordre 1  $\Rightarrow$  **1 contrainte géométrique** sur les 2 pièces (**distance GH à imposer sur 0 et sur 1**)

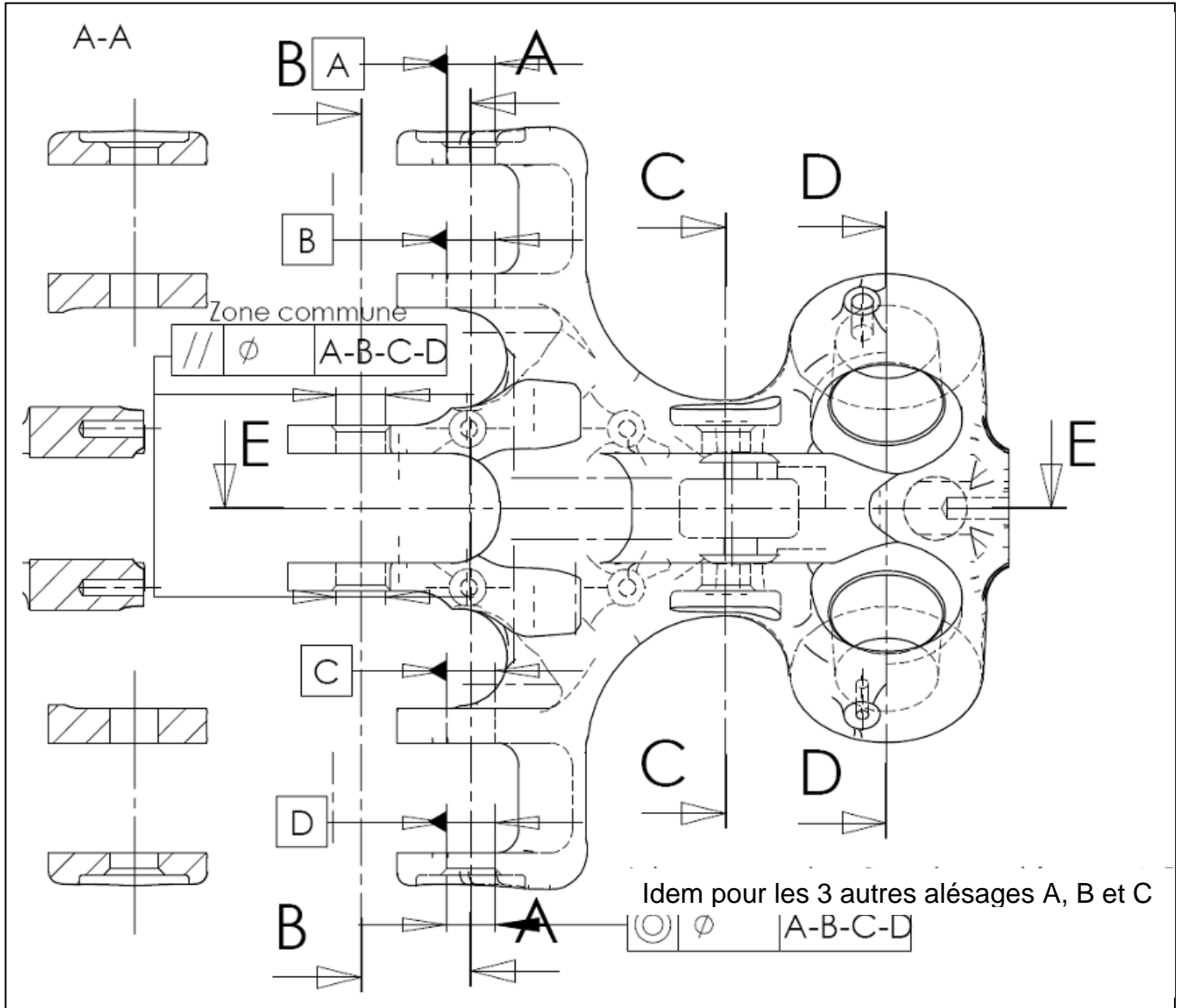
Positionnement de 3 :

Le système étant globalement hyperstatique d'ordre 4, il reste un hyperstatisme d'ordre 2 sur le positionnement de 3. On a donc **2 contraintes géométriques** à imposer sur chacune des pièces.

