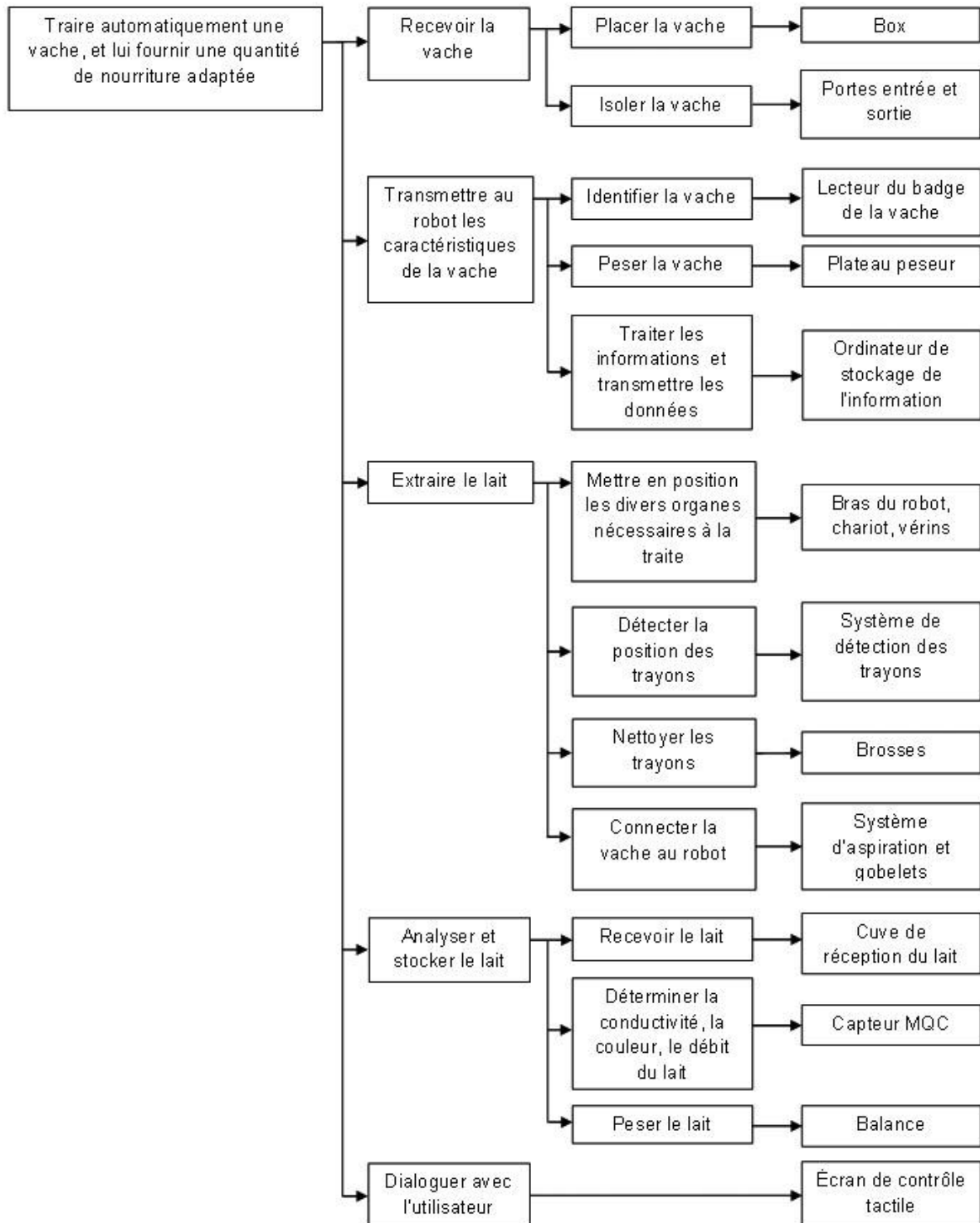


# Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité d'automatique-informatique industrielle

## Première partie

Question 1 : Établir un diagramme de type FAST décrivant les fonctions des différents composants du robot Astronaut A3. Vous vous limiterez à trois niveaux de fonctions.



**Question 2 :** Déterminer le nombre de traites que peut effectuer le robot sur une plage d'utilisation de 20 heures. En déduire la taille maximale du troupeau lors de l'implantation d'un robot Astronaut A3.

5 traites prennent :  $5 \cdot 6 + 4 = 34$  min.

20 traites prennent :  $3 \cdot (34) + 5 \cdot 6 + 10 = 142$  min.

En 20 h, on peut réaliser :  $20 \cdot 60 / 142 = 8$  fois 20 traites il reste 64 min qui permettent de réaliser 10 traites soit 170 traites en 20 heures.

Le cheptel peut donc contenir  $170 / 2.5 = 68$  vaches.

**Question 3 :** À partir de la situation décrite ci-dessus, déterminer la durée de la phase de connexion des gobelets. Le cahier des charges de la société Lely est-il respecté ?

Temps d'installation, de désinfection et de sortie : 1'40".

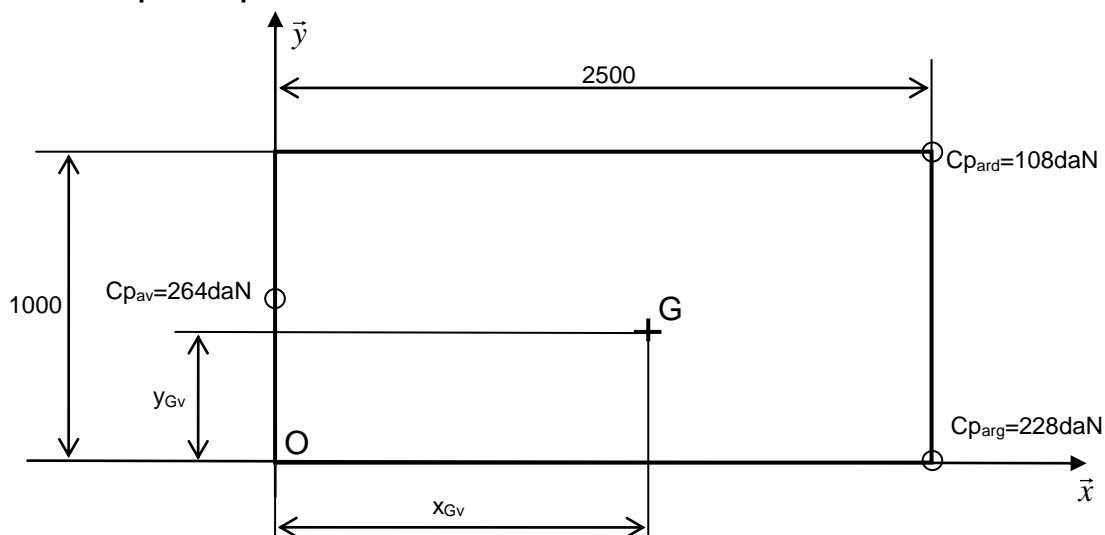
Temps de traite : 6' - 1'40" = 4'20".

Masse moyenne de chaque traite :  $25 / 2.5 = 10$  kg.

Durée au débit moyen de 3l/min soit 3kg/min :  $10 / 3 = 3,33$  min soit 3'20".

Temps de connexion des trayons : 4'20" - 3'20" = 1' maxi. Cahier des charges vérifié.

