

SESSION DE 1998**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés****section : mécanique**

épreuve d'automatique - informatique industrielle

Durée : 4 heures

Aucun document n'est autorisé.

Moyens de calculs autorisés : calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable et alphanumérique - à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Le sujet ci-après comporte :

- 12 pages de texte ;
- 3 pages de figures (figures 1 à 3) ;
- 2 pages d'annexes (annexes 1 et 2).

Tournez la page S.V.P.

Introduction

Pour de nombreux matériaux (notamment les alliages légers et les matériaux synthétiques), la recherche a montré que leur usinage à très grande vitesse de coupe permettait d'obtenir à la fois une très grande productivité et une grande qualité géométrique des pièces :

- une productivité accrue grâce à une grande rapidité, tant en déplacement qu'en usinage :
 - avances rapides de 0,6 à 3 m/s (0,2 m/s en usinage conventionnel),
 - broche grande vitesse : fréquence de 12 000 à 20 000 tr/min (6 000 à 8 000 tr/min typique en conventionnel) ;
- une qualité des pièces accrue, tant en précision dimensionnelle et géométrique, qu'en état de surface, de par les faibles efforts de coupe.

Les vitesses d'avance élevées conduisent à de nouvelles architectures de machines, plus rigides et mieux équilibrées.

Un exemple de telles machines, appelées machines "agiles", apparues à Chicago en 1995¹, est illustré figures 1 à 3.

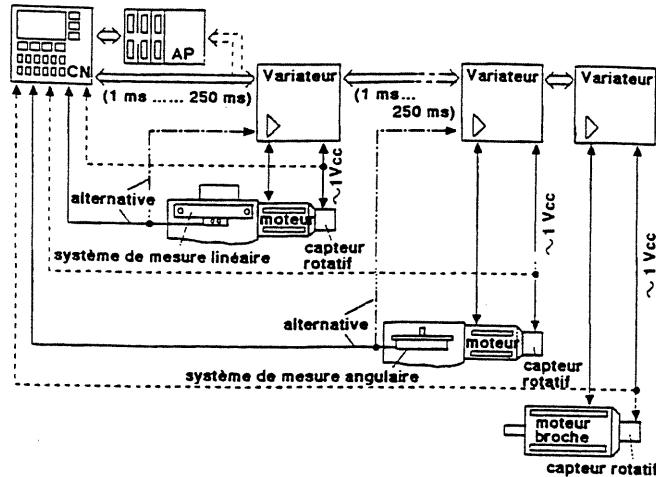
Ce centre d'usinage horizontal est caractérisé par :

- une architecture cartésienne 3 axes (7 axes au total : les 3 axes d'avance outil, 1 axe broche, un axe magasin d'outil, un axe pièce et un axe palette) ;
- une structure rigide à portique, chaque chariot d'avance étant réalisé par un cadre symétrique guidé sur rails à rouleaux ;
- une broche très grande vitesse en bout de l'axe Z (axe de type "béliet", à structure en caisson) ;
- des transmissions directes (ou semi-directes pour les axes X et Y), sans réducteur, entraînant les chariots par des vis à billes à grand pas (≥ 25 mm) ;
- des entraînements numériques associant :
 - moteurs autosynchrones,
 - variateurs à boucle de vitesse tout numérique exploitant les signaux sinusoïdaux 1 Vcc à très haute résolution de capteurs rotatifs absolus (voir **annexe 2**) pour entraînements électriques (résolution de 500 000 à 4 millions de points sur la course) ;
 - systèmes absolus de mesure linéaire de la position de chaque chariot (la redondance de la mesure de position de chaque axe - mesure rotative sur l'axe moteur et mesure linéaire sur le chariot - permet d'assurer un très haut niveau de sûreté de fonctionnement, impératif vu les très grandes vitesses).

¹ En deux ans, le développement de ces machines a été considérable :

- tant du point de vue performances : des vitesses de positionnement de 2 m/s sont courantes pour les axes X ; des accélérations de 2,5 g sont atteintes sur quelques machines ;
- que du point de vue technologique : les moteurs linéaires, à entraînement axial direct, se développent très rapidement pour les axes horizontaux.

La figure ci-dessous illustre la structure fonctionnelle de la commande d'axe.



Éléments de CdCF du centre d'usinage "agile"

(la colonne flexibilité n'a pas été reproduite, car sans intérêt pour cette étude)

| Fonction | Critères | Niveaux |
|----------------------|---|--|
| Positionner l'outil | <ul style="list-style-type: none"> • Courses ($X_{max} \times Y_{max} \times Z_{max}$) • Vitesses de déplacement • Accélérations (selon x, y et z) | <ul style="list-style-type: none"> - 630x630x500 - $V_x = V_y = V_z = 40$ m/min max (V_{max}) - $\gamma_{max} = g = 10$ m/s² |
| | <ul style="list-style-type: none"> • Précision de positionnement : <ul style="list-style-type: none"> — incertitude de précision — dispersion moyenne • Durée de positionnement | <ul style="list-style-type: none"> - 10 μm maxi - 5 μm maxi - 0,9 s maxi pour c=500 mm |
| | <ul style="list-style-type: none"> • Masses des axes équipés <ul style="list-style-type: none"> — axe X — axe Y — axe Z (broche comprise) | <ul style="list-style-type: none"> - 650 kg maxi - 350 kg maxi - 130 kg maxi |
| Usiner selon Z | <ul style="list-style-type: none"> • Vitesse d'avance • Gamme de vitesses • Effort d'avance à $V=cte$ | <ul style="list-style-type: none"> - $V_{max} = 40$ m/min maxi - $r_v \geq 40\ 000$ ($r_v = N_{max}/N_{min}$) - $F_{zM} = 6$ kN maxi |
| | <ul style="list-style-type: none"> • Vitesse de broche : <ul style="list-style-type: none"> — nominale — maximale • Puissance de broche • Couple : <ul style="list-style-type: none"> — nominal — admissible | <ul style="list-style-type: none"> - $N_{bn} = 3\ 000$ tr/min - $N_{bM} = 12\ 000$ tr/min - $P_{bn} = 15$ kW - $C_{bn} = 48$ mN - $C_{bM} = 70$ mN |
| Contourner à $V=cte$ | <ul style="list-style-type: none"> • Vitesse d'avance • Effort d'avance à $V=cte$ | <ul style="list-style-type: none"> - $V_{max} = 40$ m/min maxi - $F_{uM} = 5$ kN maxi |
| Changer d'outil | <ul style="list-style-type: none"> • Capacité magasin • Temps de changement d'outil copeau à copeau | <ul style="list-style-type: none"> 24 outils 4,8 s maxi à $N_b = 12\ 000$ tr/min |

Travail demandé

Le sujet comporte trois parties indépendantes :

- *une étude des motorisations d'entraînement ;*
- *une étude de la commande séquentielle de la tourelle ;*
- *une étude de la qualité d'usinage induite par les performances de l'axe Z et une étude de la commande numérique de contourage.*

Première partie : Étude des motorisations d'entraînement

Cette étude a pour objet, à partir des spécifications de performances, de précaractériser les moteurs d'entraînement et leurs capteurs rotatifs associés.

