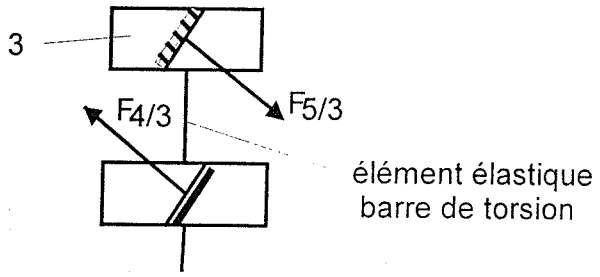
Epreuve de conception des systèmes
Eléments de corrigé

Première partie
ETUDE DE LA RIGIDITE DE LA BOITE D'AVANCE BD 5000

Question 1 :

Système de précharge classique :

- Les dentures des deux pignons présentent la même inclinaison ;
- On interpose entre les deux roues dentées de l'arbre (3) un élément élastique (barre de torsion, barre de flexion,...)

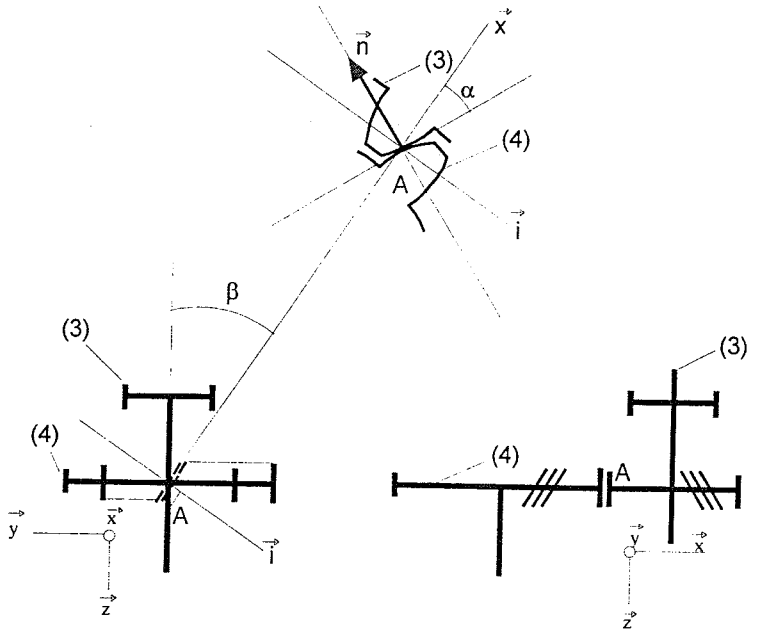


Le système retenu sur la BD5000 a été choisi car il facilite l'accès au réglage de la précharge

Question 2 :

Q 2-1 :

Si le couple moteur est positif sur l'arbre (3) les contacts s'établissent comme indiqué par le schéma ci-dessous :



$\vec{n} = -c\alpha\ \vec{i} + s\alpha\ \vec{x}$

$\vec{i} = -c\beta\ \vec{y} + s\beta\ \vec{z}$

$\vec{n} = -c\alpha\ (-c\beta\ \vec{y} + s\beta\ \vec{z}\ ) + s\alpha\ \vec{x}$

$\vec{n} = s\alpha\ \vec{x} + c\alpha\ c\beta\ \vec{y} - c\alpha\ s\beta\ \vec{z}$

$$\{4 \rightarrow 3\} = \begin{Bmatrix} N\ \vec{n} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} N\,(s\alpha\ \vec{x} + c\alpha c\beta\vec{y} - c\alpha c\beta\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Q 2-2 : Compte tenu de la disposition des axes, on obtient pour les valeurs absolues des composantes de la la résultante du torseur $\{4 \rightarrow 3\}$:

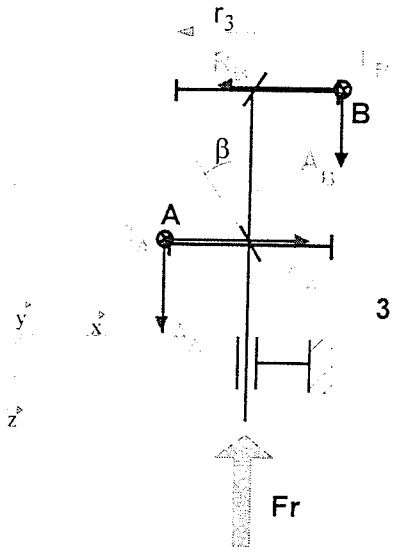
$R_A = N \sin\alpha$

$T_A = N\ c\alpha\ c\beta$

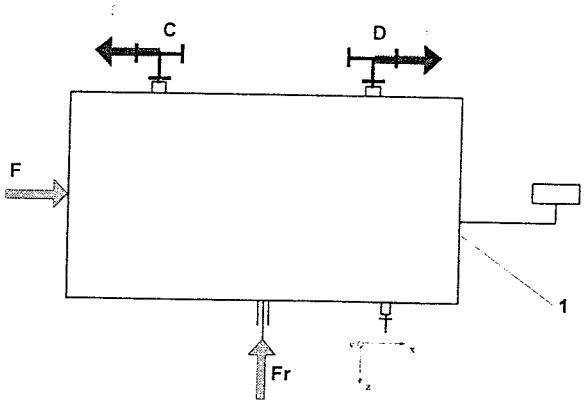
$A_A = N\ c\alpha\ s\beta$

Question 3 :

Q 3-1 : On isole l'arbre (3) et on applique le théorème de la résultante en projection suivant z : (1) : $A_B + A_A - F_r = 0$