**Question 4 :** Déterminer la position du centre de gravité de la vache en projection dans le plan du plateau.



Poids de la vache (facultatif) :  $P_V = 264 + 108 + 228 = 600$  daN.

Soit  $G_V$  le centre de gravité de la vache :

$600 \cdot x_{G_V} = (108 + 228) \cdot 2500$  ;  $x_{G_V} = 336 \cdot 2500 / 600 = 1400$  mm.

$600 \cdot y_{G_V} = 264 \cdot 500 + 108 \cdot 1000$  ;  $y_{G_V} = 240 \cdot 1000 / 600 = 400$  mm.

$$\overrightarrow{OG_V} = \begin{pmatrix} 1400 \\ 400 \\ - \end{pmatrix}$$

**Question 5 :** Déterminer les coordonnées de la position que doit prendre le point  $G_4$  par rapport à sa position repos pour placer la tête de traite dans la position de détection des trayons.

$z_{G_4} = 300$  mm; hauteur par rapport au sol du trayon le plus bas  $h_m = 400$  mm. Pour être à 50 mm du trayon la tête de traite doit donc se déplacer sur z de :  $400 - 300 - 50 = 50$  mm.

$$\text{Par ailleurs, } \overrightarrow{G_4 O} + \overrightarrow{OG_V} = \begin{vmatrix} 900 \\ 900 \\ - \end{vmatrix}$$

Soit  $G_{4d}$  la position de détection des trayons du point  $G_4$  :

$$\overrightarrow{G_4 G_V} + \overrightarrow{G_V G_{4d}} = \begin{vmatrix} 900 \\ 900 \\ 50 \end{vmatrix}$$

**Question 6 :** En supposant que les moyennes des positions des dix dernières mesures confirment les positions actuelles, déterminer les coordonnées des 4 positions que doit prendre le point  $G_4$  par rapport à sa position d'origine pour placer chaque gobelet sous le trayon correspondant. Les calculs seront détaillés, les résultats seront présentés sous forme de tableau.

Comme le passage de la position basse de détection à la position approche des trayons se fait horizontalement la cote de  $z = 50$  mm reste la même.

Soient  $G_{4avd}$ ,  $G_{4avg}$ ,  $G_{4ard}$ ,  $G_{4arg}$  les points d'approche à atteindre pour chaque trayon.

Le tableau de la figure 8 du sujet donne les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{G_V t_{aij}}$ .

$$\overrightarrow{G_4 G_{4aij}} = \overrightarrow{G_4 G_V} + \overrightarrow{G_V t_{aij}} + \overrightarrow{g_{aij} G_4},$$

avec les coordonnées des gobelets par rapport à  $G_4$  données par le tableau suivant :

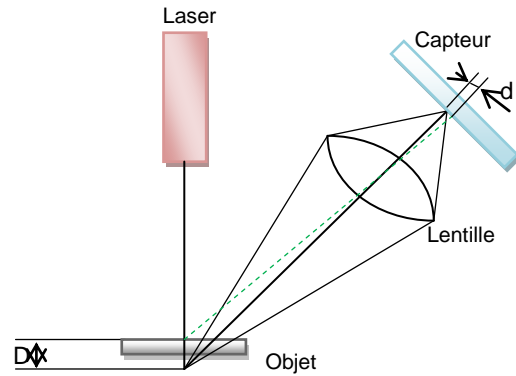
	$\overrightarrow{G_4 g_{4avd}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4avg}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4ard}}$	$\overrightarrow{G_4 g_{4arg}}$
x	150	150	280	280
y	110	-110	60	-60

Donc

	$\overrightarrow{G_4 G_{4avd}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4avg}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4ard}}$	$\overrightarrow{G_4 G_{4arg}}$
x	950	950	970	970
y	870	930	920	880
z	50	50	50	50

**Question 7 :** Expliquer le principe de fonctionnement de ce type de capteur.

Un rayon laser est projeté sur l'objet. L'élément projeté est visualisé par une caméra et saisi sur un capteur. La position relative de l'émetteur laser et de la caméra est connue. Il est donc possible par triangulation à partir de la valeur  $d$  mesuré de calculer  $D$ . Pour capturer la géométrie complète d'une pièce, le laser balaie un plan (plan laser) qui lui-même balaie la pièce.



**Question 8 : Quelle doit être la résolution des capteurs d'effort sur le tapis peseur ? Proposer différents types de capteurs pouvant convenir à cette mesure de charge sur le tapis peseur.**

$$dF = P \cdot dx/L = m \cdot g \cdot dx/L = (750 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 10^{-2} / 2,5) = 14,7 \text{ daN (pour le capteur avant),}$$

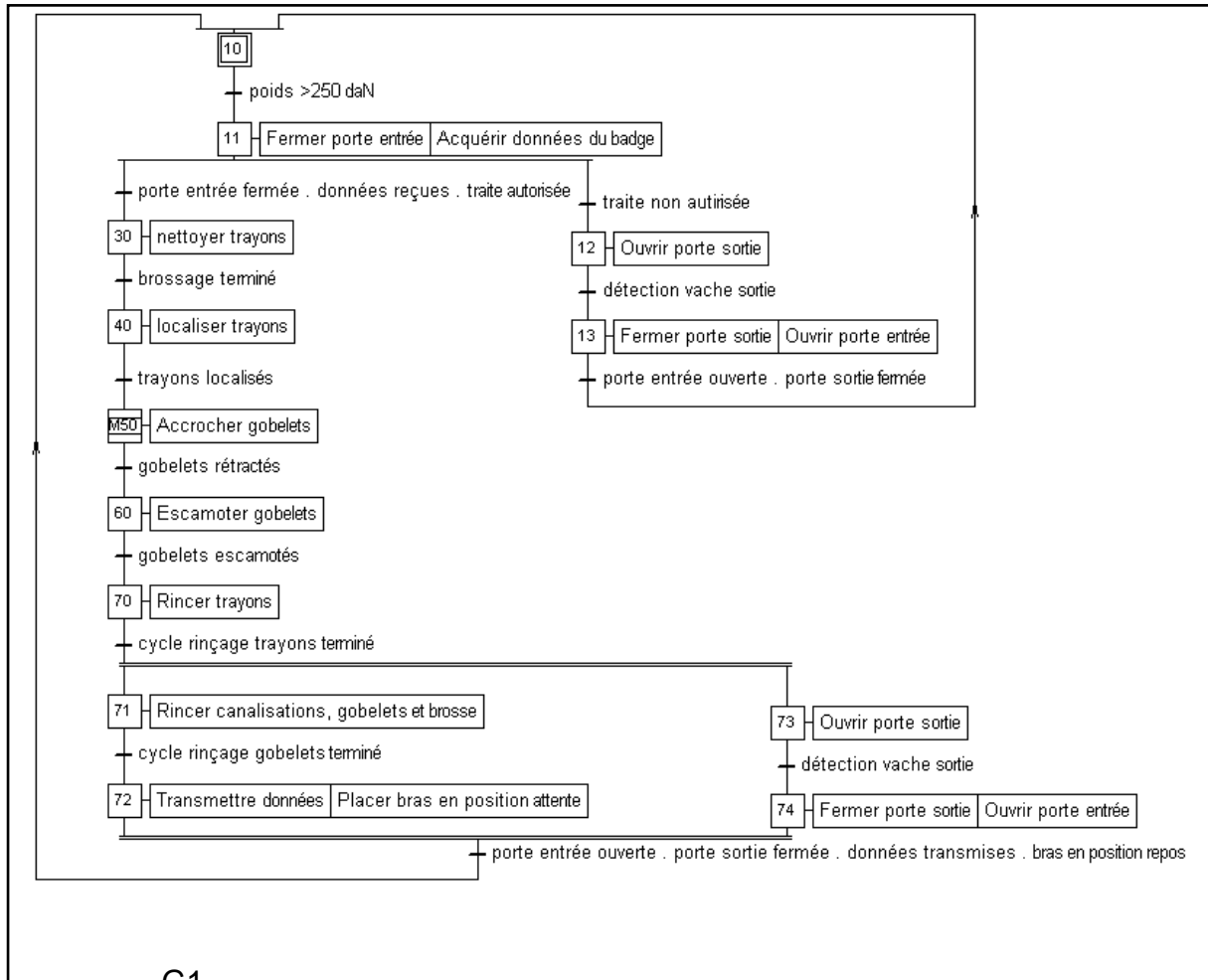
$$dF = 7,35 \text{ daN pour chaque capteur arrière.}$$