1.1- Caractérisation des motorisations

L'architecture des axes outil peut être modélisée par trois liaisons glissières orthogonales en série et une liaison pivot terminale (axe de broche Z).

À partir :

- des spécifications du CdCF : courses maxi (X_{\max} , Y_{\max} et Z_{\max}), vitesses d'avance ($V_{x\max} = V_{y\max} = V_{z\max} = V_{\max}$), accélérations maximales ($\gamma_{x\max} = \gamma_{y\max} = \gamma_{z\max} = g$) ; effort d'usinage ;
- des caractéristiques des constituants des axes :
 - moteurs autosynchrones fort couple pour variateur numérique ;
 - variateur numérique de rapport de vitesses r_v ;
 - vis à billes à grand pas type 25x25 ($25 \times 25 = D \times p$, D = diamètre nominal de vis et p = pas), de rendement de transmission $\eta_v = 0,98$; on admettra en avant-projet une longueur de vis de chaque axe égale à la course de l'axe + 150 mm ;
 - coefficient de frottement des systèmes de guidage à rouleaux : $f = 0,004$ maxi ;
 - transmission à courroie crantée de l'axe X : rapport 1, rendement 0,95 mini ;
- des masses des chariots.

1.1.1- Validation du temps de positionnement outil

Évaluer la valeur minimale du temps de positionnement outil pour une course de 500 mm (le candidat fera toutes les hypothèses nécessaires, qu'il justifiera). Comparer la valeur obtenue à celle fournie par le constructeur et conclure.

1.1.2- Caractérisation du moteur de l'axe Z en usinage axial

- Commenter la conception générale de la machine ainsi que le choix des constituants de l'axe Z (voir **figure 3**).
- Estimer les principales caractéristiques dynamiques d'entraînement du moteur d'avance de l'axe Z en usinage selon Z en régime permanent : fréquence de rotation maximale d'utilisation et couple dynamique permanent. Proposer une présélection de moteur(s) à partir de la documentation en **annexe 1**.
- Estimer le couple dynamique maximal en régime transitoire, à partir des caractéristiques du moteur et de la vis. Sélectionner un moteur compatible. Le candidat indiquera les hypothèses complémentaires jugées nécessaires, qu'il justifiera alors (envisager notamment une mise en vitesse en ou hors matière).
- Commenter les hypothèses choisies à la lumière des résultats obtenus.

1.1.3- Caractérisation des moteurs d'axes en contournage

- Estimer les caractéristiques dynamiques minimales des moteurs d'axes X, Y et Z en contournage quelconque (fréquence maximale, couple permanent, couple dynamique).
Après avoir proposé un modèle d'étude général le candidat pourra proposer des hypothèses simplificatrices, qu'il justifiera précisément.
- Peut-on retenir le même moteur pour les trois axes ?

1.2- Caractérisation des capteurs de position

- Les capteurs de position montés en bout d'axe moteur sont des capteurs optiques rotatifs absolus multitours comportant à la fois (**voir annexe**) :
 - deux systèmes de mesure de position monotour ;
 - une piste incrémentale à 2048 traits par tour délivrant deux signaux sinusoïdaux 1 Vcc (sinus et cosinus) de très grande qualité électrique, permettant ainsi une interpolation très fine du signal (facteur d'interpolation très élevé noté **i**) ;
 - 13 pistes de mesure de position absolue sur un tour (codage Gray, 13 bits) ;
 - un système de mesure multitours, permettant de coder 4096 rotations distinctes (au moyen d'un ensemble d'engrenages et d'un capteur approprié). La précision absolue (de gravure) du capteur est de 20" d'arc.
- Outre le capteur rotatif d'axe moteur, chaque axe est équipé d'une règle linéaire associant également une piste incrémentale de période de division 16 μm à sortie sinusoïdale 1 Vcc (voir ci-dessus) de facteur d'interpolation 1028 et de pistes incrémentales de mesure absolue de pas de mesure 0,5 μm .

1.2.1- Utilisation du capteur rotatif dans la boucle de vitesse

L'une des caractéristiques des entraînements numériques (à variateur tout numérique) est le remplacement de la mesure de vitesse "traditionnelle" (au moyen d'une génératrice tachymétrique) par une élaboration numérique de

l'image vitesse à partir de la mesure de position. Ceci est permis grâce à la très haute résolution apportée dans les nouveaux capteurs, de par la conjonction du nombre de traits n_t par tour et du facteur d'interpolation i (soit une résolution, exprimée en nombre effectif de pas par tour égale à $n_t \cdot i$).

Le critère retenu pour pouvoir élaborer une image vitesse fidèle étant de pouvoir mesurer au moins un pas de position à la vitesse minimale et à la période d'échantillonnage T :

- *Évaluer la valeur minimale du facteur d'interpolation i pour $T=0,5$ ms. En déduire la résolution en déplacement correspondante. Commenter le choix d'un tel capteur.*

1.2.2- Utilisation des capteurs en mesure de position

- *Rappeler l'intérêt de disposer d'une mesure absolue. Comparer les résolutions de localisation d'un axe à l'arrêt avec les deux systèmes de mesure rotatif et linéaire de position.*
- *Quel est l'intérêt tant en fonctionnement normal qu'en surveillance du fonctionnement, en commande dégradée ou en maintenance, de disposer de deux mesures absolues de position, l'une rotative liée au moteur, l'autre linéaire liée au chariot.*

Deuxième partie :

Étude partielle de la commande logique

Étude de la commande du magasin d'outils

La description par le constructeur des caractéristiques du magasin d'outils est la suivante :

"Le magasin d'outils a été conçu comme un plateau avec un évidement, placé sur le montant supérieur de la machine. Après un cycle de changement d'outil, l'évidement se ferme automatiquement et sépare ainsi en toute sécurité l'aire du magasin d'outils de l'aire de travail (position de l'évidement représentée **figure 1**).

Lors du changement d'outil, un outil logé dans le magasin est amené directement dans la broche selon le principe dit *pick-up*. Pour ce faire, le magasin à plateau CN pivote jusqu'à ce que l'outil correspondant se trouve en position de changement.

Le processus de changement proprement dit est réalisé par déplacement du chariot Z.