- sur 0 : parallélisme entre EF et GH (suivant 2 axes) ;

- sur 1 : parallélisme entre  $GH$  et  $(D, \vec{y})$  (suivant 2 axes) ;
- sur 2 : parallélisme entre  $EF$  et  $AB$  (suivant 2 axes) ;
- sur 3 : parallélisme entre  $AB$  et  $(D, \vec{y})$  (suivant 2 axes) ;

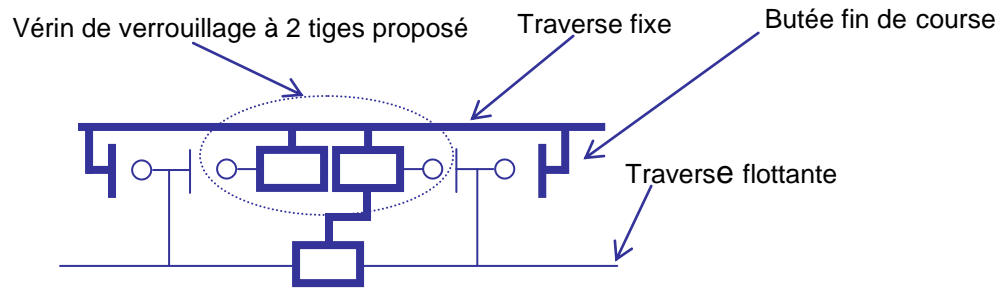
**Q38** Sur le document réponse DR5, porter les spécifications liées au positionnement du Porte Galets issues de l'analyse précédente (Les valeurs numériques des tolérances ne sont pas demandées).



*Conception du système de débrayage du système de guidage*

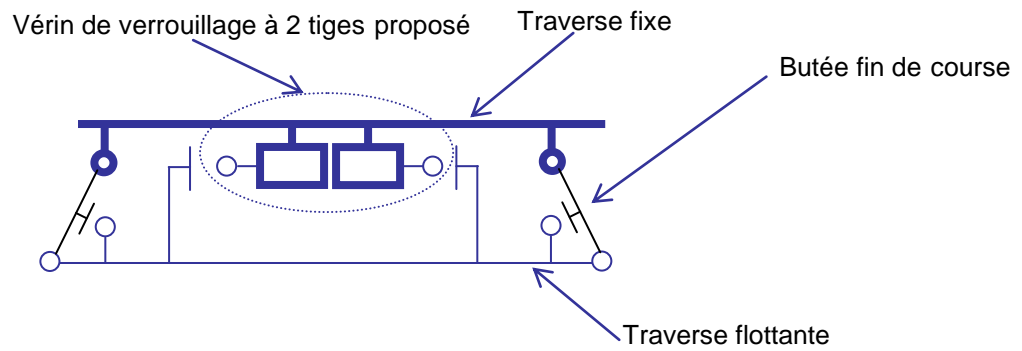
**Q39** Proposer sous forme de croquis, schémas légendés, deux propositions de solutions technologiques. Vous pouvez utiliser le vérin à 2 tiges proposé document DT10 ou tout autre système que vous décrirez précisément.

