

ÉPREUVE D'AUTOMATIQUE ET D'INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

ÉLÉMENTS DE CORRIGÉ

Francis Binet - Christian Merlaud - Michel Rage

Commentaires généraux

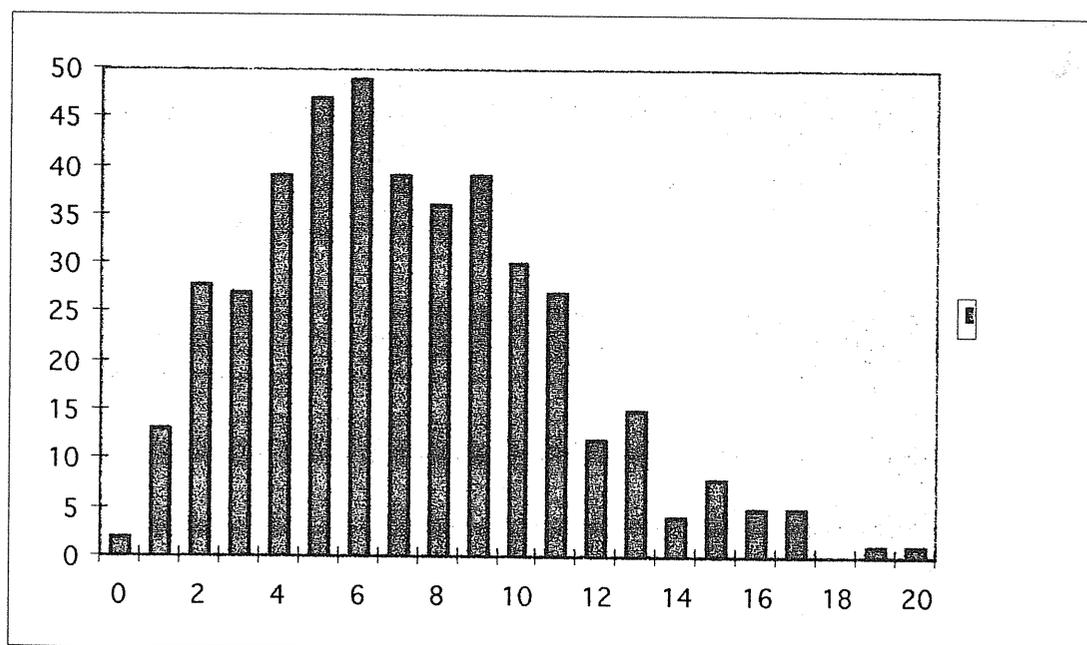
Le sujet, de facture "classique", abordait quelques éléments de dimensionnement des constituants et de la commande de machines d'usinage TGV, machines dont la conception a subi des évolutions considérables en quelques années, visibles au dernier salon Mécanelem tant sur les machines de série que sur les machines prototypes.

La principale évolution du sujet par rapport aux années antérieures était son moindre guidage, particulièrement dans la première partie de mécanique appliquée à la commande d'axe. Comme les années antérieures, et comme certainement les années futures, il réclamait un minimum de connaissances et de réflexion technologique et constructive.

Dans l'ensemble, les résultats sont en amélioration et témoignent sans doute de préparations plus efficaces. Il n'en reste pas moins que certaines copies présentent des cumuls d'erreurs très surprenants pour ce niveau agrégation.

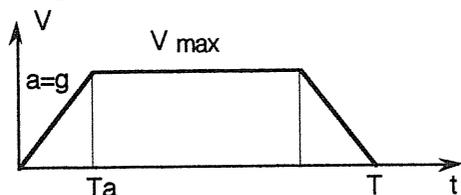
L'histogramme ci-dessous montre les résultats d'ensemble (voir aussi les résultats partie par partie). Ces résultats correspondent à une renormalisation des notes, l'ensemble du sujet étant de fait très difficilement réalisable dans le temps de l'épreuve.

427 candidats ont composé sur cette épreuve. Sa moyenne est de 7,4.



Première partie : Étude des motorisations d'entraînement

1.1.1- Avec l'hypothèse "standard" d'une courbe de vitesse en trapèze (figure), en négligeant les temps internes, pour les performances maximales $V = V_{\max}$ et $\gamma_z = g$, on obtient :



$$V_{\max} = \gamma \cdot T_a \text{ et } \Delta z = V_{\max} \cdot T_a + (T - 2 \cdot T_a) \cdot V_{\max} = (T - T_a) \cdot V_{\max}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\Delta z}{V} + T_a \Rightarrow T = \frac{\Delta z}{V_{\max}} + \frac{V_{\max}}{g}$$

A.N : $V_{\max} = 40/60 \text{ m/s}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$ et $\Delta z = 0,5 \text{ m}$.

$$\Rightarrow T = 0,5 / (2/3) + (2/3) / 10 = 0,75 + 0,0667 = 0,812 \text{ s} < 0,9 \text{ s}.$$

La spécification de durée de déplacement est donc parfaitement compatible avec les spécifications cinématiques. Il est probable, compte tenu de la différence entre les deux résultats, que cette spécification :

- soit autorise des lois de vitesses légèrement plus lentes (+ 10 %) mais permettant une plus grande longévité de la mécanique (loi d'accélération, notamment de décélération, en trapèze ou en sinus carré par exemple) ;
- soit autorise des performances réelles plus faibles (prenant en compte les inerties et/ou les frottements) ;
- soit retient un comportement en décélération différent de celui en accélération (accostage du point visé, ancrage asservi, ...)

L'écart peut également prendre en compte les temps de réponse des axes.

Remarques :

- la durée des phases d'accélération à V_{\max} est $T_a = 66,7 \text{ ms}$, avec $\Delta x_a = V_{\max}^2 / 2g = 22,2 \text{ mm}$;
- à $V = 0,1 \cdot V_{\max}$, la durée d'accélération est de $6,67 \text{ ms}$ pour un déplacement de $0,22 \text{ mm}$.

1.1.2- Choix de la motorisation de l'axe z

Choix des constituants de l'axe

• La conception globale de l'axe répond à de multiples objectifs, c'est-à-dire, outre obtenir et contrôler les performances dynamiques sous charge, maximiser la précision (tant statique : suppression des jeux, que dynamique : grande rigidité en torsion), minimiser l'encombrement, minimiser les risques de dysfonctionnement et, surtout, les durées de maintenance :

- le contrôle des performances dynamiques est facilité par l'architecture cartésienne, qui permet un découplage des axes lors des phases dynamiques en contournage (le découplage cartésien limite les effets d'accélération d'un axe sur l'autre) ;

- l'accroissement de la précision tant statique que dynamique est obtenue :

- statiquement : par la qualité des guidages, la suppression du réducteur (entraînement direct¹), la transmission par vis à billes de précision

- dynamiquement : également par la suppression du réducteur (élasticités des engrenages), par l'accouplement à soufflet de grande rigidité torsionnelle et par la transmission par vis à billes préchargée et de grand diamètre (donc de raideur élevée) ;

cette même précision à grande vitesse impose une très grande résolution capteur (voir 1.2) ;

- l'entraînement direct à grande vitesse impose une vis à grand pas ;

¹ La précision angulaire des réducteurs de haute précision est aujourd'hui de 1' à 3' d'angle, ce qui correspond avec une vis standard de pas 10 mm et $\Delta\theta = 2'$ à un déplacement de la vis $d = 2.10 / (360.60) = 0,9 \mu\text{m}$. Ce niveau de précision est limite pour ce type d'application.

- l'entraînement direct d'une masse élevée sous très forte accélération impose alors une motorisation extrêmement performante (moteur autosynchrone à variateur numérique) ;
- la double redondance de mesure (redondance des capteurs et redondance de type : relative/ absolue) répond à plusieurs objectifs : séparation fonctionnelle des mesures de position et de vitesse, surveillance réciproque des deux capteurs de position, assistance à la maintenance ;
- l'architecture retenue est symétrique, compacte, et facilite l'interchangeabilité de l'ensemble broche ;
- un dernier point important est la cohérence technologique de l'ensemble des axes (excepté la noix tournante de l'axe Y).

Choix du moteur

- La fréquence de rotation d'utilisation maximale du moteur en entraînement direct est $N = V_{\max} / p$.

A.N. : $V = 40 \text{ m/min}$, $p = 25 \text{ mm} \Rightarrow N = 40/0,025 = 40.40 = 1\,600 \text{ tr/min}$.

On choisira donc un moteur 1FT6 de fréquence maximale 2 000 tr/min (réf. : 1FT6 ... 8AC7).

- L'application du théorème de l'énergie cinétique $\{dE_c/dt\}_E = \{P_{\text{ext}} + P_{\text{int}}\}_E$ à l'ensemble mobile E de l'axe z ($E = \{\text{arbre moteur, accouplement à soufflet, vis à billes, écrou + rails + ensemble broche}\}$), donne :

$$2.Ec_E = M_b.Vz^2 + (J_{\text{vis}} + J_{\text{soufflet}} + J_m).\omega z^2 \text{ avec } \omega z = \frac{2\pi}{p} \cdot p_z \text{ (où } p_z \text{ est le pas de la vis à billes) ;}$$

$$\{P_{\text{ext}} + P_{\text{int}}\}_E = C_{mz}.\omega z - F_a.Vz - M_b.g.f.Vz - P_{f,\text{vis}/\text{écrou}}$$

En admettant que la puissance perdue dans la liaison vis-écrou est rapportée à la puissance motrice par $P_{f,\text{vis}/\text{écrou}} = (1-\eta).C_{mz}.\omega z$, on déduit (classiquement) après dérivation de E_{c_E} :

$$[M_b + (J_{\text{vis}} + J_{\text{soufflet}} + J_{\text{moteur}}) \cdot \frac{4\pi^2}{p^2}] a_z = \eta C_{mz} \cdot \frac{2\pi}{p} - F_a - M_b \cdot g \cdot f$$

$$\Rightarrow C_{mz} = \frac{p}{2\pi\eta} \cdot \{F_a + M_b \cdot g \cdot f + [M_b + (J_{\text{vis}} + J_{\text{soufflet}} + J_{\text{moteur}}) \cdot \frac{4\pi^2}{p^2}] \cdot a_z\}$$

(on peut *a priori* considérer comme négligeable l'inertie de l'accouplement, mais pas celle de la vis, et encore moins celle du moteur).

