

# Composition d'automatismes industriels

ELEMENTS DE CORRIGE ET COMMENTAIRES

*Pierre-Jean Barre & Jean-Jacques Duméry*

## Partie A : TRANSFERT DES PALETTES

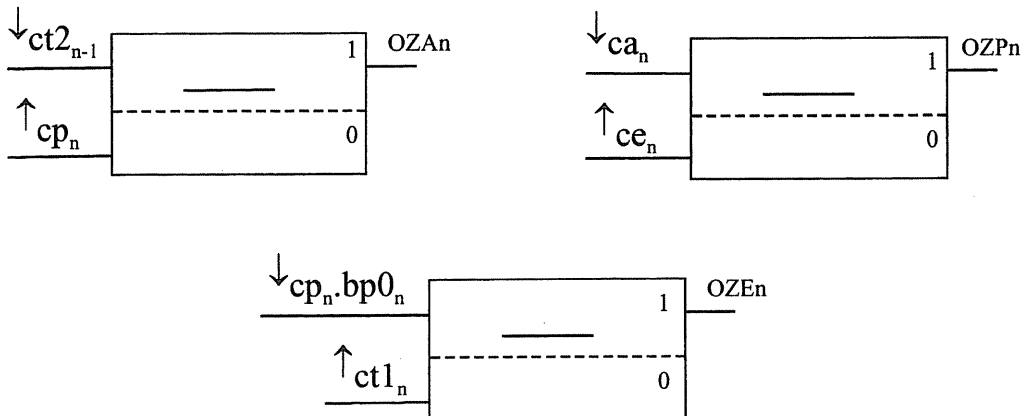
### A1. ETUDE DU TRANSFERT DE PALETTES ACTUEL

La gestion du flux de palettes est basée sur la définition de différentes zones de transfert et de travail (document ressource DR1). Toute palette présente dans l'une des zones  $ZT_{n-1}$ ,  $ZA_n$ ,  $ZP_n$  ne peut être libérée que si la zone immédiatement suivante n'est pas occupée. Les zones  $ZA_n$ ,  $ZP_n$  et  $ZE_n$  seront considérées occupées dans les cas suivants :

Zone considérée occupée	dès le départ d'une palette de la zone	et jusqu'à la détection de son arrivée dans la zone
$ZA_n$	$ZT_{n-1}$ ( $\downarrow ct2_{n-1}$ )	$ZP_n$ ( $\uparrow cp_n$ )
$ZP_n$	$ZA_n$	$ZE_n$
$ZE_n$	$ZP_n$	$ZT_n$ (début de zone)

#### Question A11 :

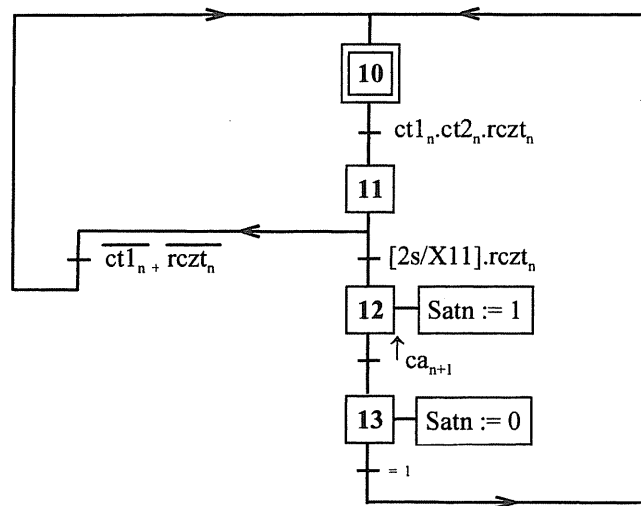
A l'aide du tableau ci-dessus et du document DR1, montrer comment sont élaborées (logigrammes ou expressions logiques) les variables booléennes  $OZA_n$ ,  $OZP_n$ ,  $OZE_n$  caractérisant respectivement les occupations des zones  $ZA_n$ ,  $ZP_n$  et  $ZE_n$ .



Il est nécessaire de vérifier  $bp0_n$  pour éviter d'effectuer la mise à 1 de l'information  $OZE_n$  lors de la montée de l'élévateur  $EL^+_n$ .

**Question A1.2 :**

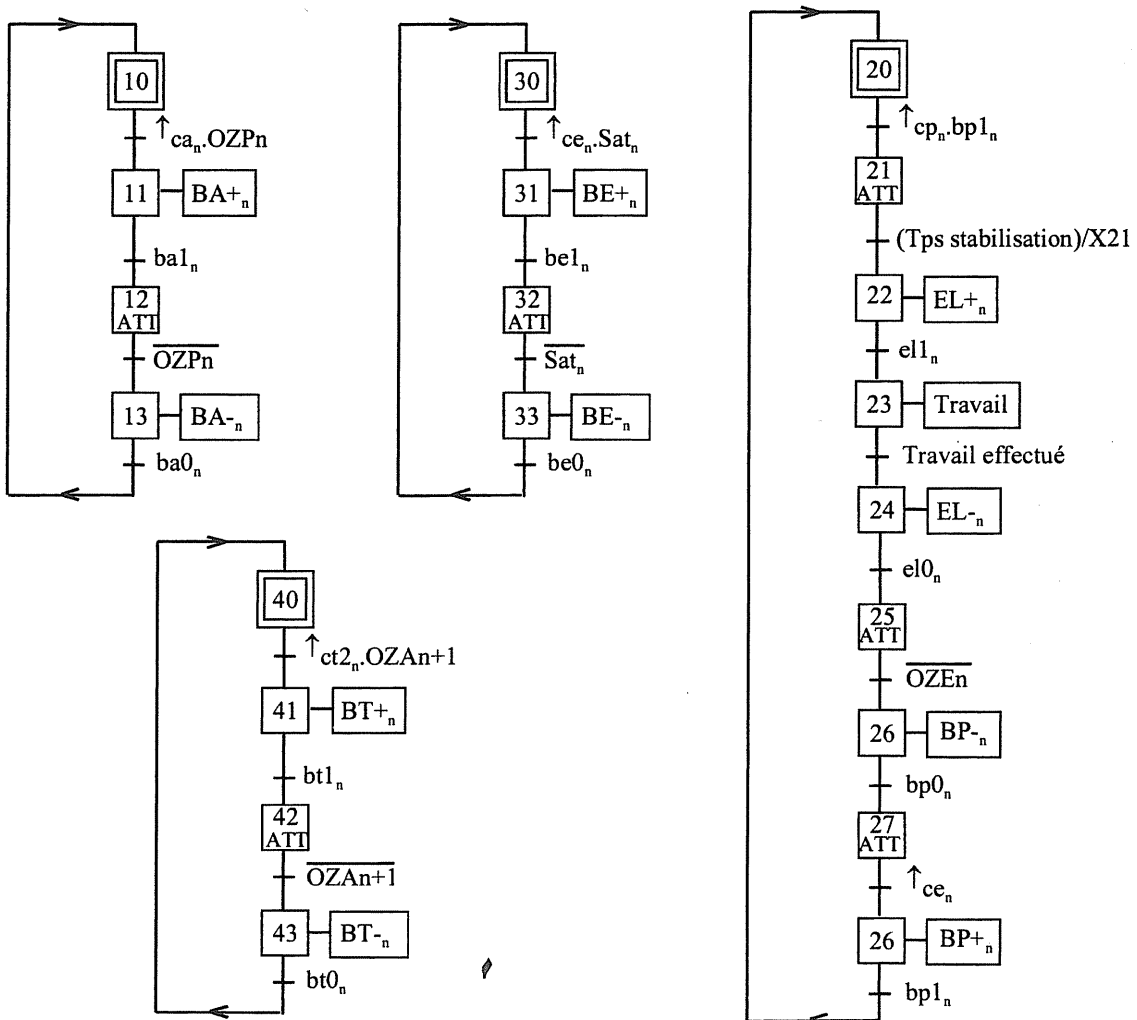
Élaborer un grafset décrivant comment est générée l'information logique  $sat_n$ .