Différents types de capteurs envisageables :

- associés à un corps d'épreuve, des jauges de contrainte ou des capteurs de déplacement LVDT (Linear Variable Differential Transformer) ;
- capteurs piézo-électrique.

## Deuxième partie

**Question 9 : Construire, à partir du tableau définissant les entrées-sorties ci-dessus, un grafcet du point de vue « système » décrivant le cycle de traite. L'accrochage des gobelets sera associé à une macro-étape. Vous chercherez à minimiser le temps d'un cycle.**



**Question 10 : Proposer un système de contrôle de la sortie de la vache qui permettra de refermer la porte de sortie sans bloquer la vache, sans la coincer et sans que ce soit une autre vache qui déclenche ce capteur.**

Un portillon anti retour placé à une distance suffisante de la porte de sortie et qui pour un seuil d'ouverture donné indiquera que la porte de sortie peut se refermer car la vache est suffisamment sortie.



**Question 11 : Expliquer avec précision les évènements qui se sont déroulés depuis le début de la macro-étape 50. Vous indiquerez clairement l'état actuel du système.**

L'état de l'expansion de la macro-étape M50 est {54, 63, 72}.

Pour que l'étape 54 soit active il a fallu que le trayon 1 ait été branché correctement (pression d'aspiration au niveau dp2) et qu'il fournisse du lait [deb 1<>0]. Ce trayon est maintenant en attente de fin de traite.

L'activation de l'étape 63 indique que le trayon 2 a été connecté mais il ne fournit pas encore de lait, si le lait n'apparaît pas au bout de 10 secondes une nouvelle tentative de branchement aura lieu.

Simultanément le bras a connecté le trayon 3 qui ne fournit pas encore de lait non plus.

Avant de passer au trayon 4, le robot attend que le trayon 2 fournisse du lait. Tant que ce ne sera pas le cas il ne passera pas au suivant.

**Question 12 : Indiquez alors les différentes évolutions possibles de l'expansion de la macro-étape M50 jusqu'à atteindre la situation {54, 64, 74, 82}. Vous préciserez clairement les occurrences qui la font évoluer et les différentes situations atteintes. Cette situation {54, 64, 74, 82} est-elle stable ?**

10 secondes s'étant écoulées, le trayon 2 ne fournit pas de lait, il y a retrait du gobelet et une nouvelle tentative de connexion.

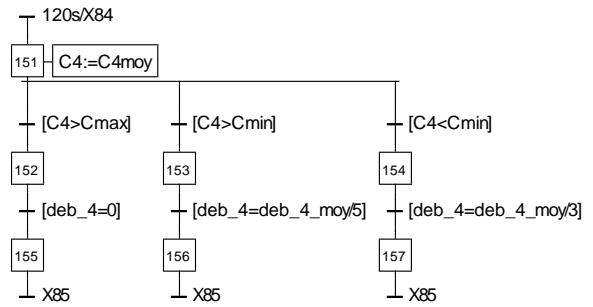
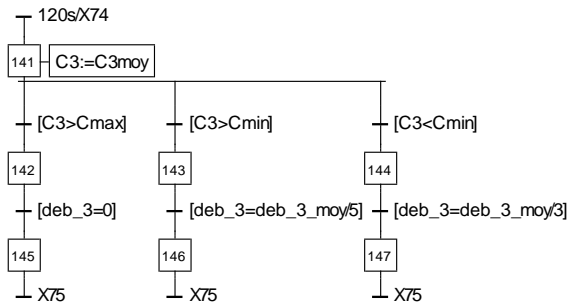
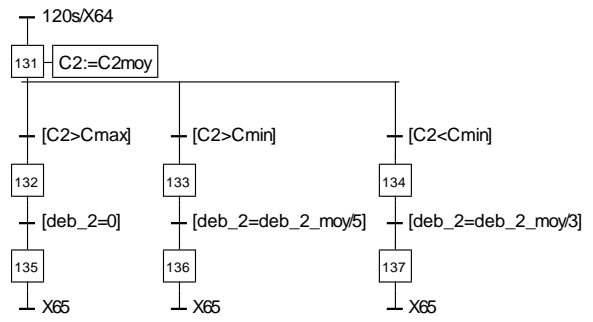
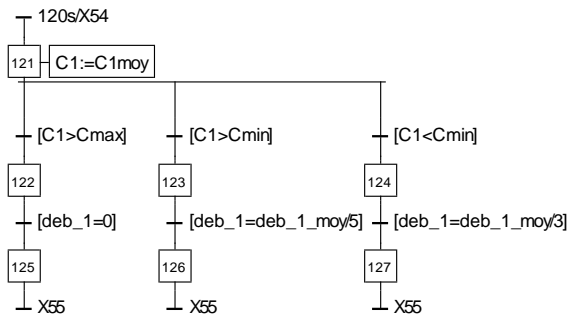
Lorsqu'elle est réalisée, on se retrouve dans l'état précédent.

Pour que l'évolution se fasse alors différemment il faut que le trayon 2 fournisse du lait. L'état est alors {54, 64, 72}. Cet état est instable et on passe immédiatement à l'état {54, 64, 80,73} : le bras cherche à connecter le trayon 4 (étape 80) et attend un débit de lait du trayon 3 (étape 73).