- Magasin à plateau avec 12, 24 ou 35 logements d'outil.
- Diamètre maxi outil : 90 mm ; longueur d'outil : 250 mm.
- Doublement de la capacité par utilisation d'un deuxième magasin à plateau.
- Magasin à commande numérique : fréquence de rotation 100 tr/min.
- Gestion d'outils avec codage individuel attribué à chaque logement.
- Remise orientée des outils.
- Contrôle de bris d'outil par barrière lumineuse infrarouge.
- Durée de changement d'outil 2,5 à 3 s.
- Temps copeau-à-copeau de 4,8 s (selon normes VDI 2852).
- Nettoyage des outils par rinçage du cône adaptateur dans le magasin."

La figure A ci-contre représente un magasin à 24 logements d'outil (vu depuis la broche) en position de référence. Le décalage angulaire entre deux logements successifs est de $11,25^\circ$ ($360^\circ/32$).

La position de référence O du magasin d'outils correspond à la position $(0, 0, Z_{mag})$ dans le repère machine R_m associé aux axes d'avance.

Cette position O du magasin est codée 29.

La position origine I $(0, 0, 0)$, position limite des axes de ce même repère R_m , correspond à la position de préparation de changement d'outil.

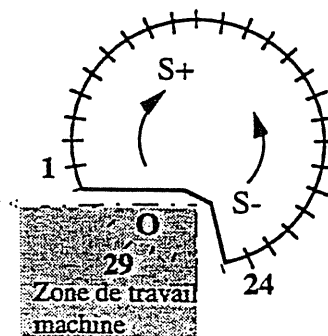


Figure A

La figure B ci-après présente la répartition des entrées-sorties retenue pour la tâche de commande associée au magasin à 24 outils (axe C2).

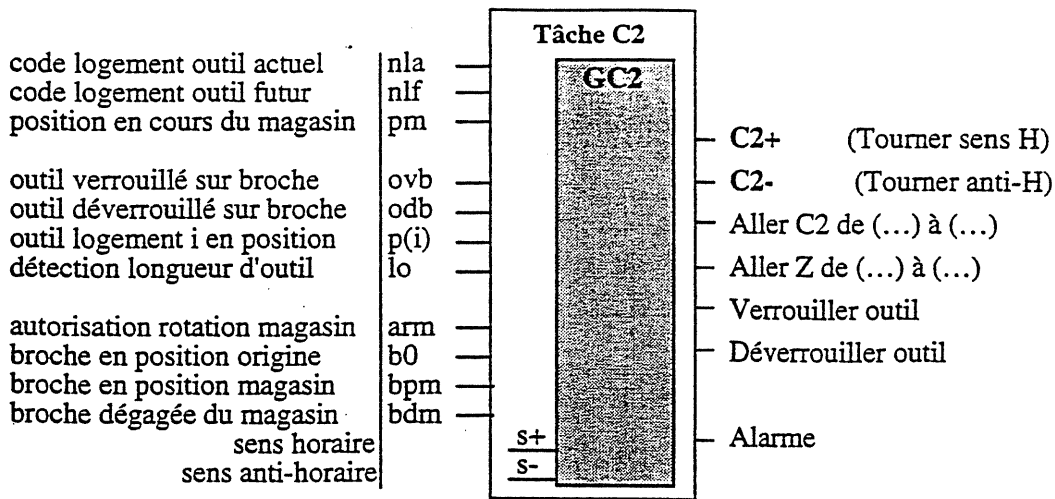


Figure B

Remarques :

1- Les variables de codage des logements d'outil (nla est le code du logement de l'outil en cours de travail sur la broche) sont des variables numériques.

La variable pm est une variable numérique qui indique à chaque instant le code de position du logement d'outil en vis-à-vis de la position de référence O : pm=29 indique donc que le magasin est en référence. Les variables de position de l'axe C2 sont notées symboliquement de 1 à 32. Les logements d'outils sont repérés et codés de 1 à 24. Un outil donné est toujours affecté à un logement donné².

Toutes les autres variables sont logiques.

2- Les variables s+ et s- sont des variables logiques internes (variables à élaborer dans la question 2.2). Elles sont utilisées pour conditionner les ordres C2+ et C2-.

3- Les déplacements des axes sont associés à des ordres de syntaxe :

Aller (axe) de (position_début) à (position_fin). La position de début peut être facultative (c'est alors la position actuelle).

Exemples : Aller C2 de 29 à nla ; Aller Z de 0 à Z_{mag}, ...

Ces ordres sont utilisés pour générer les lois de commande en vitesse des axes entre deux positions.

2.1- Grafset de changement d'outil dans le magasin

Un changement d'outil comporte, du point de vue du magasin d'outils, trois phases distinctes de positionnement pour : 1- ranger (décharger) l'outil actuel ; 2- extraire (charger) le prochain outil ; 3- revenir en position O de référence.

• *Établir le grafset GC2 de fonctionnement normal associé à une tâche complète de changement d'outil pour le magasin. On précisera les valeurs des variables de position pour les ordres de déplacement du magasin.*

² L'affectation des outils aux logements est faite par programmation. Chaque outil porte un code-barres. Un lecteur de code-barres permet de vérifier par une rotation d'un tour de magasin, en tâche préparatoire, la bonne mise en position de tous les outils.

Nota :

- 1- Le candidat utilisera **exclusivement** les E/S définies par la boîte fonctionnelle **figure B**.
- 2- La machine sera supposée en position origine (0,0,0).
- 3- On supposera calculées les variables $s+$ et $s-$.
- 4- La rotation du magasin ne pourra s'effectuer que par la conjonction d'une information d'état de l'outil sur la broche et d'une autorisation de rotation.
- 5- On prévoira une position de dégagement Z_d intermédiaire lors d'un recul de l'axe Z sans outil.
- 6- Une alarme sera déclenchée en cas de non verrouillage ou de déverrouillage intempestif de l'outil lors d'une phase de chargement-déchargement, ou encore en cas de casse d'outil détectée. La poursuite du fonctionnement suite à une alarme est hors étude.