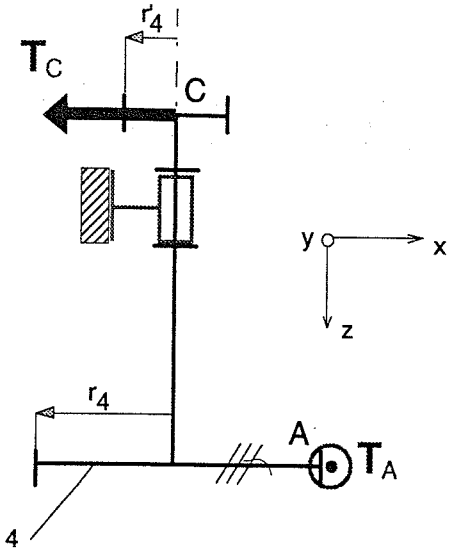


On isole l'ensemble mobile et on applique le théorème de la résultante en projection suivant x : (2) : $T_D - T_C + F = 0$



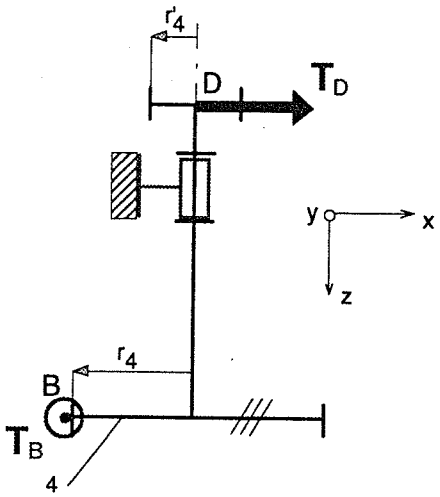
On isole l'arbre (4) et on applique le théorème du moment autour de z :

(3) : $-r_{4'}\, T_C + T_A\, r_4 = 0$



On isole l'arbre (5) et on applique le théorème du moment autour de z :

(4) : $r_{4'}\, T_D - r_4\, T_B = 0$



De plus, la denture hélicoïdale impose (Q 2-2) : (5) $\tan\beta = \dfrac{A_A}{T_A} = \dfrac{A_B}{T_B}$

On obtient le système :

(1) : $A_B + A_A - F_r = 0$

(2) : $T_D - T_C + F = 0$

(3) : $-r_{4'}\, T_C + T_A\, r_4 = 0$

(4) : $r_{4'}\, T_D - r_4\, T_B = 0$

(5) $\tan\beta = \dfrac{A_A}{T_A} = \dfrac{A_B}{T_B}$

L'équation (3) implique $T_C = T_A \frac{r_4}{r_{4'}}$ et l'équation (4) implique $T_D = T_B \frac{r_4}{r_{4'}}$

On porte dans (2) : $\frac{r_4}{r_{4'}}(T_B - T_A) = -F$ (2')

On porte (5) dans (1) : $\tan\beta\ (T_B + T_A) = F_r$ (1')

Ainsi : $T_A + T_B = \frac{F_r}{\tan\beta}$ (1')

$T_A - T_B = F\frac{r_4'}{r_4}$ (2')

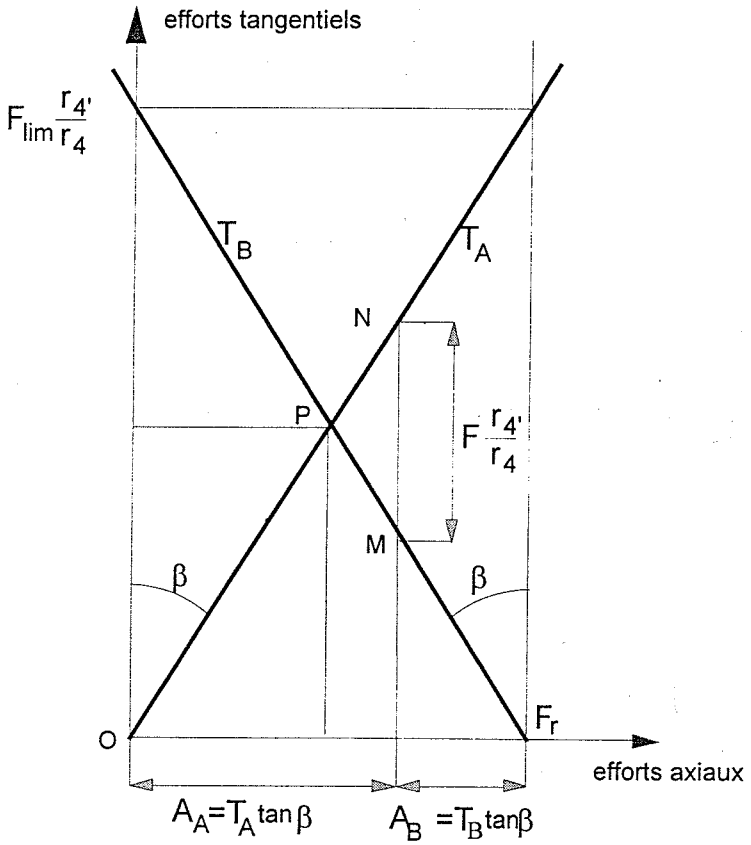
Soit en définitive :

$$\boxed{\begin{aligned} T_A &= \frac{1}{2}\left(\frac{F_r}{\tan\beta} + F\frac{r_4'}{r_4}\right) \\ T_B &= \frac{1}{2}\left(\frac{F_r}{\tan\beta} - F\frac{r_4'}{r_4}\right) \end{aligned}}$$

Q 3-2 : Les droites inclinées reflètent l'équation (5) : $\tan\beta = \frac{A_A}{T_A} = \frac{A_B}{T_B}$

La précharge Fr est donnée, les projections suivant l'axe x traduisent l'équation : (1) : $A_B + A_A - F_r = 0$

Les projections suivant l'axe y traduisent l'équation (2') : $T_A - T_B = F\frac{r_4'}{r_4}$



Q 3-3 :

- Le point P caractérise le fonctionnement en l'absence d'effort extérieur F
- La droite verticale MN représente une situation de fonctionnement caractérisée par l'effort extérieur F.
- Quand F croit, T_A croit et T_B décroit.