**Solution 1 : (basée sur une liaison glissière)**

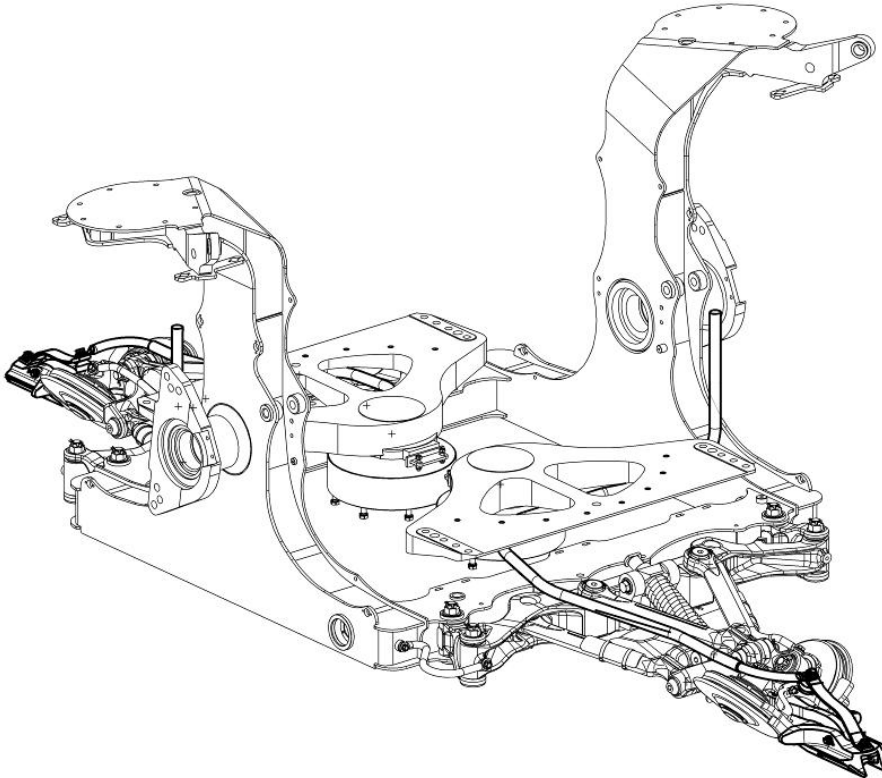
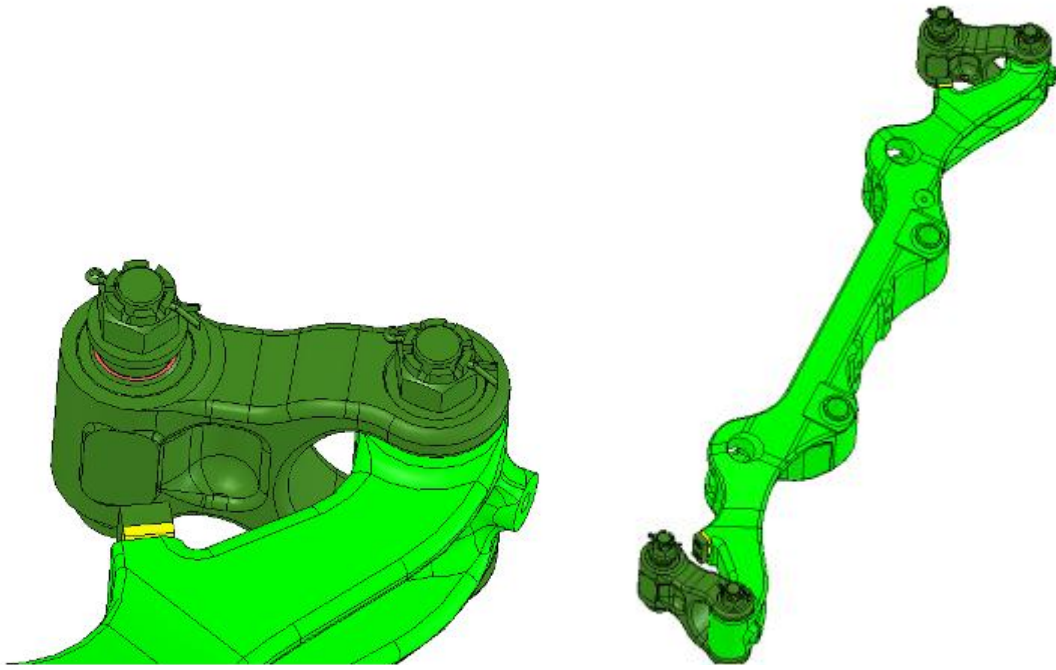


Cette solution comporte une liaison glissière entre la traverse fixe et la traverse flottante afin de permettre le débattement demandé.