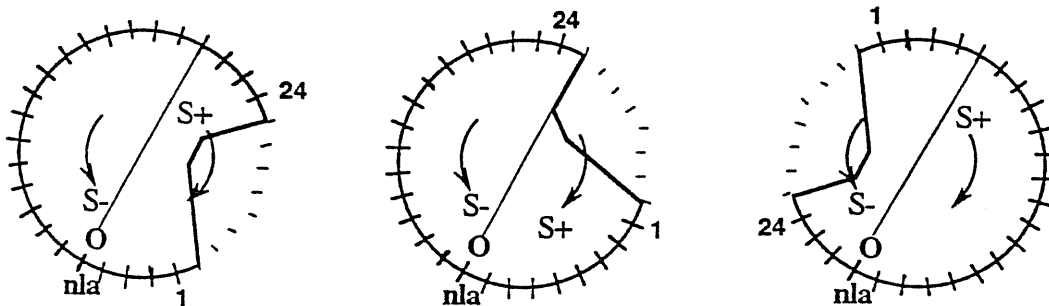
2.2- Détermination logique du sens de rotation

La règle retenue pour le déplacement du magasin d'une position initiale face à la position de référence O (soit 29, soit celle du logement de l'outil à ranger codée nla, soit celle de l'outil futur à extraire codée nlf) à une position finale visée (respectivement nla, nlf et 29) est de minimiser le temps de déplacement.

- Évaluer les variables logiques $s+$ et $s-$ pour chacune des trois phases de rotation du magasin (que l'on identifiera à partir des numéros des étapes X_j correspondantes du grafcet GC2 de 2.1).

Remarques :

- 1- Les variables $s+$ et $s-$ pourront être exprimées sous forme d'équations logiques et/ou de propositions logiques (de type SI ... Alors ... Sinon...).
- 2- On pourra pour la phase 2 s'appuyer sur les exemples de situation de départ (magasin en position nla) ci-dessous et montrer notamment que les expressions logiques de $s-$ et $s+$ peuvent s'obtenir par conjonction de comparaisons : de nla à nlf, d'une part, de nla-nlf (ou nlf-nla) à 16, d'autre part.



- En déduire les deux équations logiques, **valable pour les 3 phases**, de ces variables $s+$ et $s-$ (en utilisant : des opérateurs logiques, des opérateurs de comparaison numérique et des variables d'étapes X_j de votre grafcet GC2).

Nota : il existe une expression minimale pour ces équations logiques. Son obtention sera **l'un** des critères d'évaluation de cette question.

Troisième partie :

Étude de la qualité de l'usinage

On se propose dans cette partie d'étudier :

- d'une part, l'influence des caractéristiques de l'axe Z sur la qualité de l'usinage ;
- d'autre part, les conditions de réglage et l'aptitude des asservissements à assurer une grande qualité d'usinage en contournage.

Nota : le modèle retenu pour décrire le comportement des entraînements numériques à moteurs autosynchrones sera celui du moteur courant continu à enroulement séparé. Si ce modèle n'est qu'une approximation moyenne du fonctionnement réel, il est suffisant pour une étude d'avant-projet.

La modélisation retenue pour les motovariateurs ($j=x, y$ ou z) est la suivante :

— équation de commande : $u_j = R_j \cdot i_j + e_j$;

— relations de couple et de f_{cem} moteur : $C_{mj} = K_{tj} \cdot i_j$ et $e_j = K_{ej} \cdot \omega_{mj}$

(C_{mj} : moment moteur axe j ; ω_{mj} : vitesse de rotation du moteur axe j). On admettra $K_{tj} = K_{ej} = K_{mj}$;

— équation mécanique équivalente : $J_{emj} \cdot \frac{d\omega_{mj}}{dt} = C_{mj} - \frac{p_j \cdot F_j}{2\pi} = C_{mj} - \lambda_j \cdot F_j$. Avec :

- $\lambda_j = p_j / 2\pi$: rapport de transmission du mécanisme vis-écrou (p_j : pas de la vis de l'axe j) ;

- J_{emj} : moment d'inertie équivalent, ramené au moteur, de l'ensemble de la chaîne cinématique de l'axe j (chariot + vis de transmission + poulies éventuelles + accouplement + arbre moteur).

3.1- Modèle de la commande d'entraînement d'un axe j

a) Rappeler, justifier et commenter l'ensemble des hypothèses qui ont conduit à retenir le système d'équations précédent.

b) Donner la relation de transfert de la commande d'axe d'entraînement sous la forme $V_j(p) = G_{1j}(p) \cdot U_j(p) - G_{2j}(p) \cdot F_j(p)$, où $V_j(p) = \lambda_j \cdot \Omega_{mj}(p)$.

A.N. $p_j = 25 \text{ mm}$; $K_{mj} = 1,5 \text{ (SI)}$; $J_{emx} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$; $J_{emy} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$;

$J_{emz} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$; $R = 2,5 \ \Omega$.

c) Sachant que la tension de commande u_j est proportionnelle à l'écart de position : $u_j = K_{vj} \cdot \varepsilon_j$, et en notant x_{cj} la position de consigne de l'axe j , représenter le schéma fonctionnel de l'asservissement de position de l'axe j , supposé à retour unitaire et donner l'expression de $X_j(p)$ (les fonctions de p seront mises sous forme canonique).

d) Indiquer si l'asservissement de chaque axe est précis (d'une part vis-à-vis de la consigne, d'autre part vis-à-vis de la perturbation d'effort) et s'il est stable. Justifier vos affirmations et commenter leur domaine de validité.

3.2- Caractérisation de l'axe z

On suppose dans cette partie la réalisation d'un fraisage dans un plan parallèle à (x,y), l'axe Z étant alors asservi en position à la cote spécifiée de ce plan.

On note $K_j = K_{vj} \cdot \alpha$ la constante de gain de boucle de position global de l'axe j asservi (constante de gain de la FTBO de l'axe j) (α constante à définir).

3.2.1- Condition de non dépassement

- Justifier qu'un asservissement d'axe de machine d'usinage ne doit pas présenter de dépassement (au sens des asservissements).
- Rappeler la condition de non dépassement sur une entrée en échelon pour un système du second ordre et en déduire une condition de limitation du gain de boucle K_j . Justifier que cela conduit aussi à une limitation de la pulsation propre, donc de la rapidité.

Application numérique pour l'axe Z, avec $T_Z = 25$ ms.

3.2.2- Raideur asservie de l'axe z. Variation de l'effort d'usinage

On se propose d'étudier l'influence sur l'axe Z d'une variation de l'effort normal d'usinage (point dur, changement d'épaisseur, ...).

On définit la raideur asservie d'un axe j par la relation $r_{aj} = -\frac{\Delta F_j}{\Delta x_{j\infty}}$ rapport d'une variation d'effort ΔF_j , supposée constante, à l'écart de position permanent qu'elle engendre $\Delta x_{j\infty}$ (avec $r_{az} = -\frac{\Delta F_z}{\Delta x_{z\infty}}$ pour l'axe Z) ; la mécanique étant, pour cette définition, supposée indéformable.