- Le couple en régime permanent sur l'axe z est donné par :

$$0 = \eta \cdot C_{mpz} \cdot \frac{2\pi}{p} - F_a - M_b \cdot g \cdot f \Rightarrow C_{mpz} = \frac{p}{2\pi\eta} \cdot (F_a + M_b \cdot g \cdot f)$$

A.N. : $F_a = 6\,000 \text{ N max}$; $M_b = 130 \text{ kg}$; $p = 25 \text{ mm}$; $f = 0,004$; $\eta = 0,98$

$$C_{mpz\text{max}} = \frac{0,025}{2\pi \cdot 0,98} \cdot (6000 + 130 \cdot 10 \cdot 0,004) = 24,4 \text{ Nm}$$

Deux moteurs peuvent *a priori* convenir, l'un limite (1FT6 086 8AC7), l'autre (1FT6 105 8AC7) peut être surdimensionné, de couples en régime permanent respectifs 23 et 38 Nm, de moments d'inertie respectifs de $66,5$ ou $99 \cdot 10^{-4}$ et $168 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$.

(Remarque : avec l'hypothèse d'une transmission parfaite on aurait obtenu $C_{mzp\text{max}} = \frac{0,025 \cdot 6000}{2\pi}$ soit $C_{mpz\text{max}} = 23,9 \text{ Nm}$; cette hypothèse était ici parfaitement admissible ... si elle était posée.)

- Le moment d'inertie de la vis peut être estimé par : $J_{\text{vis}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot L \cdot R^4$.

A.N. $L = 500 + 150$; $D = 0,025 \Rightarrow J_{\text{vis}} = \frac{1}{2} \cdot 7,8 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (0,5 + 0,15) \cdot (0,0125)^4 = 1,94 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$.

- Pour estimer le couple dynamique maximal, deux hypothèses peuvent être retenues :
 - les performances d'accélération/décélération sont des performances de déplacement et de mise en vitesse hors matière ;
 - les performances sont obtenues en matière.

1- La première hypothèse conduit à un couple dynamique maxi :

$$C_{mdz1\text{max}} = \frac{p}{2\pi\eta} \cdot \{M_b \cdot g \cdot f + [M_b + (J_{\text{vis}} + J_{\text{moteur}}) \cdot \frac{4\pi^2}{p^2}] \cdot a_{z\text{max}}\}$$

A.N. $a_{z\text{max}} = 10 \text{ m.s}^{-2}$; moteur possible d'inertie la plus faible $66,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$

$$C_{mdz1 \max} = \frac{0,025}{2\pi \cdot 0,98} \cdot \{5,2 + [130 + (0,19 + 6,65) \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4\pi^2}{0,025^2}] \cdot 10\}$$

$$C_{mdz1 \max} = 22,8 \text{ Nm.}$$

Un tel couple, inférieur à celui du régime d'usinage permanent est évidemment acceptable.

2- La seconde hypothèse conduirait, pour le moteur 1FT6 086 8AC7, à un couple dynamique de :

$$C_{mdz2 \max} = 4,06 \cdot 10^{-3} \cdot \{6000 + 5625\} = 47,2 \text{ Nm.}$$

Il s'agit d'une valeur trop élevée pour ce moteur. Il est donc nécessaire de passer au moteur supérieur (105 8AC7, de couple admissible 50 Nm. La reprise du calcul en tenant compte de l'inertie plus élevée ($168 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$; $C_{md} = 72,8 \text{ Nm}$) montre que ce moteur est admissible.

• Les différentes valeurs obtenues montrent que les conditions d'usinage ne peuvent toujours associer à la fois très grande vitesse d'usinage et très grande accélération dans tous les modes de fonctionnement :

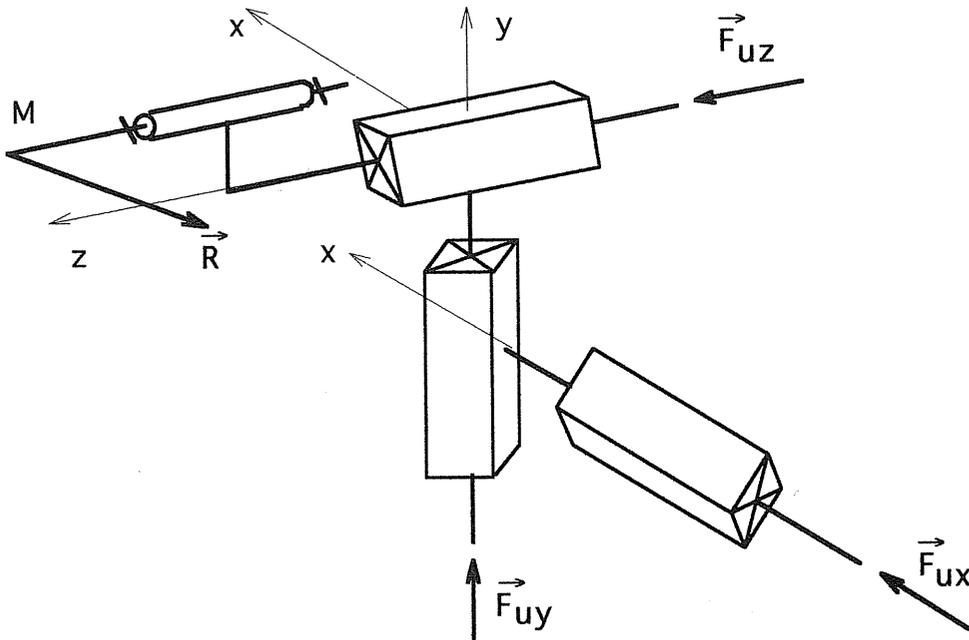
- à très grande vitesse en matière, les accélérations admissibles pourront être limitées pour rester compatibles avec le couple moteur maxi ;
- le dégagement de 22,2 mm nécessaire pour atteindre la grande vitesse sous une accélération de 1 g ne sera pas compatible avec tous les usinages, mais est plausible vu les courses.

1.1.3- Choix des motorisations en contournage

On note d'abord que les fréquences de rotation des moteurs sont identiques (même vitesse de déplacement, même vis à billes, rapport 1 de la transmission par courroie crantée de l'axe x).

Un modèle cinématique simplifié possible pour l'étude dynamique de ce système comporte :

- trois liaisons glissières orthogonales en cascade ;
- trois entrées indépendantes de type effort, représentant les efforts moteurs sur chaque vis (les liaisons hélicoïdales et les moteurs ne sont pas représentés pour simplifier) ;
- un effort extérieur : l'effort d'usinage sur l'outil.



Parmi les hypothèses envisageables pour un calcul d'avant-projet, on peut également supposer les liaisons parfaites (hypothèse validée par le très faible coefficient de frottement des glissières, les très bons rendements des vis à billes et de la transmission poulie-courroie de l'axe x). Chacune des liaisons glissières transmet alors intégralement à l'axe précédent la composante de l'effort \mathbf{R} orthogonale à son axe (l'intérêt de cette hypothèse, classique, est de découpler mécaniquement les axes).

On peut alors écrire les 3 équations : $M_x \cdot a_x = F_{ux} - R_x$; $M_y \cdot a_y = F_{uy} - R_y - M_y \cdot g$; $M_z \cdot a_z = F_{uz} - R_z$.

Les entrées "effort" étant chacune issue d'une liaison hélicoïdale, supposée parfaite, à partir d'un couple moteur C_{mi} , se déduisent des trois relations supplémentaires :

$$(J_{visi} + J_{mi}) \cdot (2\pi/p) \cdot a_i = C_{mi} - F_{ui} \cdot (p/2\pi).$$

D'où on déduit les trois équations dynamiques découplées :

$$M_{x_{eq}} \cdot a_x = \alpha \cdot C_{mx} - R_x; M_{y_{eq}} \cdot a_y = \alpha \cdot C_{my} - R_y - M_y \cdot g; M_{z_{eq}} \cdot a_z = \alpha \cdot C_{mz} - R_z \text{ avec :}$$

$$\alpha = 2\pi/p = 251,3 \text{ m}^{-1} \text{ et } M_{i_{eq}} = M_i + (J_{visi} + J_{mi}) \cdot \alpha^2 \text{ avec } \alpha^2 = 6,316 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}.$$

On note immédiatement :

- que le cas le plus défavorable pour le fonctionnement dynamique du moteur sera celui où l'usinage s'effectue dans la direction de l'axe z ;
- que l'axe y vertical doit en outre être dimensionné pour déplacer le poids de l'axe z.
- Pour le calcul des couples permanents, on peut alors conserver l'hypothèse de découplage, ce qui permet d'évaluer plus précisément les couples en tenant compte du rendement global.
- Pour le calcul des couples dynamiques, on fera également l'hypothèse que les accélérations maximales sont obtenues soit hors matière ($R_i = 0$ si $a_i \neq 0$), soit en matière.
- Le tableau ci-dessous résume les résultats relatifs à chaque axe et le choix possible des moteurs correspondants. Noter que, pour l'axe z, les calculs sont associés à un usinage d'axe z à $F_a = 6 \text{ kN}$ tandis que pour les autres axes l'effort maxi d'avance n'est que de 5 kN .

	axe z	axe y	axe x
$N_{ii} (N_{mi})$	1 600 tr/min (2 000)	1 600 tr/min (2 000)	1 600 tr/min (2 000)
$C_{mpi_{max}}$	$\frac{0,025 \cdot 6 000}{2\pi \cdot 0,98} = 24,4 \text{ Nm}$	$\frac{0,025 \cdot (5000 + 3500)}{2\pi \cdot 0,98} = 34,5 \text{ Nm}$	$\frac{0,025 \cdot 5 000}{2\pi \cdot 0,98 \cdot 0,95} = 20,3 \text{ Nm}$
Accélérations/décélérations hors matière			
Moteur	1FT6 086 8AC7	1FT6 105 8AC7	1FT6 86 8AC7
J_{moteur}	$66,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$168 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$66,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
J_{visi}	$1,94 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$2,32 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$2,32 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
$M_{i_{eq}}$	562 kg	1 425 kg	1 084 kg
ΣF_{dyn}	5 620 N	17 750 N	10 840 N
$C_{mdimax} \text{ th}$	22,81 Nm	72,06 Nm	44 Nm
Accélérations/décélérations EN matière			
Moteur	1FT6 105 8AC7	1FT6 105 8AC7	1FT6 105 8AC7
J_{moteur}	$168 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$168 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$168 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
J_{visi}	$1,94 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$2,32 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$2,32 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
$M_{i_{eq}}$	1 200 kg	1 424 kg	1 725 kg
ΣF_{dyn}	18 000 N	22 750 N	22 250 N
$C_{mdimax} \text{ th}$	73 Nm	92,4 Nm	90,3 Nm

Les couples dynamiques maxi sur les axes y et x sont légèrement inférieurs à 2 fois le couple dynamique permanent ($2 \cdot 50 = 100 \text{ Nm}$), ce qui paraît acceptable compte tenu de la très faible durée des transitoires et du fait que les calculs sont effectués dans les conditions les plus défavorables. Pour une détermination plus précise des moteurs, il serait nécessaire d'évaluer les couples équivalents à partir d'une estimation statistique des caractéristiques des modes de fonctionnement (effort moyen, temps moyen de fonctionnement dans chaque phase). Un tel calcul montrerait que le moteur 1FT6 105 8AC7 convient pour les trois axes.

