Eléments de corrigé

Première partie

1-1 Architecture de l'attraction

1-1-1 Détermination de l'angle d'inclinaison

L'étude des différents mouvements à partir du chronogramme de la figure N°2 permet d'écrire les relations : $x_1 = \frac{V_e^2}{2\gamma_1}$; $x_2 = V_e \cdot t_2$; $x_3 = \frac{V_e^2}{2\gamma_3}$; $x_5 = \frac{V_c^2}{2\gamma_5}$; $x_6 = \frac{V_c^2 - V_b^2}{2g\sin\alpha}$

Remarque : $\gamma_6 = g\sin\alpha$ si on fait l'hypothèse que la résistance à l'avancement du train est négligeable.

Les données présentes sur la figure N°1 entraînent la condition :
$\sum x \cdot \sin\alpha \leq 26$ mètres

Soit après application numérique : $\sin\alpha \leq \frac{17}{30{,}55}$ d'où $\alpha \leq 33{,}8°$

Une solution possible serait de prendre $\alpha = 30°$.

1-1-2 Fréquence de rotation du moteur

$$\omega = \frac{V_{\max}}{R_{tambour}} = \frac{\pi \cdot N_{moteur}}{30}$$

d'où la valeur de $N_{moteur} = \frac{30 \times 14}{\pi \times 0{,}5} = 267$ tr/min

1-2 Ralentissement et retour du pousseur

1-2-1 Course de montée

$x_m = x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x'_6$ avec $x'_6 = \frac{V_c^2}{2\gamma_7} = \frac{14^2}{2 \cdot 11} = 8{,}91$ m

d'où $x_m = 39{,}46$ m.

On peut en déduire le nombre de spires nécessaires à l'enroulement du câble sur le tambour :

$$nombredespires = \frac{course}{\pi \cdot D_{tambour}} = \frac{39{,}46}{\pi \cdot 1} \approx 13 \text{ spires}$$

Ce résultat et le contexte d'emploi justifient les formes extérieures du tambour :

- L'enroulement sur un diamètre constant facilite l'asservissement ;
- Quatorze spires sont prévues pour l'enroulement du câble ;
- Trois spires sont prévues de chaque coté pour l'entraînement par frottement afin de ne pas trop solliciter la fixation du câble sur le tambour ;
- Trois spires sont là en réserve.

1-2-2 Estimation de la vitesse de retour

- Phase 0 :
  Temps d'engagement 5 s
  Effets spéciaux : (porte latérale et rayon du soleil) : 5 s
  Soit $t_{phase\ 0}$=10 s

- Phase 1 :
  Calcul des différents temps du cycle : $t_1 = \frac{V_e}{\gamma_1} = \frac{3}{2,5} = 1,2\,\text{s}$; $t_3 = \frac{V_e}{\gamma_3} = \frac{3}{3} = 1\,\text{s}$
  Les temps d'attente : t_2=5 s et t_4=1 s
  Soit $t_{phase\ 1}$=8,2 s

- Phase 2 :
  $t_5 = \frac{V_c}{\gamma_5} = \frac{14}{8} = 1,75\,\text{s}$

- Temps t6' :
  $t'_6 = \frac{V_c}{\gamma_7} = \frac{14}{11} = 1,27\,\text{s}$

- Temps de montée total :
  La somme des temps de montée t_m= 10+8,2+1,75+1,27 = 21,22 s.

La durée de la descente compte tenu du temps de cycle imposé est égale à :
$t_d = 30 - 21,22 = 8,78$s.
On a : $t_d = t_7 + t_8 + t_9$
On peut faire l'hypothèse que $t_7 = t_9$ ce qui entraîne $t_d = 2t_7 + t_8$ avec :

$t_7 = \frac{V_d}{\gamma_7}$ et $t_8 = \frac{x_8}{V_d}$ donc $t_d = 2\frac{V_d}{\gamma_7} + \frac{x_8}{V_d}$

On obtient après transformation : $t_d = \frac{V_d}{\gamma_7} + \frac{x_d}{V_d}$ qui débouche sur l'équation :

$V_d^2 - V_d t_d \gamma_7 + x_d \gamma_7 = 0$ dont la solution acceptable donne V_d= 4,7 m/s

Remarque : Cette étude ne tient pas compte de x_a comme demandé au bas de la page 4. Cela ne revient pas à considérer que les temps correspondants sont négligeables.

1-2-3 Calcul du couple dynamique

L'application du théorème de l'énergie cinétique $\{dEc/dt\}_S = \{P_{ext} + P_{int}\}_S$ à l'ensemble mobile à définir, donne : $\frac{d}{dt}\left(\sum(\frac{1}{2}J_i\omega_i^2 + \frac{1}{2}M_jV_j^2)\right)_{Rg} = P_{ext} + P_{int}$

Hypothèses :

- On considère le frottement du câble négligeable ainsi que son énergie de déformation ;
- En avant projet on ne prendra pas en compte l'inertie J_8 du moteur que l'on ne connaît pas encore. Il faudra procéder à une vérification après le choix de celui-ci.

1. Train au contact du pousseur

On applique le Théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble S={Pousseur, Train, câble, tambour de queue, poulie de tête, accouplement et arbres de liaison}.

$$Ec = \frac{1}{2}\left[(m_C + m_2 + m_3)R_4^{\,2}\omega_m^{\,2} + (J_4 + J_5 + J_6 + J_7)\omega_m^{\,2}\right]$$

m_3 : masse du câble $m_3=\mu * l_{totale}$ avec $l_{totale}=150$ m

$$\{P_{ext} + Pi_{nt}\}_E = \omega_m\left[C_m - R_4\left[(m_C + m_2)g\sin\alpha + F_f m_c\right]\right]$$

Ce qui après dérivation de l'énergie cinétique donne : $C_m = J_{eq}a_m + R_4[(m_C + m_2)g\sin\alpha + F_f m_c]$

2. Le train n'est plus au contact du pousseur

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble S={Pousseur, câble, tambour de queue, poulie de tête, accouplement et arbres de liaison }.

$$Ec = \frac{1}{2}\left[(m_2 + m_3)R_4^{\,2}\omega_m^{\,2} + (J_4 + J_5 + J_6 + J_7)\omega_m^{\,2}\right] \text{ et } \{P_{ext} + Pi_{nt}\}_E = \omega_m\left[C_m - R_4\left[m_2 g\sin\alpha\ \right]\right]$$

soit $C_m = J_{eq}a_m + R_4[m_2 g\sin\alpha]$

Application numérique :

Phases	γ (m/s²)	a (rad/s²)	Cm (m.N)	t(s)
1	2,5	5	38149	1,2
2	0	0	22632	5
3	-3	-6	4011	1
4	0	0	0	1
5	8	16	72288	1,75
6'	-11	-22	-24642	1,27
7	-11	-22	24642	0,59
8	0	0	2385	5,48
9	6,5	13	18356	0,59

Avec l'hypothèse $t_7=t_9$

1-2-4 Cm_{MAX} = 72288 m.N (valeur issue du tableau précédent).

Couple quadratique moyen pour l'ensemble des phases : $C_{quadratique\ moyen} = \sqrt{\dfrac{\sum C_i^2 t_i}{\sum_i t_i}}$

$C_{quadratique\ moyen}$=28,8 kN.m

1-2-5 Choix de la motorisation

Deux solutions sont envisageables :

- Un moteur NP710KX8
  Cm_{MAX} = 44,1 x 2,1 = 92,61 > 72,3 kN.m
  Cm_{eq} = 44,1 > 28,8 kN.m

- Deux moteurs NP560KX6 montés en tandem (solution proposée dans le suite du sujet), les valeurs nominales étant supérieures aux précédentes cette solution est bien sûr possible.