- Déterminer, en régime permanent (position z_c de consigne atteinte) :
 - l'expression de la raideur asservie r_{az} en fonction de K_Z ;
 - la valeur minimale de la constante de boucle K_Z pour limiter l'amplitude maximale d'un défaut d'usinage selon Z à moins de $1 \mu\text{m}$ pour $\Delta F = 1\,000$ N.
- Cette valeur est-elle compatible avec celle déduite de 3.2.1 ? Quel serait le correcteur standard apportant une solution au problème ainsi mis en évidence. Quelle pourrait être la conséquence de l'introduction d'un tel correcteur ? Où le placer alors pour éviter cette conséquence ? Proposer un schéma fonctionnel possible et le commenter.
- Compte tenu du fait qu'il s'agit d'une commande numérique à variateur numérique, proposer diverses solutions et/ou algorithmes permettant à la fois de réduire ou supprimer l'écart de position sur variation d'effort et de supprimer tout dépassement. Discuter leur faisabilité.

3.3- Caractérisation des asservissements en contournage

On se propose dans cette question d'étudier les conditions de réglage des asservissements des axes pour obtenir une qualité de suivi de trajectoire en contournage deux ou trois axes. On supposera un modèle de comportement en boucle ouverte (pour une boucle fermée supposée à retour unitaire) de chaque axe j en réponse à la consigne x_{cj} du type suivant :

$$G_j(p) = \frac{X_j(p)}{E_j(p)} = \frac{K_j}{p.(1 + T_j.p)}$$

Où :

- $X_j(p)$ et $E_j(p)$ sont les transformées de Laplace respectives de la position $x_j(t)$ et de l'écart $e_j(t) = x_{cj}(t) - x_j(t)$ pour l'axe j (x_{cj} consigne de position de l'axe j) ;
- K_j : constante de gain de boucle de l'axe j (paramétrable en temps réel) ;
- T_j : constante de temps de l'axe j .

On supposera l'influence des efforts négligeable.

On donne : $K_{x_{\max}} = 150 \text{ s}^{-1}$, $K_{z_{\max}} = 400 \text{ s}^{-1}$; $T_x = T_y = 40 \text{ ms}$; $T_z = 25 \text{ ms}$.

3.3.1 Régime permanent en usinage linéaire à $V = \text{constante}$

On souhaite réaliser un usinage selon une trajectoire spatiale linéaire à **vitesse de déplacement constante V** donnée. La trajectoire linéaire est définie par un point initial I et un point final F . On note, à un instant t tel que **le régime permanent de vitesse de tous les axes est atteint** :

- M_c : le point de consigne de l'asservissement ;
- M_u : le point réel en cours d'usinage au même instant ;
- β_j : les coefficients directeurs de la trajectoire ($\vec{IF} = \sum_j \beta_j \cdot \vec{IF} \cdot u_j$).

a) *Après avoir formulé les équations de consigne de position en régime permanent (origine des temps et des positions choisies au début du régime permanent), exprimer le vecteur $\vec{M_c M_u}$ en fonction des écarts de poursuite des axes et des paramètres du déplacement.*

b) *A quelle condition (relative aux constantes de gain de boucle K_j des axes la trajectoire réelle est-elle linéaire et confondue avec la trajectoire attendue ?*

c) *Cette condition peut-elle être satisfaite pour l'ensemble des 3 axes ?*

d) *Évaluer la distance $\varepsilon_g = \|\vec{M_c M_u}\|$ en usinage ($V = 10 \text{ m/min}$) et en déplacement rapide à vitesse V maximale (que l'on calculera). Commenter les résultats obtenus, ainsi que l'intérêt d'avoir un axe Z plus performant.*

3.3.2 Transitoire d'un déplacement linéaire à $V = \text{constante}$

On étudie un déplacement linéaire dans un plan (x, y) ($z = \text{cte}$). La trajectoire linéaire est définie par un point initial I et un point final F . On suppose les transitoires à accélération constante et le régime permanent à vitesse de déplacement constante.

• *A quelle(s) condition(s) sur les lois de consigne de la phase transitoire la trajectoire théorique reste-t-elle linéaire ? Illustrer de schéma(s).*

- *Montrer que la trajectoire réelle n'est plus linéaire durant les transitoires. Donner une estimation de l'écart à la trajectoire dû au transitoire dans les conditions suivantes :*
 - *transitoires effectués hors pièce ;*
 - $\gamma_j \leq \gamma_{max} = g$;
 - $V_j \leq V_{max} = 40 \text{ m/min}$;
 - *trajectoire à 45° ou à 30° par rapport à l'axe x.*
- *Conclusion.*

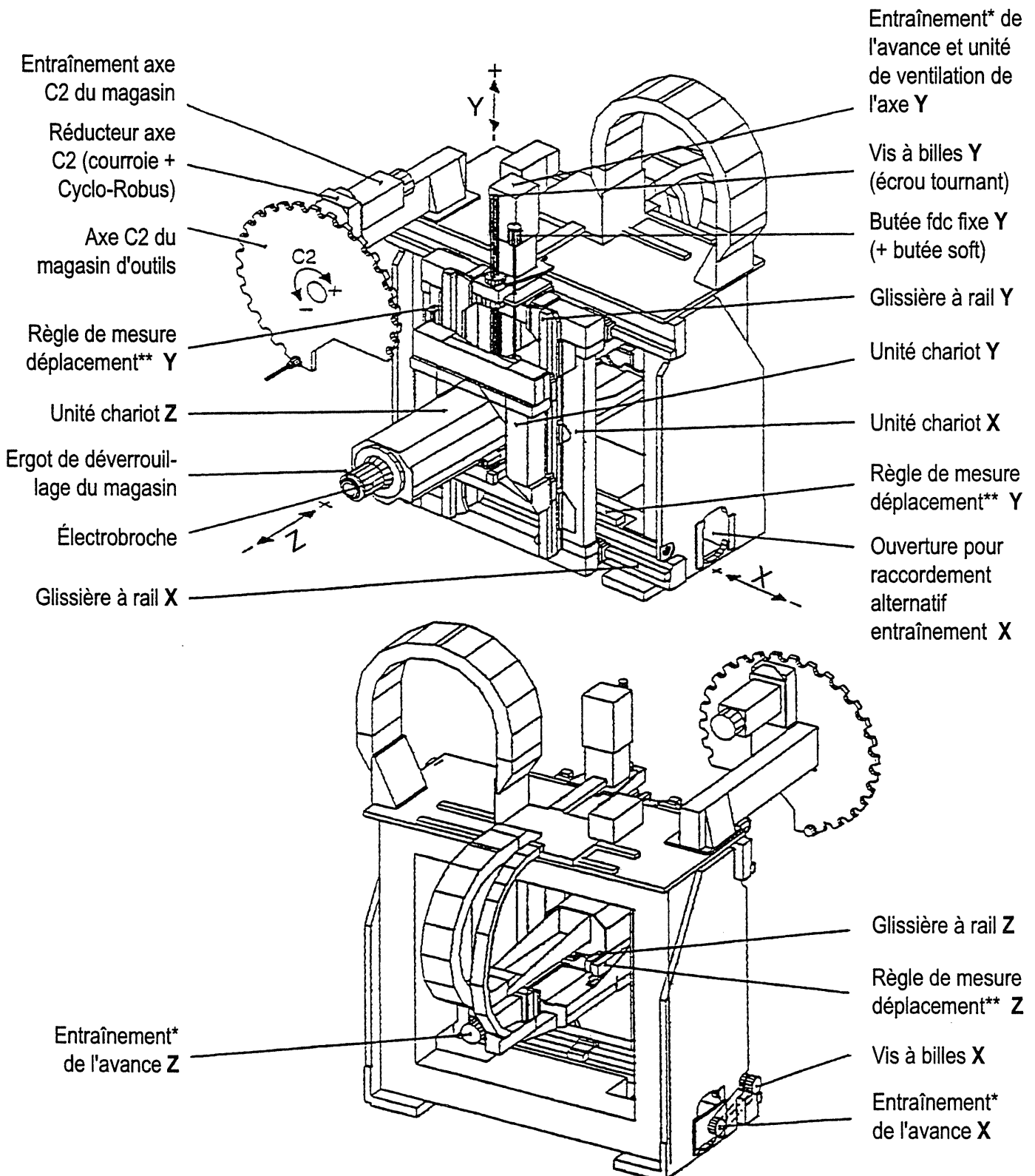
3.3.3 Usinage selon une trajectoire circulaire.