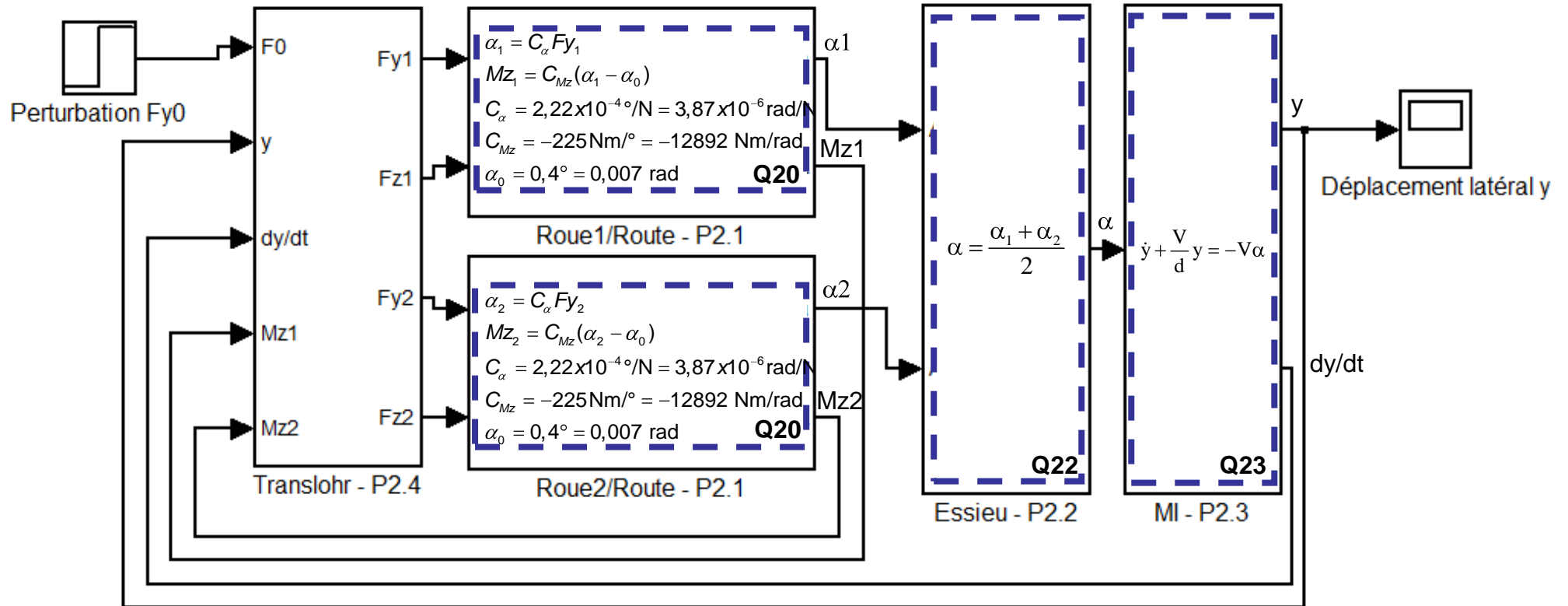
**Solution 2 : (basée un système 4 barres)**



Cette solution comporte deux bielles entre la traverse fixe et la traverse flottante afin de permettre le débattement demandé.