En conclusion on pourra donc *a priori* retenir les mêmes moteurs et commandes pour les trois axes (ainsi que les mêmes transmissions). Ce choix offre des avantages essentiels des points de vue fiabilité-interchangeabilité et maintenance.

1.2.1- Utilisation du capteur de position dans la boucle de vitesse

Le critère retenu pour pouvoir élaborer une image vitesse fidèle est de pouvoir mesurer au moins un pas de position à la vitesse minimale et à la période d'échantillonnage T :

- la vitesse minimale est $N_{min} = N_{max}/rv$ en tr/s ;
- la résolution, c'est-à-dire le déplacement angulaire correspondant à un pas de position, est , exprimée en fraction de tour capteur :

$$r = \frac{1}{n_t \cdot i} \text{ tr.}$$

Le critère d'élaboration fidèle de l'image vitesse est donc : $r = \frac{1}{n_t \cdot i} < N_{\min} \cdot T \Rightarrow i > \frac{1}{n_t \cdot N_{\min} \cdot T}$.

A.N. : $r_y = 40\,000$; $N_{\max} = M_{m\max} = 2\,000 \text{ tr/min}$; $n_t = 2048$; $T = 0,5 \text{ ms}$.

— $N_{\min} = N_{\max} / r_y = 2000 / 40000 = 0,05 \text{ tr/min} = 0,05 / 60 \text{ tr/s}$;

— $i \geq \frac{1}{2048 \cdot \frac{0,05}{60} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = 1171$.

La résolution totale est donc $n_t \cdot i = 2048 \cdot 1171 = 2,6 \cdot 10^6$ pas de mesure par tour.

Soit, exprimée en déplacement : $\delta x = 25 / 2,6 \cdot 10^6 = 9,61 \cdot 10^{-6} \text{ mm} (0,0096 \mu\text{m})$.

Il est clair que cette résolution de position ne correspond pas à une précision ayant un sens pour la machine (voir CdCF).

Remarque : le calcul, effectué ici à partir de N_{\max} , pouvait également être mené à partir de l'application ($N=1\,600 \text{ tr/min}$). On obtenait alors respectivement $n_t \cdot i = 3 \cdot 10^6$ pas/tour ; $i \geq 1463$ et $\delta x = 8,3 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$.

1.2.2- Utilisation des capteurs en mesure de position

L'intérêt de disposer d'une mesure absolue est, bien sûr, de connaître la position de l'axe à la (re)mise en service de l'axe, et cela quelle que soit la cause de l'arrêt (en cas de défaillance majeure, une coupure globale d'énergie par exemple, le déplacement d'arrêt de la machine n'est plus contrôlé par les capteurs incrémentaux).

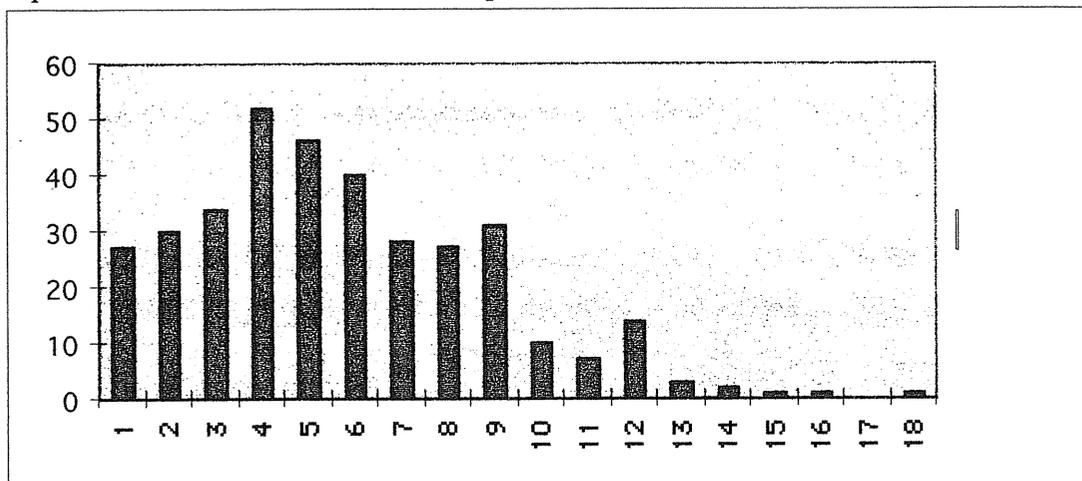
La résolution à l'arrêt du système de mesure linéaire est donnée : $0,5 \mu\text{m}$. Celle du système de mesure angulaire est $p/2^{13}$ (treize pistes absolues codées Gray) = $25/8192 = 3,05 \mu\text{m}$. On note que c'est la mesure linéaire qui fournit la résolution la plus fine.

L'intérêt de disposer d'une redondance active de mesure absolue (à un coût raisonnable par axe) est multiple :

- permettre un autocontrôle de chacun des systèmes à l'initialisation des axes ;
- permettre un calibrage des axes en toute position (autocorrection des défauts des transmissions) ;
- détecter en temps réel l'apparition d'un défaut sur l'un des systèmes de mesure et alors :
 - soit permettre la poursuite du fonctionnement de l'axe (possibilité de fonctionnement "tout de même" avec un seul capteur pour terminer la fabrication d'une pièce),
 - soit arrêter l'axe en toute sécurité.

Commentaires sur la première partie

Cette première partie a été traitée par 378 candidats (88 %). Le graphique ci-après montre la répartition relative des notes de cette partie.



Si on peut noter quelques très bonnes copies sur cette partie, la moyenne reste limitée du fait que peu de candidats abordent les questions 1.1.3 et 1.2.

Question 1.1.1

Le candidat devait choisir un modèle de loi de vitesse pour traiter cette question. La plupart ont retenu une loi en trapèze, mais certains modèles se sont avérés très surprenants :

- 20 candidats adoptent une loi à vitesse constante ;
- 19 retiennent une loi à décélération infinie (temps d'arrêt négligeable !) ;
- 6 retiennent une loi en triangle (sans se poser la question de la vitesse maxi) ;
- 6 retiennent une loi "économique" (équidurée des trois phases) ;
- 9 retiennent une loi réduite à une seule accélération ;
- 6 écrivent la loi accélérée sous la forme $x=0,5.g.t^2 + V_{max}.t$.

Les quatre premiers modèles ont été sanctionnés, les deux derniers ont été notés 0.

On observe encore quelques copies requérant plusieurs pages de calculs pour traiter ce type de question...

Question 1.1.2

• Le commentaire du choix des constituants de l'axe n'a pas donné lieu à beaucoup de réponses pertinentes sur les points essentiels (suppression du réducteur, moteur autosynchrone, mesure redondante en relation avec les objectifs de performance) : seulement quatre très bons commentaires et une quarantaine de commentaires satisfaisants.

• Le calcul de la fréquence et du couple a été dans l'ensemble correctement traité par les 281 candidats (74 %) qui l'abordent. Parmi les erreurs les plus surprenantes :

- la confusion entre moteur de broche et moteur d'avance (11 candidats) ;
- le choix a priori d'un moteur à 1500 tr/min ;
- différentes expressions du couple : $C=F.r$, $C=F.p$ (10 candidats), et autres plus baroques encore.

Les principaux oublis ont été la prise en compte du rendement et des actions de frottement (l'hypothèse de les négliger était admise... lorsqu'elle était formulée).

• La partie relative au régime transitoire a été abordée par 165 candidats (44 % de ceux qui abordent la partie 1) : près de la moitié la traitent correctement (près d'une dizaine très bien). L'autre moitié "oublie" les inerties de la chaîne cinématique, ce qui reste encore beaucoup trop à ce niveau. Quelques candidats qui prennent en compte l'inertie de la vis oublient par contre la masse entraînée.

Le calcul correct avec la masse seule rapportait la moitié des points.

Un dernier point à noter : trop de candidats oublient de citer les théorèmes qu'ils appliquent, comme s'il s'agissait de recettes de calcul.

• Le commentaire des résultats est abordé par 50 candidats (13 %) ; quelques-uns sont très bons.

Question 1.1.3

Cette question était difficile, tant par les hypothèses à retenir pour pouvoir la traiter que par les développements littéraux et numériques à mener. L'hypothèse de découplage des axes orthogonaux n'est pratiquement pas posée : or, c'est elle qui permet de négliger les effets d'inertie entre les axes pendant les phases transitoires. Ce point devrait être connus des constructeurs, car il est pour beaucoup dans le maintien des architectures cartésiennes pour les machines-outils d'usinage face à la concurrence des architectures parallèles à la bien plus grande rigidité.