On désire effectuer un usinage à vitesse constante V selon une trajectoire d'outil circulaire.

- *Montrer que la trajectoire réelle ne peut être circulaire.*
- *Quel est alors le paramètre de la fonction de transfert qui permet d'améliorer la qualité géométrique de l'usinage ? En déduire les conséquences de ce besoin sur les principales tendances de l'évolution technologique des constituants de commande d'axe.*

Figure 1

Architecture des axes "outils" d'une machine "agile"



* Entraînement direct (sans réducteur) avec moteur autosynchrone et variateur numérique (variateur avec boucle de vitesse tout numérique à partir d'un capteur rotatif absolu délivrant simultanément les informations de mesure de position, de vitesse et de commutation).

** Règle associant une piste incrémentale à signaux sinusoïdaux et une piste absolue de Heidenhain

Figure 2
Vues de la
machine
"agile"

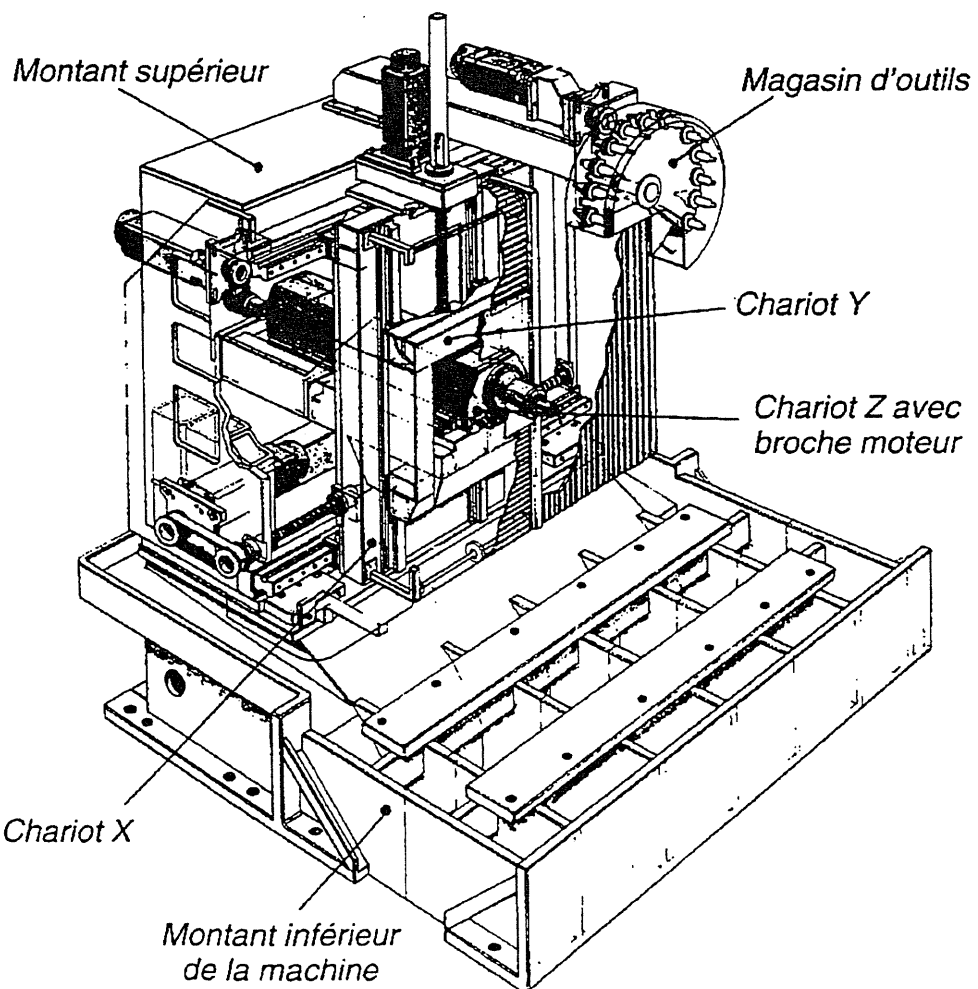
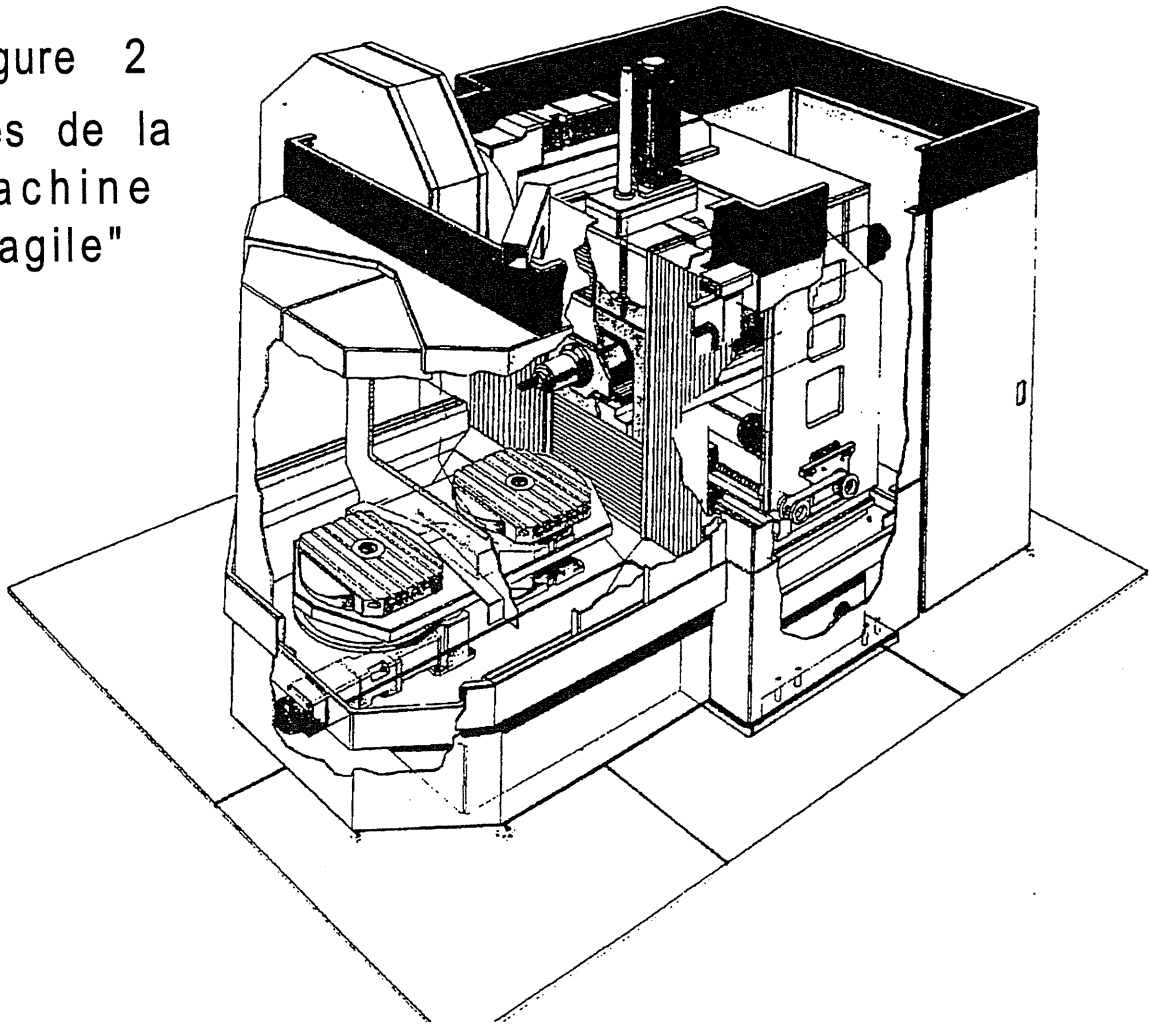
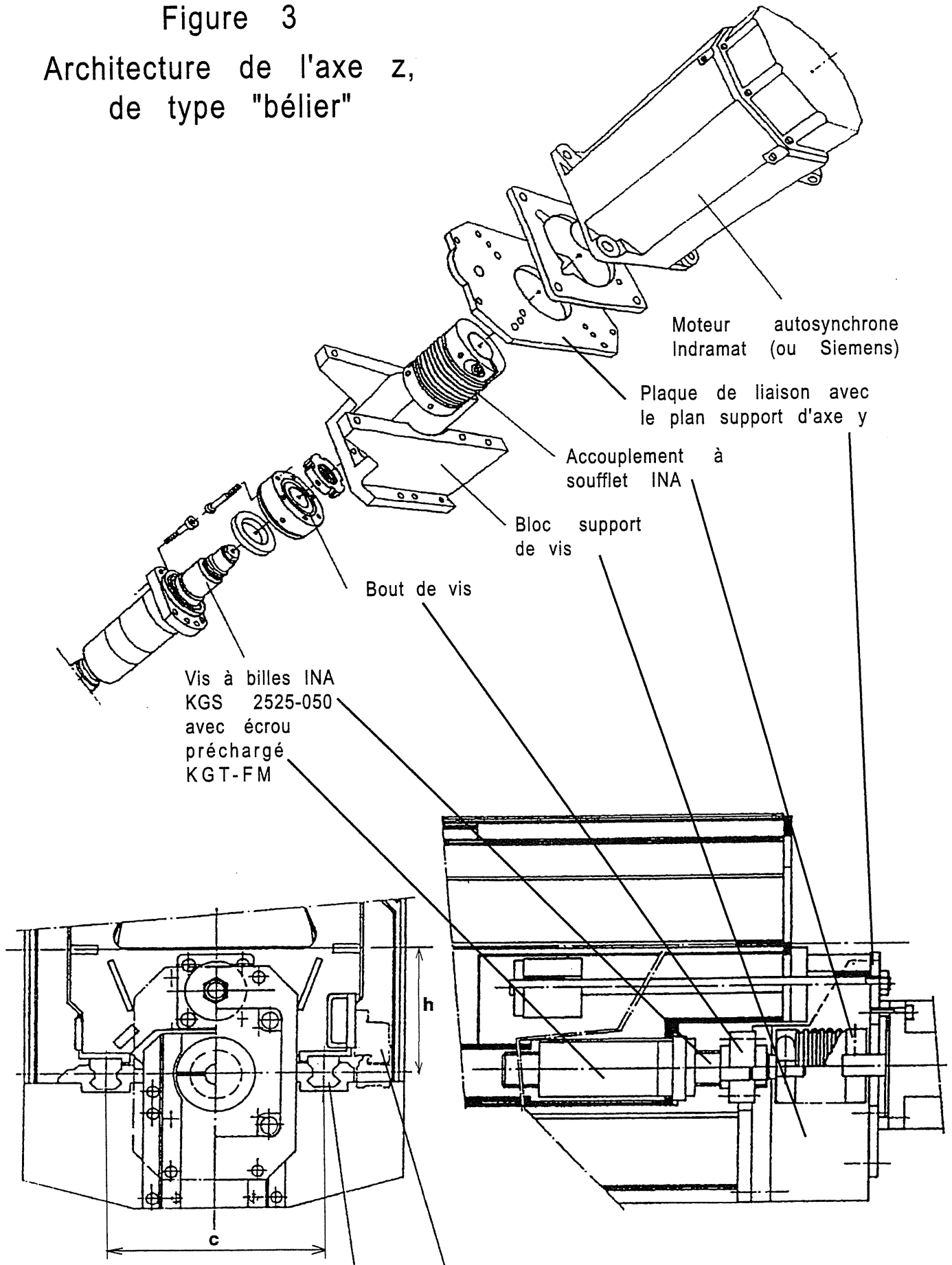