Question 4 :

Si l'on ne veut pas de jeu, il faut que le contact en B soit maintenu pour tout F < 50000 N

Dans ces conditions il faut que : $F_r > F\frac{r_4'}{r_4}\tan\beta$

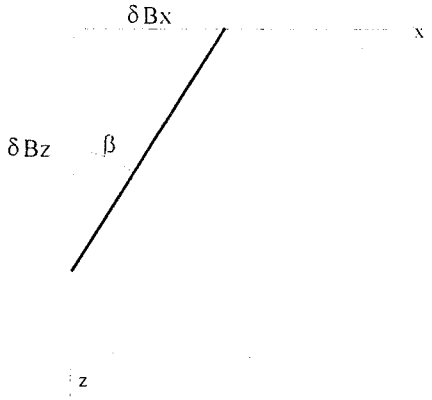
Soit : $F_r > 50000\frac{45}{153{,}24}\tan 20° = 5344$ N

Question 5 :

Q 5-1 :

Supposons que la distance CD augmente de δCD. Calculons la translation δBz de l'arbre intermédiaire (3) occasionnée par cette variation de δCD

Posons : δCD = δC + δD = 2 δDx



Or $\delta Dx = r'_4\,\delta\theta_5$ soit $\delta\theta_5 = \frac{\delta Dx}{r'_4}$

Et $\delta Bx = r_4\,\delta\theta_5 = \frac{r_4}{r'_4}\,\delta Dx$

$\tan\beta = \frac{\delta Bx}{\delta B_z}$ soit $\delta B_z = \frac{\delta Bx}{\tan\beta} = \frac{r_4}{r_{4'}}\frac{\delta Dx}{\tan\beta}$

Ainsi : $\delta B_z = \frac{1}{2}\frac{r_4}{r'_4}\frac{1}{\tan\beta}\delta CD$

$$\boxed{\delta B_z = \frac{1}{2}\frac{r_4}{r'_4}\frac{1}{\tan\beta}\delta CD}$$

Q 5-2 :

Si δCD = 0,05 mm, alors la variation de position de l'axe intermédiaire est :

$$\delta B_z = \frac{1}{2}\frac{r_4}{r_{4'}}\frac{1}{\tan\beta}\delta CD = \frac{1}{2}\frac{153{,}24}{45}\frac{1}{\tan 20}0{,}05 = 0{,}233 \text{ mm}$$

Cette translation δB_z conduit à une variation de précharge égale à :

$F_r = k\,\delta Bz$ si k est la raideur du ressort de précharge.

Il s'agit de rondelles SCHNORR 25,4 x 50 x 2,5.

Le montage comporte 4 rondelles montées en série. La flèche de chaque rondelle est égale à 0,0585 mm.

On rappelle que la précharge nominale est de 5344 N .

Compte tenu du tableau DT4, une interpolation linéaire conduit à une variation de précharge de 496 N

Ainsi, un faible défaut géométrique induit une variation sensible de la précharge, de l'ordre de 10%.

Question 6 :

On cherche à déterminer les caractéristiques de l'arbre fictif d'axe O_az, qui sous l'effet du couple C donnerait le même angle de torsion que les deux arbres de la figure 5.

L'angle de torsion pour l'arbre (a) autour de son axe O_az est : $\varphi_a = \dfrac{C\,L_a}{G\,I_a}$

Sa raideur est : $K_a = \dfrac{C}{\varphi_a} = \dfrac{G\,I_a}{L_a}$

L'angle de torsion pour l'arbre (b) autour de son axe O_bz est de la même façon :

$$\varphi_b = \frac{C_b\,L_b}{G\,I_b}, \text{ mais } C_b = C_a\frac{r_b}{r_a} \text{ et } \varphi_b = \frac{L_b}{G\,I_b}\frac{r_b}{r_a}C$$

Mais cette rotation de φ_b autour de l'axe O_bz produit une rotation de φ'_a autour de l'axe O_az telle que : $r_a\,\varphi'_a = r_b\,\varphi_b$ soit $\varphi'_a = \dfrac{r_b}{r_a}\varphi_b$

Dans ces conditions : $\varphi'_a = \dfrac{L_b}{G\,I_b}\left(\dfrac{r_b}{r_a}\right)^2 C$

Ainsi, la déformation en torsion de l'arbre (b) autour de son propre axe produit une rotation autour de l'axe de (a) de : $\varphi'_a = \dfrac{L_b}{G\,I_b}\left(\dfrac{r_b}{r_a}\right)^2 C$

Sa raideur équivalente est donc : $K_{b\,éq} = \dfrac{G\,I_b}{L_b}\left(\dfrac{r_a}{r_b}\right)^2$

La rotation de la section terminale (S) de l'arbre (a) est :

$$\varphi = \varphi'_a + \varphi_a = \{\frac{L_a}{G\,I_a} + \frac{L_b}{G\,I_b}\left(\frac{r_b}{r_a}\right)^2\}\,C$$

Soit $\varphi = (\dfrac{1}{K_a} + \dfrac{1}{K_{b\,éq}})\,C$

La raideur équivalente $K_{éq}$ de ces deux arbres s'exprime donc par :

$$\frac{1}{K_{éq}} = \frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_{b\,éq}} \quad \text{avec } K_{b\,éq} = \frac{G\,I_b}{L_b}\left(\frac{r_a}{r_b}\right)^2$$

Q 6-2 :

Afin de simplifier les calculs, on se place à la limite du décollement en D.