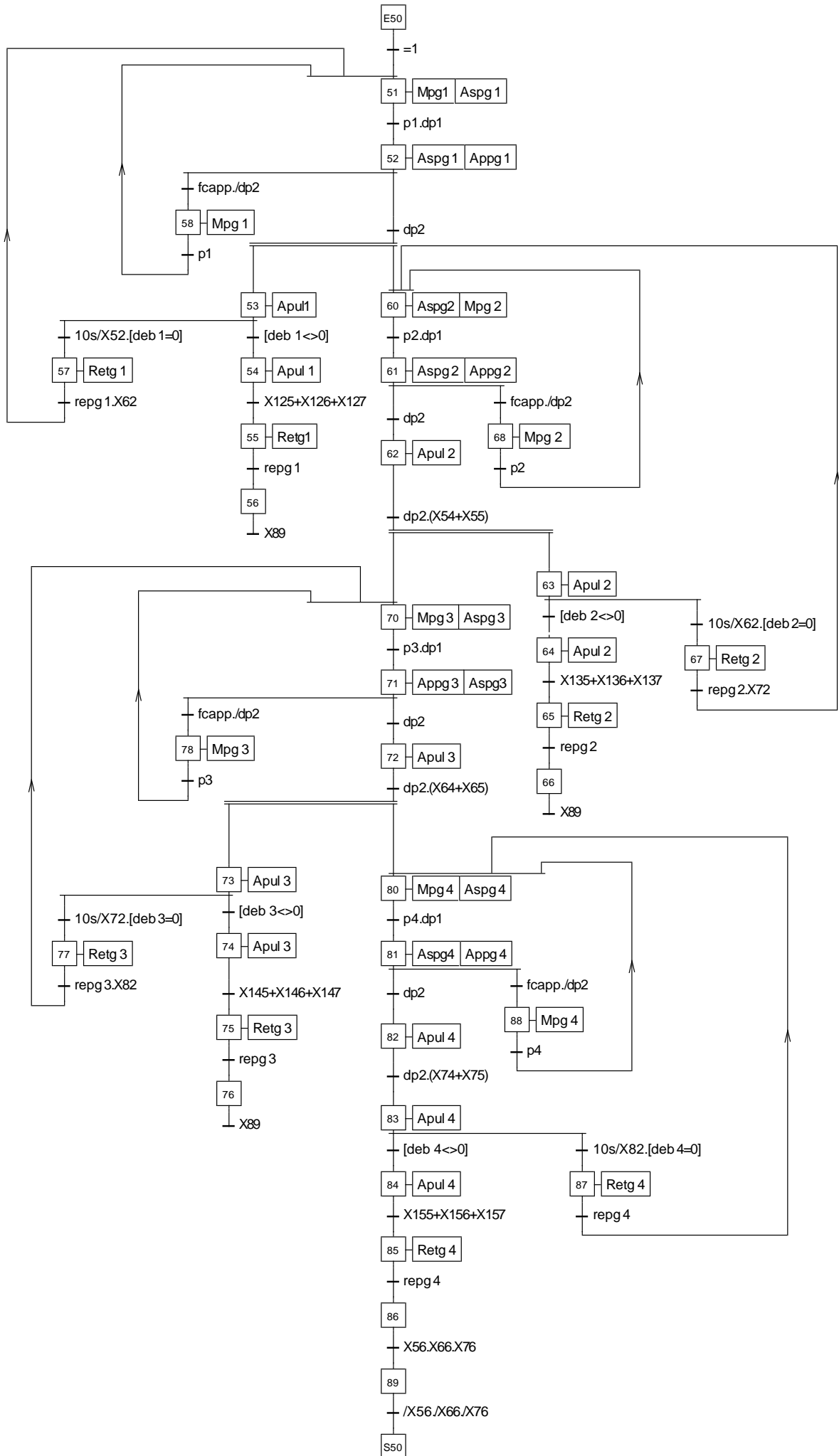
Si 10 secondes se sont écoulées depuis l'activation de l'étape 72, cet état est à nouveau instable il n'y a pas de débit de lait du trayon 3 et il y a retrait du gobelet {54, 64, 77, 80}. Le bras attend alors que le trayon 4 soit connecté {54, 64, 77, 82} pour tenter une nouvelle connexion sur le trayon 3 {54, 64, 70, 82}.

Lorsque ce trayon est branché et qu'il fournit du lait on se retrouve dans la situation attendue {54, 64, 74, 82}. Cet état est instable La réceptivité qui suit 82 est vraie. On évolue vers la situation {54, 64, 74, 83}. Lorsque le trayon 4 donnera du lait on sera dans la situation d'attente de fin de traite {54, 64, 74, 84}.

**Question 13 : Élaborer le grafctet de gestion de la fin de traite du trayon 1. Vous n'utiliserez que les variables et informations du tableau de la figure 14. Ce grafctet sera formé à partir de transitions source et puits. Les grafctet de fin de traite des autres trayons seront à l'image de celui du trayon 1. Vous préciserez la numérotation adoptée pour les étapes dans chaque grafctet.**

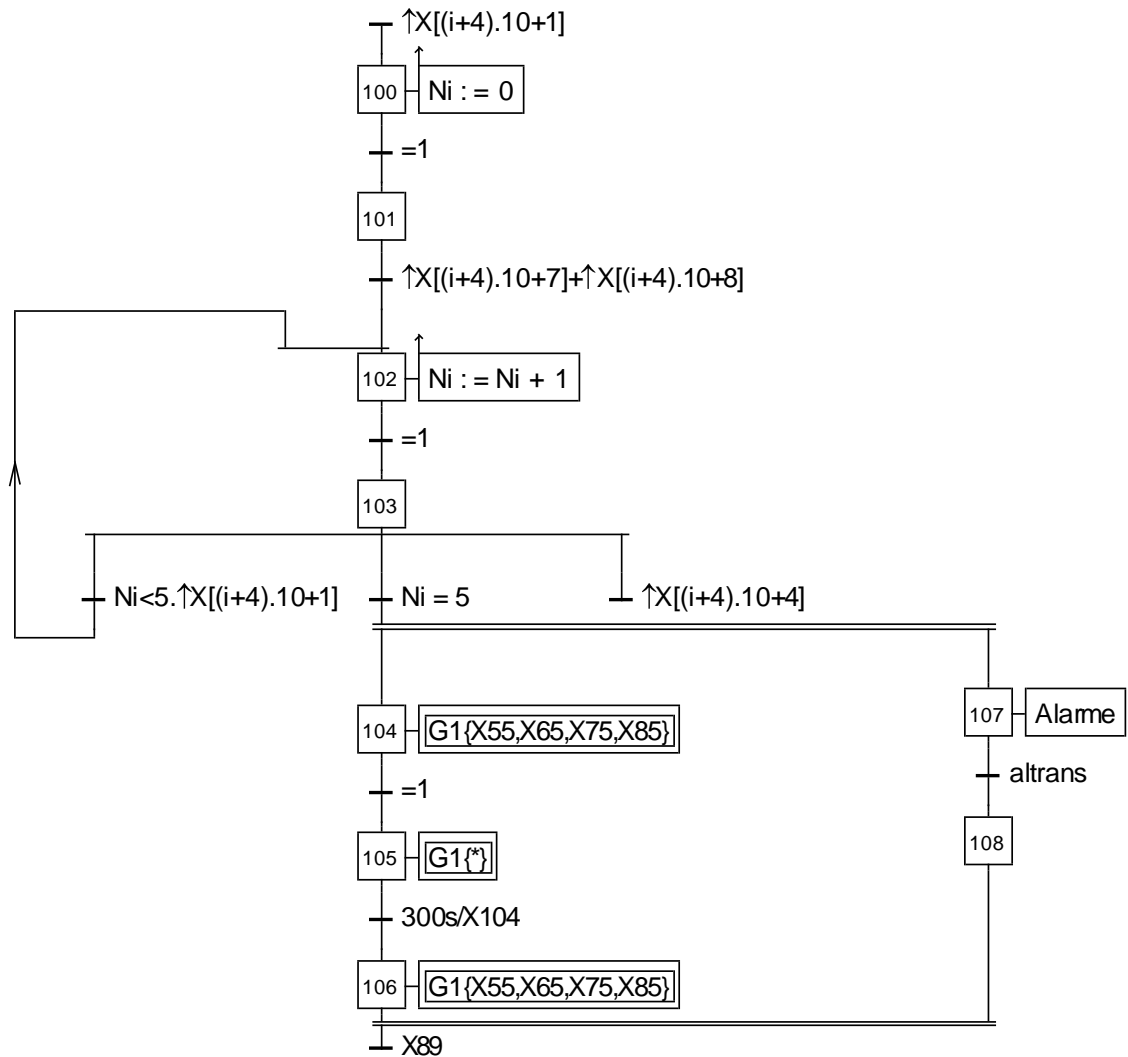


**Question 14 : Compléter alors les 4 zones encadrées dans l'expansion de la macro-étape M50 de la figure 13. Vous préciserez les choix de structure effectués.**