$rczt_n$  : rouleaux convoyeur ZTn tournent

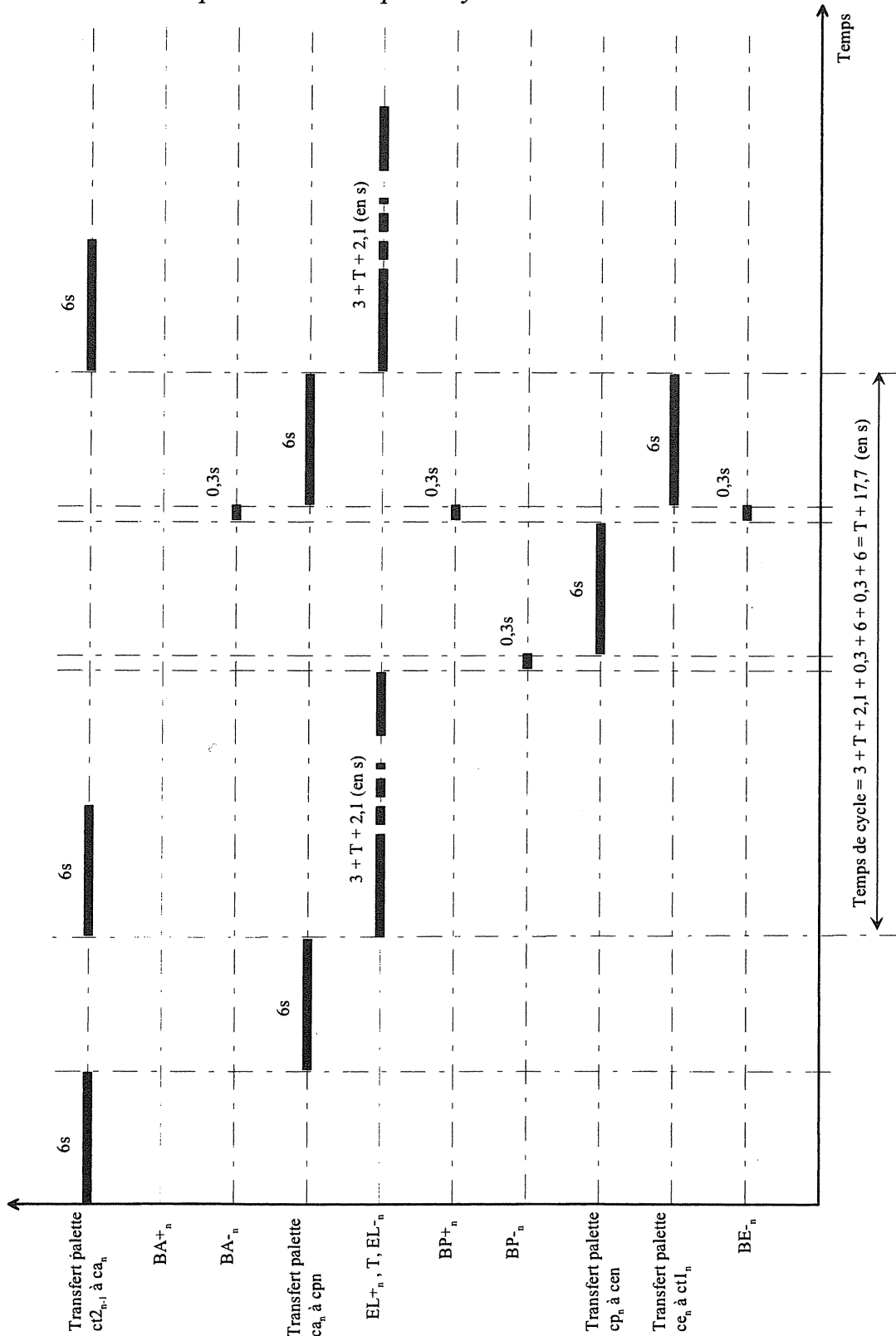
**Question A1.3 :**

Décrire le cycle de fonctionnement de l'ensemble {poste n, zone tampon ZT<sub>n</sub>} avec le langage de spécification de votre choix et en utilisant uniquement les entrées/sorties recensées sur le document ressource DR3.



**Question A1.4 :**

- Tracer un diagramme de Gantt caractérisant la coordination des tâches exécutées par l'ensemble {poste n, zone tampon  $ZT_n$ } en faisant les hypothèses suivantes :
  - . la zone  $ZT_n$  n'est jamais saturée,
  - . dès que la zone  $ZA_n$  est non occupée, une nouvelle palette peut être aussitôt libérée de la zone  $ZT_{n-1}$  (pas de rupture d'approvisionnement en palettes),
  - . la situation de départ est la suivante : aucune palette n'est présente sur les convoyeurs, toutes les butées sont abaissées sauf  $BT_n$ , l'élévateur  $EL_n$  est en position basse.
- Donner alors l'expression du temps de cycle.



Remarque :

- il y a toujours une palette en attente en  $ct2_{n-1}$  et  $satn$  n'est jamais vraie,
- $BP_n$  est considérée levée au début du cycle, elle remonte dès l'arrivée d'une palette sur  $ct1_n$ ,
- les autres butées se lèvent dès l'arrivée d'une palette sur le capteur qui précède la butée dans le cas où la zone suivante est occupée.

**Question A1.5 :**

*Une gestion différente des butées peut-elle permettre de réduire ce temps de cycle ? Justifier succinctement votre réponse.*

Il est possible de libérer simultanément plusieurs palettes en attente, sans attendre que le poste suivant soit libre (variable OZi à 0). Dans ce cas, tout blocage de palette poserait évidemment des problèmes qu'il faudrait envisager dans la nouvelle spécification du comportement.

**A2 - ÉTUDE DE L'INJECTEUR LINEAIRE**

Cette partie concerne une étude d'avant projet de l'injecteur linéaire destiné à remplacer le système de transfert actuel.

***Fonctionnement du poste n en production normale***

On fera les hypothèses suivantes :

- . la zone  $ZT_n$  n'est jamais saturée,
- . dès que l'injecteur est prêt à recevoir une palette, une nouvelle palette peut être aussitôt libérée de la zone  $ZT_{n-1}$  (pas de rupture d'approvisionnement en palettes).

**Question A2.1 :**

*A l'aide des informations fournies dans la partie présentation générale et des documents ressources DR2-1, DR2-2 et DR4 :*

- *Préciser comment sont obtenues les informations "chariot maître (ou esclave) en position arrière (ou avant)" et quel est leur type.*
- *Élaborer un grafcet (GFN2) décrivant le fonctionnement normal du poste n équipé d'un injecteur linéaire avec un objectif d'optimisation du temps de cycle et en utilisant uniquement les entrées/sorties recensées sur le document ressource DR4 (dans un premier temps, on ne précisera pas la situation initiale).*
- *Calculer le temps de cycle par la méthode de votre choix. Justifier la réponse et commenter le résultat obtenu.*

Après avoir effectué la prise d'origine machine de chaque chariot, ce sont les codeurs incrémentaux qui fournissent les informations numériques de position. Des tests logiques permettent de vérifier que les positions sont atteintes.

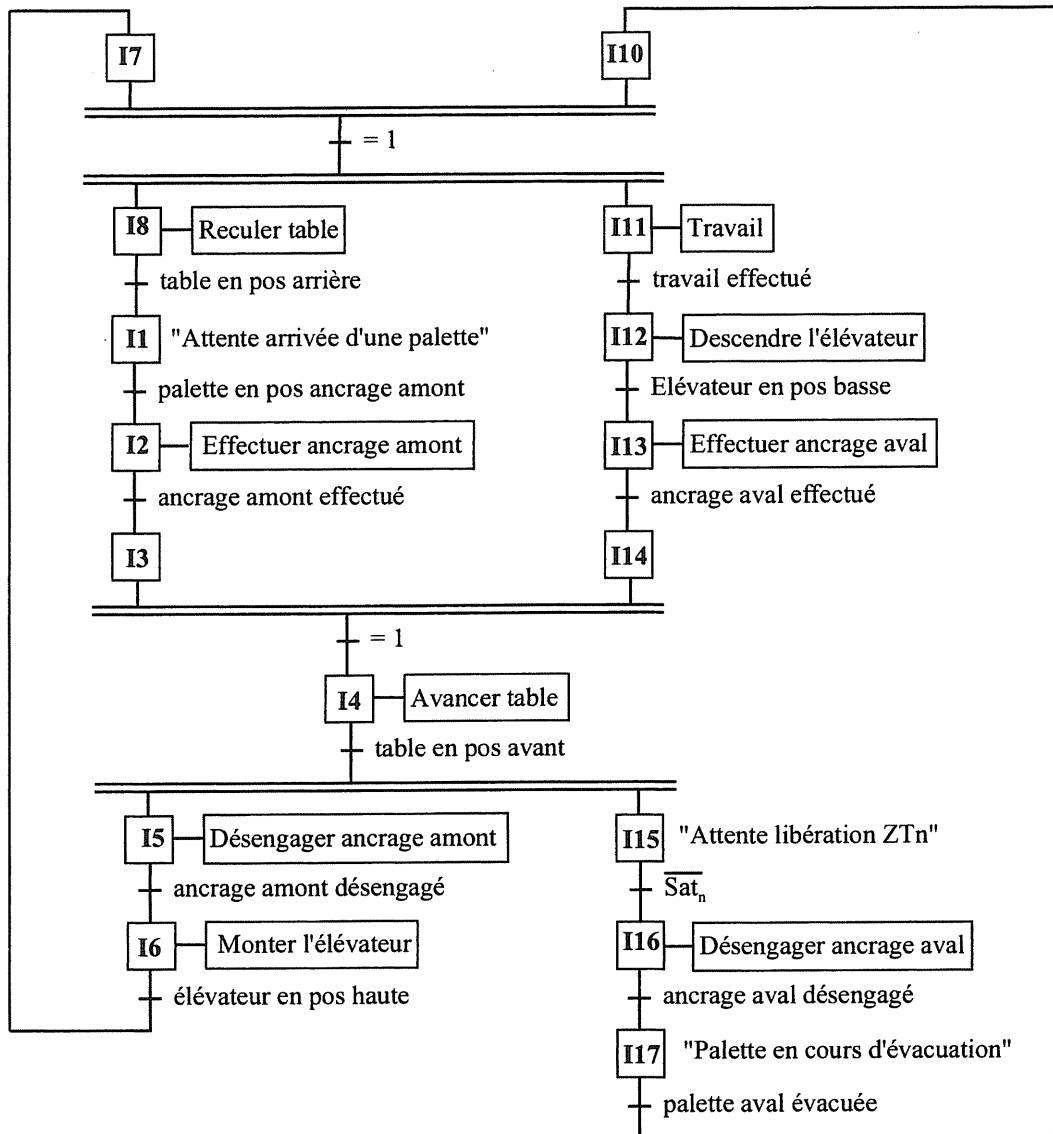
Il faut que les deux chariots aient atteint les positions souhaitées pour s'assurer que la table est en position avant ou arrière.