La question est abordée par 137 candidats (36 % de ceux qui abordent la partie 1) : 40 candidats y obtiennent la moitié des points et 4 le maximum de points pour y avoir traité l'essentiel (un tableau comparatif des couples en régimes permanent et transitoire).

Les principaux oublis ont été le poids de l'axe en montée selon y et les inerties moteurs

Question 1.2.1

Cette question (106 candidats : 28 %) est apparue technologique à beaucoup de candidats. Son traitement ne relevait pourtant que du bon sens, ce qui a été vu par une vingtaine de candidats.

Son objet était de montrer combien les évolutions technologiques sont interdépendantes et qu'un progrès dans un domaine (les moteurs par exemple) n'est efficace que si les autres constituants de l'axe subissent des progrès homologues (ici les capteurs et les vis de précision à grand pas).

Question 1.2.2

Abordée par 139 candidats, cette question est dans l'ensemble assez mal traitée et donne lieu à beaucoup de banalités rarement reliées à l'application.

Deuxième partie : Étude partielle de la commande logique

2.1- Grafcet "magasin" de fonctionnement normal de changement d'outil

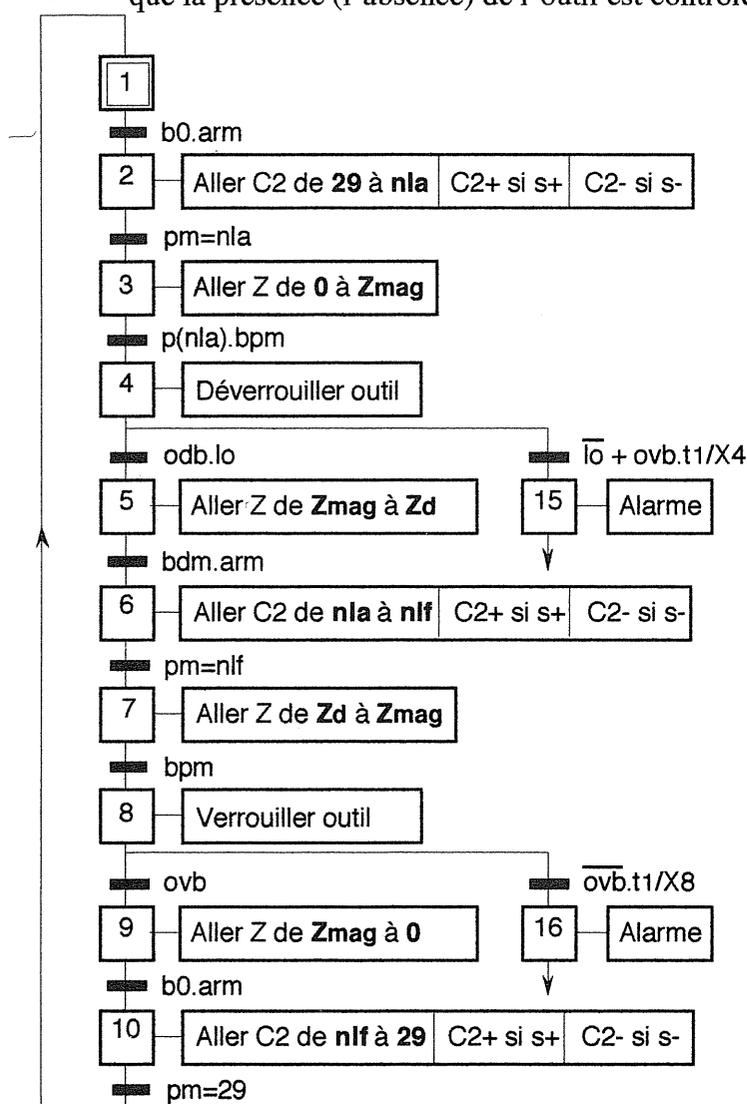
Les ordres de déplacement associés aux trois phases de positionnement du magasin d'outil (ranger l'outil actuel, charger le prochain outil, revenir en position 0 de référence), correspondent respectivement à :

- 1- Aller C2 de 29 à nla (amener le logement vide de code nla en position 0) ;
- 2- Aller C2 de nla à nlf (depuis nla, amener le logement plein de code nlf en position) ;
- 3- Aller C2 de nlf à 29 (retourner en position de référence du magasin).

Le grafcet GC2 de fonctionnement normal est détaillé ci-dessous.

On note :

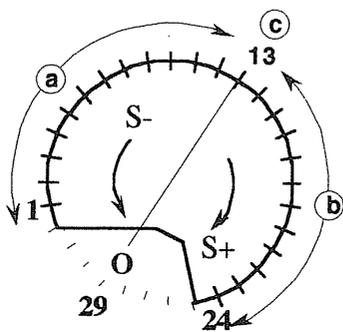
- que les réceptivités associées aux transitions de fin de déplacement d'une position à une autre sont du type $pm=position_fin$;
- que les ordres de rotation sont conditionnés aux variables de sens de rotation correspondantes ;
- que la présence (l'absence) de l'outil est contrôlée après la macro "Ranger..." ("Charger").



2.2- Détermination du sens de rotation

Le sens de déplacement est fonction de la position future par rapport à la position actuelle.

Dans la première phase (correspondant à l'étape 2), déplacement de la position 29 à la position nla, la figure ci-dessous présente les trois variantes de situation de nla par rapport à 29 :



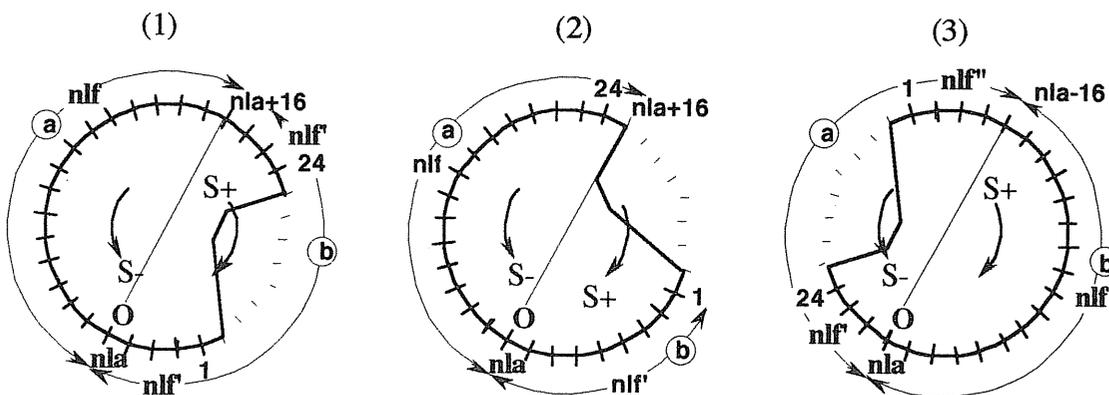
- a) si nla est comprise entre 1 et 12 ($nla < 13$), le sens de déplacement au plus court est le sens S- ;
 - b) si nla est comprise entre 14 et 24 ($nla > 13$), le sens de déplacement au plus court est le sens S+ ;
 - b) si $nla = 13$, le sens de déplacement au plus court est indifférent : on peut donc choisir de privilégier S+.
- Il en résulte donc l'expression logique :

Si X2 Alors Si $nla \leq 13$ Alors $s \leftarrow -1$; $s+ \leftarrow 0$ Sinon $s \leftarrow 0$; $s+ \leftarrow -1$
 que l'on peut également écrire sous forme des équations logiques :
 $s- = X2.(nla \leq 13)$
 $s+ = X2.(nla > 13)$

Dans la deuxième phase le sens de déplacement est fonction :

- des valeurs relatives de nla et nlf (deux cas : $nla < nlf$ ou $nla > nlf$) ;
- de la valeur absolue de la différence $nla - nlf$ (réductible à deux cas : $|nla - nlf| \leq 16$ ou > 16).

Ce que l'on peut illustrer par les schémas ci-dessous.



Les schémas 1 et 2 correspondent à la relation conditionnelle suivante :

SI $nla < nlf \leq nla + 16$ ALORS $s \leftarrow -1$; $s+ \leftarrow 0$ SINON $s \leftarrow 0$; $s+ \leftarrow -1$

condition qui s'exprime également sous la forme logique :

$s- = X6$ ET $nlf > nla$ ET $(nlf - nla) \leq 16$

$s+ = X6$ ET $(nlf < nla$ ET $(nla - nlf) < 16$ OU $[nlf > nla$ ET $(nlf - nla) > 16])$

Le schéma 3 correspond à la condition suivante :

SI X6 ALORS SI $nla > nlf > nla - 16 > 0$ ALORS $s \leftarrow 0$; $s+ \leftarrow -1$ SINON $s \leftarrow -1$; $s+ \leftarrow 0$;

qui s'exprime également par :

$s- = X6$ ET $(nlf > nla$ ET $(nlf - nla) \leq 16$ OU $[nlf < nla$ ET $(nla - nlf) \geq 16])$

$s+ = X6$ ET $[nlf < nla$ ET $(nla - nlf) < 16]$

La comparaison de ces expressions permet d'élaborer une expression commune pour l'ensemble des cas de la phase 2, soit :

$s- = X6$ ET $(nlf > nla$ ET $(nlf - nla) \leq 16$ OU $[nlf < nla$ ET $(nla - nlf) > 16])$

$s+ = X6$ ET $(nlf < nla$ ET $(nla - nlf) < 16$ OU $[nlf > nla$ ET $(nlf - nla) > 16])$.

En ce qui concerne la dernière phase, on retrouve un résultat symétrique à celui de la première.

Il en résulte donc l'expression logique :

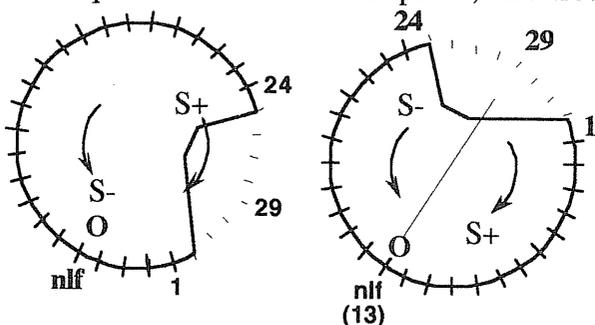
Si X10 Alors Si $nlf \leq 13$ Alors $s \leftarrow -1$; $s+ \leftarrow 0$

Sinon $s \leftarrow 0$; $s+ \leftarrow -1$

que l'on peut également écrire sous forme logique :

$s- = X10.(nlf \geq 13)$;

$s+ = X10.(nlf < 13)$.