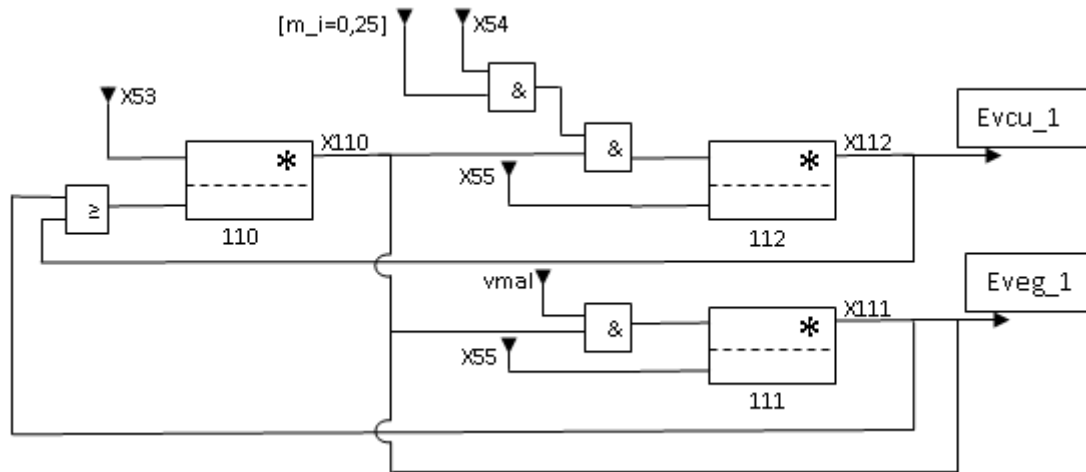
**Question 15 :** Proposer un grafcet de comptage utilisant une notation indicielle qui le rend valable pour tous les gobelets. Préciser la solution utilisée pour mettre le robot dans la situation arrêt d'urgence.



**Question 16 :** Expliquer pourquoi il faut utiliser des bascules à enclenchement prioritaire pour décrire un grafcet par logigramme.

Les mémoires utilisées sont à enclenchement prioritaire pour respecter la règle N°5 d'évolution du grafcet : « si une étape est simultanément activée et désactivée, elle reste active ».

**Question 17 :** Réaliser le logigramme du grafcet de gestion de circulation du lait pour le trayon 1.



### Troisième partie

**Question 18 :** Établir les relations géométriques liant le centre de gravité  $G_4$  de la tête de traite 4 défini par les coordonnées  $(x_{G_4}, y_{G_4}, z_{G_4})$ , les paramètres géométriques  $x$ ,  $\theta_{21}$  et  $\theta_{32}$  et les longueurs  $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$ .

$$\overrightarrow{OG_4} = \begin{pmatrix} x_{G_4} \\ y_{G_4} \\ z_{G_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ L_2 \cos \theta_{21} + L_3 \sin \theta_{32} + \theta_{21} - L_4 \cos \theta_{32} + \theta_{21} \\ L_2 \sin \theta_{21} - L_3 \cos \theta_{32} + \theta_{21} - L_4 \sin \theta_{32} + \theta_{21} \end{pmatrix}$$

**Question 19 :** Établir la relation géométrique permettant de définir la longueur  $L_5(t)$  en fonction des paramètres géométriques  $\theta_{21}$ ,  $\theta_{510}$  et les longueurs  $l_2$  et  $L_{50}$  où  $\theta_{510}$  et  $L_{50}$  correspondent respectivement à l'angle  $\theta_{51}$  et à la longueur  $L_5(t)$  lorsque le robot de traite automatique Astronaut A3 est en position de traite.

Fermeture géométrique :

$$\begin{aligned} \text{chaîne AFD} : \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = l_2 \overrightarrow{y_2} - L_5 \overrightarrow{y_5}, \\ \text{chaîne AFD}_0 : \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AD}_0 + \overrightarrow{D}_0\overrightarrow{F} = l_2 \overrightarrow{y_0} - L_{50} \overrightarrow{y_{50}}, \end{aligned}$$

où  $D_0$  correspond à la position du point D en position de traite.

L'écriture de l'égalité des deux expressions donne :  $l_2 \overrightarrow{y_0} - L_{50} \overrightarrow{y_{50}} = l_2 \overrightarrow{y_2} - L_5 \overrightarrow{y_5}$

Projections dans la base  $B_0$  :

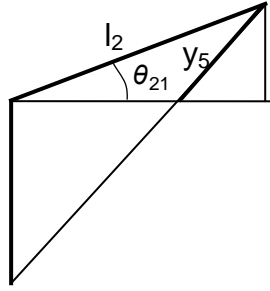
$$\begin{cases} l_2 - L_{50} \cos \theta_{510} = l_2 \cos \theta_{21} - L_5 \cos \theta_{51} \\ -L_{50} \sin \theta_{510} = l_2 \sin \theta_{21} - L_5 \sin \theta_{51} \end{cases}$$

$$L_5 = \sqrt{2 \cdot l_2^2 (1 - \cos \theta_{21}) + L_{50}^2 + 2l_2 L_{50} \cos \theta_{21} - \theta_{510} - \cos \theta_{510}}$$

**Question 20 :** À partir des hypothèses définissant les conditions de traite, en déduire une relation entre la course des vérins 5, définie par  $y_5(t) = L_5 - L_{50}$ , la longueur  $l_2$  et l'angle  $\theta_{21}$ . Expliciter clairement la (ou les hypothèses) permettant d'écrire cette relation.

Hypothèse : les angles restent petits donc on considère que :

$$y_5 = l_2 \cdot \sin \theta_{21} \text{ soit } \frac{\theta_{21}}{y_5} = \frac{1}{l_2}.$$



**Question 21 :** En déduire la relation entre la course du vérin 6, définie par  $y_6(t)=L_6-L_{60}$ , la longueur  $l_3$  et l'angle  $\theta_{32}$ .

$$\frac{\theta_{32}}{y_6} = \frac{1}{l_3}$$

**Question 22 :** Proposer une démarche de résolution permettant d'écrire les expressions des actions mécaniques  $F_{V1/1}$ ,  $F_{V5/2}$ ,  $F_{V6/3}$  associées aux différents vérins 1, 5 et 6.

**Démarche n°1 :**

Hypothèses :

- les commandes des axes sont découplées ;
- l'inertie des tiges de vérin est négligée.