Compte tenu du grafcet proposé ci-après, l'expression du temps du cycle est la suivante :

$$T_c = \text{MAX}(2,3 + 0,3 + 6 + 1 ; T + 2,1 + 1) + 0,8 + \text{MAX}(0,5 + 3 ; 0,5 + 6)$$

Soit :

$$T_c = \text{MAX}(9,6 ; T + 3,1) + 7,1$$



### Question A2.2 :

Après avoir pris connaissance de l'extrait de GEMMA proposé document ressource DR5, préciser la situation initiale.

La situation initiale est {I1, I14}, mais la gestion du premier cycle nécessiterait une modification de la spécification non demandée dans le sujet.

### Modes de marche et d'arrêt et sûreté de fonctionnement

La structuration fonctionnelle de la commande retenue est une structuration par grafjets synchronisés. Un extrait du GEMMA du poste n et le grafjet des modes de marche et d'arrêt GMMA correspondant étant fourni, on souhaite dans cette partie vérifier deux propriétés importantes au regard de la sûreté de fonctionnement :

- . l'unicité du mode (à un instant  $t$ , le système ne peut pas être simultanément dans deux modes),
- . la stabilité de toutes les situations atteintes au cours de l'évolution de GMMA (une sortie est assignée dans ce grafjet et certaines situations du grafjet GMMA sont testées dans des réceptivités d'autres grafjets).

**Question A2.3 :**

- Donner l'expression logique permettant d'assigner la sortie « Marche convoyeur table » (document ressource DR6).
- Quel serait le comportement de cette sortie si elle devait être assignée par un état instable (document ressource DR7) ?

Marche convoyeur table = XF1 + XA2 + XF5

Une sortie associée à un état instable n'est pas assignée (voir chronogrammes document DR7)

Pour mener l'étude du grafcet GMMA, les hypothèses suivantes ont été retenues :

- . on considère (dans cette partie) que le grafcet GMMA n'est soumis à aucun ordre de forçage issu d'un autre grafcet,
- . « vide » et « poe » sont considérées comme des entrées,
- . les réceptivités ne contiennent aucune variable interne,
- . l'information « vide » ne peut être obtenue qu'après avoir demandé et effectué une vidange du poste n,
- . l'information « poe » fournie par les variateurs de vitesse, est considérée toujours vraie.

**Question A2.4 :**

*En prenant en compte les hypothèses ci-dessus :*

- A l'aide du document ressource DR6 définissant le pupitre opérateur, identifier les entrées pour lesquelles des relations de dépendance existent, puis exprimer ces relations.
- Parmi les entrées recensées, quelles sont alors les entrées que l'on peut retenir pour mener une analyse des évolutions de situation du grafcet GMMA ?
- Quel est alors le nombre de changements de valeur possibles de l'ensemble de ces entrées ?
- Dans un cas général d'un nombre  $N$  d'entrées non corrélées, donner l'expression du nombre de changements de valeur possibles de ces  $N$  entrées.

Les entrées sur lesquelles existent des relations de dépendance sont : auto, manu et continu, cycle/cycle (cc).

$$\overline{\text{manu}} = \text{auto} \quad \text{et} \quad \overline{\text{cc}} = \text{continu}$$

Les entrées retenues pour mener une analyse (poe étant considérée toujours vraie) sont :

*Auto, marche, vidange, vide, continu et CI.*

Le nombre de changements de valeurs possibles de l'ensemble de ces entrées est alors de 384. Il ne faut pas prendre en compte dans ce calcul l'hypothèse précisant que l'information « vide » ne peut être obtenue qu'après avoir demandé et effectué une vidange du poste n.

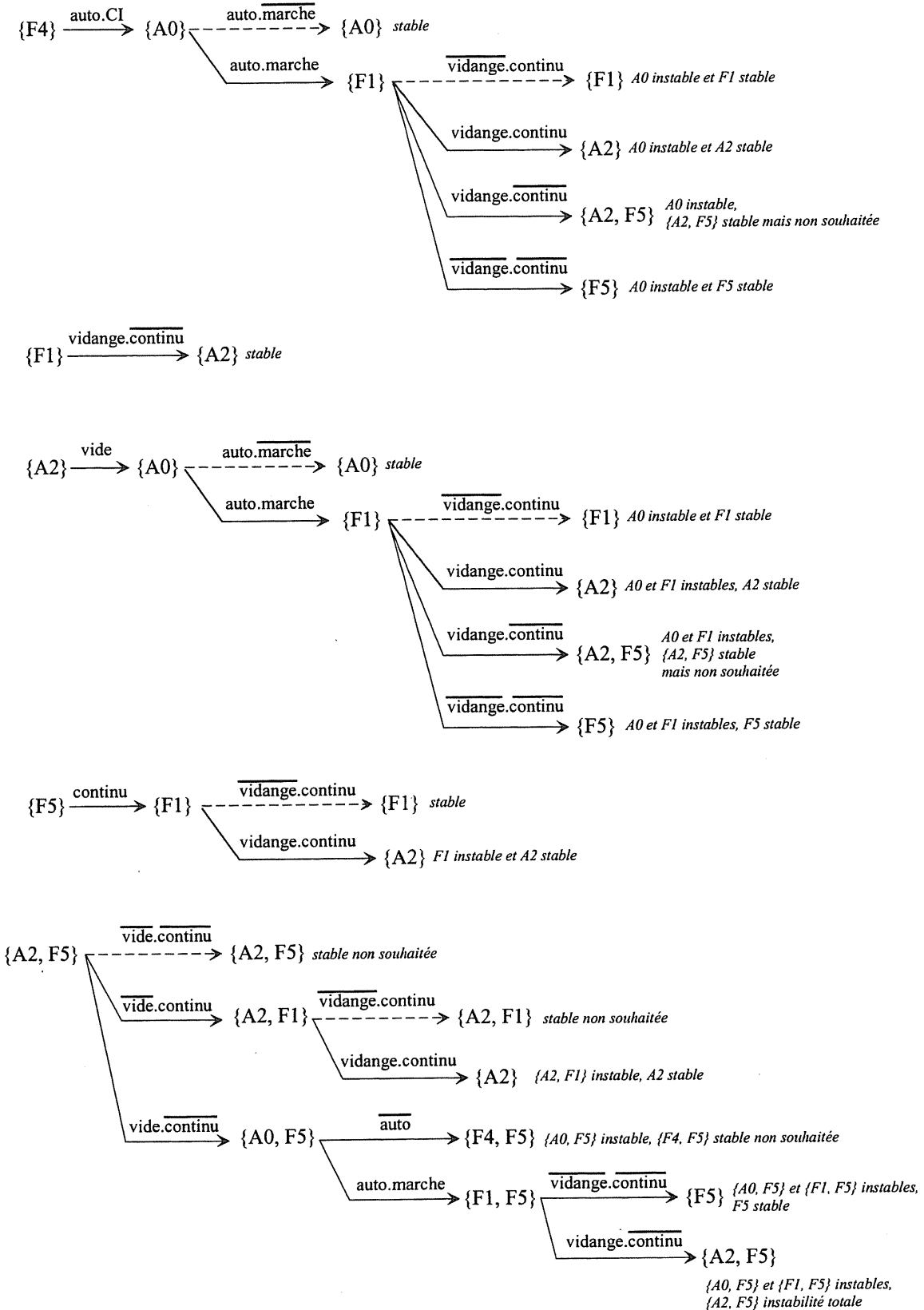
Dans un cas général d'un nombre  $N$  d'entrées non corrélées, l'expression du nombre de changements de valeur possibles de ces  $N$  entrées est  $2^N$ .