Si l'on prend en compte l'inertie moteur les valeurs deviennent (voir ci-dessous) :

	Moteur NP710KX8	2 Moteurs NP560KX6
Phases	Cm (kN.m)	Cm (kN.m)
1	41,2	40,3
2	22,6	22,6
3	0,35	1,4
4	0	0
5	82	79
6'	-38,1	-34,2
7	-38,1	-34,2
8	2.4	2,4
9	26,3	24
C_{meq} (kN.m)	34,2 réserve 22%	32,9 réserve 42 %

Ces résultats numériques ne suffisent pas à prendre une décision, les deux solutions étant viables. C'est le contexte d'exploitation qu'il faut analyser pour conclure, en mettant en valeur l'intérêt d'une limitation des inerties. Dans ce cas, la solution des deux moteurs accouplés est nettement avantageuse

1-2-6 Vitesse et accélération maxi

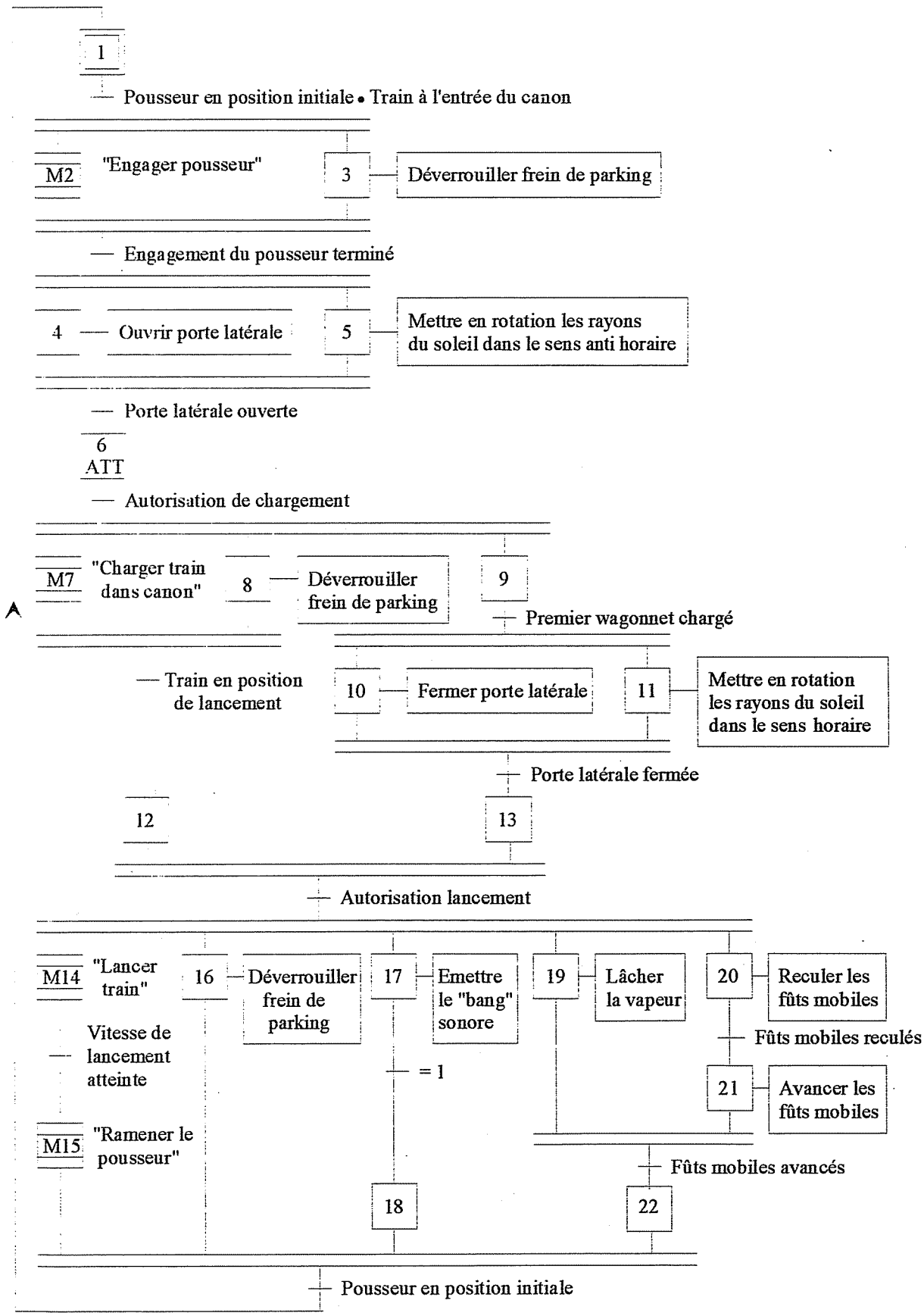
En régime établi : N_{moteur} = 275 tr/min d'où V = 14,4 m/s et γmaxi ≈ 13 m/s² en phase 5 : pour la motorisation réalisée avec deux moteurs en tandem.

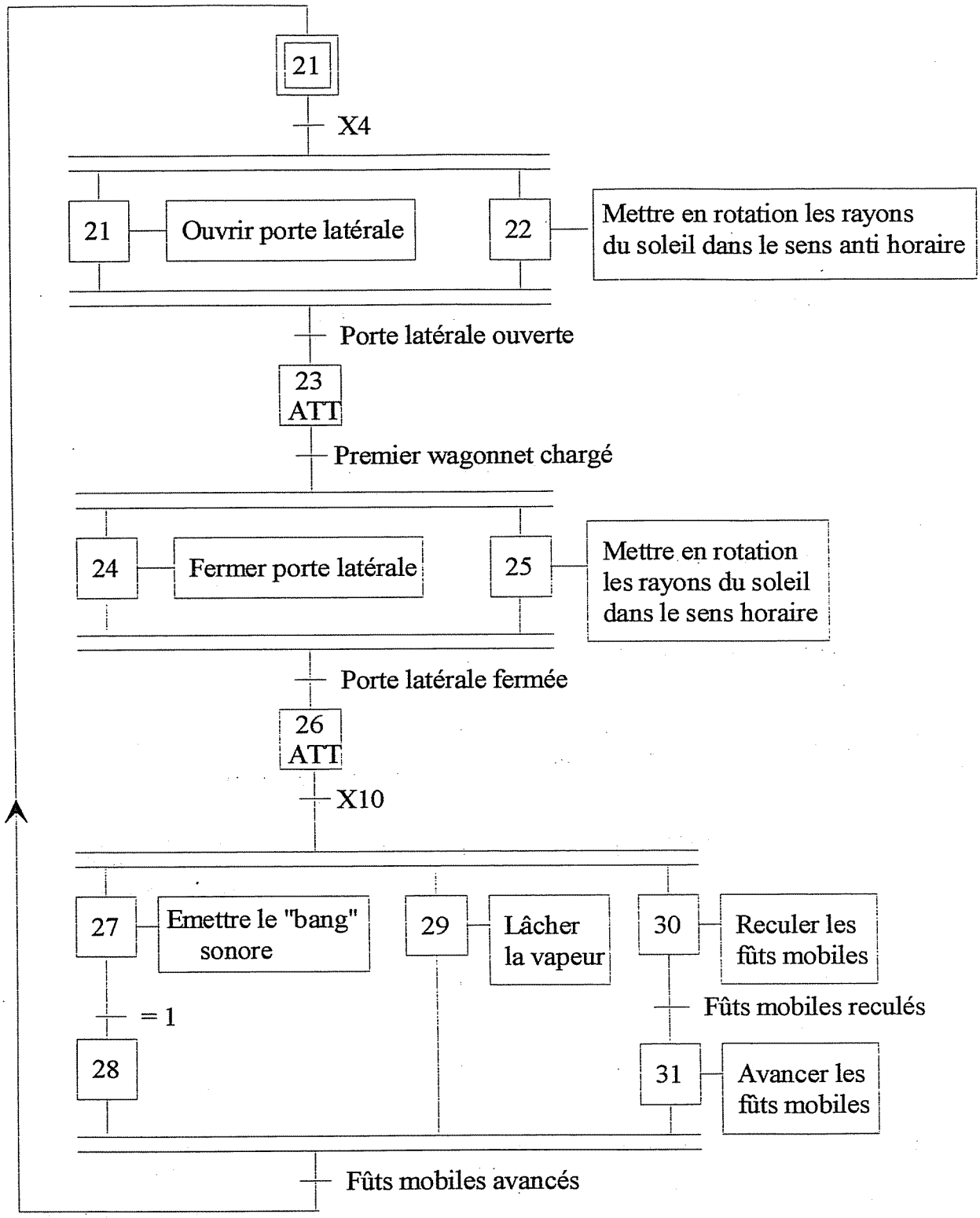
Le cahier des charges est donc bien respecté

Corrigé de la seconde partie

2-1 Grafcet de fonctionnement normal

Solution 1: un seul grafcet.