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot {1+2+3+4+5+6} :

$$\frac{d}{dt} Ec_{robot/0} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

**Démarche n°2 :**

vérin 1 :

Le système (1, 2, 3, 4, 5, 6) est animé d'un mouvement d'ensemble de translation rectiligne suivant  $\vec{x}_0$ , on peut donc facilement appliquer le théorème de la résultante dynamique en O suivant  $\vec{x}_0$  afin de déterminer l'équation dynamique en x.

vérins 5 et 6 :

On appliquera ici le théorème du moment dynamique :

- sur le système (2, 3, 4) en A suivant  $\vec{x}_0$  pour le vérin 5 (on ne tient pas compte du vérin 6) ;
- sur le système (3,4) en B suivant  $\vec{x}_0$  pour le vérin 6 (on ne tient pas compte des vérins 5).

**Question 23 :** Écrire l'équation différentielle liant l'effort  $F_{V1/1}(t)$  développé le vérin  $V_1$ , la position de la tige du vérin 1,  $x(t)$  et ses dérivées successives, une perturbation extérieure  $F_P(t)$  et les termes  $M_{1EQU}$ , à définir en fonction de  $m_1, m_2, m_3$  et  $m_4$ , et le coefficient de frottement visqueux  $f_{10}$ .

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot {1+2+3+4+5+6} :

$$\frac{d}{dt} Ec_{robot/0} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

On considère seulement le déplacement du robot selon l'axe de translation  $\vec{x}_0$ .

Énergies cinétiques :

$$Ec_{robot/0} = Ec_{1/0} + Ec_{2/0} + Ec_{3/0} + Ec_{4/0} + Ec_{5/0} + Ec_{6/0} ,,$$

avec  $Ec_{1/0} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2$ ,  $Ec_{2/0} = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2$ ,  $Ec_{3/0} = \frac{1}{2} m_3 \dot{x}^2$ ,  $Ec_{4/0} = \frac{1}{2} m_4 \dot{x}^2$ ,

$Ec_{5/0} = 0$  (masse  $m_5$  négligeable) et  $Ec_{6/0} = 0$  (masse  $m_6$  négligeable).

Énergie cinétique du robot :

$$Ec_{Robot/0} = \frac{1}{2} [m_1 + m_2 + m_3 + m_4] \dot{x}^2$$

On posera :

$$M_{1Equ} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4.$$

Expression des puissances :

- liaisons parfaites:  $P_{int} = 0$  ;
- frottement :  $P_{frottement} = -f_{10} \dot{x}^2$  ;
- vérin 1 :  $P_{vérin/1} = F_{v/1} \vec{x}_0 \cdot \vec{V}_{G_1/10} = F_{v/1} \dot{x}$  ;
- perturbation :  $P_{perturbation} = -F_p \vec{x}_0 \cdot \dot{\vec{x}}_0 = -F_p \dot{x}$  ;
- pesanteur sur i pour i variant de 1 à 4 en  $G_i$  :  $P_{pesanteur/i} = -m_i g z_0 \cdot \vec{V}_{G_i/0} = 0$

Équation différentielle associée au vérin 1 :

$$M_{1Equ} \ddot{x} = -f_{10} \dot{x}^2 + F_{v/1} \dot{x} - F_p \dot{x}$$

$$M_{1Equ} \ddot{x} + f_{10} \dot{x} = F_{v/1} - F_p$$

**Question 24 :** Écrire l'équation différentielle liant l'effort  $F_{5/2}(t)$  développé les vérins  $V_5$ , la course des vérins 5,  $y_5(t)$  et ses dérivées successives et la masse équivalente  $M_{5Equ}$  et le coefficient de frottement visqueux équivalent  $b_{5Equ}$  en fonction des différents paramètres  $A_2, A_3, A_4, m_2, m_3, m_4, L_2, L_3, L_4, l_2$  et  $b_{21}$ .

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du robot  $\{1+2+3+4+5+6\}$ .

$$\frac{d}{dt} Ec_{robot/0} = \sum P_{ext} + P_{int}$$

Expression des énergies cinétiques :

$$Ec_{robot/0} = Ec_{1/0} + Ec_{2/0} + Ec_{3/0} + Ec_{4/0} + Ec_{5/0} + Ec_{6/0}$$

$$Ec_{1/0} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 = 0,$$

$$Ec_{2/0} = \frac{1}{2} \left[ A_2 + m_2 \frac{L_2^2}{4} \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$$Ec_{3/0} = \frac{1}{2} \left[ A_3 + m_3 \left[ L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$$Ec_{4/0} = \frac{1}{2} \left[ A_4 + m_4 \left[ \left( \frac{L_3}{2} \right)^2 + L_2 - L_4^2 \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2,$$

$Ec_{5/0} = 0$ , hypothèse :  $m_5$  négligeable,  $Ec_{6/0} = 0$ , hypothèse :  $m_6$  négligeable.

Énergie cinétique du robot :

$$E_{C_{Robot/0}} = \frac{1}{2} \left[ A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[ L_2^2 + \left( \frac{L_3}{2} \right)^2 \right] + m_4 \left[ L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right] \right] \dot{\theta}_{21}^2$$

On posera :  $J_e = A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[ L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] + m_4 \left[ L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right]$

Expression des puissances :

- liaisons parfaites :  $P_{int} = 0$  ;
- frottement :  $P_{frottement} = -b_{21} \dot{\theta}_{21}^2$
- vérin 5 :  $P_{vérin/2} = F_{v/2} \cdot \vec{y}_5 \cdot \vec{V}_{D50} = F_{v/2} \dot{y}_5$  ;
- pesanteur sur 4 en G4 :

$$P_{pesanteur/4} = -m_4 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_4 40}$$

$$P_{pesanteur/4} = -m_4 \cdot g \cdot L_2 \cdot L_4 \cdot \dot{\theta}_{21}$$

- pesanteur sur 3 en G3 :

$$P_{pesanteur/3} = -m_3 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_3 30}$$

$$P_{pesanteur/3} = -m_3 \cdot g \cdot L_2 \cdot \dot{\theta}_{21}$$

- pesanteur sur 2 en G2 :

$$P_{pesanteur/2} = -m_2 \cdot \vec{g} \cdot \vec{z}_0 \cdot \vec{V}_{G_2 20}$$

$$P_{pesanteur/2} = -m_2 \cdot g \cdot \frac{L_2}{2} \cdot \dot{\theta}_{21}$$

Équation différentielle associée aux vérins 5 :

$$J_e \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \ddot{\theta}_{21} = -b_{21} \dot{\theta}_{21}^2 + F_{v/2} \dot{y}_5 - \left( m_2 \cdot \frac{L_2}{2} + m_3 \cdot L_2 + m_4 \cdot (L_2 - L_4) \right) \cdot g \cdot \dot{\theta}_{21}$$

devient

$$\frac{J_e}{l_2^2} \cdot \dot{y}_5 + \frac{b_{21}}{l_2^2} \cdot \dot{y}_5 = F_{v/2} - \left( \left( \frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) \cdot L_2 - m_4 \cdot L_4 \right) \cdot \frac{g}{l_2}$$

avec

$$J_e = A_2 + A_3 + A_4 + m_2 \frac{L_2^2}{4} + m_3 \left[ L_2^2 + \frac{L_3^2}{4} \right] + m_4 \left[ L_3^2 + L_2 \cdot L_4 \right]$$

**Question 25 :** Justifier, en précisant la démarche retenue, la nouvelle écriture du système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite.