**Question A2.5 :**

L'analyse démarre de la situation stable  $\{F4\}$  considérée stable.

- Construire les différents arbres des situations accessibles à l'échelle de temps interne en respectant la procédure décrite précédemment.

- Identifier les situations et les évolutions pour lesquelles l'une des propriétés recherchées n'est pas respectée.

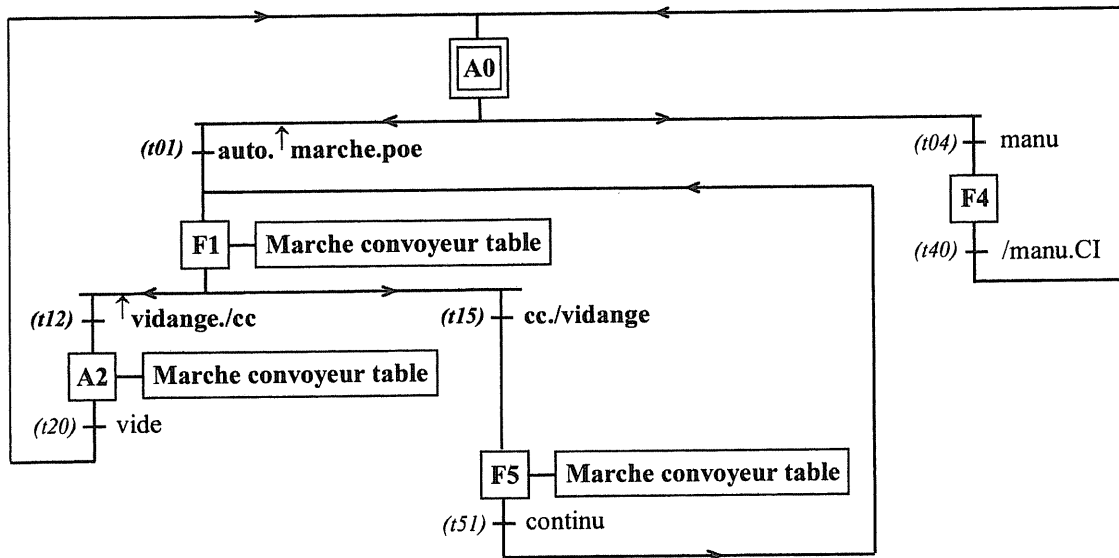




**Question A2.6 :**

Quelles modifications peut-on apporter à la spécification pour respecter ces propriétés ?

**GRAFCET GMMA modifié**



**Partie B : MISE EN POSITION DE LA TABLE**

**B1 : DIMENSIONNEMENT D'UN CONSTITUANT DE LA CHAÎNE DE POSITIONNEMENT**

**Question B1.1 :**

L'expression littérale du moment d'inertie total équivalent ramené à l'arbre moteur  $J_{Teq}$  est :

$$J_{Teq} = J_m + J_r + 2 \frac{J_p}{n^2} + \left( M_c + \frac{M_p}{2} \right) \left( \frac{r}{n} \right)^2$$

**Question B1.2 :**

L'expression littérale du couple électromécanique à fournir par le moteur  $C_m$  est :

$$C_m = J_{Teq} \frac{d\omega_m}{dt} = J_{Teq} \frac{n}{r} \gamma_{palette}$$

**Question B1.3 :**

Calculer les caractéristiques de la loi de mouvement désirée pour chacune des 8 phases. Préciser pour chacune des phases : sa durée, l'accélération et la vitesse de l'arbre moteur et le couple électromécanique à fournir. Présenter les résultats sous la forme d'un tableau (voir ci-dessous).

Tracer la loi de mouvement désirée (position, vitesse et accélération).

L'ensemble des 2 chariots se déplace d'un mètre, l'accélération est égale à  $20 \text{ m.s}^{-2}$  et la **vitesse maximale** est de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  (voir extrait du cahier des charges fonctionnel). Le cycle consiste en un déplacement rapide à l'aller en charge (durée = 0,8 s), un déplacement lent au retour à vide (durée = 2,3 s) et, entre ces deux mouvements, un temps d'arrêt dépendant des autres modules de l'injecteur. Les équations permettant de calculer les différentes caractéristiques sont :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_5 + x_6 + x_7 = 1 \end{cases} \text{ déplacements de la palette (aller et retour)}$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = 0,8 \\ t_5 + t_6 + t_7 = 2,3 \end{cases} \text{ durées des déplacements (aller et retour)}$$

$$\begin{cases} t_1 = t_3 \\ t_5 = t_7 \end{cases} \text{ durées des phases d'accélération et de décélération}$$

$$\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_5 = x_7 \end{cases} \text{ déplacements correspondant aux phases d'accélération et de décélération}$$

Les caractéristiques de la loi de mouvement désirée pour chacune des 8 phases sont données dans le tableau ci-dessous.

Phase	Durée (seconde)	Accélération palette ( $\text{m.s}^{-2}$ )	Accélération arbre moteur ( $\text{rad.s}^{-2}$ )	Vitesse palette ( $\text{m.s}^{-1}$ )	Vitesse arbre moteur ( $\text{rad.s}^{-1}$ )	Couple à fournir ( $\text{N.m}$ )
1	0,068	20	4941			40,54
2	0,663	0	0	1,37	337,7	0
3	0,068	-20	-4941			-40,54
4	6,5	0	0	0	0	0
5	0,022	20	4941			24,35
6	2,256	0	0	-0,44	-108,5	0
7	0,022	-20	-4941			-24,35
8	11	0	0	0	0	0
	20,6				Ce <sub>qth</sub> =	3,49

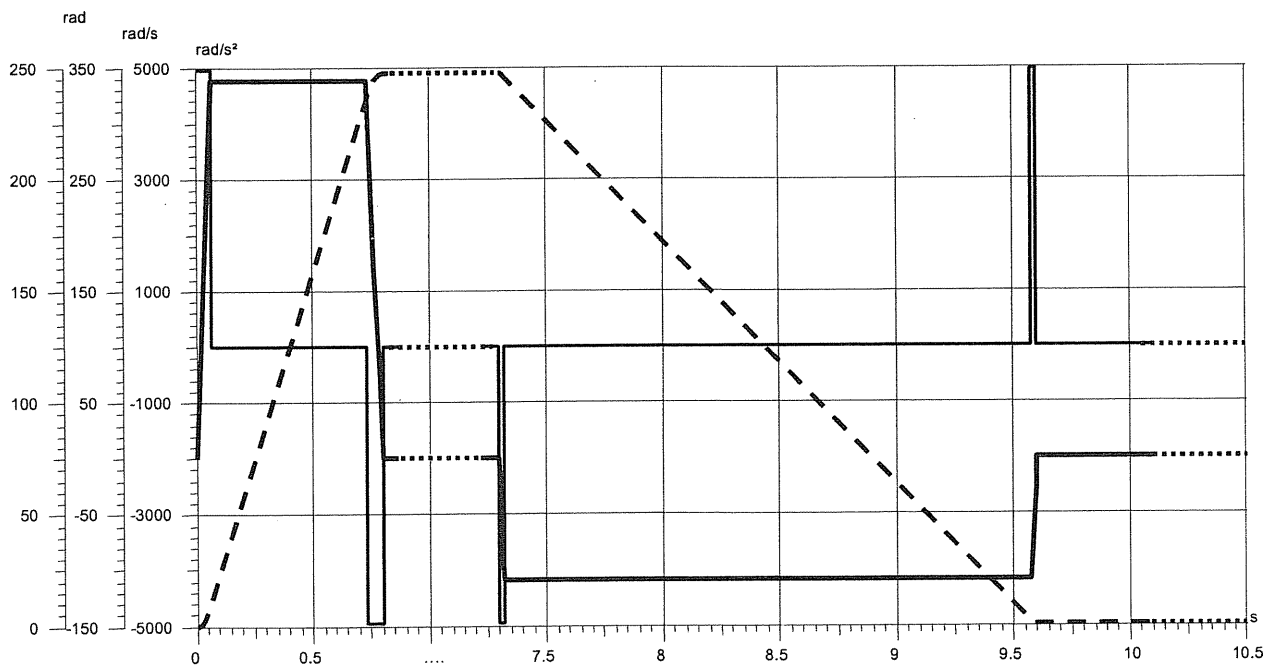


Figure B1.3a : Loi de mouvement de l'arbre moteur.