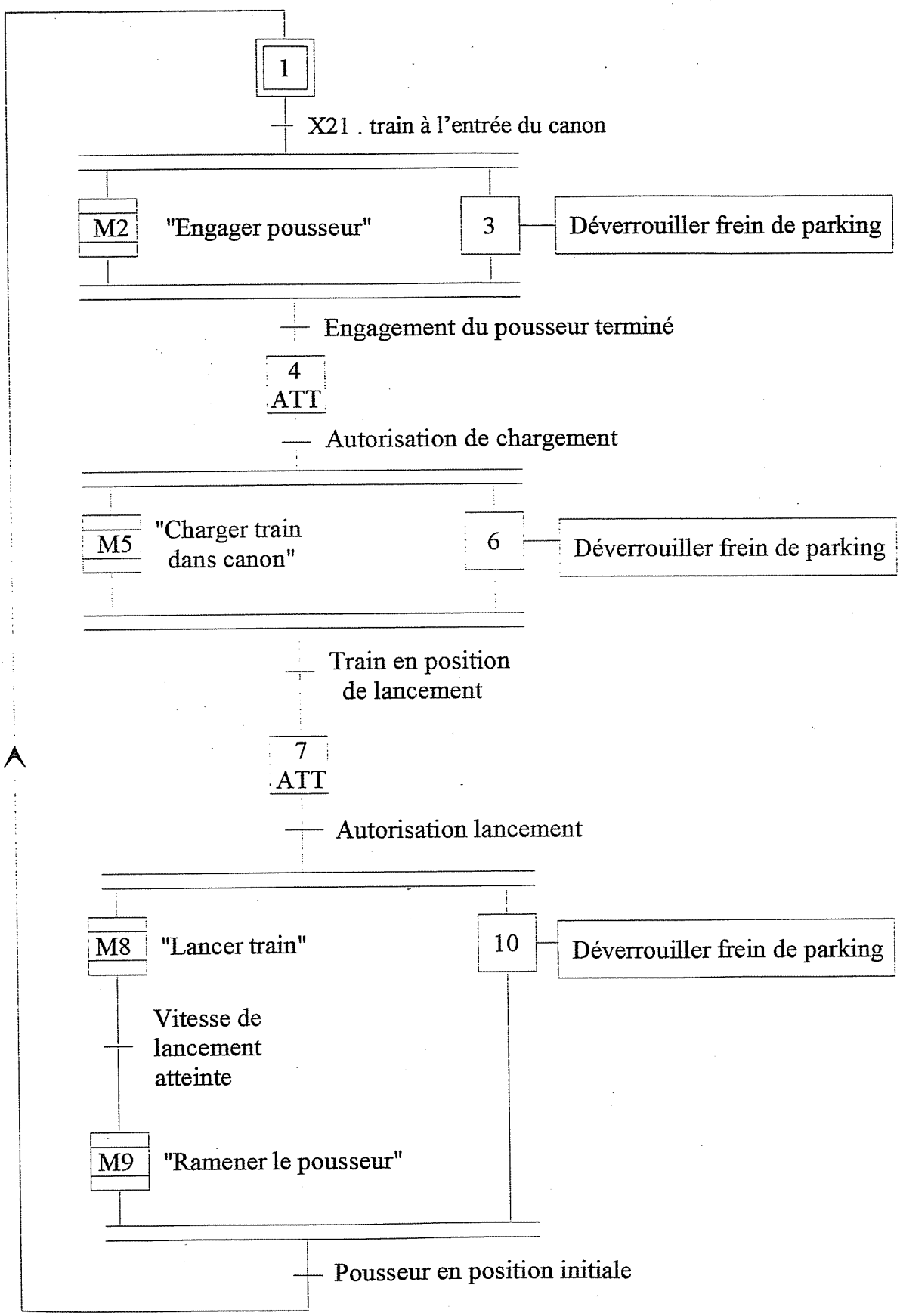




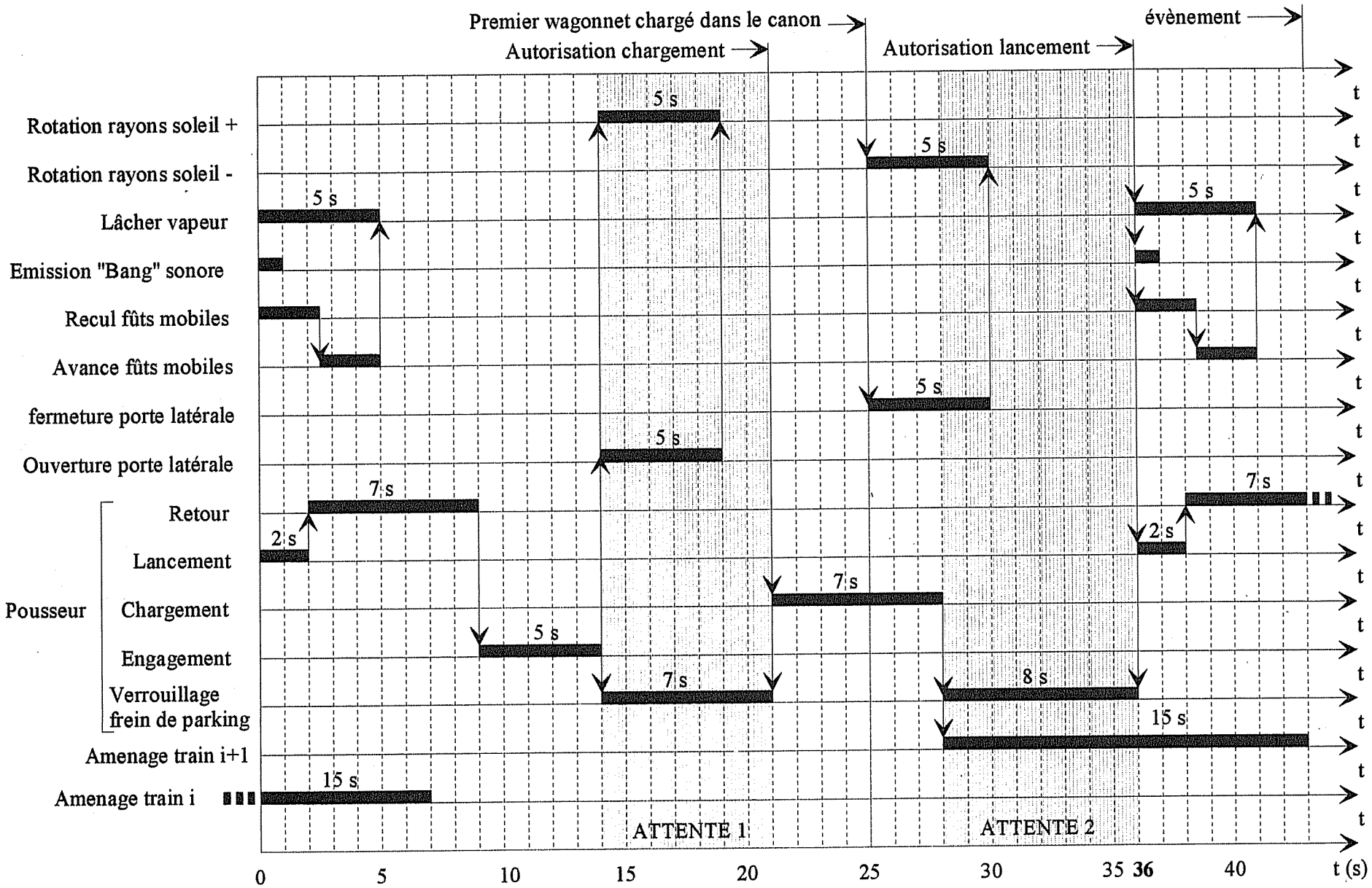
Grafcet de commande des effets spéciaux

Cette seconde solution est plus conforme à la srtucture de la commande, les ordres à destination des effets spéciaux et ceux à destination de la catapulte étant émis par deux automates différents.