Ainsi la charge extérieure est F = 50 000 N (100% du maxi) et le système est préchargé, c'est donc que : Fr = 5344 N (cf Q 4-2)

Dans ces conditions, l'effort T_B est nul (on se situe aussi à la limite du décollement du contact en B)

Afin de déterminer les angles de torsion des différents arbres, il faut déterminer l'effort tangentiel (compté par rapport à la situation préchargée) s'exerçant sur chaque roue dentée, soit : δT_A, δT_C, δT_E

Les indices o sont réservés à la situation de précharge.

$$T_A = \frac{1}{2}\left(\frac{F_r}{\tan\beta} + F\frac{r_4'}{r_4}\right)$$

$$T_B = \frac{1}{2}\left(\frac{F_r}{\tan\beta} - F\frac{r_4'}{r_4}\right)$$

$$T_{A0} = \frac{F_r}{\tan\beta} = \frac{5344}{\tan 20} = 14682$$

$$\delta T_A = \frac{1}{2}F\frac{r_4'}{r_4} = \frac{1}{2}\,50000\frac{45}{153{,}24} = 7341 \text{ N}$$

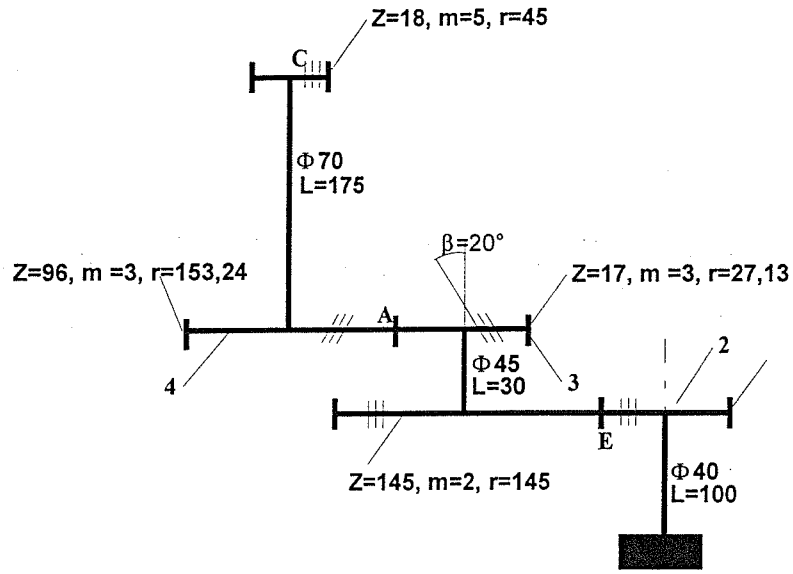
δT_A **= 7341 N**

$$\delta T_C = \delta T_A\frac{r_4}{r_{4'}} = 7341\frac{153{,}24}{45} = 25\,000 \text{ N}$$

δT_C **= 25000 N**

$$\delta T_E = \delta T_A\frac{r_3}{r'_3} = 7341 * \frac{27{,}13}{145} = 1373 \text{ N}$$

δT_E **= 1373 N**



	Module	Angle β	Z	Rayon	Effort T
En C	5	0	18	45	25000
En A	3	20	96 et 17	153,24 et 27,13	7341
En E	2	0	145 et 23	145 et 23	1373

Module de Coulomb pour les arbres en acier : G = 80 000 MPa

Les différents arbres sont remplacés par un arbre fictif équivalent, colinéaire à l'arbre (4).

Arbre	Diamètre arbre en mm	Longueur arbre en mm	$\frac{I_b}{L_b}$ en mm^3	Rapport de réduction i²	$\frac{I_b}{L_b}\left(\frac{r_a}{r_b}\right)^2$ en mm^3	$K_{b\,éq}$ = en N.mm/rd
(4)	70	175	13 470	1	13 470	$1{,}08\ 10^9$
(3)	45	30	13 419	(96/17)²=31,9	427 932	$34{,}2\ 10^9$
(2)	40	100	2 513	(96/17)²*(145/23)²= 1267	$3{,}18\ 10^6$	$255\ 10^9$

$$\frac{1}{K_{éq}} = \left(\frac{1}{1{,}08} + \frac{1}{34{,}2} + \frac{1}{255}\right)10^{-9} = 0{,}96\ 10^{-9}\ \text{N.mm/rd}$$

Le couple C dû à δT_C est : C = 0,045 * 25 000 = 1125 N.m

La rotation de la section terminale est alors de : $= \frac{1}{K_{2éq}}\ C$

Soit $\varphi = 0{,}96\ 10^{-9} * 1125\ 10^3 = 10{,}8\ 10^{-4}$ rd

Ce qui correspond à un déplacement (par rapport à la situation de précharge) du carter de boite de : $x = r'_4\ \varphi = 45 * 10{,}8\ 10^{-4} = 49$ microns

Conclusion : A un chargement externe F= 50 000 N correspond un déplacement de 49 microns (par rapport à la position préchargée) dû à la torsion des arbres.

Question 7 :

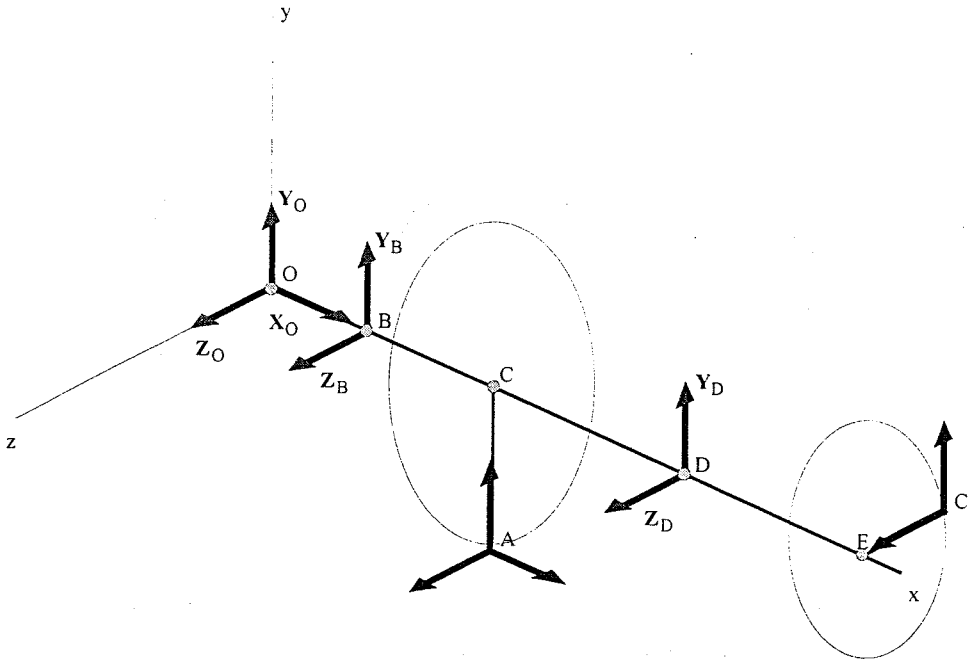
Q 7-1 :