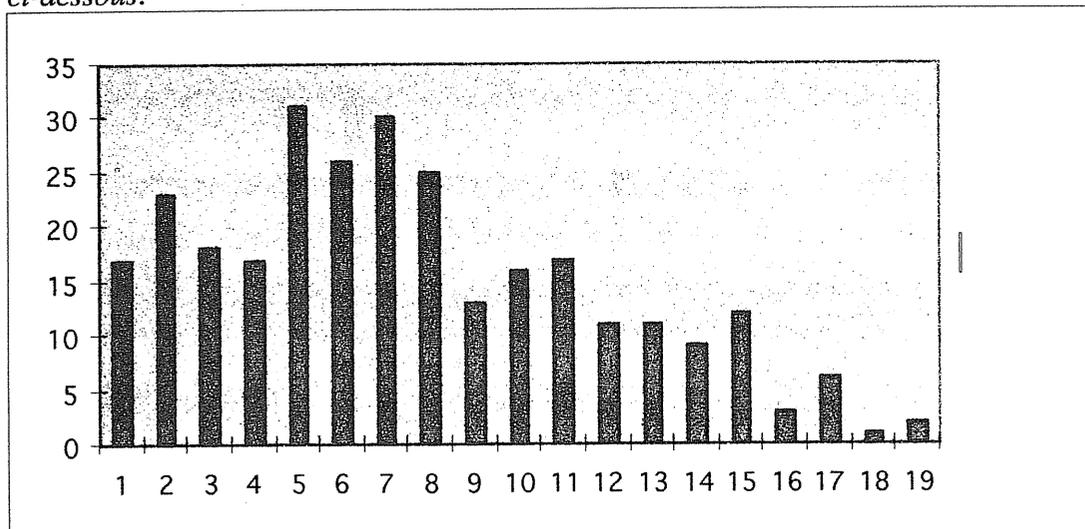
D'où les expressions logiques globales :

$s- = X2.(nla \leq 13) + X6.[(nlf > nla).(nlf - nla \leq 16) + (nlf < nla).(nla - nlf \geq 16)] + X10.(nlf \geq 13)$;

$s+ = X2.(nla > 13) + X6.[(nlf < nla).(nla - nlf < 16) + (nlf > nla).(nlf - nla > 16)] + X10.(nlf < 13)$.

COMMENTAIRES SUR LA DEUXIEME PARTIE

140 candidats n'ont pas composé ou ont obtenu 0 à cette partie. La répartition des notes est donnée ci-dessous.



Question 2.1

Quelques chiffres :

- 15 % des candidats ne connaissent pas le GRAFCET comme outil de description ou ne maîtrisent pas les principales règles d'évolution ;
- 30 % ne maîtrisent pas les règles d'écriture des structures types, à divergence ou reprise de séquence.

La majorité des candidats a su mettre en évidence l'enchaînement logique des tâches. L'erreur la plus fréquente a été de ne pas reculer la broche lors de la rotation du changeur d'outil.

Par contre, très peu ont intégré correctement les éléments de sécurité liés à l'activation de l'alarme. Beaucoup trop de solutions conduisaient soit à des blocages, soit à une continuité de fonctionnement.

La notion de variable numérique ou logique a été très mal perçue, l'écriture des réceptivités s'en est trouvée affectée.

Question 2.2

Les résultats obtenus à cette partie sont décevants. Seuls 15 % des candidats ont abordé la totalité de cette question et parmi eux la moitié a trouvé des réponses acceptables. La difficulté de traitement était ici uniquement liée au fait que l'absence d'outil(s) dans une zone prédéterminée ne modifie pas le raisonnement.

Le problème le plus délicat à résoudre était lié au déplacement de nla à nlf. Si la remarque précédente était comprise cela revenait à travailler sur les combinaisons des comparaisons entre nla et nlf et sur la valeur absolue de l'écart. Le développement proposé dans le corrigé, induit par l'énoncé, n'était pas nécessaire si ce point était compris.

Troisième partie : Étude de la qualité de l'usinage

3.1- Modèle de la commande d'entraînement d'un axe

a) Ces hypothèses sont aujourd'hui des "classiques" :

— l'équation de commande ($u_j = R_j \cdot i_j + e_j$) vient du choix du modèle simplifié de la motorisation à courant continu, en supposant de plus l'inductance négligeable¹ ;

— les relations de couple et de fcem ($C_{mj} = K_{Tj} \cdot i_j$ et $e_j = K_{ej} \cdot \omega_{mj}$) viennent également du modèle du moteur courant continu ;

— l'équation mécanique équivalente : $J_{emj} \cdot \frac{d\omega_{mj}}{dt} = C_{mj} - \lambda_j \cdot F_j$ provient de l'application, soit des théorèmes généraux à chaque mobile de chaque axe, soit du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du système, **en supposant les pertes négligeables**. Comme vu en première partie, cette hypothèse conduit alors à un découplage des équations de mouvement.

b) La résolution précédente donne, avec $V_j(p) = \lambda_j \cdot \Omega_{mj}(p)$:

$$J_{emj} \cdot p \cdot \Omega_{mj}(p) = K_{mj} \cdot i_j(p) - \lambda_j \cdot F_j(p) = K_{mj} \cdot \frac{U_j(p) - E_j(p)}{R_j} - \lambda_j \cdot F_j(p)$$

$$= K_{mj} \cdot \frac{U_j(p) - K_{mj} \cdot \Omega_{mj}(p)}{R_j} - \lambda_j \cdot F_j(p)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{K_{mj}^2}{R_j} + J_{emj} \cdot p \right) \cdot \Omega_{mj}(p) = \frac{K_{mj}}{R_j} \cdot U_j(p) - \lambda_j \cdot F_j(p) = \left(\frac{K_{mj}^2}{R_j} + J_{emj} \cdot p \right) \cdot \frac{V_{cj}(p)}{\lambda_j}$$

$$\Rightarrow V_j(p) = \frac{\lambda_j \cdot K_j}{R_j} \cdot \frac{U_j(p)}{\frac{K_{mj}^2}{R_j} + J_{emj} \cdot p} - \lambda_j^2 \cdot \frac{F_j(p)}{\frac{K_{mj}^2}{R_j} + J_{emj} \cdot p} = \frac{\lambda_j}{K_j} \cdot \frac{U_j(p)}{1 + \frac{R_j \cdot J_{emj}}{K_{mj}^2} \cdot p} - \frac{R_j \cdot \lambda_j^2}{K_j^2} \cdot \frac{F_j(p)}{1 + \frac{R_j \cdot J_{emj}}{K_{mj}^2} \cdot p}$$

En posant :

$$T_j = \frac{R_j \cdot J_{emj}}{K_{mj}^2} \quad ; \quad \alpha_j = \frac{\lambda_j}{K_j} \quad \Rightarrow \quad V_j(p) = \frac{\alpha_j}{1 + T_j \cdot p} \cdot U_j(p) - \frac{R_j \cdot \alpha_j^2}{1 + T_j \cdot p} \cdot F_j(p)$$

A.N. : $p_j = 25 \text{ mm}$; $K_{mj} = 1,5 \text{ (SI)}$; $R = 2,5 \text{ } \Omega$; $J_{emx} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $J_{emy} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;
 $J_{emz} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Les p_j et $K_{mj} = 1,5$ étant égaux pour les trois axes, les constantes α_j sont égales pour les trois axes. Seules les constantes de temps diffèrent donc.

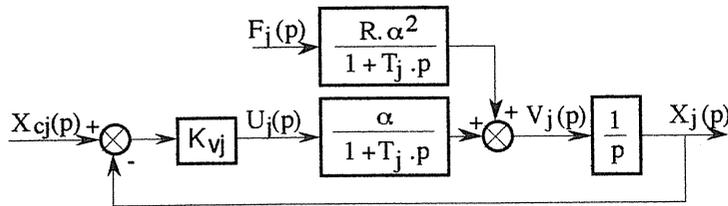
— $\alpha_j = (p_j / 2\pi) / K_{mj} = 0,025 / (2 \cdot \pi \cdot 1,5) = 0,025 / 3 \cdot \pi = 2,652 \cdot 10^{-3} \text{ m/(s} \cdot \text{V)}$;

— $T_x = \frac{R_j \cdot J_{emx}}{K_{mj}^2} = \frac{2,5 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{1,5^2} = 3,33 \cdot 10^{-2} \text{ s} = 33,3 \text{ ms}$;

— $T_y = \frac{R_j \cdot J_{emy}}{K_{mj}^2} = \frac{2,5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{1,5^2} = 2,78 \cdot 10^{-2} \text{ s} = 27,8 \text{ ms}$; $T_z = \frac{R_j \cdot J_{emz}}{K_{mj}^2} = 23,3 \text{ ms}$.

c) Le schéma fonctionnel de l'asservissement de position de l'axe Z, à retour unitaire, se déduit des relations $\varepsilon_j = x_{ej} - x_j$; $u_j = K_{vj} \cdot \varepsilon_j$ et de la relation de 3.1 : $V_j(p) = G_{1j}(p) \cdot U_j(p) - G_{2j}(p) \cdot F_j(p)$:

¹ Voir l'ouvrage de Guy Grellet et Guy Clerc "Actionneurs électriques. Principes - Modèles Commande", Eyrolles, nov. 1996, en tant qu'ouvrage de référence sur la modélisation et la commande de tels moteurs.