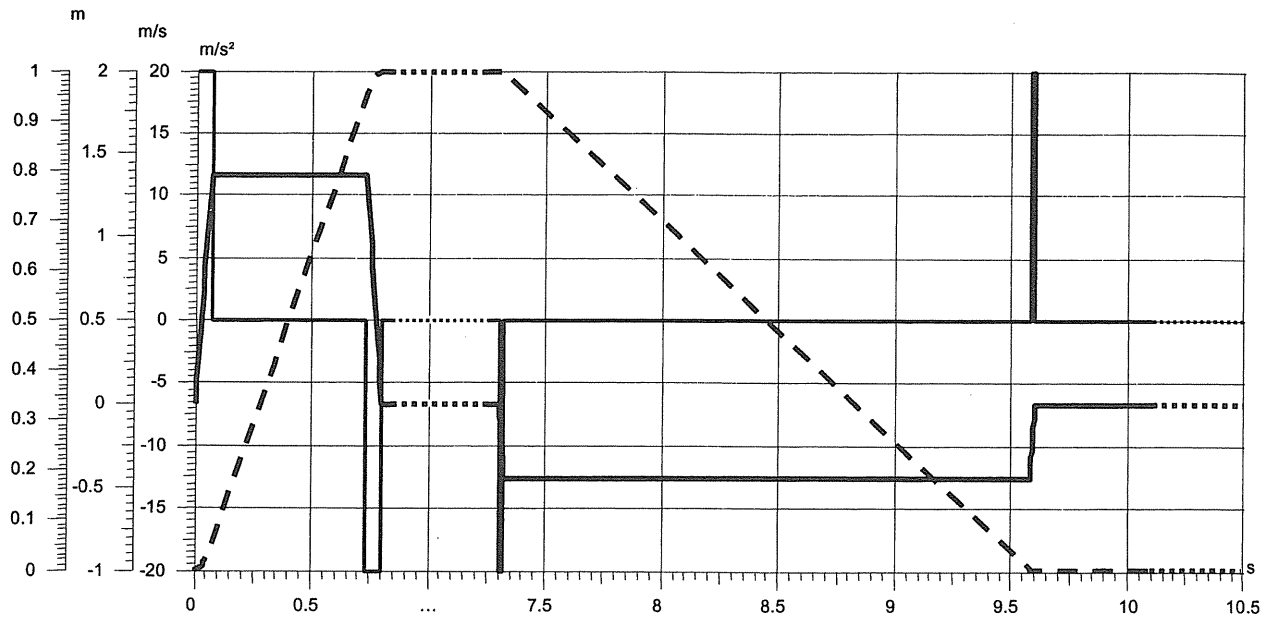


Figure B1.3b : Loi de mouvement de la palette (non demandée).

**Question B1.4 :**

- A l'aide du document ressource DR10, calculer le couple équivalent thermique  $C_{eqth}$ .
- A l'aide du document ressource DR11, choisir un moteur ayant un couple nominal supérieur ou égal au couple équivalent thermique calculé (choisir un moteur ayant une dimension de bride de 142 : SMV 142...).
- Choisir alors le variateur UMV 4301 associé susceptible de fournir le couple crête.

Le cycle de fonctionnement comporte des phases transitoires d'accélération et de décélération qui nécessitent un surcouple, des phases en régime permanent où l'actionneur doit juste vaincre les efforts résistants (nuls dans le cadre de ce sujet) ainsi que des périodes de repos (vitesse nulle, courant nul) où l'actionneur peut se refroidir. Pour prendre en compte les différentes phases du cycle, les constructeurs préconisent alors de calculer le couple équivalent thermique résultant ou couple efficace  $C_{eqth}$ . A chaque phase  $i$  correspond un couple  $C_i$  (couple nécessaire pendant le temps  $t_i$  pour chaque phase du cycle de fonctionnement).

La démarche de choix du moteur et de son variateur consiste alors à vérifier que :

$$\begin{cases} C_n \geq C_{eqth} = 3,49 \text{ N.m} \\ C_{crete} \geq C_{i_{max}} = 40,54 \text{ N.m} \end{cases}$$

Performances motovariateurs  
Sélection pour fonctionnement en classe H (avec r ésolveur seulement)  
ΔT de 125 °C à 40 °C ambiant

Type moteur		Caractéristiques générales			Performances								
		Couple permanent calage N.m	Inertie standard Kg.m <sup>2</sup> .10 <sup>-4</sup>	Masse moteur kg	2000 min <sup>-1</sup>			3000 min <sup>-1</sup>			4000 min <sup>-1</sup>		
					Couple nominal N.m	UMV 4301 associé	Couple crête N.m	Couple nominal N.m	UMV 4301 associé	Couple crête N.m	Couple nominal N.m	UMV 4301 associé	Couple crête N.m
SMV 75 UM	A	1.3	0.6	3	1.2	1.5T	3.9	1.2	1.5T	3.9	1.1	1.5T	3.9
SMV 75 UM	B	2.3	1	3.7	2.1	1.5T	6.9	2.1	1.5T 2T	5.9 6.9	2	1.5T 2.5T	4.4 6.9
SMV 75 UM	C	3.1	1.5	4.4	2.9	1.5T	9.3	2.8	1.5T 2.5T	5.9 9.3	2.4	2T 3.5T	5.9 9.3
SMV 75 UM	D	4	1.9	5.1	3.7	1.5T 2.5T	8.8 12.0	3.6	2T 3.5T	7.8 12.0	3	2.5T 5.5T	8 12
SMV 95 UM	A	2.6	1.4	5	2.3	1.5T	7.8	2.3	1.5T 2T	5.9 7.8	2	2T 2.5T	5.9 7.8
SMV 95 UM	B	4.4	2.5	6.1	4.1	1.5T 2.5T	8.8 13.2	4	2T 3.5T	7.8 13.2	3.1	2.5T 5.5T	8 13.2
SMV 95 UM	C	6.1	3.6	7.2	5.6	2T 3.5T	11.8 18.3	5.5	2.5T 5.5T	10.6 18.3	4.1	5.5T	18.3
SMV 95 UM	D	7.8	4.7	8.3	7.2	2.5T 3.5T	16.0 23.4	7	3.5T 5.5T	15.7 23.4	5	8T	23.4
SMV 95 UM	E	9.4	5.8	9.5	8.7	3.5T 5.5T	23.5 28.2	8.5	8T 8T	33.6 28.2	5.9	8T 11T	25.2 28.2
SMV 115 UM	A	4.6	3.2	6.5	4.3	1.5T 2.5T	8.8 13.8	3.8	2.5T 3.5T	10.6 13.8	3.2	2.5T 5.5T	8 13.8
SMV 115 UM	B	7.6	5.5	8.2	7	2.5T 3.5T	16.0 22.8	6.3	3.5T 5.5T	15.7 22.8	5.1	8T	22.8
SMV 115 UM	C	10.8	7.8	9.9	9.9	3.5T 5.5T	18.9 32.4	8.9	8T 8T	33.6 32.4	7	8T 11T	25.2 32.4
SMV 115 UM	D	13.7	10	11.6	12.5	5.5T 8T	39.8 41.1	11.2	8T 11T	33.6 41.1	8.1	8T 16T	25.2 41.1
SMV 115 UM	E	16.2	12.3	13.2	14.8	5.5T 8T	39.8 48.6	13.2	8T 16T	33.6 48.6	8.9	11T 22T	33.6 48.6
SMV 142 UM	A	7.3	7.8	10.9	6.8	2.5T 3.5T	16.0 21.9	6.3	3.5T 5.5T	15.7 21.9	4.2	5.5T 8T	20.2 21.9
SMV 142 UM	B	12.5	14.1	13.2	12	3.5T 5.5T	23.5 37.5	10.5	5.5T 11T	26.6 37.5	8.2	8T 16T	25.2 37.5
SMV 142 UM	C	17.7	20.5	15.5	17	5.5T 11T	39.8 53.1	14.2	8T 16T	33.6 53.1	10.4	11T 22T	33.6 53.1
SMV 142 UM	D	22.9	28.8	17.8	21.4	8T 11T	50.4 67.2	18.4	11T 16T	44.8 68.7	12.5	16T 22T	52.8 68.7
SMV 142 UM	E	27	33.1	20.5	24.9	8T 16T	50.4 81.0	21	16T 22T	70.1 81.0	14.2	22T 27T	71.4 81
SMV 190 UM	A	21.8	44.8	25.9	16.5	5.5T 11T	39.9 59.1						
SMV 190 UM	B	38.8	81.6	33.2	32	16T 22T	105.0 111.5						
SMV 190 UM	C	51.9	118.4	40.1	39.8	16T 27T	105.0 153.2						
SMV 190 UM	D	70.8	155.1	47.8	46.6	22T 40T	142.8 207.6						