.Critère	Caractérisation
Rigidité axiale	Niveau maximal du déplacement axial d'une section de l'arbre
Rigidité radiale	Niveau maximal du déplacement radial d'une section de l'arbre
Insensibilité aux écarts de température	Variation différentielle de longueur axiale entre arbre et bâti
Montage, maintenance	Facilité de montage, de démontage et de réglage de précontrainte

Critère	Solution A	Solution B
Rigidité axiale	Bonne	Bonne
Rigidité radiale	Faible	Bonne
Insensibilité aux écarts de température	Mauvaise	Bonne
Montage, maintenance	Bonne	Moyenne

Compte tenu de ces seuls critères et de leur caractérisation, la solution B apparaît comme supérieure à la solution A

Q 7-2 :



On isole l'arbre (4)

Les efforts extérieurs sont connus aux points A et C.

On relie l'arbre au bâti par les liaisons suivantes :

- rotule en O ;
- linéaire annulaire en B ;
- linéaire annulaire en D ;

Cette modélisation conduit à 6 inconnues radiales d'effort

Ce modèle est hyperstatique d'ordre 2 car le principe fondamental de la statique produit 4 équations contenant des inconnues radiales.

Considérons par exemple Y_D et Z_D comme inconnues hyperstatiques.

On calcule l'énergie de déformation W due au phénomène de flexion.

Si l'on considère l'appui en D :

- aligné avec les appuis O et B ;
- parfaitement rigide

On peut écrire :

$$\frac{\partial W}{\partial Z_D} = 0 ;$$

$$\frac{\partial W}{\partial Y_D} = 0 ;$$

Ce qui produit deux équations supplémentaires et permet de résoudre radialement

Q 7-3 :

La lecture du tableau de résultats indique que la déformation totale de l'arbre (4) (due à la flexion et à la torsion) conduit à un déplacement suivant x du noeud libre 8 de :

dx = 0,1 mm

Or la rotation suivant z du noeud n°8 est de 0,05°. Ainsi la déformation calculée de torsion est de 0,05*pi/180*45 = 0,04 mm.

Alors le déplacement dû à la seule flexion est de : dx_f = 0,1-0,04 = 0,06 mm.

Ces résultats montrent que les effets de la flexion et de la torsion de l'arbre sont comparables.

Question 8 :

Q 8-1 :

Compte tenu des résultats précédents, on peut dire que le déplacement dû aux déformations des arbres en torsion et flexion est d'environ 0,1 mm.

Ce résultat confirme que la rigidité d'une telle structure n'est pas suffisante pour qu'un pilotage en chaîne ouverte d'une MOCN soit satisfaisant.

Q 8-2 :

- Flexion des dentures ;
- Déformation de surface des dentures ;
- Déformation du bâti.

Q 8-3 :

La solution qui consiste à implanter un codeur sur un arbre de la boîte n'est pas une bonne solution.

On a vu en effet que les déformations des arbres occasionnent des défauts de positionnement bien trop élevés eu égard aux performances attendues de la machine.

Une solution correcte consiste à concevoir un dispositif d'asservissement de position. Dans la chaîne de retour, il s'agit alors de considérer et de mesurer directement les déplacements de translation de la table par rapport au bâti à l'aide dune règle montée en parallèle de la table.

Dans ces conditions, seul le jeu dans la transmission est à combattre.

C'est ce qu'a fait le constructeur.

Seconde partie
Avant projet de conception

Question 9 :

Cette première étude de conception concerne la ligne d'entrée de la boîte d'avance.

Il s'agit de mettre en œuvre une solution classique de réglage continu d'un entraxe à l'aide d'un boîtier excentrique.

Les contraintes fonctionnelles étant assez légères, il est ici essentiel de proposer une solution aboutie (roulements réels, étanchéité ...) dont les pièces peuvent être « raisonnablement » fabriquées.

Le corrigé présente la solution retenue par la société Henri LINE.

Question 10 :