La relation de transfert est alors :

$$X_j(p) = \frac{V_j(p)}{p} = \frac{\alpha}{p(1+T_j \cdot p)} \cdot U_j(p) - \frac{R \cdot \alpha^2}{p(1+T_j \cdot p)} \cdot F_j(p) = \frac{\alpha \cdot K_{vj}}{p(1+T_j \cdot p)} \cdot (X_{cj}(p) - X_j(p)) - \frac{R \cdot \alpha^2}{p(1+T_j \cdot p)} \cdot F_j(p)$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{K_{vj} \cdot \alpha}{p(1+T_j \cdot p)}\right) \cdot X_j(p) = \frac{K_{vj} \cdot \alpha}{p(1+T_j \cdot p)} \cdot X_{cj}(p) - \frac{R \cdot \alpha^2}{p(1+T_j \cdot p)} \cdot F_j(p)$$

$$\Rightarrow X_j(p) = \frac{K_{vj} \cdot \alpha}{K_{vj} \cdot \alpha + p + T_j \cdot p^2} \cdot X_{cj}(p) - \frac{R \cdot \alpha^2}{K_{vj} \cdot \alpha + p + T_j \cdot p^2} \cdot F_j(p)$$

$$\Rightarrow X_j(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_{vj} \cdot \alpha} + \frac{T_j \cdot p^2}{K_{vj} \cdot \alpha}} \cdot X_{cj}(p) - \frac{\frac{R \cdot \alpha}{K_{vj}}}{1 + \frac{p}{K_{vj} \cdot \alpha} + \frac{T_j \cdot p^2}{K_{vj} \cdot \alpha}} \cdot F_j(p) = H_{1j}(p) \cdot X_{cj}(p) - H_{2j}(p) \cdot F_j(p)$$

Soit, sous forme canonique :

$$X_j(p) = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \zeta_j \cdot p}{\omega_{nj}} + \frac{p^2}{\omega_{nj}^2}} \cdot X_{cj}(p) - \frac{k_{Fj}}{1 + \frac{2 \cdot \zeta_j \cdot p}{\omega_{nj}} + \frac{p^2}{\omega_{nj}^2}} \cdot F_j(p)$$

$$\text{Avec : } \omega_{nj} = \sqrt{\frac{K_{vj} \cdot \alpha}{T_j}} \quad ; \quad \zeta_j = \frac{\omega_{nj}}{2 \cdot K_{vj} \cdot \alpha} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{T_j \cdot K_{vj} \cdot \alpha}} \quad ; \quad k_{Fj} = \frac{R \cdot \alpha}{K_{vj}}$$

d) Les équations précédentes, tout comme le schéma de transfert de chaque axe, permettent de déduire que l'asservissement de chaque axe :

- est précis du point de vue de la consigne : *gain unité* de la fonction composante de transfert $H_{1j}(p)$ ou *présence d'une intégration dans la boucle ouverte* sur le schéma fonctionnel ;
- n'est pas précis (ou présente un écart) vis-à-vis de la perturbation d'effort : *absence d'une intégration en amont de la perturbation* sur le schéma fonctionnel ;
- est stable : dénominateur du second ordre. Cette stabilité n'a évidemment de sens que par rapport aux hypothèses effectuées : rappelons que le modèle utilisé est celui du moteur CC et non le modèle d'une motorisation autosynchrone, l'inductance L a été négligée (elle aurait conduit à une FT du troisième ordre présentant une possibilité d'instabilité, ...)

3.2- Caractérisation de l'axe z

3.2.1- Condition de non-dépassement

La présence d'un dépassement de la position de consigne, c'est-à-dire l'existence d'un régime de réponse oscillant, entraînerait lors d'un usinage le dépassement de la cote visée donc une erreur de cote due à l'asservissement. Il est donc nécessaire que l'amortissement soit suffisant pour supprimer le comportement oscillant.

Pour un deuxième ordre, la condition de non-dépassement (pour une entrée en échelon) est $\zeta \geq 1$, soit, compte tenu des résultats de 3.1d

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{T_j \cdot K_{vj} \cdot \alpha}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{T_j \cdot K_j}} \geq 1 \Rightarrow T_j \cdot K_j \leq 1/4 \Rightarrow K_j \leq \frac{1}{4 \cdot T_j}$$

La limitation du gain pour limiter le dépassement conduit à borner la rapidité :

$$K_j \leq \frac{1}{4.T_j} \Rightarrow \omega_{nj} = \sqrt{\frac{K_z}{T_z}} \leq \sqrt{\frac{1}{4T_z} \cdot \frac{1}{T_z}} = \frac{1}{2T_z}$$

En pratique, on cherchera donc à maximiser le gain, donc à choisir $K_j \approx \frac{1}{4.T_j}$

A.N. : $T_z = 25 \text{ ms}$

$$\Rightarrow K_z \leq \frac{1}{4.0,025} = 10 \text{ (m/s)/m (ou s}^{-1} \text{ ou mm/s/mm), soit } K_{vz} = K_z/\alpha \leq 10/2,652.10^{-3} = 3\,770 \text{ V/m.}$$

(Remarque : la tension de commande du moteur est de 600 V, la course maxi de 630 mm. Cette condition sur le gain en tension paraît donc bien compatible avec les données. Nous verrons cependant plus loin que le gain de boucle est plus de 10 fois plus élevé. Il va de soi que cela implique une loi de consigne avec contrôle de la vitesse et de l'accélération permettant de limiter à une valeur admissible le dépassement).

3.2.2- Raideur asservie de l'axe z

a) De la définition de la raideur asservie en effort donnée dans l'énoncé, on déduit que $r_{aj} = 1/k_{Fj}$ défini comme le gain de $H_{2j}(p)$ en 3.1c. En effet, l'écart de position Δx_j induit par une variation d'effort ΔF_j est calculable à partir de la relation de transfert de 2.1c par

$$\Delta x_{j\infty} = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ x_{cj} = \text{cte}}} p.X_j(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{-p.k_{Fj}}{1 + \frac{2.\zeta.p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \cdot \frac{\Delta F_j}{p} = -k_{Fj}.\Delta F_j \Rightarrow r_{aj} = -\frac{\Delta F_j}{\Delta x_{j\infty}} = \frac{1}{k_{Fj}} = \frac{K_{vj}}{R.\alpha} = \frac{K_j}{R.\alpha^2}$$

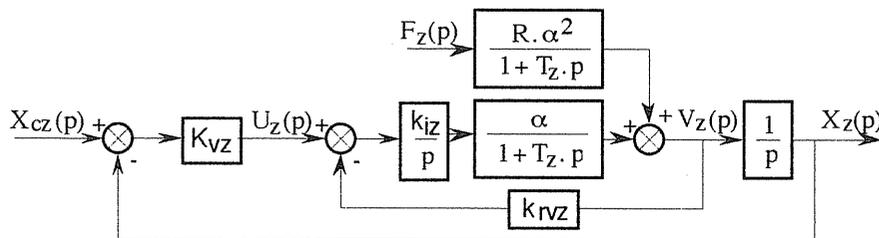
A.N. : Pour respecter la contrainte de limiter le défaut d'usinage à $1 \mu\text{m}$ pour $\Delta F = 1000 \text{ N}$, il faut :

$$r_{az} = \frac{K_z}{R.\alpha^2} \geq \frac{1000}{10^{-6}} \Rightarrow K_z \geq R.\alpha^2.10^9 = 2,52,652^2.10^{-6}.10^9 = 17,6.10^3.$$

b) On ne peut évidemment remplir à la fois $K_z \leq 10$ et $K_z \geq 17\,600$. Et le changement d'ordre de grandeur ne permet pas d'envisager de trouver une compatibilité en jouant sur les paramètres du système.

Un moyen technique d'augmenter la raideur est évidemment de chercher à annuler l'écart de position sur variation d'effort, c'est-à-dire de devenir précis en effort. La solution la plus simple est d'introduire une intégration dans la fonction de transfert $H_{2z}(p)$, ce qui peut être obtenu par un correcteur intégral placé en amont de la perturbation d'effort.

Placé dans la boucle sans précaution, un tel correcteur intégral introduirait une seconde intégration dans la chaîne directe, rendant alors la commande instable. La solution, classique, est de l'intégrer dans une boucle de vitesse (intégrée au variateur) selon le schéma de principe suivant.



$$V_z(p) = \frac{\alpha}{1 + T_z.p} \cdot \frac{k_{iz}}{p} \cdot (U_z(p) - k_{rvz} \cdot V_z(p)) - \frac{R.\alpha^2}{1 + T_z.p} \cdot F_z(p)$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{\alpha}{1 + T_z.p} \cdot \frac{k_{iz} \cdot k_{rvz}}{p}\right) \cdot V_z(p) = \frac{\alpha}{1 + T_z.p} \cdot \frac{k_{iz}}{p} \cdot U_z(p) - \frac{R.\alpha^2}{1 + T_z.p} \cdot F_z(p)$$

$$\Rightarrow V_z(p) = \frac{k_{iz} \cdot \alpha}{\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz} + p(1 + T_z.p)} \cdot U_z(p) - \frac{R.\alpha^2}{\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz} + p(1 + T_z.p)} \cdot p \cdot F_z(p)$$

$$\Rightarrow Z(p) = \frac{1}{p} \cdot \left[\frac{k_{iz} \cdot \alpha}{\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz} + p \cdot (1 + T_z \cdot p)} \cdot K_{vz} \cdot (X_{cz}(p) - Z(p)) - \frac{R \cdot \alpha^2}{\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz} + p \cdot (1 + T_z \cdot p)} \cdot p \cdot F_z(p) \right]$$

$$\Rightarrow Z(p) = \frac{K_{vz} \cdot k_{iz} \cdot \alpha}{K_{vz} \cdot k_{iz} \cdot \alpha + p \cdot [\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz} + p \cdot (1 + T_z \cdot p)]} \cdot X_{cz}(p) - \frac{R \cdot \alpha^2}{K_{vz} \cdot k_{iz} \cdot \alpha + p \cdot [\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz} + p \cdot (1 + T_z \cdot p)]} \cdot p \cdot F_z(p)$$

$$\Rightarrow Z(p) = \frac{1}{1 + p + \frac{p^2 \cdot (1 + T_z \cdot p)}{\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz}}} \cdot X_{cz}(p) - \frac{\frac{R \cdot \alpha}{K_{vz} \cdot k_{iz}}}{1 + p + \frac{p^2 \cdot (1 + T_z \cdot p)}{\alpha \cdot k_{iz} \cdot k_{rvz}}} \cdot p \cdot F_z(p)$$

On note que si l'écart de position dû à l'effort est bien supprimé (du fait du terme en p au numérateur), l'ordre du système est maintenant de 3, ce qui impliquera donc a priori une étude de stabilité.

c) L'intérêt du numérique réside dans la possibilité de faire varier en temps réel les paramètres de réglage de la commande en fonction du contexte et des mesures.