A la lecture de ce tableau, les références de l'ensemble motovariateur nécessaire à notre application sont :

**SMV 142 UM C 40 ..... – UMV 4301 22T**

**Question B1-5 :**

- Montrer que l'accélération de la palette est maximale lorsque l'inertie équivalente de la "charge" ramenée à l'arbre moteur est égale à l'inertie équivalente "moteur".
- Donner alors la valeur du rapport optimal n optimal.

$$J_{Teq} \frac{d\omega_m}{dt} = \left( J_{meq} + \frac{J_{ch}}{n^2} \right) \frac{n}{r} \gamma = C_m \Rightarrow \gamma = \frac{\frac{r}{n} C_m}{\left( J_{meq} + \frac{J_{ch}}{n^2} \right)} = \frac{nr C_m}{n^2 J_{meq} + J_{ch}}$$

d'où

$$\frac{d\gamma}{dn} = 0 = \frac{rC_m (J_{ch} - n^2 J_{meq})}{\left( J_{meq} + \frac{J_{ch}}{n^2} \right)^2}$$

$$n_{optimal} = \sqrt{\frac{J_{ch}}{J_{meq}}} \text{ avec } J_{Teq} = J_{meq} + \frac{J_{ch}}{n^2} = 2J_{meq}$$

$$\boxed{J_{meq} = J_{ch}}$$

Nous vérifions que l'accélération de la palette est maximale lorsque l'inertie équivalente de la "charge" est égale à l'inertie équivalente "moteur". Le rapport de réduction optimal est alors de :

$$n_{optimal} = \sqrt{\frac{J_{ch}}{J_{meq}}} = \sqrt{\frac{2J_p + \left( M_c + \frac{M_p}{2} \right) r^2}{J_m + J_r}} = 33,15$$

## B2 : MODELISATION DU PROCESSUS MECANIQUE

### Question B2.1 :

Montrer que, à partir du modèle simplifié retenu (Figure 8), nous pouvons établir un modèle équivalent comprenant une inertie équivalente  $J_{eq}$ , une raideur équivalente  $K_{eq}$  (raideur prépondérante de la courroie) et une masse équivalente  $M_{eq}$ .

Justifier alors le modèle discret équivalent. Compléter les hypothèses si nécessaire.

Donner l'expression littérale de  $K_{eq}$ .

Etablir les équations différentielles donnant les différentes grandeurs physiques.

Justifier alors le schéma-bloc fonctionnel du processus représenté à la Figure 9.

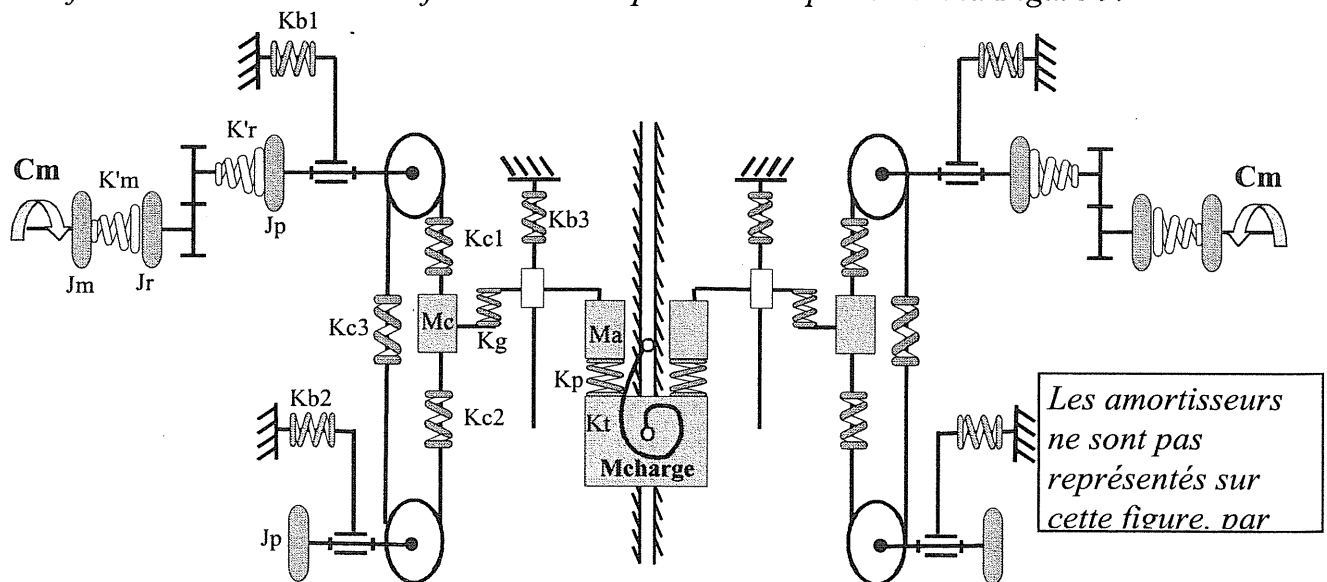


Figure 8 : Modèle discret de l'injecteur linéaire.

A partir du modèle discret de la figure 8 et de l'hypothèse d'une synchronisation « parfaite » des axes, le modèle retenu est celui d'un « double monoaxe ». De plus, la prépondérance de la souplesse de la courroie et le montage avec précontrainte de celle-ci ont permis d'établir un modèle simplifié de la figure B2.1. Nous pouvons alors définir une raideur équivalente  $K_{eq}$  dépendant de la raideur  $K_{ci}$  des trois brins de la courroie (raideur liée à la longueur de chacun des brins) :

$$K_{eq} = K_{c1} + \frac{K_{c2} \cdot K_{c3}}{K_{c2} + K_{c3}}$$

Le modèle simplifié alors retenu donne un comportement dynamique équivalent à celui de l'ensemble de la chaîne de positionnement. Ce modèle équivalent comprenant une inertie équivalente  $J_{eq}$ , une raideur équivalente  $K_{eq}$  (raideur prépondérante de la courroie) et une masse équivalente  $M_{eq}$ .

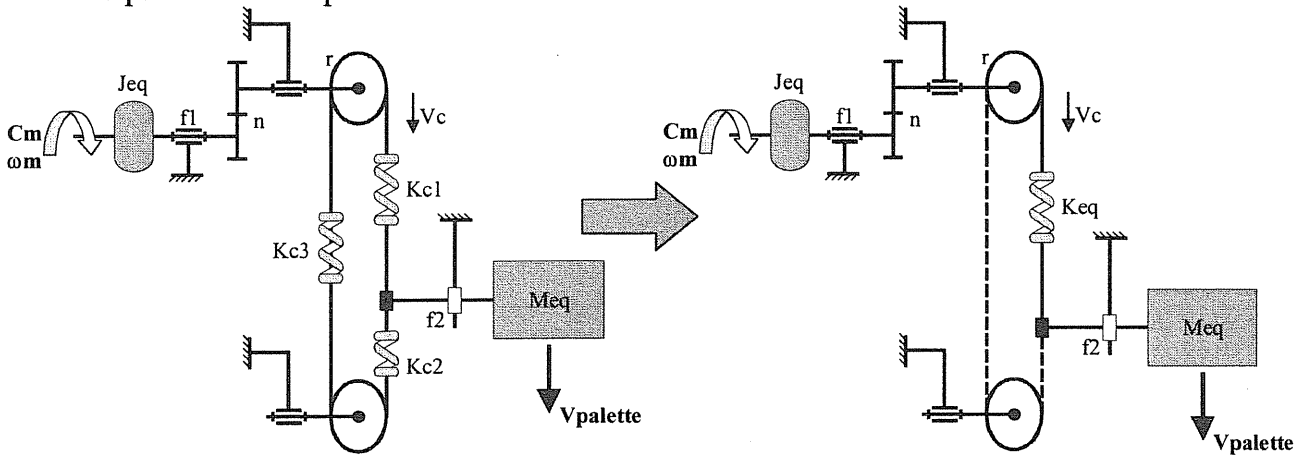


Figure B2.1 : Modèle discret simplifié de la chaîne de positionnement.

Le système est constitué de 3 éléments accumulateurs d'énergie : une inertie, un ressort et une masse. Le processus est donc d'ordre 3.

Arbre moteur :  $R1: J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_r - f_1 \omega_m$

Réducteur + poulies/courroie :  $\begin{cases} R2: V_c = \frac{r}{n} \omega_m \\ R3: C_r = \frac{r}{n} F_c \end{cases}$

Ressort :  $R4: \frac{1}{K_{eq}} \frac{dF_c}{dt} = (V_c - V_{palette})$

Charge :  $R5: M_{eq} \frac{dV_{palette}}{dt} = F_c - f_2 V_{palette}$

Le respect des principes de la physique (équations différentielles R1 à R5) nous permet d'en déduire le schéma-bloc fonctionnel correspondant au modèle discret retenu.