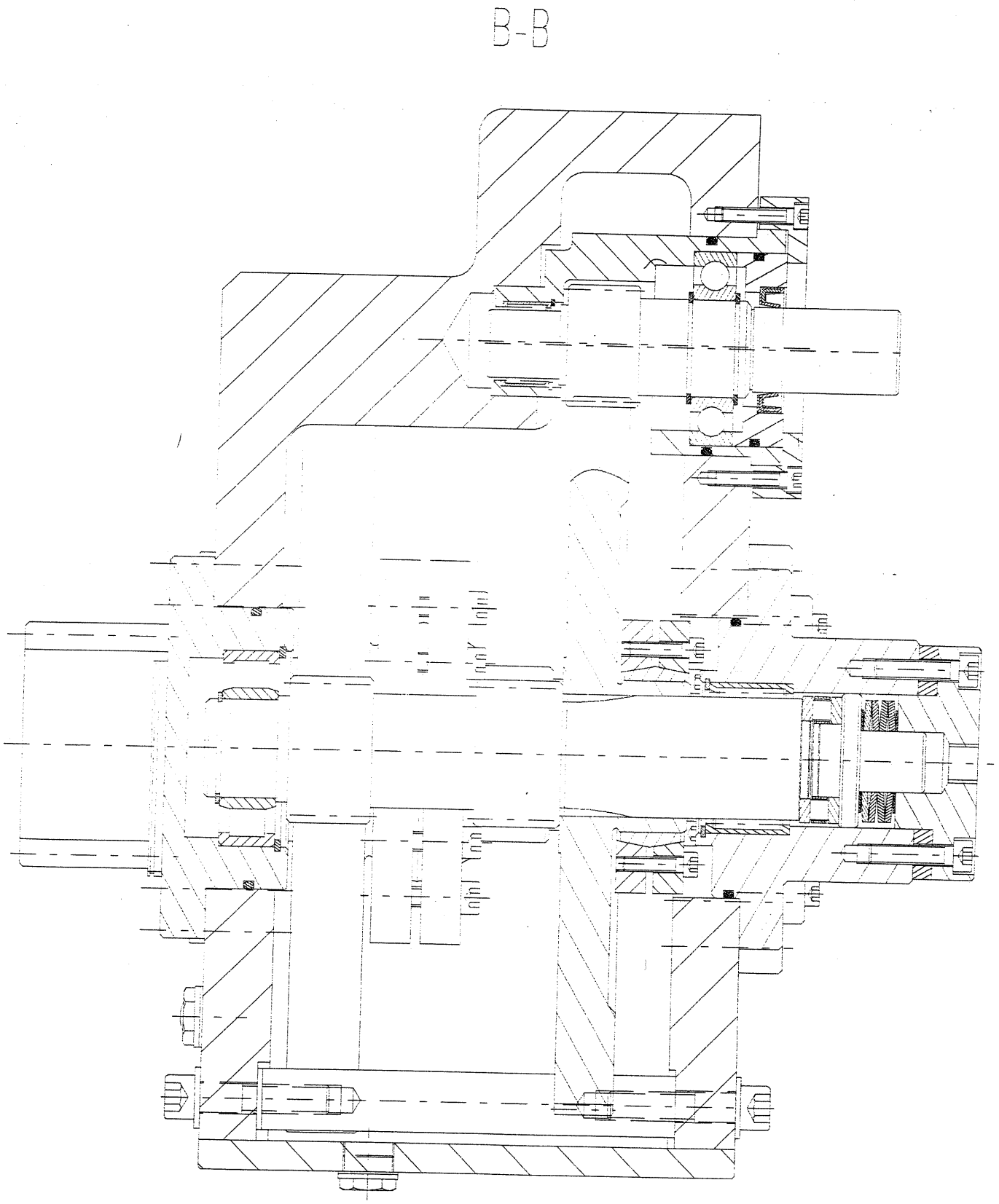
Cette deuxième étude concerne une évolution de la boîte d'avance.

Il s'agit d'effectuer un travail de conception, c'est-à-dire vérifier par le dessin le plus précis possible la validité d'une idée présentée sous la forme d'un schéma.

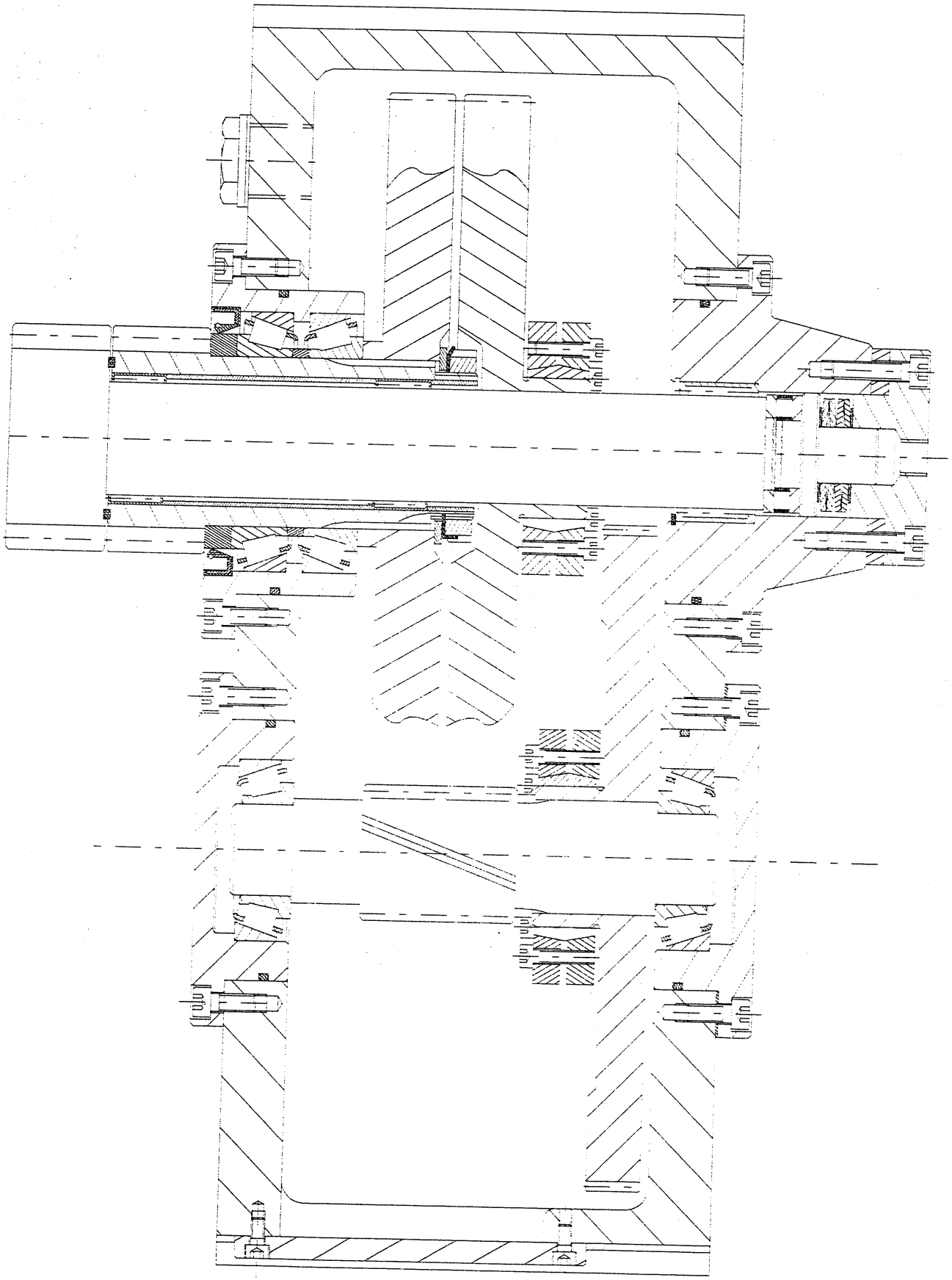
Pour aider le candidat, le schéma présenté et les contraintes fonctionnelles permettent d'aboutir plus rapidement à une solution acceptable.