Solution 2 : deux grafcets séparés :



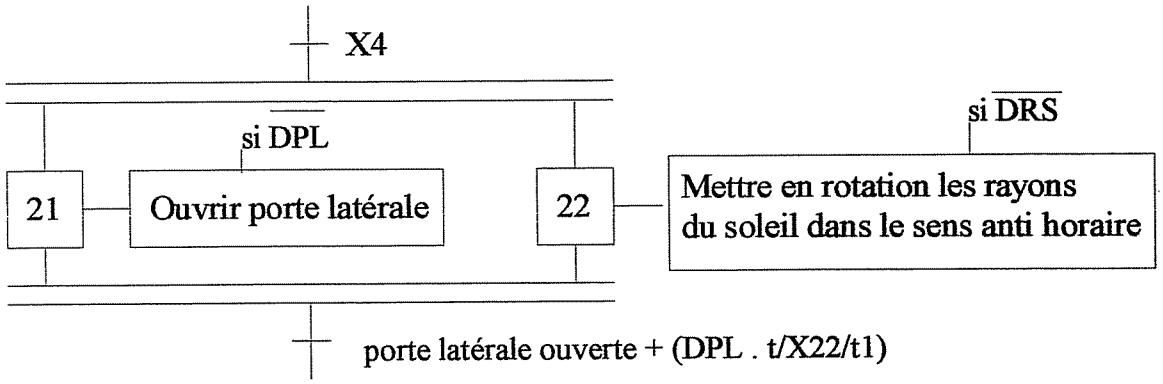
Grafcet de commande du pousseur


Premier wagonnet chargé dans le canon
Autorisation chargement
Autorisation lancement
évènement
Rotation rayons soleil +
Rotation rayons soleil -
Lâcher vapeur
Emission "Bang" sonore
Recul fûts mobiles
Avance fûts mobiles
fermeture porte latérale
Ouverture porte latérale
Pousseur
Retour
Lancement
Chargement
Engagement
Verrouillage frein de parking
Amenage train i+1
Amenage train i
5 s
7 s
2 s
15 s
8 s
ATTENTE 1
ATTENTE 2
t
0
5
10
15
20
25
30
35
36
40
t (s)

2-3 Sureté de fonctionnement

La solution la plus immédiate consistait à modifier le grafcet de fonctionnement normal (version 2) selon le principe représenté ci-dessous.
D'autres solutions existent qui ne seront pas exposées ici (grafcet de surveillance émettant des ordres de forçages.du GFN, grafcet de marche dégradée, etc...)

Les différentes informations de défaillances étaient toutes nécessaires pour gérer les alarmes et entraîner une maintenance. Certaines d'entre elles permettaient en plus un fonctionnement en mode dégradé lorsqu'elles étaient utilisées dans les réceptivités.



Corrigé de la troisième partie

3-1 Modélisation électromécanique de la motorisation à deux moteurs
3-1-1 Mise en équations

3-1-1a) Equations temporelles :

$$\left.\begin{array}{l} u_1(t) = R_1 i_1(t) + L_1 \dfrac{di_1(t)}{dt} + e_1(t) \\ e_1(t) = K_{e1}\omega(t) \\ C_{m1}(t) = K_{t1} i_1(t) \end{array}\right\} \text{Moteur 1} \qquad \left.\begin{array}{l} u_2(t) = R_2 i_2(t) + L_2 \dfrac{di_2(t)}{dt} + e_2(t) \\ e_2(t) = K_{e2}\omega(t) \\ C_{m2}(t) = K_{t2} i_2(t) \end{array}\right\} \text{Moteur 2}$$

Théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble du système en négligeant les pertes et les frottements visqueux :

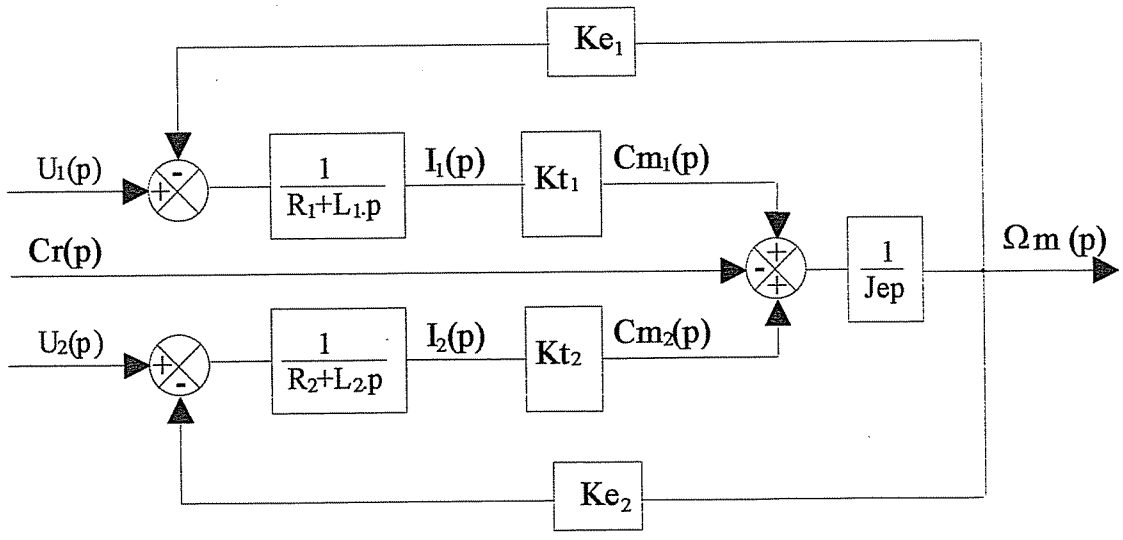
$$J_e \frac{d\omega(t)}{dt} = C_{m1}(t) + C_{m2}(t) - C_r(t)$$

Equations opérationnelles (avec C.I. nulles) :

$$\left.\begin{array}{l} U_1(p) = (R_1 + L_1 p) I_1(p) + E_1(p) \\ E_1(p) = K_{e1}\Omega(p) \\ C_{m1}(p) = K_{t1} I_1(p) \end{array}\right\} \text{Moteur 1} \qquad \left.\begin{array}{l} U_2(p) = (R_2 + L_2 p) I_2(p) + E_2(p) \\ E_2(p) = K_{e2}\Omega(p) \\ C_{m2}(p) = K_{t2} I_2(p) \end{array}\right\} \text{Moteur 2}$$

$$J_e p\Omega(p) = C_{m1}(p) + C_{m2}(p) - C_r(p)$$

3-1-1b) Schéma fonctionnel détaillé



3-1-1c) Relation de transfert

En reprenant les équations opérationnelles et en notation implicite de la variable p pour alléger les écritures, il vient :

$$J_e p\Omega = \frac{K_{t1}U_1}{R_1+L_1p} - \frac{K_{t1}K_{e1}\Omega}{R_1+L_1p} + \frac{K_{t2}U_2}{R_2+L_2p} - \frac{K_{t2}K_{e2}\Omega}{R_2+L_2p} - C_r$$

$$\Rightarrow \quad \Omega\left[J_e p + \frac{K_{t1}K_{e1}}{R_1+L_1p} + \frac{K_{t2}K_{e2}}{R_2+L_2p}\right] = \frac{K_{t1}U_1}{R_1+L_1p} + \frac{K_{t2}U_2}{R_2+L_2p} - C_r$$

$$\Rightarrow \quad \Omega = \frac{\dfrac{K_{t1}U_1}{R_1+L_1p} + \dfrac{K_{t2}U_2}{R_2+L_2p} - C_r}{\left[J_e p + \dfrac{K_{t1}K_{e1}}{R_1+L_1p} + \dfrac{K_{t2}K_{e2}}{R_2+L_2p}\right]}$$

et finalement :

$$\boxed{\Omega = \frac{K_{t1}(R_2+L_2p)U_1 + K_{t2}(R_1+L_1p)U_2 - (R_1+L_1p)(R_2+L_2p)C_r}{J_e p(R_1+L_1p)(R_2+L_2p) + K_{t1}K_{e1}(R_2+L_2p) + K_{t2}K_{e2}(R_1+L_1p)}}$$

Il s'agit d'un transfert du troisième ordre.

REMARQUE : la mise sous forme canonique qui entraînait un surcroît de calculs n'était pas nécessaire à ce stade, des simplifications étant proposées en 3-1-2.

3-1-1d) Evaluation des couples

Masse du train : $m_c = 7500$kg en charge et $m_v = 5500$kg à vide.
Masse du pousseur : $m_2 = 900$kg

- Effort de résistance à l'avancement F_f dû aux frottements du train sur ses rails (on suppose qu'il ne dépend pas de la vitesse) : on considère que ni le poids du câble, ni le poids du tambour, ni le roulement du pousseur sur ses guides n'interviennent dans l'effort résistant global. On admet que F_f est colinéaire à la direction du câble. Le tambour tourne dans le sens horaire lors du lancement. L'effort résistant sur le câble est la somme des efforts dus à la gravité et des efforts de frottement (les efforts dynamiques n'interviennent pas).