**Question B2.2 :**

A partir du schéma-bloc fonctionnel, nous pouvons établir l'expression de la fonction de transfert  $H(s) = V_{palette}(s)/C_m(s)$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{palette} = \frac{1}{f_2 + M_{eq}s} \cdot F_c \\ F_c = \frac{K_{eq}}{s} \left[ -V_{palette} + \frac{r}{n} \frac{1}{f_1 + J_{eq}s} \left( C_m - \frac{r}{n} F_c \right) \right] \end{array} \right.$$

$$H(s) = \frac{V_{palette}(s)}{C_m(s)} = \frac{\frac{r}{n}}{\left( f_1 + \frac{r^2}{n^2} f_2 \right) + \left( J_{eq} + \frac{r^2}{n^2} M_{eq} + \frac{f_1 f_2}{K_{eq}} \right) s + \frac{1}{K_{eq}} (f_1 M_{eq} + f_2 J_{eq}) s^2 + \frac{J_{eq} M_{eq}}{K_{eq}} s^3}$$

La fonction de transfert peut alors être mise sous la forme :

$$H(s) = \frac{V_{palette}(s)}{C_m(s)} = \frac{b_0}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3}$$

### Question B2.3 :

En considérant une raideur de courroie  $K_{eq}$  infiniment grande, la fonction de transfert  $H(s)$  prend la forme :

$$H(s) = \frac{\frac{r}{n} \frac{1}{\left( f_1 + \frac{r^2}{n^2} f_2 \right)}}{1 + \frac{\left( J_{eq} + \frac{r^2}{n^2} M_{eq} \right) \cdot s}{\left( f_1 + \frac{r^2}{n^2} f_2 \right)}} = \frac{K_m}{(1 + \tau s)} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} K_m = \frac{r}{n} \frac{1}{\left( f_1 + \frac{r^2}{n^2} f_2 \right)} \\ \tau = \frac{\left( J_{eq} + \frac{r^2}{n^2} M_{eq} \right)}{\left( f_1 + \frac{r^2}{n^2} f_2 \right)} \end{array} \right.$$

### Question B2.4 :

Lors de la phase d'injection de la palette, la dynamique est telle que la souplesse de la courroie ne peut pas être ignorée. Le système peut être alors modélisé par un mode dominant du premier ordre et un mode oscillant.

$$H(s) = \frac{V_{palette}(s)}{C_m(s)} = \frac{K_m}{(1 + \tau s) \left( 1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2 \right)} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta = \frac{1}{2} \frac{\left( f_1 \right) \left( \frac{r^2}{n^2} f_2 \right)}{\left( f_1 + \frac{r^2}{n^2} f_2 \right)} \sqrt{\frac{r^2}{n^2} K_{eq} \cdot \frac{\left( J_{eq} \right) \left( \frac{r^2}{n^2} M_{eq} \right)}{\left( J_{eq} + \frac{r^2}{n^2} M_{eq} \right)}} \\ \omega_n = \sqrt{\frac{\frac{r^2}{n^2} K_{eq}}{\frac{\left( J_{eq} \right) \left( \frac{r^2}{n^2} M_{eq} \right)}{\left( J_{eq} + \frac{r^2}{n^2} M_{eq} \right)}}} \end{array} \right.$$

### Question B2.5 :

L'expression de la fonction de transfert  $H(s) = \omega_m(s)/C_m(s)$  prend la forme :

$$H_1(s) = \frac{\omega_m(s)}{C_m(s)} = \frac{K_{m1}}{(1 + \tau s)} \frac{(1 + \frac{2\zeta_1}{\omega_{n1}} s + \frac{1}{\omega_{n1}^2} s^2)}{(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} K_{m1} = \frac{1}{\left(f_1 + \frac{r^2}{n^2} f_2\right)} \\ \zeta_1 = \frac{1}{2} \frac{f_2}{\sqrt{K_{eq} M_{eq}}} \\ \omega_{n1} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M_{eq}}} \end{cases}$$

**Question B2.6 :**

Tracer les réponses en fréquence (amplitude et déphasage) des fonctions de transfert complexes  $H(j\omega)$  et  $H1(j\omega)$ .

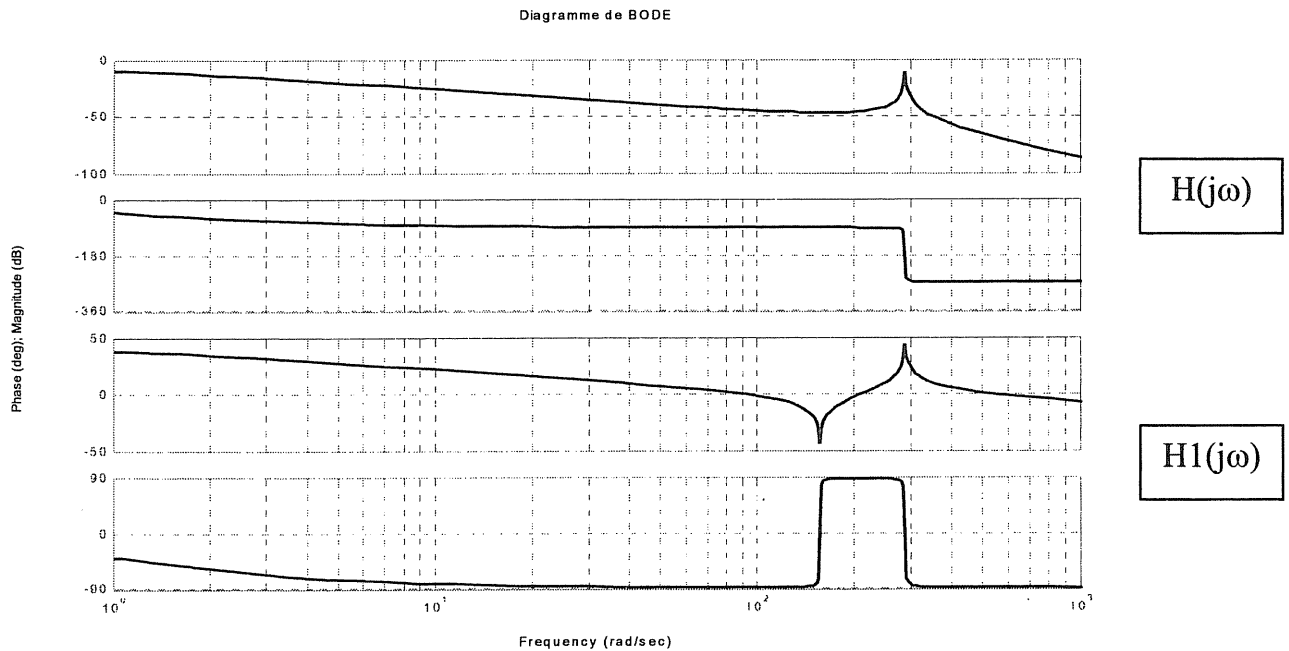


Figure B2.6 : Réponses en fréquence des fonctions de transfert  $H(j\omega)$  et  $H1(j\omega)$ .

**B3 : ETUDE DE LA COMMANDE**

**Question B3.1 :**

Donner l'expression de la réponse temporelle du couple moteur  $C_m(t)$  lors d'une sollicitation en échelon d'amplitude  $C_{mréf0}$ .

Esquisser graphiquement la réponse et préciser toutes les caractéristiques de celle-ci.