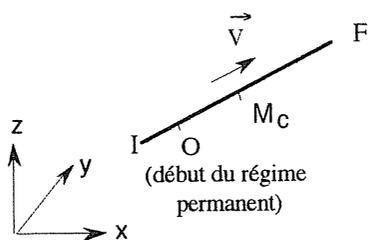
La première stratégie permettant de résoudre le dilemme $K_j \leq 10$ et $K_j \geq 17\,600$ est de faire varier le gain en fonction du contexte : la condition $K_j \leq 10$ de non dépassement est associée en effet à une phase transitoire de positionnement (à vitesse moyenne non nulle sur Z) alors que la condition de raideur $K_j \geq 17\,600$ est une condition de régime permanent (à vitesse moyenne nulle sur Z). Un algorithme simple de gain variable pourrait être : Si $e_z > e_1$ ou $V_z > V_1$ Alors $K \leftarrow K_1$ Sinon $K \leftarrow K_2$.

Une autre stratégie possible est celle de compensation de variation d'effort, introduisant une compensation numérique de déplacement en fonction de l'effort en régime permanent (mesuré par exemple à partir de l'image courant). Cette stratégie, qui suppose une identification préalable des paramètres du système pour évaluer la compensation nécessaire, est aujourd'hui tout à fait envisageable (elle est d'ailleurs déjà utilisée dans les variateurs de vitesses modernes pour les adapter à la partie opérative commandée).

3.3- Caractérisation des asservissements en contournage

3.3.1 Régime permanent en usinage linéaire à V=constante

a) L'origine des temps et des positions est choisie au début du régime permanent (voir figure),

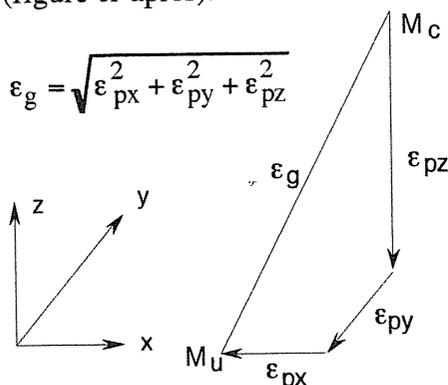


Les équations temporelles de la consigne de position sont $x_{cj} = V_j \cdot t$, si on note $V_j = \beta_j \cdot V$ la composante (algébrique) de la vitesse sur chaque axe, avec $V_j = \text{constante}$ du fait de la trajectoire (les β_j étant les coefficients directeurs de la droite trajectoire).

Soit en notation opérationnelle $X_{cj}(p) = V_j / p^2 = \beta_j \cdot V / p^2$

Sur chaque axe, la position réelle x_j est décalée de l'écart de traînage (ou de poursuite) ϵ_{pj} par rapport à la position de consigne x_{cj} .

Le point réel M_U en cours d'usinage est donc décalé du point M_C en retard vis-à-vis de la trajectoire (figure ci-après).



$$\epsilon_g = \sqrt{\epsilon_{px}^2 + \epsilon_{py}^2 + \epsilon_{pz}^2}$$

Les écarts de poursuite sur chaque axe sont* :

$$\epsilon_{pj} = \frac{V_j}{K_j} \text{ . On en déduit le vecteur :}$$

$$\vec{M_C M_U} = -\sum \epsilon_{pj} \cdot \vec{j} = -V \cdot \sum \frac{\beta_j}{K_j} \cdot \vec{j}$$

$$\text{Avec : } \epsilon_g = \sqrt{\sum_j \epsilon_{pj}^2} = \sqrt{\sum_j \left(\frac{V_j}{K_j} \right)^2}$$

* On rappelle que $\epsilon_{pi} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E_i(p)$ avec $E_j(p) = X_{cj}(p) - G_j(p) \cdot E_j(p) \Rightarrow$

$$E_j(p) = \frac{X_{cj}(p)}{1 + G_j(p)} = \frac{\frac{V_j}{p^2}}{1 + \frac{K_j}{p(1 + T_j \cdot p)}} = \frac{V_j \cdot (1 + T_j \cdot p)}{p \cdot (K_j + p \cdot (1 + T_j \cdot p))} \Rightarrow \varepsilon_{pj} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V_j \cdot (1 + T_j \cdot p)}{K_j + p \cdot (1 + T_j \cdot p)} = \frac{V_j}{K_j}$$

b) Pour que la trajectoire réelle soit linéaire, il faut que les écarts de poursuite soient constants (ce qui est ici le cas). Pour qu'elle soit confondue avec la trajectoire attendue, il faut que le point en cours d'usinage soit situé sur la trajectoire, autrement dit que les vecteurs $\vec{M}_c \vec{M}_u$ et \vec{IF} soient colinéaires, ce qui s'exprime par la condition que les gains de boucle soient tous égaux : $K_j = K \forall j$.

On a alors : $\vec{M}_c \vec{M}_u = -V \cdot \sum \frac{\beta_j}{K} \cdot \vec{j} = \frac{\vec{V}}{K}$

c) Cette condition peut être satisfaite puisque les constantes de gain de boucle de chaque axe sont paramétrables. La valeur maximale sera $K_j = 150 \text{ m/s/m}$ soit un écart global :

— en usinage à 10 m/min : $\varepsilon_g = \|\vec{M}_c \vec{M}_u\| = \frac{V}{K} = \frac{10}{60 \cdot 150} = 1,1 \text{ mm}$;

— en déplacement rapide à $V_j = V_{\max} = 40 \text{ m/min}$ sur chaque axe soit $V = 40 \cdot \sqrt{3} = 69,2 \text{ m/min}$: $\varepsilon_g = 7,69 \text{ mm}$.

Le fait que la constante de boucle de l'axe z soit le double de celle des autres axes (de sorte qu'en usinage suivant z l'écart de poursuite n'est que la moitié de celui en contournage) est adapté au fait, qu'il s'agit d'un centre d'usinage horizontal pour lequel les opérations d'usinage les plus fréquentes s'effectuent suivant z. Le doublement de la constante de boucle (sans risquer l'instabilité) est permis par le fait que c'est évidemment l'axe de plus faible inertie ramenée.

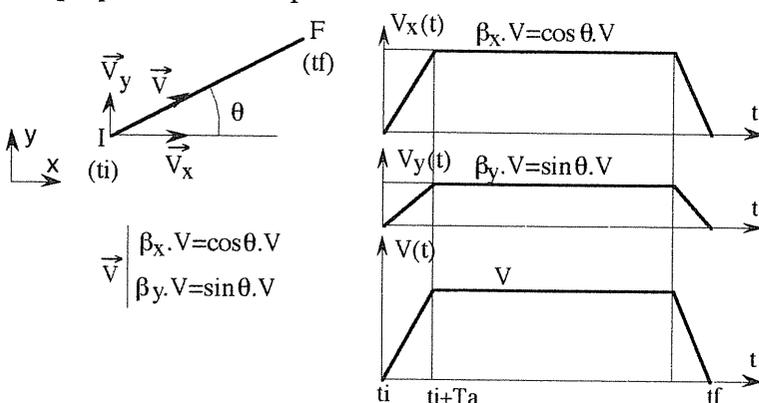
3.3.2 Transitoire d'un déplacement linéaire à V=constante

Pour que la trajectoire théorique reste linéaire dans les phases transitoires, il faut :

- 1- que les durées de mise en vitesse soient égales sur chaque axe (synchronisation des changements de type de loi) ;
- 2- que les accélérations sur les axes soient proportionnelles aux coefficients directeurs de la trajectoire, c'est-à-dire $\gamma_j = \beta_j \cdot \gamma$, où γ est l'accélération globale.

(Cette propriété se déduit de $\frac{\Delta x}{\beta_x} = \frac{\Delta y}{\beta_y} = \frac{\gamma_x \cdot t^2}{2 \cdot \beta_x} = \frac{\gamma_y \cdot t^2}{2 \cdot \beta_y} \Rightarrow \frac{\gamma_x}{\beta_x} = \frac{\gamma_y}{\beta_y} = \gamma$).

Ce qui peut s'illustrer par le schéma suivant :



On choisit $\sup(V_x, V_y) = V_{\max} = 40 \text{ m/min}$ et $\sup(\gamma_x, \gamma_y) = g$ (les sup de V_j et γ_j sont sur le même axe). Par exemple :

— pour $\theta = 45^\circ$: $V_x = V_y = V_{\max} = 40 \text{ m/min}$ et $\gamma_x = \gamma_y = g = 10 \text{ m/s}^2$, avec $V = 56,6 \text{ m/min}$ et $\gamma = 14,14 \text{ m/s}^2$;

— pour $\theta = 30^\circ$: $V_x = V_{\max} = 40 \text{ m/min}$, $V = 40 / \cos 30 = 46,18 \text{ m/min}$ et $V_y = 23,09 \text{ m/min}$; $\gamma_x = g = 10 \text{ m/s}^2$, $\gamma_y = 10 / \cos 30 = 11,55 \text{ m/s}^2$ et $\gamma = 5,77 \text{ m/s}^2$.

L'entrée n'étant plus du type rampe mais parabolique, l'écart de poursuite ne tend plus vers une constante mais s'accroît avec le temps (valeur théorique infinie en régime permanent).

La durée du transitoire étant celle calculée avec la vitesse et l'accélération maximales (voir question 1.1) soit $T_a=66,7$ ms (avec $\Delta x_a = 22,2$ mm), il serait possible de calculer exactement l'écart à la trajectoire théorique en déterminant les réponses temporelles de chaque axe aux entrées temporelles paraboliques correspondantes.