Figure 3

Architecture de l'axe z,
de type "bélien"

Système de guidage RUE INA
(2 couples de chariots fixes $a=400$,
 $c=230$; 2 rails mobiles)

Règle absolue Heidenhain
à très haute résolution

Annexe 1

Servomoteurs hautes performances série 1FT6 Siemens pour entraînements numériques Simodrive 611

| Vitesse nominale N_n | Couple M_0 (60) à $\Delta T = 60^\circ$ | statique M_0 (100) à $\Delta T = 100^\circ$ | Couple nominal M_n (100) à $\Delta T = 100^\circ$ | Référence | Poids (frein non compris) | Moment d'inertie rotor (sans frein) | Puissance calculée P_{calc} (100) $\Delta T = 100$ |
|---------------------------|---|---|--|-----------|---------------------------------|--|---|
| (tr/min) | (mN) | (mN) | mN | 1FT6... | (mN) | 10^{-4} kg.m^2 | kW |
| 1 500 | 22,4 | 27 | 24,5 | 102-8AB7 | 27,5 | 99 | 4.2 |
| | 41,5 | 50 | 42 | 105-8AB7 | 39,5 | 168 | 7.9 |
| | 58 | 70 | 61 | 108-8AB7 | 55,5 | 260 | 11 |
| | 62 | 75 | 62 | 132-6AB7 | 85 | 430 | 11.8 |
| | 79 | 95 | 75 | 134-6AB7 | 100 | 547 | 14.9 |
| | 85 | 115 | 88 | 136-6AB7 | 117 | 664 | 18.1 |
| 2 000 | 3,3 | 4 | 3,7 | 061-6AC7 | 8 | 6 | 0.84 |
| | 5 | 6 | 5,2 | 062-6AC7 | 9,5 | 8,5 | 1.3 |
| | 7,9 | 9,5 | 8 | 064-6AC7 | 12,5 | 13 | 2 |
| | 6,6 | 8 | 7,5 | 081-8AC7 | 12,5 | 21 | 1.7 |
| | 10,4 | 13 | 11,4 | 082-8AC7 | 15 | 30 | 2.7 |
| | 16,2 | 20 | 16,9 | 084-8AC7 | 20,5 | 48 | 4.2 |
| | 22,4 | 27 | 23 | 086-8AC7 | 20,5 | 66,5 | 5.7 |
| | 22,4 | 27 | 23 | 102-8AC7 | 27,5 | 99 | 5.7 |
| | 41,5 | 50 | 38 | 105-8AC7 | 39,5 | 168 | 10.5 |
| | 58 | 70 | 55 | 108-8AC7 | 55,5 | 260 | 14.7 |
| | 62 | 75 | 55 | 132-6AC7 | 85 | 430 | 15.7 |
| | 79 | 95 | 65 | 134-6AC7 | 100 | 547 | 19.9 |
| 95 | 115 | 74 | 136-6AC7 | 117 | 664 | 24.1 | |
| | 50 | 63 | 55 | 105-8SC7 | 45,5 | 168 | 13.2 |
| | 76 | 90 | 80 | 108-8SC7 | 61,5 | 260 | 18.8 |
| | 91 | 110 | 98 | 132-8SC7 | 85 | 430 | 23 |
| | 116 | 140 | 125 | 134-8SC7 | 100 | 547 | 29.3 |
| 3 000 | 2,15 | 2,5 | 2,15 | 041-4AF7 | 6,6 | 2,9 | 0.79 |
| | 4,15 | 5 | 4,3 | 044-4AF7 | 8,3 | 5,1 | 1.6 |
| | 3,3 | 4 | 3,5 | 061-6AF7 | 8 | 6 | 1.3 |
| | 5 | 6 | 4,6 | 062-6AF7 | 9,5 | 8,5 | 1.9 |
| | 7,9 | 9,5 | 7 | 066-6AF7 | 12,5 | 13 | 3 |
| | 6,6 | 8 | 6,9 | 081-8AF7 | 12,5 | 21 | 2.5 |
| | 10,4 | 13 | 10,3 | 082-8AF7 | 15 | 30 | 4.1 |
| | 16,2 | 20 | 14,7 | 084-8AF7 | 20,5 | 48 | 6.3 |
| | 22,4 | 27 | 18,5 | 086-8AF7 | 20,5 | 66,5 | 8.5 |
| | 22,4 | 27 | 19 | 102-8AF7 | 25,5 | 99 | 8.5 |
| | 41,5 | 50 | 5 | 105-8AF7 | 39,5 | 168 | 15.7 |
| | 62 | 75 | 31 | 132-6AF7 | 85 | 430 | 23.6 |
| | 22 | 26 | 36 | 084-8SF7 | 25 | 48 | 8.2 |
| | 29,5 | 35 | 22 | 086-8SF7 | 30 | 66,5 | 11 |
| | 50 | 63 | 31 | 105-8SF7 | 45,5 | 168 | 19.8 |

Annexe 2

Capteurs rotatifs incrémentaux et absolus Heidenhain

Les capteurs rotatifs incrémentaux Heidenhain (**figure a**) fonctionnent selon le principe du balayage photoélectrique de fins réseaux de traits.

Le support de la mesure des capteurs rotatifs incrémentaux est un disque en verre sur lequel a été déposé un réseau radial de traits et d'interstices (par le procédé breveté Diadur, aux traits en chrome opaque et aux bords très nets), constituant ce qu'on appelle la piste incrémentale. Une autre piste comporte une marque de référence.

Face au disque gradué se trouve un réticule de balayage à quatre champs dont chacun comporte un réseau de traits, chacun déphasé d'un quart de période (voir **figure b**). Tous les champs sont balayés par le même faisceau émis à partir d'une LED infrarouge et focalisés par un condenseur. Lorsque le disque gradué tourne, le flux lumineux est modulé de manière à générer un courant sinusoïdal par les cellules photovoltaïques.

Les capteurs rotatifs absolus fonctionnent selon le même principe du balayage photoélectrique de réseaux de traits. Le disque de verre comporte plusieurs pistes graduées ou codées (**figure 4c**) auxquelles sont associés des champs de balayage sur le réticule : 4 champs pour la piste incrémentale, 2 champs pour chaque piste codée de poids faible, un seul champ pour les pistes des bits de poids élevé, deux pistes complémentaires, MSB et /MSB sont prévues pour le bit de poids fort. Les capteurs rotatifs multitours permettent en outre de réaliser et de coder jusqu'à 2^{12} rotations distinctes.