Le corrigé présente deux solutions tendant vers le meilleur compromis entre le respect des exigences fonctionnelles, la faisabilité du mécanisme et le réalisme des solutions. C'est à partir de ces dessins qu'il sera décidé de poursuivre ou non cette étude.

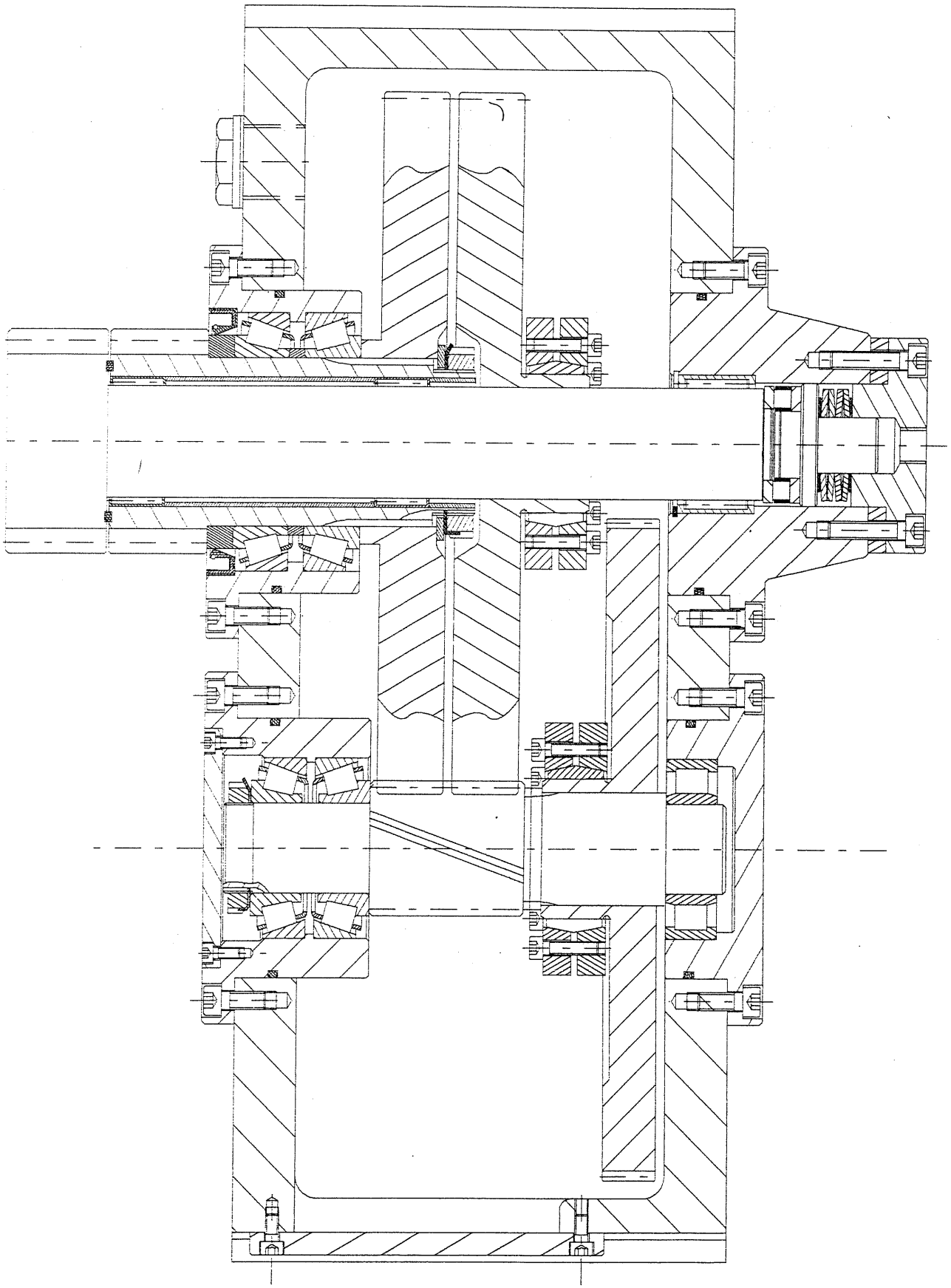
Corrigé de la question 9



Corrigé de la question 10 : première solution



Corrigé de la question 10 : deuxième solution



Commentaires

Question 1 :

Q 1-1 :

La fonction du dispositif de précharge n'a pas été appréhendée correctement.
Manque de culture des solutions technologiques (éléments élastiques entre les deux roues dentées).
Confusion entre rattrapage de jeu dans le montage de roulements et le rattrapage de jeu de l'engrenage.
Les consignes ne sont pas respectées : peu de tableaux et de schémas. Par contre du texte .....

Q 1-2 :

Les critères d'appréciation ne sont pas dégagés.

Question 2 :

Question le plus souvent correctement traitée.
Cependant beaucoup d'erreurs de repérage.
Rarement les candidats partent de la normale au contact : élément géométrique essentiel dans le cas d'un contact supposé ponctuel.

Question 3 :

Q 3-1 :

Il fallait isoler successivement l'arbre (3), l'ensemble mobile, l'arbre (4), l'arbre (5). Et pour chaque isolement n'écrire que l'équation utile.
A ce niveau d'étude ce devrait être une habitude de travail. Il ne faut en aucun cas écrire les 6 équations pour chaque solide. Le choix doit résulter d'une analyse préalable de mobilité.

Q 3-2 , 3-3

Peu de graphes tracés.
La réponse à cette question nécessitait d'avoir répondu à la question précédente
Le graphe demandé était du même type que celui construit dans le cas des montages de roulements chargés axialement.

Question 4 :

La réponse à cette question est immédiate si l'on traite Q3-1 correctement.

Question 5 :

Cette question a été rarement traitée.
Une petite analyse de déplacement s'imposait.