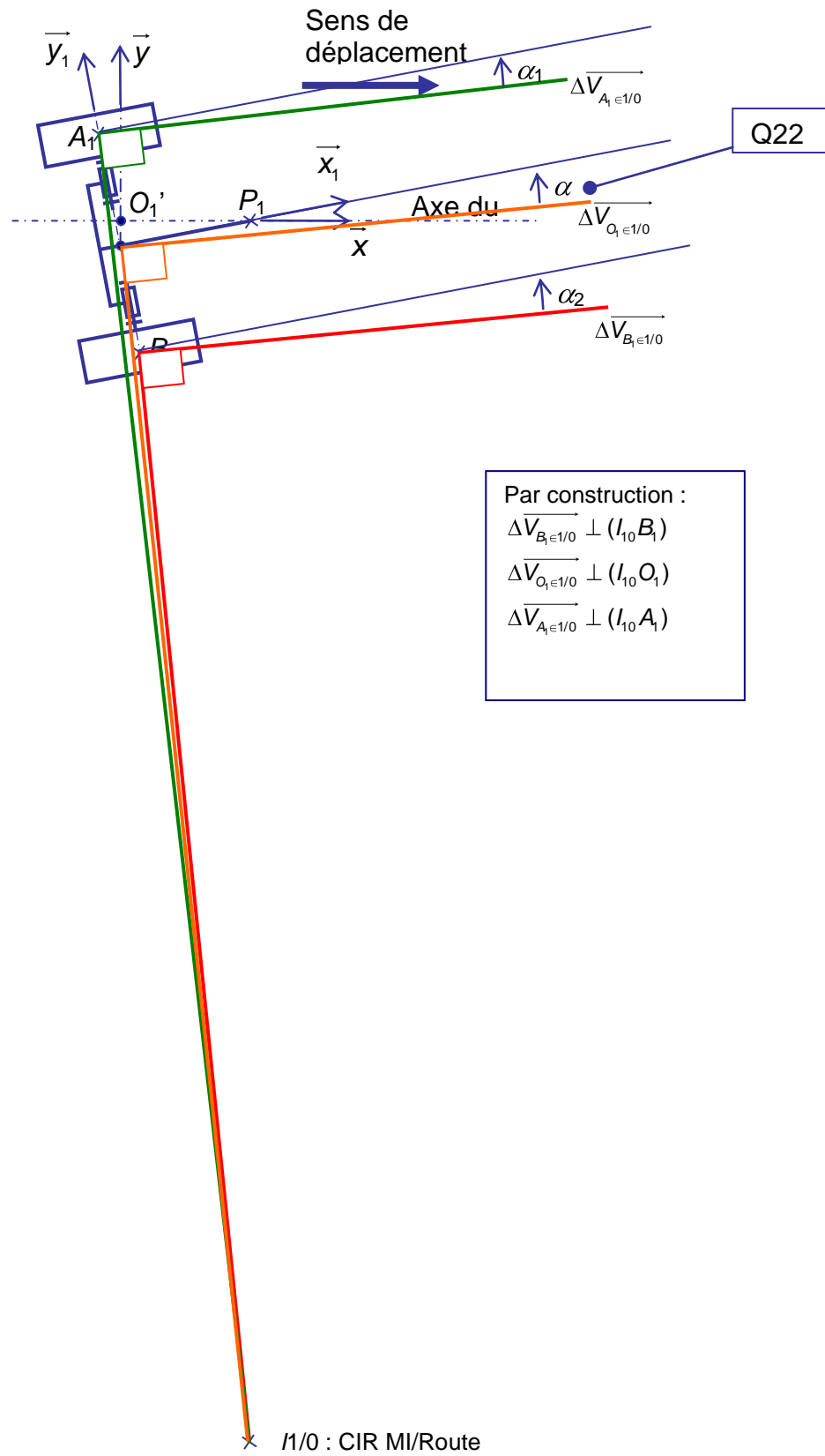


# DR1 : MODÈLE GLOBAL DU TRANSLOHR



## DR2 : COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DU MI

Q21 :



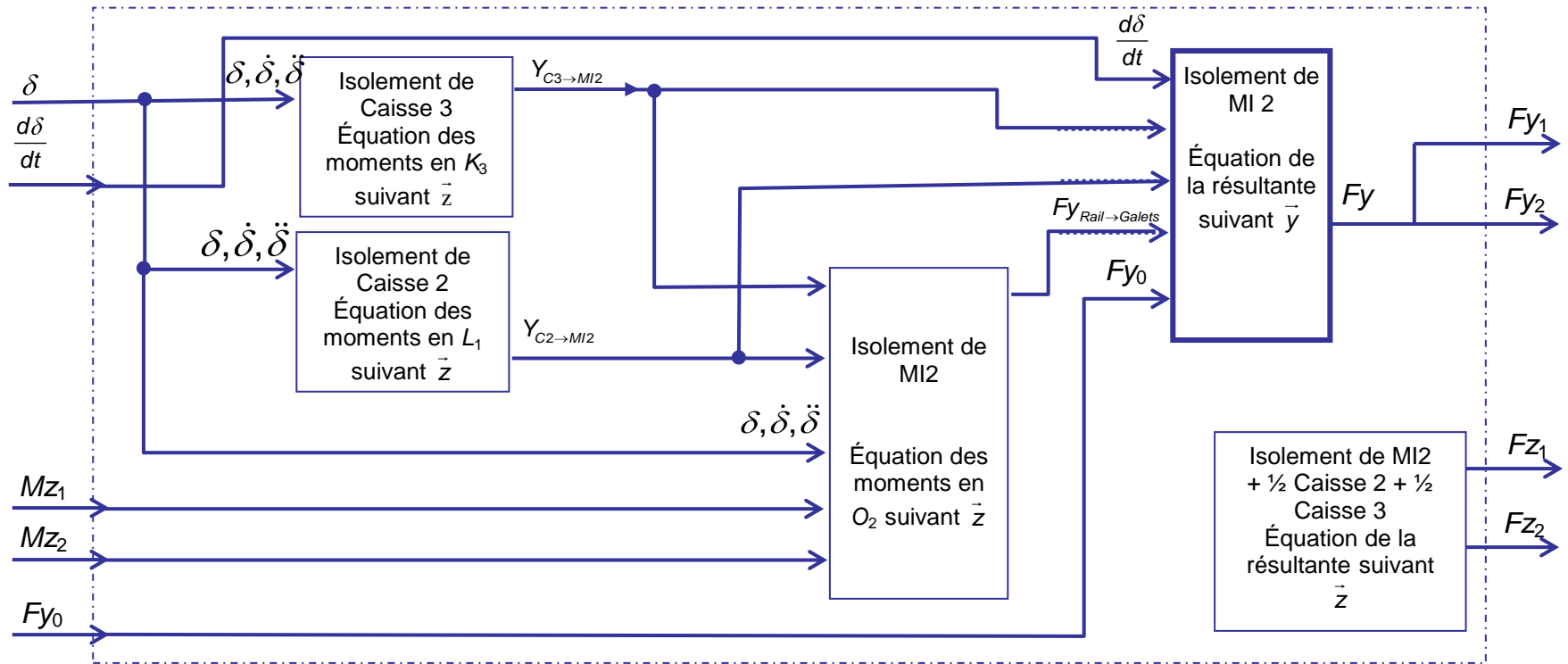
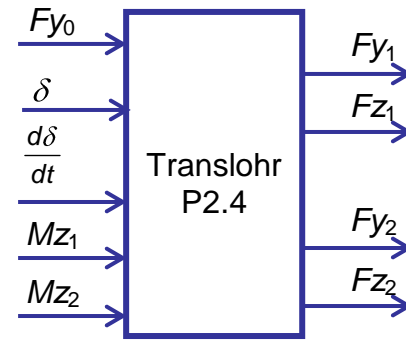
Par construction :