À partir des données de l'annexe 1 , on a :

$$F_{v_1/1}(t), F_{5/2}(t) = F_{V_{5/2}}(t) + F_{0 V_{5/2}} \text{ et } F_{6/3}(t) = F_{V_{6/3}}(t) + F_{0 V_{6/3}}$$

À l'équilibre :

$$F_{v_1/1}(t) = 0, F_{5/2}(t) = F_{0 V_{5/2}} \text{ et } F_{6/3}(t) = F_{0 V_{6/3}}.$$

Le système s'écrit alors :

$$\begin{cases} 0 = 0 \\ 0 = 0 + F_{0 V_{5/2}} - \left( \left( \frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) L_2 - m_4 L_4 \right) \frac{g}{l_2} \\ 0 = 0 + F_{0 V_{6/3}} + \frac{m_4 g L_4}{l_3} \end{cases}$$

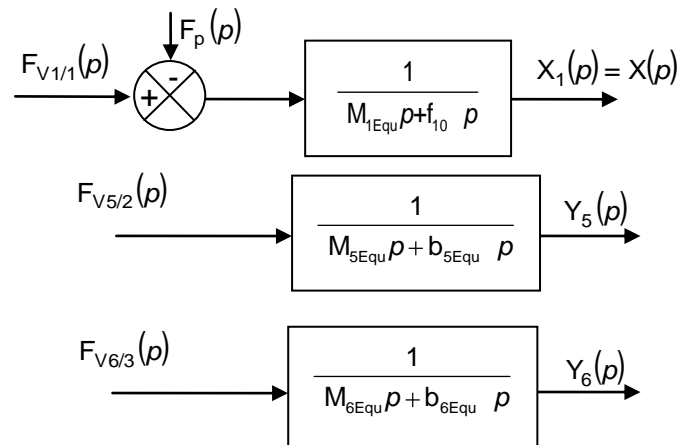
L'introduction de ces deux relations permet d'écrire le système donné dans le texte du sujet :

$$M_{1\text{Equ}} \ddot{x}(t) + f_{10} \dot{x}(t) = F_{V_{1/1}}(t) - F_p(t)$$

$$M_{5\text{Equ}} \ddot{y}_5(t) + b_{5\text{Equ}} \dot{y}_5(t) = F_{V_{5/2}}(t) .$$

$$M_{6\text{Equ}} \ddot{y}_6(t) + b_{6\text{Equ}} \dot{y}_6(t) = F_{V_{6/3}}(t)$$

**Question 26 :** Après avoir explicité les transformées de Laplace des équations différentielles données précédemment, construire les schémas bloc associés.



**Question 27 :** Simplifier le schéma bloc donné figure 19 et écrire la fonction de transfert  $V(p)/U(p)$  pour  $F_p(p)=0$ .

Mettre sous la forme  $\frac{K_u}{Ap^2 + Bp + C}$  où les termes A, B, C et  $K_u$  seront explicités.

En déduire la fonction de transfert  $Y(p)/U(p)$  .

$$V(p) = \frac{S}{Mp + b} (\Delta P_P(p) - \Delta P_N(p))$$

$$\Delta P_P(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p} Q_{mP}(p) \text{ avec } Q_{mP}(p) = G_u U(p) - \frac{SP_P}{rT_S} V(p)$$

$$\Delta P_P(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p} \left( G_u U p - \frac{SP_P}{rT_S} V p \right)$$

$$\Delta P_N(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p} Q_{mN}(p) \text{ avec } Q_{mN} p = -G_u U p + \frac{SP^e}{rT_S} V p$$

$$\Delta P_N(p) = \frac{\frac{1}{C_P}}{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p} \left( -G_u U p + \frac{SP^e}{rT_S} V p \right)$$

$$V(p) = \frac{\frac{S}{C_P}}{Mp + b} \left( 2G_u U(p) - 2 \frac{S P^e}{r T_S} V(p) \right)$$

$$\frac{V(p)}{U(p)} = \frac{2 \frac{S G_u}{C_P}}{\frac{M_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left( M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}}$$

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{p} \frac{2 \frac{S G_u}{C_P}}{\frac{M_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left( M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}}$$

avec  $K_u = 2 \frac{S G_u}{C_P}$ ,  $A = \frac{M_{\text{equ}} V(y^e)}{kr T_S C_P}$ ,  $B = M_{\text{equ}} + \frac{b_{\text{equ}} V(y^e)}{kr T_S C_P}$ ,  $C = b_{\text{equ}} + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P}$

**Question 28 :** Écrire la fonction de transfert  $P(p)=V(p)/F_P(p)$  pour  $U(p)=0$ .  
 Mettre sous la forme  $\frac{K_P(p)}{Ap^2 + Bp + C}$  où le terme  $K_P(p)$  sera explicité.  
 En déduire la fonction de transfert  $Y(p)/F_P(p)$ .

$$P(p) = \frac{Y(p)}{F_P(p)} = \frac{1}{p} \frac{1 + \frac{V y^e}{kr T_S C_P} p}{\frac{M V y^e}{kr T_S C_P} p^2 + \left( M + \frac{b V y^e}{kr T_S C_P} \right) p + \left( b + 2 \frac{S^2 P^e}{r T_S C_P} \right)}$$

avec  $K_P(p) = 1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p$

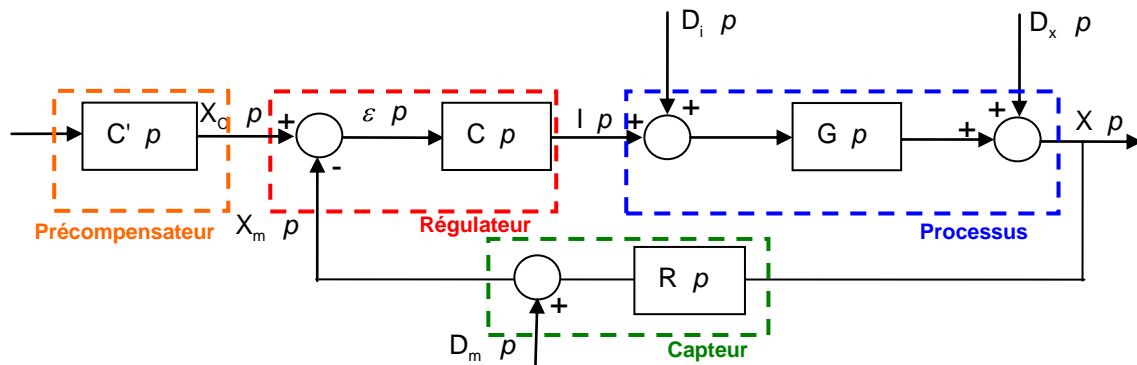
**Question 29 :** Montrer que le modèle complet associé à la chaîne de transmission selon l'axe  $\bar{x}$  peut se mettre sous la forme du schéma fonctionnel donné figure 20 où les termes  $F_1(p)$ ,  $G_1(p)$  et  $H_1(p)$  seront explicités.

$$H_1(p) = \frac{1}{A p^2 + B p + C}, F_1(p) = K_P(p) = 1 + \frac{V(y^e)}{kr T_S C_P} p, G_1(p) = K_u = 2 \frac{S G_u}{C_P}.$$

**Question 30 :** À partir de l'analyse du processus de traite, justifier le fait qu'une commande en chaîne directe ne permette pas d'atteindre le niveau de performances attendu. Plusieurs justifications pouvant conduire à cette conclusion sont attendues.

Les perturbations (mouvements de la vache, coup de patte) ne sont pas compatibles avec une commande en boucle ouverte car le rejet des perturbations n'est pas possible, non respect des spécifications du cahier des charges.