- Modules des forces de frottement (la masse du pousseur n'intervenait pas dans ce calcul) :

  Train à vide: $\|\vec{F}_{fv}\| = 0{,}1 \times m_v$

  Train en charge: $\|\vec{F}_{fc}\| = 0{,}1 \times m_c$

- Force due à la gravité, en projection selon la direction du câble (la masse du câble n'intervient pas) :

  à vide : $F_{rv} = (m_v + m_2)g\sin(\alpha)$
  en charge : $F_{rc} = (m_c + m_2)g\sin(\alpha)$

- Couple résistant sur le tambour :

à vide : $C_{rv} = ((m_v + m_2)g\sin(\alpha) + 0{,}1 \times m_v)R_4$
en charge : $C_{rc} = ((m_c + m_2)g\sin(\alpha) + 0{,}1 \times m_1)R_4$

Application numérique (g = 10 m/s^2 était accepté) :
$C_{rv} = ((5500 + 900) \times 9{,}81 \times \sin(32) + 0{,}1 \times 5500) \times 0{,}5 = 16910 Nm$
$C_{rc} = ((7500 + 900) \times 9{,}81 \times \sin(32) + 0{,}1 \times 7500) \times 0{,}5 = 22208 Nm$

3-1-2 Commande en chaîne directe.

3-1-2a) Simplification de la relation de transfert

En reprenant l'équation de transfert déterminée en 3-1-1c et en posant l'égalité des paramètres moteurs, il vient :

$$\Omega = \frac{K_t(R+Lp)U + K_t(R+Lp)U - (R+Lp)(R+Lp)C_r}{J_e p(R+Lp)(R+Lp) + K_t K_e(R+Lp) + K_t K_e(R+Lp)} = \frac{2K_t U - (R+Lp)C_r}{J_e p(R+Lp) + 2K_t K_e}$$

Mise sous forme canonique :

$$\Omega = \frac{\frac{1}{K_e}U - \frac{(R+Lp)}{2K_t K_e}C_r}{1 + \frac{RJ_e}{2K_t K_e}p + \frac{LJ_e}{2K_t K_e}p^2}$$

Le transfert s'est réduit au second ordre d'un moteur à courant continu dont les paramètres sont strictement identiques à ceux d'un moteur unique, excepté la constante de couple qui double. Ceci se vérifie facilement en réécrivant les équations obtenues en 3-1-1a qui deviennent :

$$\left.\begin{aligned} U(p) &= (R+Lp)I_1(p) + E_1(p) \\ E_1(p) &= K_e\Omega(p) \\ C_{m1}(p) &= K_t I_1(p) \end{aligned}\right\} \text{Moteur 1}$$

$$\left.\begin{aligned} U(p) &= (R+Lp)I_2(p) + E_2(p) \\ E_2(p) &= K_e\Omega(p) \\ C_{m2}(p) &= K_t I_2(p) \end{aligned}\right\} \text{Moteur 2}$$

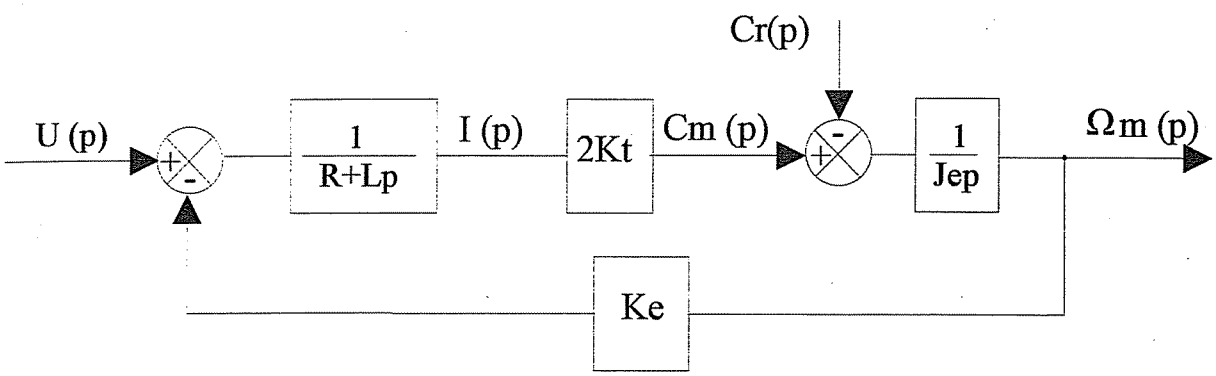
Les trois équations des moteurs 1 et 2 et l'égalité des paramètres imposent $E_1 = E_2 = E$ et $I_1 = I_2 = I$
Le système se simplifie alors :

$$U(p) = (R+Lp)I(p) + E(p)$$
$$E(p) = K_e\Omega(p)$$
$$C_{m1}(p) = K_t I(p)$$
$$C_{m2}(p) = K_t I(p)$$
$$J_e p\Omega(p) = C_{m1}(p) + C_{m2}(p) - C_r(p)$$

En posant $C_{m1} + C_{m2} = C_m$, on obtient :

$$\left.\begin{aligned} &U(p) = (R + Lp)I(p) + E(p) \\ &E(p) = K_e\Omega(p) \\ &C_m(p) = 2K_tI(p) \\ &J_e p\Omega(p) = C_m(p) - C_r(p) \end{aligned}\right\} \text{ moteur équivalent}$$

Système d'équation correspondant à un moteur équivalent de puissance double. On en déduit le schéma fonctionnel détaillé :



3-1-2b) Expression des paramètres caractéristiques

Le transfert mis sous forme canonique est un second ordre dont les paramètres sont le gain statique K_m correspondant à l'entrée, le facteur d'amortissement réduit z et la pulsation propre non amortie ω_n

$$\Omega(p) = \frac{\dfrac{1}{K_e}}{1 + \dfrac{RJ_e}{2K_tK_e}p + \dfrac{LJ_e}{2K_tK_e}p^2}U(p) - \frac{\dfrac{R}{2K_tK_e}\left(1 + \dfrac{L}{R}p\right)}{1 + \dfrac{RJ_e}{2K_tK_e}p + \dfrac{LJ_e}{2K_tK_e}p^2}C_r(p)$$

avec: $K_m = \dfrac{1}{K_e}$; $\omega_n = \sqrt{\dfrac{2K_eK_t}{LJ_e}}$; $z = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{J_e}{2LK_eK_t}}$

3-1-2c) Application numérique :

$K_m = 0{,}045$ rad/s/V
à vide : $J_{ev} = 3100 kg.m^2$

$$\omega_{nv} = \sqrt{\frac{2 \times 22 \times 22}{0{,}00072 \times 3100}} = 20{,}82 rad/s \quad \text{et} \quad z_v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(0{,}03)^2 \times 3100}{2 \times 0{,}00072 \times 22 \times 22}} = 1$$

en charge : $J_{ec} = 3600 kg.m^2$

$$\omega_{nc} = \sqrt{\frac{2\times 22\times 22}{0{,}00072\times 3600}} = 19{,}32 rad/s \qquad \text{et} \qquad z_c = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(0{,}03)^2\times 3600}{2\times 0{,}00072\times 22\times 22}} = 1{,}08$$

Commentaires:

- Le facteur d'amortissement est à la limite du régime oscillatoire, ce qui peu paraître surprenant au vu des inerties mises en jeu.

- La charge modifie peu le comportement du système, ce qui est appréciable dans cette application, le nombre et la corpulence des passagers pouvant varier de manière importante d'un lancement à l'autre.

- Il était possible de faire apparaître les constantes de temps mécanique et électrique, soit : T_e= 0,024s et T_m= 0,111s.