Question 6 :

Q 6-1 :

Cette question préliminaire est une question de cours. Rares ont été les candidats qui n'ont pas oublié de prendre en compte le rapport de transmission pour trouver un résultat correct.

Q 6-2 :
Cette question n'a pratiquement pas été traitée. C'était une première synthèse des questions précédentes en ce qui concerne la sollicitation de torsion.

Question 7 :

Q 7-1 :
On attendait ici de la part des candidats une liste de critères pertinents ainsi qu'une caractérisation de chacun d'eux.
Une présentation sous forme de tableau s'imposait afin de couper court à tout bavardage.
La mise en œuvre des méthodes de l'analyse fonctionnelle permettait de traiter correctement cette question.

Q 7-2 :
Une présentation de la méthode sous forme d'organigramme était intéressante.
Certains candidats n'identifient pas la situation d'hyperstaticité relative aux efforts radiaux.
Beaucoup de mélanges entre ce qui était demandé et la méthode de détermination des efforts axiaux dans un montage de roulements coniques.

Q 7-3 :
Il était demandé de mettre en évidence les effets dus à la seule flexion de l'arbre.
Le tableau présentait les déformations globales de la structure (torsion et flexion). Il fallait donc discriminer entre effets élastiques.
L'objectif était de se rendre compte de quel était l'effet élastique prépondérant.

Question 8 :

Q 8-1 :
L'idée était ici de montrer que même en combattant les jeux, la déformation de la structure était trop importante pour obtenir une précision suffisante.
Peu de discussions intéressantes.

Q 8-2 :
Question assez bien traitée dans l'ensemble.

Q 8-3 :
Question assez bien traitée dans l'ensemble. Les candidats ont une bonne connaissance des solutions actuelles qui permettent de s'affranchir de la plupart des problèmes de déformation de structure.

Question 9 :

Le montage de l'arbre d'entrée était simple. Les erreurs fréquemment rencontrées sont :

- erreur dans le choix des roulements de guidage : souvent deux roulements à aiguilles. Ce qui constitue une liaison pivot glissant et non une pivot. Erreur inadmissible à ce niveau ;
- montage de joint incorrect (couvercle porte joint non centré) ;
- solution de réglage de jeu obtenue à partir d'une liaison glissière qui elle même comporte un jeu considérable.

La solution de réglage de jeu par excentrique doit être connue (culture des solutions technologiques).
Une majorité de solutions présentées manque de réalisme et ne prend pas en compte la fabrication des pièces.

Question 10 :

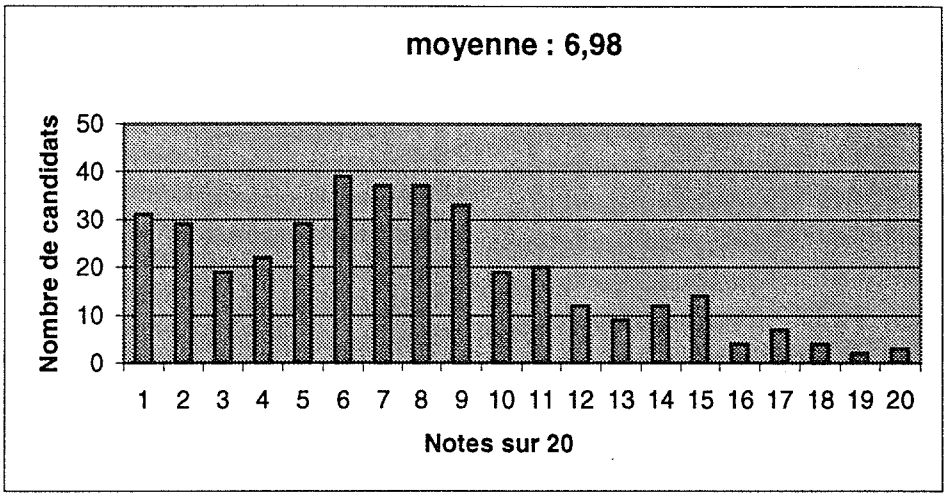
On peut dire en préambule que beaucoup de candidats n'ont pas pris assez de recul pour comprendre la transformation envisagée. D'où beaucoup de problèmes de fond par la suite.
Le montage de l'arbre intermédiaire pouvait reprendre le montage présenté dans le sujet. On pouvait aussi ne monter que deux roulements à rouleaux coniques (solution A de Q7-1) vu les efforts restreints dans cette boite.
Une solution construite à partir de deux roulements à aiguilles ou de roulements à rouleaux cylindriques conduit ici encore à une liaison pivot glissant.
La remarque du préambule prend ici tout son sens. Beaucoup de candidats ont eu des problèmes de choix de roulements :

- liaison pivot entre bâti et arbres de sortie constituée à partir d'un seul roulement à rouleaux coniques ;
- liaison pivot glissant entre les deux arbres de sortie constituée à partir de roulements n'autorisant pas la translation. Certains candidats ont même monté une butée à rouleaux entre ces deux éléments (liaison pivot) ;
- la contrainte de réduction des jeux a été largement oubliée (montage des arbres sur bagues cylindriques).

On peut rappeler ici qu'une représentation trop partielle ne permet pas de valider la solution retenue par le candidat.
De bonnes solutions ont été proposées, même si pour une majorité, les choix de roulements et les formes d'arbres ont manqué de réalisme.
Le jury a apprécié que les candidats se soient investis dans cette seconde partie de l'épreuve de conception des systèmes.

Conclusion

Ce sujet privilégiait la proposition de démarches, l'exploitation et l'analyse de résultats par rapport aux aspects calculatoires (roulements, engrenages.....).
Cette orientation dans la conception résulte de l'évolution des moyens de calcul disponibles.
La partie avant-projet a mis en oeuvre l'agencement de solutions issues de la culture technologique.
Dans l'avenir, quels que soient les outils de conception et réalisation graphique utilisés, cette culture des solutions technologiques devra perdurer et gardera tout son sens.


moyenne : 6,98
Nombre de candidats
50
40
30
20
10
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Notes sur 20