**Question 31 :** Proposer, sous forme d'un schéma bloc le plus complet possible, une architecture de commande permettant d'atteindre les objectifs en terme d'asservissement et de régulation.



**Question 32 :** À partir du schéma-bloc proposé figure 21, exprimer la fonction de sensibilité vis-à-vis de la perturbation  $X(p)/F_p(p)$ .

$$\frac{X(p)}{F_p(p)} = \frac{\frac{H_1 p F_1 p}{p}}{1 + \frac{H_1 p G_1 p C_1 p}{p}} = \frac{1 + Dp}{K_1 K_u + Cp + Bp^2 + Ap^3}$$

**Question 33 :** Proposer un modèle mathématique pour  $F_p(p)$  modélisant un coup de patte subi par la tête de traite 4.

Modèle associé à un coup de patte : perturbation fugitive donc impulsion d'amplitude  $F_0$  et de largeur faible :  $F(p) = F_0 \cdot p$ .

**Question 34 :** Un correcteur à action proportionnelle de gain  $K_1$  permet il d'annuler les effets de la perturbation vis-à-vis de la position de la tête de traite ?

Théorème valeur finale :

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot X(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1 + Dp}{K_1 K_u + Cp + Bp^2 + Ap^3} \cdot F_0 = 0$$

La perturbation fugitive est annulée, elle est rejetée par la correction proportionnelle.

**Question 35 :** L'implantation d'un correcteur à action proportionnelle de gain unitaire permet elle de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de stabilité, rapidité et précision ?

Précision : OK.

Rapidité : pulsation de coupure  $\omega_u = 4 \text{ rad/s} < 10 \text{ rad/s}$ , non respectée.

Stabilité :  $M\phi = 44^\circ < 60^\circ$ , non respectée.

Un correcteur à action proportionnelle de gain unitaire n'est pas satisfaisant.



**Question 36 :** Déterminer la valeur de  $K_1$  permettant de respecter la spécification de rapidité. En déduire la valeur de la marge de phase  $M\phi$ . Tracer l'allure de l'évolution de la position du chariot 1 pour la valeur de  $K_1$  trouvée.

Valeur de  $K_1$  : sur le diagramme de Bode, on lit la valeur du gain en dB conduisant à la translation de la courbe de gain de telle sorte qu'elle coupe l'axe 0 dB pour  $\omega_u = 10$  rad/s.

$$20 \cdot \log K_1 = 13,5 \text{ donc } K_1 = 4,7.$$

Marge de phase :  $M\phi = 5^\circ$ . La marge de phase obtenue est plus faible que celle obtenue pour  $K_1 = 1$  donc l'évolution de la position du chariot 1 sera plus oscillante que celle de la figure 22.

**Question 37 :** Au vu des résultats précédents, est-il possible de valider le choix d'un correcteur proportionnel ? Si non, quel type de correcteur faudrait-il implanter pour améliorer les performances du bras du robot de traite Astronaut A3 ? Justifier votre réponse.

Non, pour pouvoir respecter à la fois les contraintes en terme de rapidité et stabilité, il est nécessaire d'implanter un correcteur à avance de phase afin d'apporter de la phase positive autour de  $\omega_u$  (pulsation au gain unité) et ainsi augmenter le degré de stabilité tout en préservant la rapidité.

**Question 38 :** À partir des spécifications de rapidité et de stabilité imposées par le cahier des charges, déterminer les paramètres  $K_2$ ,  $\omega_b$  et  $\omega_h$ .

Pour une pulsation de coupure  $\omega_m = \omega_u = 10$  rad/s, on souhaite une marge de phase de  $M\phi = 60^\circ$ .  
Lecture sur diagramme bode :  $\phi(j\omega_u) = 175^\circ$  donc phase à apporter par le correcteur :

$$\phi_m = 60 + 175 - 180 = 55^\circ.$$

$$a = \frac{1 + \sin(\phi_m)}{1 - \sin(\phi_m)} = 10, \quad \omega_b = \omega_u \frac{1}{\sqrt{a}} = 3,16 \text{ rad/s}, \quad \omega_h = \omega_u \sqrt{a} = 31,6 \text{ rad/s}$$

$$\text{Gain } K_2 : |\beta j\omega_u| = 1 \text{ où } |\beta j\omega_u| = |H_1 j\omega_u| \cdot |G_1 j\omega_u| \cdot \left| \frac{1 + \frac{j\omega_u}{\omega_b}}{1 + \frac{j\omega_u}{\omega_h}} \right| \cdot K_2 \text{ d'où } K_2 = 1,5.$$

**Question 39 :** Au vu des résultats précédents et des spécifications du cahier des charges, est-il possible de valider le correcteur proportionnel dérivé  $C_2(p)$  ?

Non, en dépit de l'avance de phase apportée par le correcteur  $C_2(p)$  qui permet d'atténuer les oscillations, le comportement du chariot 1 est encore sujet à un dépassement supérieur à la limite fixée par le cahier des charges.

**Question 40 :** Quel est l'impact de ce coup de patte sur la traite d'une vache sachant qu'un trayon mesure entre 5 et 10 cm ? Quel type d'action faudrait-il prévoir au niveau du grafcet décrivant la connexion des gobelets ?

D'après la figure 26, la conséquence d'un coup de patte est un déplacement de la tête de traite supérieur à 12 cm d'où l'arrachement des gobelets.

Il faut prévoir une nouvelle connexion des gobelets.

**Question 41 : Quelle(s) solution(s) technologique(s) permettrai(ent) de limiter l'influence de ce coup de patte ?**

Implantation d'un verrouillage mécanique interdisant tout déplacement du fait d'un coup de patte.

**Question 42 : Cette commande permet elle de respecter les critères de performances définis par le cahier des charges ?**

Oui car l'ensemble des spécifications définies par le cahier des charges fonctionnelles sont satisfaites.

**Question 43 : Proposer une synthèse décrivant et justifiant la démarche mise en œuvre dans le questionnement de ce sujet pour répondre à la problématique globale de la pertinence économique de l'installation d'un robot de traite automatique.**

L'implantation d'un robot de traite automatique est pertinente économiquement si :

- les temps d'installation, de positionnement, de connexion et de nettoyage sont suffisamment faibles pour ne pas pénaliser la production ;
- le robot assure une traite continue, sans interruption, indépendamment des mouvements de la vache ;
- la qualité du lait est irréprochable tout en assurant une production importante.

Ces éléments justifient les études menées et décrites ci-dessous :

## **Caractérisation des conditions nécessaires à l'implantation d'un robot de traite**

### **Description des opérations préparatoires à la traite automatique**

- ↳ détermination de la position du centre de gravité de la vache
- ↳ détermination des déplacements nécessaires au placement initial de la tête de traite
- ↳ détermination des déplacements nécessaires au placement sous les trayons

### **Description de différentes phases du fonctionnement d'un robot de traite à l'aide de différents outils**

- ↳ traite automatique
- ↳ connexion des gobelets
- ↳ circulation du lait en fonction de la qualité

### **Synthèse d'une loi de commande dédiée à la gestion de la traite en cours**

- ↳ élaboration d'un modèle de connaissance du comportement dynamique du robot de traite
- ↳ synthèse de différents correcteurs devant permettre de respecter les performances imposées par le cahier des charges