3-1-3 Performances de la commande en chaîne directe

3-1-3a) Vitesse limite théorique

La valeur de la vitesse en régime permanent se détermine de manière très classique, en utilisant le théorème de la valeur finale. Le transfert en charge est le suivant :

$$\Omega(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1+\frac{RJ_{ec}}{2K_tK_e}p+\frac{LJ_{ec}}{2K_tK_e}p^2}U(p) - \frac{\frac{(R+Lp)}{2K_tK_e}}{1+\frac{RJ_{ec}}{2K_tK_e}p+\frac{LJ_{ec}}{2K_tK_e}p^2}C_{rc}(p)$$

Entrée échelon d'amplitude 700 V : $E(p) = \frac{700}{p}$

Couple résistant de valeur 22200Nm en charge : $C_{rc}(p) = \frac{22200}{p}$

$$\Omega(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1+\frac{RJ_{ec}}{2K_tK_e}p+\frac{LJ_{ec}}{2K_tK_e}p^2}\frac{700}{p} - \frac{\frac{(R+Lp)}{2K_tK_e}}{1+\frac{RJ_{ec}}{2K_tK_e}p+\frac{LJ_{ec}}{2K_tK_e}p^2}\frac{22200}{p}$$

$$\omega_\infty = \lim_{t\to\infty}[\omega(t)] = \lim_{t\to\infty}[p\Omega(p)]$$

$$\omega_\infty = \lim_{p\to 0}\left[\frac{\frac{700}{K_e}}{1+\frac{RJ_{ec}}{2K_tK_e}p+\frac{LJ_{ec}}{2K_tK_e}p^2} - \frac{\frac{22200(R+Lp)}{2K_tK_e}}{1+\frac{RJ_{ec}}{2K_tK_e}p+\frac{LJ_{ec}}{2K_tK_e}p^2}\right] = \frac{700}{K_e} - \frac{222000\times R}{2K_tK_e}$$

Application numérique :

$$\omega_\infty = \frac{700}{22} - \frac{22200\times 0{,}03}{2\times 22\times 22} = 31{,}8181 - 0{,}688 = 31{,}13 rad/s \text{ en charge}$$

Commentaires :

* L'influence du couple résistant est faible : environ 1%.
* La vitesse linéaire obtenue en charge pour le train est V = 31,13 x 0,5 = 15,56 m/s légèrement supérieure à celle stipulée dans le CdCF de 14m/s maxi.

Cette marge de vitesse est appréciable dans le cas où les hypothèses effectuées conduiraient à une majoration de la vitesse. En particulier, l'influence de la constante de fcem du moteur K_e est prépondérante, une variation de sa valeur provoquant une variation proportionnellement inverse (à l'influence de C_r près) de la vitesse. A cet effet, les constantes des moteurs sont mesurées avec précision lors d'essais effectués par le constructeur, ce pour chaque moteur.
Dans le cas contraire, la réduction de vitesse par diminution de la tension de commande ne posera aucun problème.

3-1-3b) Valeur de l'accélération moyenne

D'après les calculs effectués en 3-1-2c, $\omega_{nc} = 19{,}32 rad/s$ et $z_c = 1{,}08$

Le temps de réponse à 5% est fourni par le diagramme figure 8, soit :

$$t_{r5\%}\omega_n \approx 5 \Rightarrow t_{r5\%} = \frac{5}{\omega_n} = \frac{5}{19{,}32} = 0{,}26s$$

Pour la consigne de 700V, la vitesse atteinte en régime permanent est 31,13 rad/s. La vitesse atteinte au bout de t = 0,26s est donc 0,95 x 31,13 = 29,57rad/s, soit une accélération angulaire moyenne de 29,57/0,26 = 113,73 rad/s^2. L'accélération linéaire correspondante est de 113,73 x 0,5 = 56,86 m/s^2, soit une valeur supérieure à 5g !

Commentaire :
L'accélération atteinte par le système en chaîne directe est incompatible avec le cahier des charges et en tout état de cause avec le transport de personnes. La loi de commande en échelon est donc à proscrire absolument dans cette application.
En pratique, le variateur va limiter le courant appelé par le moteur, limitant de fait le couple et donc l'accélération à une valeur inférieure à celle prévue par le modèle linéaire. Comme nous l'avons vu dans la première partie, le couple dynamique maximal est environ le double du couple nominal, limitation qui n'est pas prise en compte dans le modèle linéaire.

3-1-3c) Caractéristiques de la réponse à une rampe

Le gain statique du système est égal à 0,045, différent de 1. En comparant la valeur de la vitesse obtenue avec celle théoriquement commandée, on peut faire apparaître un écart de poursuite qui est celui d'un système du second ordre de gain unitaire, soumis à une rampe de tension, de pente a/K, (afin d'obtenir une rampe effective de pente a pour la vitesse) soit en charge : $\varepsilon_{pc} = \frac{2z_c a}{\omega_{nc}}$

Application numérique : $\varepsilon_{pc} = \frac{2 \times 1{,}08 \times 8}{19{,}32} = 0{,}9 m/s$

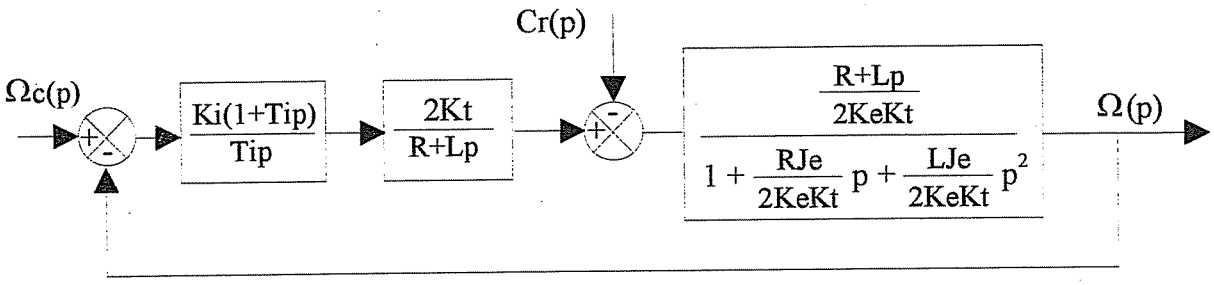
Cette valeur est trop importante.

3-2 Commande asservie en vitesse du pousseur

3-2-1 Structure de l'asservissement de vitesse

3-2-1a) Voir 3-2-2d

3-2-1b) Schéma fonctionnel de l'asservissement.



3-2-1b) Relation de transfert.

$$\Omega(p)=\frac{\dfrac{\dfrac{2K_tK_i(1+T_ip)(R+Lp)}{2K_eK_tT_i(R+Lp)p}}{1+\dfrac{RJ_e}{2K_tK_e}p+\dfrac{LJ_e}{2K_tK_e}p^2}}{1+\dfrac{\dfrac{2K_tK_i(1+T_ip)(R+Lp)}{2K_eK_tT_i(R+Lp)p}}{1+\dfrac{RJ_e}{2K_tK_e}p+\dfrac{LJ_e}{2K_tK_e}p^2}}\Omega_c(p)-\frac{\dfrac{\dfrac{(R+Lp)}{2K_eK_t}}{1+\dfrac{RJ_e}{2K_tK_e}p+\dfrac{LJ_e}{2K_tK_e}p^2}}{1+\dfrac{\dfrac{2K_tK_i(1+T_ip)(R+Lp)}{2K_eK_tT_i(R+Lp)p}}{1+\dfrac{RJ_e}{2K_tK_e}p+\dfrac{LJ_e}{2K_tK_e}p^2}}C_{rc}(p)$$

Après simplifications, il vient :

$$\Omega(p)=\frac{(1+T_ip)}{1+T_i\left(1+\dfrac{K_e}{K_i}\right)p+\dfrac{T_iRJ_e}{2K_tK_i}p^2+\dfrac{T_iLJ_e}{2K_tK_i}p^3}\Omega_c(p)-\frac{\dfrac{\left(1+\dfrac{L}{R}p\right)RT_ip}{2K_tK_i}}{1+T_i\left(1+\dfrac{K_e}{K_i}\right)p+\dfrac{T_iRJ_e}{2K_tK_i}p^2+\dfrac{T_iLJ_e}{2K_tK_i}p^3}C_r(p)$$

Entrée échelon : $\Omega_c(p)=\dfrac{\Omega_0}{p}$

Couple résistant échelon : $C_r(p)=\dfrac{C_{r0}}{p}$

$$\omega_\infty=\lim_{t\to\infty}[\omega(t)]=\lim_{t\to\infty}[p\Omega(p)]$$

$$\omega_\infty = \lim_{p\to 0}\left[\frac{(1+T_i p)}{1+T_i\left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p+\frac{T_i R J_e}{2K_t K_i}p^2+\frac{T_i L J_e}{2K_t K_i}p^3}\Omega_0 - \frac{\frac{\left(1+\frac{L}{R}p\right)RT_i p}{2K_t K_i}}{1+T_i\left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p+\frac{T_i R J_e}{2K_t K_i}p^2+\frac{T_i L J_e}{2K_t K_i}p^3}C_{r0}\right]=\Omega_0$$

Le correcteur proportionnel intégral annule, comme il était prévisible, l'écart dû à l'entrée ainsi que celui dû au couple résistant.