$$\overrightarrow{\Delta V_{B_1 \in 1/0}} \perp (I_0 B_1)$$

$$\overrightarrow{\Delta V_{O_1' \in 1/0}} \perp (I_0 O_1')$$

$$\overrightarrow{\Delta V_{A_1 \in 1/0}} \perp (I_0 A_1)$$

DR3 : DÉMARCHE DE RESOLUTION P2.4





# DR4 : CRITÈRES DE CHOIX DE MATÉRIAUX

## Propriétés Générales

	Minimum	Maximum	
Masse Volumique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	kg/m <sup>3</sup>
Prix	<input type="text"/>	<input type="text"/>	EUR/kg

## Propriétés Mécaniques

	Minimum	Maximum	
Module de Young	<input type="text"/>	<input type="text"/>	GPa
Module de cisaillement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	GPa
Coefficient de Poisson	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Mesure de dureté Vickers	<input type="text"/>	<input type="text"/>	HV
Limite élastique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Résistance en traction	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Résistance à la compression	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Allongement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	%
Limite de fatigue	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa
Ténacité	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MPa.m <sup>1/2</sup>
Coefficient d'amortissement	<input type="text"/>	<input type="text"/>	

## Propriétés Thermiques

	Minimum	Maximum	
Conductivité thermique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	W/m.K
Coefficient de dilatation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	μstrain/°C
Chaleur spécifique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	J/kg.K
Température de fusion	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température de transition vitreuse	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température maximale d'utilisation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C
Température minimale d'utilisation	<input type="text"/>	<input type="text"/>	°C

## Propriétés Electriques

	Minimum	Maximum	
Résistivité électrique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	μohm.cm
Constante diélectrique	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Facteur de puissance	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Tension de claquage	<input type="text"/>	<input type="text"/>	1000000*V/m

## Propriétés Optiques

	Minimum	Maximum
Indice de réfraction	<input type="text"/>	<input type="text"/>

## Propriétés Environnementales

	Minimum	Maximum	
Energie nécessaire à la production	<input type="text"/>	<input type="text"/>	MJ/kg
Dioxyde de carbone	<input type="text"/>	<input type="text"/>	kg/kg
Recyclable	<input type="checkbox"/>		
Réutilisable	<input type="checkbox"/>		
Biodégradable	<input type="checkbox"/>		
Incinerabilité	<input type="checkbox"/>		
Entreposable dans une décharge	<input type="checkbox"/>		
Une ressource renouvelable ?	<input type="checkbox"/>		

## Possibilités de traitement (échelle de 1 = impraticable à 5 = excellent)

	Minimum	Maximum
Aptitude à être moulé	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Formabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Usinabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Soudabilité	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Aptitude au soudage/brasage	<input type="text"/>	<input type="text"/>

## Durabilité

### Critères supplémentaires :

- Résistance à la corrosion
- Frottement minimale avec les paliers