Le calcul étant laborieux on peut en chercher une approximation en notant que la vitesse sur chaque axe présente un écart de trainage $\epsilon_{vj}=\gamma_j/Kj$, écart de vitesse qui engendre un écart de position ϵ_{pj} maxi sur la durée T_a égal $\epsilon_{pj}=\epsilon_{vj}\cdot T_a$
A.N.

— pour une trajectoire à 45° : $\epsilon_{vx}=\epsilon_{vy}=\gamma/K_{\max} = 10/150 = 66,6$ mm/s $\Rightarrow \epsilon_{px}=\epsilon_{py}=0,0667^2=4,44$ mm ;

— pour une trajectoire à 30° : $\epsilon_{px} = 4,44$ mm et $\epsilon_{py}=4,44.\tan 30=2,56$ mm.

3.3.3 Usinage selon une trajectoire circulaire.

Selon une trajectoire d'outil circulaire, la vitesse change à chaque instant, induisant donc des écarts variables avec le temps : la règle de proportionnalité ne peut donc s'appliquer.

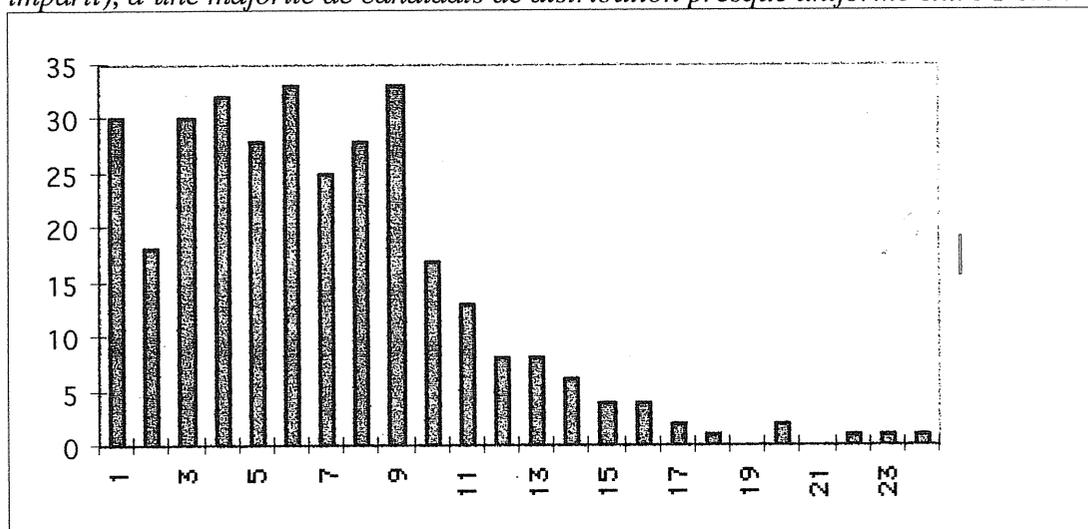
Le paramètre qui permet d'améliorer la qualité géométrique de l'usinage est alors la rapidité, c'est-à-dire la constante de temps (où la fréquence propre), qui permet ainsi de limiter les dérives pendant les phases transitoires.

Les principales tendances de l'évolution technologique des constituants de commande d'axe sont celles qui permettent donc d'accroître la rapidité :

- réduction des masses et inerties par architectures optimisées ;
- suppression des transmissions, c'est-à-dire moteurs linéaires ;
- variateurs rapides tout numérique et commandes numériques rapides.

COMMENTAIRES CONCERNANT LA TROISIEME PARTIE

Cette troisième partie a été abordée par un peu plus de 75% des candidats (103 candidats ne l'ont pas traitée). La répartition des notes de cette partie est illustrée ci-dessous. On peut noter une distribution très particulière identifiant très nettement une dizaine de candidats ayant traité cette partie dans sa totalité (ce faible nombre se justifiant par la longueur du sujet relativement au temps imparti), d'une majorité de candidats de distribution presque uniforme entre 1 et 9.



Question 3-1: Modèle de la commande d'entraînement d'un axe.

Partie a) De nombreux candidats ne savent pas - ou très mal - justifier les hypothèses sous-jacentes à la mise en équation du moteur CC. En particulier, la justification de l'équation mécanique équivalente a donné lieu à une erreur typique et répétée depuis plusieurs années.

Beaucoup trop de candidats caractérisent l'équation dynamique comme une équation projective issue de l'application du principe fondamental de la dynamique à l'arbre moteur. Il s'agit d'une erreur inacceptable à ce niveau. Cette équation provient de l'application du théorème de l'énergie

cinétique, théorème qui s'appliquant à des grandeurs scalaires additives peut s'appliquer tant à l'ensemble du système qu'à chacune de ses parties.

Partie b) Il s'agissait d'établir l'équation (classique) de transfert du moteur à partir du système d'équations fournies, ce que la majorité des candidats a su faire. Deux remarques:

- la mise sous forme canonique (qui n'était pas demandée dans cette question) n'est pas un réflexe pour une bonne moitié des candidats ;
- malgré les moyens de calcul modernes, les applications numériques donnent trop souvent des résultats erronés.

Partie c) Ceux qui avaient traité la partie b n'ont pas eu de difficultés à établir le schéma fonctionnel. Par contre, $X_j(p)$ a posé problème à certains candidats qui, ne sachant visiblement pas en fonction de quoi l'exprimer (ceci n'était pas explicitement défini dans la question), ont choisi $U_j(p)$ et $F_j(p)$ aboutissant ainsi à des fonctions de transfert simples mais sans intérêt quand à la description du comportement du système bouclé (voir partie d). Les erreurs les plus rencontrées ont été:

- l'oubli de l'intégration naturelle vitesse/position, voire parfois une dérivation ;
- la détermination des fonctions de transfert directement sous forme numérique à partir des résultats numériques de la question précédente, lesquels étaient souvent faux ;
- l'absence de prise en compte des simplifications proposées ($K_{tj} = K_{ej} = K_{mj}$, par exemple) conduisant à des transferts d'ordre supérieur à deux.

Partie d) Cette question a été très décevante, les 2/3 des copies n'aboutissant à aucun résultat pertinent pour les raisons suivantes:

- l'absence de mise sous forme canonique, pourtant explicitement demandée en caractères gras: seule la forme canonique, en faisant apparaître des grandeurs standard (gain, constante de temps, facteur d'amortissement, pulsation, etc.), permet d'émettre immédiatement des conclusions relatives au comportement prévisible du système étudié dans un cas simple tel que le second ordre considéré ;
- parmi les candidats ayant exprimé $X_j(p)$ en fonction de $U_j(p)$ et $F_j(p)$, certains ont étudié le comportement global de l'asservissement à partir de ces fonction de transfert !
- ceux qui avaient déterminé les fonctions de transfert sous forme numérique, et non canonique, ont globalement abouti à des conclusions fausses avec, entre autres, un gain de boucle différent (même si parfois proche) de 1 ;
- le théorème de la valeur finale est bien connu, mais son application à la fonction de transfert (au lieu de l'écart) ou l'oubli du terme en $1/p$ lié à l'entrée en échelon ont provoqué de nombreuses erreurs ;
- de la même manière, le critère de Routh est bien connu mais son application donne souvent lieu à un tableau faux et à une conclusion de stabilité conditionnelle, voire d'instabilité. Le jury rappelle que les servomécanismes du second ordre sont inconditionnellement stables, les coefficients du dénominateur étant des produits de termes toujours positifs tels que: résistance, inertie, gain, constante de moteur ou autre, pas de vis, etc. ;
- certains candidats, dans l'incapacité de résoudre le problème posé, se sont lancés dans un cours théorique concernant la précision et la stabilité des systèmes asservis, parfois sur plusieurs pages et avec force schémas. Il va sans dire que de telles réponses ne rapportent aucun point et sont par conséquent une perte de temps pour le candidat.

Question 3.2- Caractérisation de l'axe z.

3.2.1- Condition de non dépassement

La nécessité d'une absence de dépassement a été correctement justifiée. Par contre, près de la moitié des candidats écrivent que la condition de non dépassement d'un système du second ordre est un facteur d'amortissement supérieur ou égal à 0.7 ! Il s'agit d'une erreur grossière et inacceptable au niveau d'une Agrégation de Mécanique.

3.2.2 : Raideur asservie de l'axe z

Cette question a été abordée par 20% des candidats

Partie a) L'expression de la raideur a généralement été bien traitée, l'application numérique posant les problèmes habituels.

Partie b) Cette partie a également été traitée de manière satisfaisante, en particulier pour les propositions de correcteur adapté.

Partie c) Cette partie, qui réclamait une bonne culture technologique, a été abordée par seulement deux candidats.

Question 3.3- Caractérisation des asservissements en contournage.

Cette question pouvait se traiter indépendamment des précédentes. Malgré cela, elle a été abordée par moins de 20% des candidats.

3.3.1- Régime permanent en usinage linéaire à $V = \text{constante}$

La partie faisant appel à la géométrie vectorielle a été plutôt bien traitée. Par contre, de nombreux candidats concluent à la nécessité de gains de boucle infinis pour obtenir une trajectoire confondue avec la trajectoire désirée.

3.3.2- Transitoire d'un déplacement linéaire à $V = \text{constante}$

3.3.3- Usinage selon une trajectoire circulaire

Ces deux questions ont été très peu abordées (une dizaine de candidats).

EN CONCLUSION SUR LA PARTIE ASSERVISSEMENTS:

Le jury déplore qu'une grande majorité des candidats soit incapable de résoudre le problème posé à la question 3-1. Ce problème, concernant un axe motorisé de machine outil, ne faisait appel qu'à des notions basiques concernant les asservissements linéaires continus, notions actuellement au programme des classes préparatoires aux grandes écoles (PSI et PT) ainsi qu'à celui des IUT de génie mécanique et productique.

Le jury constate que les candidats possèdent souvent des connaissances très théoriques et livresques, connaissances qu'ils ont du mal à mettre en oeuvre sur un problème précis. En particulier, peu de candidats ont une culture technologique suffisante pour commenter leurs résultats ou pour proposer des solutions alternatives.

Enfin, et comme chaque année, le jury remarque d'excellentes copies.