3-2-2b) Comparaison sur la rapidité

Si le variateur sature à 700V, le moteur ne pourra pas recevoir une commande supérieure malgré la boucle. Tout se passe alors comme si le moteur n'était pas asservi dans la phase de démarrage, l'accélération sera donc identique en BO ou en BF, à l'influence du correcteur PI près.
La loi de commande retenue sera donc une loi en trapèze permettant un contrôle de l'accélération à la valeur désirée, proche de 1g.

3-2-2c) Application du critère de Routh au dénominateur du transfert.

$$D(p) = 1+T_i\left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)p+\frac{T_i R J_e}{2K_t K_i}p^2+\frac{T_i L J_e}{2K_t K_i}p^3$$

p^3	$\frac{T_i L J_e}{2K_t K_i}$	$T_i\left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)$
p^2	$\frac{T_i R J_e}{2K_t K_i}$	1
p	a_{31}	a_{32}
1	a_{41}	a_{42}

$$a_{31} = -\frac{2K_i K_t}{T_i R J_e}\begin{vmatrix}\frac{T_i L J_e}{2K_i K_t} & T_i\left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)\\ \frac{T_i R J_e}{2K_i K_t} & 1\end{vmatrix} = \frac{2K_i K_t}{T_i R J_e}\left[\frac{T_i R J_e}{2K_i K_t}\right] = T_i\left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)-\frac{L}{R}$$

et $a_{41} = 1$

Le système est conditionnellement instable, suivant le signe de a_{31}, la condition de stabilité est donc :

$$T_i\left(1+\frac{K_e}{K_i}\right)-\frac{L}{R} > 0$$

qui peut également s'écrire : $RT_i K_e + K_i(RT_i - L) > 0$

Il y a alors deux possibilités :

* $T_i > \frac{L}{R}$ et le terme $RT_i - L$ est positif. Le système est inconditionnellement stable, quelle que soit la valeur de K_i

* $T_i < \frac{L}{R}$ et le terme $RT_i - L$ est négatif. On peut alors écrire : $RT_iK_e - K_i|RT_i - L| > 0$. Le système est stable si $K_i < \frac{RT_iK_e}{|RT_i - L|}$

3-2-2d) Intérêts et inconvénients

- Le premier critère est évidemment la grandeur commandée : dans le cahier des charges, on demande le respect d'une loi de vitesse. A priori, un asservissement de vitesse est donc indiqué.

- La sécurité des passagers impose une connaissance assez précise de la position du train. Il n'est pas nécessaire que cette information participe à la commande directe du mouvement puisqu'il s'agit de sécurité. Cette fonctionnalité peut être réalisée en dehors de l'asservissement proprement dit, par un codeur donnant l'information de position au Ride Control System qui n'intervient qu'en cas de problème. La position du train est alors connue à l'élasticité près du câble, ce qui est suffisant dans cette application.

- Le problème fondamental dans cette application provient du câble dont la raideur n'est pas infinie et qui se comporte comme un ressort en fonctionnement. Il en va de même, dans une moindre mesure, pour l'asservissement de tension du câble. Ceci, additionné à la longueur importante de câble en porte à faux, amène à penser que le système est relativement élastique (ce que l'on constate très bien en fonctionnement réel). Il est alors clair qu'un asservissement de vitesse sera plus facile à stabiliser qu'un asservissement de position.

- La solution retenue est un asservissement de vitesse réalisé par deux variateurs maître/esclave à retour de vitesse par tachy-codeur. Le second codeur donne la position du train au système de commande (Ride Control System) pour sécurité. Le premier enroulement de la génératrice tachymètrique est relié aux variateurs pour permettre le retour du pousseur en cas de panne du tachy-codeur (redondance matérielle). Le second enroulement est relié à une carte d'entrées analogiques de l'automate TSX107 (Catapult Propulsion System) et permet la commutation des résistances de freinage rhéostatique en cas de défaut des variateurs. Tous ces choix sont commandés par l'impératif absolu de sécurité propre à ce genre de manèges.

COMMENTAIRES SUR LA TROISIEME EPREUVE

Commentaires généraux

Le sujet, de facture comparable à ceux des années précédentes, abordait quelques éléments de dimensionnement :

- d'une architecture de manège ;
- d'une motorisation électrique de catapulte de type porte-avions ;
- des éléments de commande ;

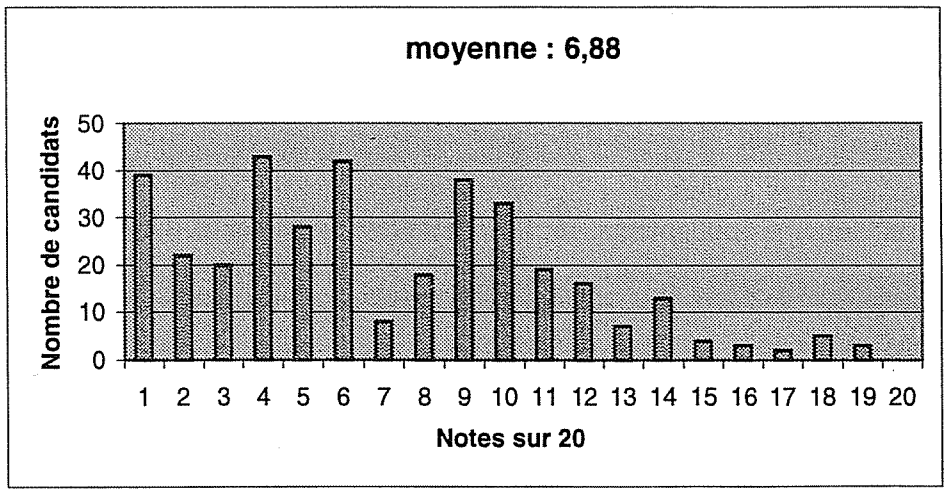
et de description du fonctionnement attendu à l'aide d'outils de description temporelle.

Comme les années antérieures, il réclamait un minimum de connaissances et de réflexion technologique notamment dans la troisième partie qui, dans sa formulation, pose le principe d'une maîtrise, par les candidats, de la modélisation d'un système.

Dans l'ensemble, les résultats sont en nette régression et préoccupent le jury car ce recul se retrouve de manière identique dans les trois parties y compris dans la première qui pourtant relève d'une approche purement mécanicienne.

L'histogramme ci-dessous montre les résultats d'ensemble après renormalisation des notes, l'ensemble du sujet étant de fait très difficilement réalisable dans le temps imparti.

368 candidats ont composé sur cette épreuve, la moyenne est de 6.88



Commentaires sur la première partie

1-1 Architecture de l'attraction

1-1-1 Angle maximal

Dans cette partie, il fallait déterminer l'angle d'inclinaison de la rampe de lancement après une analyse détaillée des chronogrammes. Si les relations classiques sur les lois de mouvement uniformément accéléré (position, vitesse, et accélération en fonction du temps) sont bien connues, la relation entre position et vitesse est parfois bien difficile, voire impossible, à mettre en place ce qui donne une résolution bien lourde. Une confusion pouvait être réalisée entre deux valeurs de la hauteur totale de l'attraction qui étaient données « 26 m » page 2 et « environ 30 m » page 5, il fallait bien entendu retenir la valeur de 26m. Cette confusion a été sans conséquence sur la suite du sujet et sur l'appréciation des correcteurs.

1-1-2 Fréquence de rotation

Cette question n'a pas posé de problème particulier excepté pour les candidats qui n'ont pas su transformer les rad/s en tr/mn et ils sont en quantité non-négligeable.

1-2 Ralentissement du pousseur

1-2-1 Course de montée

Le calcul de la course de montée ne présentait pas de difficultés particulières si les candidats remarquaient la différence entre les temps t6 et t'6 correspondant respectivement au train et au pousseur. Les justifications attendues sur la forme du tambour sont, bien souvent, succintes voire absentes.

1-2-2 Vitesse de retour

La détermination du temps de retour du pousseur n'était pas très aisée, il fallait faire une analyse complète de la description temporelle du cycle.

1-3 Prédétermination du moteur

1-3-1 Couple dynamique

Le manque de rigueur dans la formulation du système auquel on applique le théorème de l'énergie cinétique, les éléments à considérer qui variaient au cours des différentes phases, ou l'application laborieuse du principe fondamental de la dynamique, plus lourd dans ce cas, ont conduit à de nombreuses erreurs. De même dans le bilan des puissances mises en jeu, il fallait faire une analyse détaillée des conditions de fonctionnement car les efforts en présence ne sont pas les mêmes dans toutes les phases.

1-3-2 Couple maxi et quadratique moyen

La notion de couple quadratique moyen est inconnue de nombreux candidats. Certains se sont contentés de faire une moyenne arithmétique ainsi, lorsque le moteur travaillait en frein la contribution de cette phase venait se retrancher aux précédentes !

1-3-3 Motorisation

Le choix demandé s'est souvent traduit par une proposition de solution sans discussion ni réelle justification. L'utilisation de moteurs en tandem, comme proposé dans le sujet, n'a pratiquement jamais été abordée.

1-3-4 Vitesse maxi

Cette question permettant de valider le choix réalisé pouvait paraître superflue. Pourtant la prédétermination réalisée par rapport à un couple quadratique moyen impose de vérifier l'obtention de la valeur d'accélération imposée en phase n°2.

Commentaires sur la deuxième partie

Cette partie a été abordée par 67% des candidats, proportion inférieure à celle de l'année précédente, cet écart étant difficilement explicable, la complexité du problème à traiter étant du même ordre voire inférieure.
Le jury déplore que trop de candidats ne connaissent toujours pas le modèle de description temporelle GRAFCET et en maîtrisent encore moins les règles d'évolution et la normalisation.
Le nouvel outil de description temporelle introduit, à savoir le chronogramme, a manifestement posé beaucoup de problèmes. Ce modèle très simple nécessitait certes une bonne compréhension de l'enchaînement des tâches mais aussi une lecture attentive des contraintes imposées.
Quelques candidats ont rendu d'excellentes copies et obtenu des notes proches de la maximale.
Les pourcentages annoncés par la suite se réfèrent au nombre de candidats ayant effectivement composé cette deuxième partie.

2-1 Grafcet de fonctionnement normal

Les résultats à cette première question sont relativement hétérogènes, ceci est certainement dû à des difficultés très variables dont l'origine est principalement :

- une maîtrise insuffisante des règles d'évolution et de normalisation du Grafcet (30% des candidats) ;
- une incompréhension dans le fonctionnement normal de l'enchaînement des tâches notamment entre celles relatives au pousseur et celles liées au train (25% des candidats) ;
- une intégration de la réceptivité « premier wagonnet chargé dans le canon » aboutissant à un blocage de l'évolution du graphe (30% des candidats).

2-2 Etude du temps de cycle : chronogramme

Cette question a été correctement traitée par une trentaine de candidats seulement. Le modèle de description utilisé ne posant pas de problème ces résultats peuvent s'expliquer par la difficulté à gérer simultanément deux problèmes :

- le respect du temps de cycle ;
- le respect de l'écart entre deux trains successifs.

Cette dernière contrainte imposait l'introduction de temps d'attente avant le chargement et le lancement.

Le chronogramme pour des raisons de simplification de représentation comportait l'indication « vérouillage frein de parking » et non pas comme dans la question précédente « dévérouiller le frein de parking ».
Cette notation ayant pu perturber certains candidats, la correction en a tenu compte.

2-3 Sûreté de fonctionnement

Cette partie a été très peu abordée, elle ne présentait pourtant pas de difficulté particulière et pouvait être traitée de différentes manières. Il est à noter que, même si la panne d'un effet spécial ne provoque pas l'arrêt du fonctionnement du système parce que l'information de fin n'est pas utilisée dans l'enchaînement des tâches, elle doit permettre le lancement d'une procédure de maintenance.

Commentaires sur la troisième partie

Cette dernière partie a été abordée par 65% des candidats, proportion inférieure à celle de l'année précédente, cet écart étant dû à une méconnaissance du modèle du moteur CC. En témoignent les copies contenant en tout et pour tout une tentative d'écriture des équations demandées en première question. Le jury déplore qu'une proportion non négligeable des candidats ne connaissent toujours pas les équations fondamentales décrivant le comportement du moteur CC, alors même que ce dernier apparaît dans les sujets d'asservissement depuis plusieurs années.
La sous-partie 3-2 a été peu abordée (environ 15% des candidats), ce faible nombre se justifiant par la longueur du sujet : il était en effet très difficile de tout traiter dans le temps imparti, ce qui a été pris en compte dans la notation.
Quelques dix candidats ont rendu d'excellentes copies et obtenu des notes proches de la maximale.
Les pourcentages annoncés par la suite se réfèrent au nombre de candidats ayant effectivement composé cette troisième partie.

3-1 Modélisation électromécanique de la motorisation à deux moteurs

3-1-1 Mise en équation

Celle-ci n'a pas posé de problèmes aux trois-quarts des candidats qui ont fourni une réponse correcte. Pour les 25% restants, les erreurs provenaient soit de la méconnaissance des équations fondamentales du moteur CC, soit de l'application erronée du principe fondamental de la dynamique consistant à écrire une équation séparée pour chaque moteur alors qu'ils sont mécaniquement liés par l'arbre. Le schéma fonctionnel détaillé a été trouvé par les deux tiers des candidats et la relation de transfert par un peu plus de la moitié.

Par contre la détermination des couples résistants à vide et en charge a été très peu et très mal traitée (moins de 20% de réponses correctes) avec trois causes principales d'erreur :
- oubli des efforts dus à la gravité ;
- prise en compte de la masse du câble ;
- prise en compte des efforts inertiels.

La prise en compte de la masse du pousseur dans la détermination des efforts de frottement a été acceptée.

3-1-2 Commande en chaîne directe

Cette partie, abordée par moins de la moitié des candidats, a été diversement traitée.
La simplification de la fonction de transfert, effectuée trop rapidement, a amené beaucoup de candidats à affirmer que le moteur équivalent possédait toutes ses constantes doublées par rapport au moteur unique. Pour les mêmes raisons, les paramètres du second ordre obtenus étaient justes à un facteur 2 ou à une racine carrée près.
Certains candidats ont d'emblée choisi un modèle du premier ordre, cette simplification avant calculs était prématurée et inutile. En particulier, il devenait impossible de prédire la nature oscillatoire ou non du système en chaîne directe et de commenter l'influence de la charge de passagers sur son comportement. A ce sujet, environ un quart des candidats ont pu constater avec justesse que la charge n'avait qu'un effet mineur sur le comportement du système.

3-1-3 Performances de la commande en chaîne directe

Cette partie a été abordée par un quart des candidats.
La première question, dans laquelle il s'agissait d'appliquer le théorème de la valeur finale, a mis en difficulté les deux tiers des candidats :

- erreur dans la transformée de Laplace d'un échelon ;
- oubli de la contribution liée au couple résistant ;
- pas d'application numérique et absence totale de commentaires.

La seconde question, bien que correctement traitée par certains candidats, n'a pas donné lieu aux commentaires escomptés. Quand à la troisième question, elle a été très peu abordée (5% des copies) ce qui était prévisible puisqu'il était nécessaire de se souvenir de la formulation de l'écart de poursuite d'un système du second ordre.

3-2 Commande asservie en vitesse du pousseur

3-2-1 Structure de l'asservissement de vitesse

Les réponses, dans leur majorité, consistaient en une explication de la fonction d'une génératrice tachymétrique ou d'un codeur. Peu de candidats ont remarqué que la quantité d'informations disponibles (deux ou quatre informations de vitesse et deux informations de position) ne pouvait se justifier que par une redondance matérielle à des fins évidentes de sécurité sur un tel manège.

Le schéma fonctionnel de l'asservissement a été généralement bien traité, les erreurs rencontrées provenant principalement d'un mauvais placement du correcteur.

Le calcul de la FTBF a été effectué par peu de candidats (7%).

3-2-2 Performances de l'asservissement de vitesse

Cette dernière partie n'a été traitée que par une dizaine de candidats.

En première question, certains candidats ont fait remarquer sans calculs que la présence d'un intégrateur en amont de la perturbation garantissait la précision théorique sur un échelon tant en entrée qu'en perturbation. La seconde question n'a été abordée par aucun candidat, elle a donc été retirée du barème. Parmi les rares candidats à avoir abordé la troisième question, la plupart ont proposé l'utilisation du critère de Routh mais sans pouvoir conclure.