Le modèle de représentation de la boucle de courant (ou de couple), considéré dans le sujet comme linéaire, a comme fonction de transfert  $C_m(s)/C_{mréf}(s)$  :

$$\frac{C_m(s)}{C_{mréf}(s)} = \frac{1}{1 + \tau_c s}$$

La fonction de transfert  $C_m(s)/C_{mréf}(s)$  est une fonction du premier ordre :

$$C_m(s) = C_{mréf}(s) \cdot \frac{1}{1 + \tau_c s} \quad \text{avec} \quad C_{mréf}(s) = \frac{C_{mréf0}}{s}$$



En appliquant la transformation de Laplace inverse, nous obtenons :

$$C_m(t) = C_{m\text{réf}0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}} \right) \cdot U(t)$$

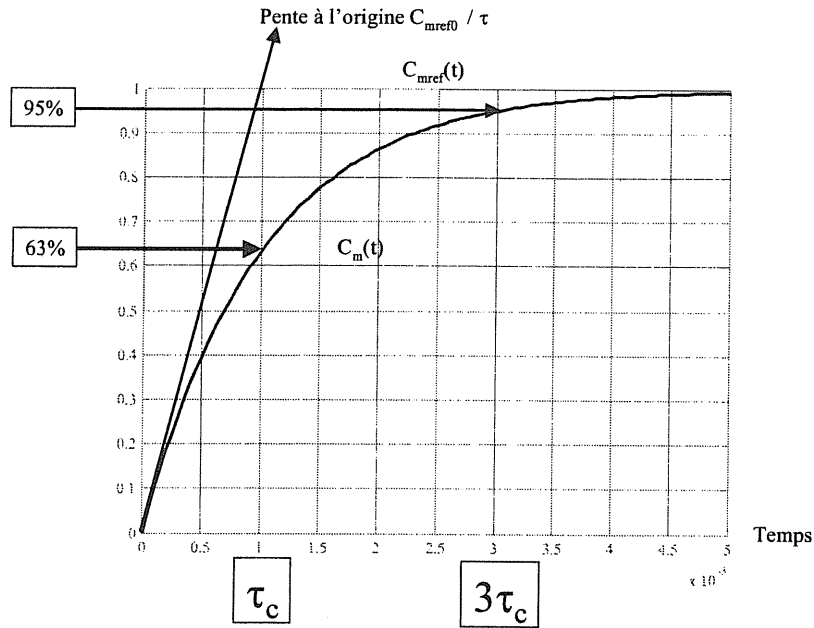


Figure B3.1 : Réponse indicielle de la boucle de courant.

### Étude de la boucle de vitesse et de position à partir du résolveur moteur

#### Question B3.2 :

En considérant que la constante de temps intégrale  $\tau_i$  du correcteur de vitesse est égale à la constante de temps  $\tau$  du mode dominant, le polynôme caractéristique peut s'écrire sous la forme :

$$P_c(s) = k_p K_{m1} \left( 1 + \frac{2\zeta_1}{\omega_{n1}} s + \frac{1}{\omega_{n1}^2} s^2 \right) + \tau_i s \left( 1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2 \right)$$

$$P_c(s) = k_p K_{m1} + \left( k_p K_{m1} \cdot \frac{2\zeta_1}{\omega_{n1}} + \tau_i \right) s + \left( k_p K_{m1} \cdot \frac{1}{\omega_{n1}^2} + \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} \right) s^2 + \tau_i \frac{1}{\omega_n^2} s^3$$

$\tau_i \frac{1}{\omega_n^2}$	$k_p K_{m1} \cdot \frac{2\zeta_1}{\omega_{n1}} + \tau_i$	0
$k_p K_{m1} \cdot \frac{1}{\omega_{n1}^2} + \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n}$	$k_p K_{m1}$	
<b>A</b>	0	
$k_p K_{m1}$	0	

$$A = \frac{1}{\left( k_p K_{m1} \cdot \frac{1}{\omega_{n1}^2} + \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} \right)} \left[ \left( k_p K_{m1} \cdot \frac{1}{\omega_{n1}^2} + \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} \right) \cdot \left( k_p K_{m1} \cdot \frac{2\zeta_1}{\omega_{n1}} + \tau_i \right) - \tau_i \frac{1}{\omega_n^2} \cdot k_p K_{m1} \right]$$

$$A = \frac{1}{\left( k_p K_{m1} \cdot \frac{1}{\omega_{n1}^2} + \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} \right)} \left[ k_p K_{m1} \tau_i \left( \frac{1}{\omega_{n1}^2} - \frac{1}{\omega_n^2} \right) + \dots \right]$$

D'après le critère de Routh, pour que le processus soit stable, tous les coefficients de la colonne des pivots doivent être de même signe.

Or, si  $\omega_n > \omega_{n1} \Rightarrow (\omega_n^2 - \omega_{n1}^2) > 0$  donc  $A > 0$

La boucle de vitesse est **toujours stable** quelque soit la valeur de  $k_p \geq 0$ .

La figure ci-dessous présente le lieu des racines du polynôme caractéristique lorsque le gain de boucle  $k_p$  évolue de zéro vers l'infini (lieu d'Evans). Nous pouvons constater que les branches restent du côté stable du plan complexe ( $\forall k_p \geq 0$ ).

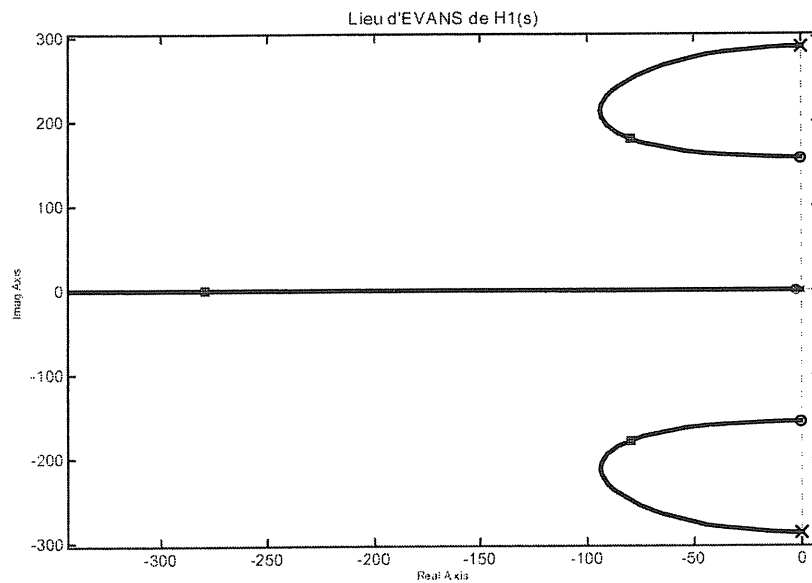


Figure B3.2 : Lieu des racines du polynôme caractéristique.

### Question B3.3 :

L'architecture complète de l'asservissement de position, à partir d'une loi de vitesse en trapèze de la palette, est représentée sous la forme d'un schéma bloc à la figure ci-dessous.

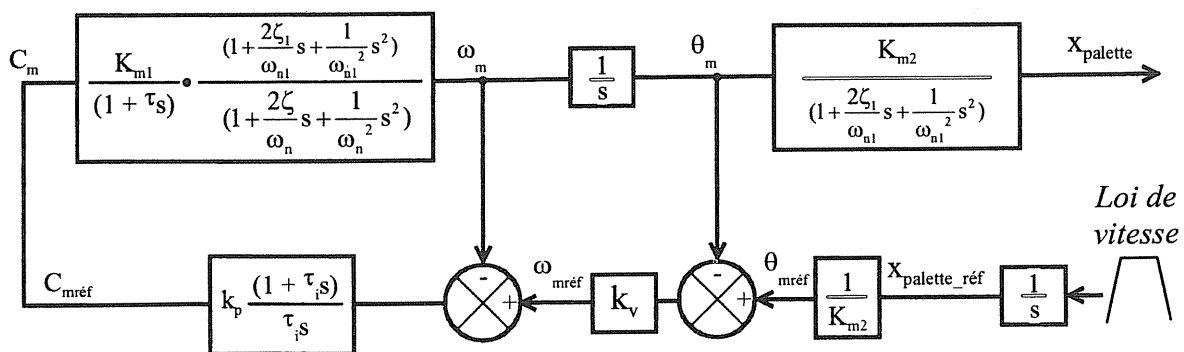


Figure B3.3 : Schéma bloc de l'asservissement en position.

### Question B3.4 :

En considérant que le réglage de la boucle de vitesse est optimal  $\omega_m = \omega_{m\text{réf}}$ , ainsi qu'une valeur du gain de la boucle de position  $k_v$  importante, justifier les oscillations à la fin du mouvement de la palette (Figure 13).

Proposer des solutions pour atténuer ces oscillations (voire les supprimer).

Même en considérant un réglage de la boucle de vitesse optimal  $\omega_m = \omega_{m\text{réf}}$ , ainsi qu'une valeur du gain de la boucle de position  $k_v$  importante, des oscillations à la fin du mouvement de la palette seront présentes. L'asservissement est réalisé sur l'arbre moteur assurant une stabilité du processus. Malheureusement, la grandeur mesurée ne correspond pas au point contrôlé (position de la palette).

Une analyse montre que la loi de commande doit être conçue en prenant en compte le caractère spécifique de l'axe considéré. Notamment, la partie souple est un élément de complication sensible du contrôle et des procédures adaptées sont à définir pour un positionnement correct. La solution industrielle consiste à utiliser des techniques de filtrage de type coupe-bande (filtre notch ou bicarré) ou passe-bas. Le filtre bicarré a une fonction de transfert de la forme :

$$T_{BC}(s) = \frac{1 + \frac{2\zeta_N}{\omega_{nN}}s + \frac{1}{\omega_{nN}^2}s^2}{1 + \frac{2\zeta_D}{\omega_{nD}}s + \frac{1}{\omega_{nD}^2}s^2}$$

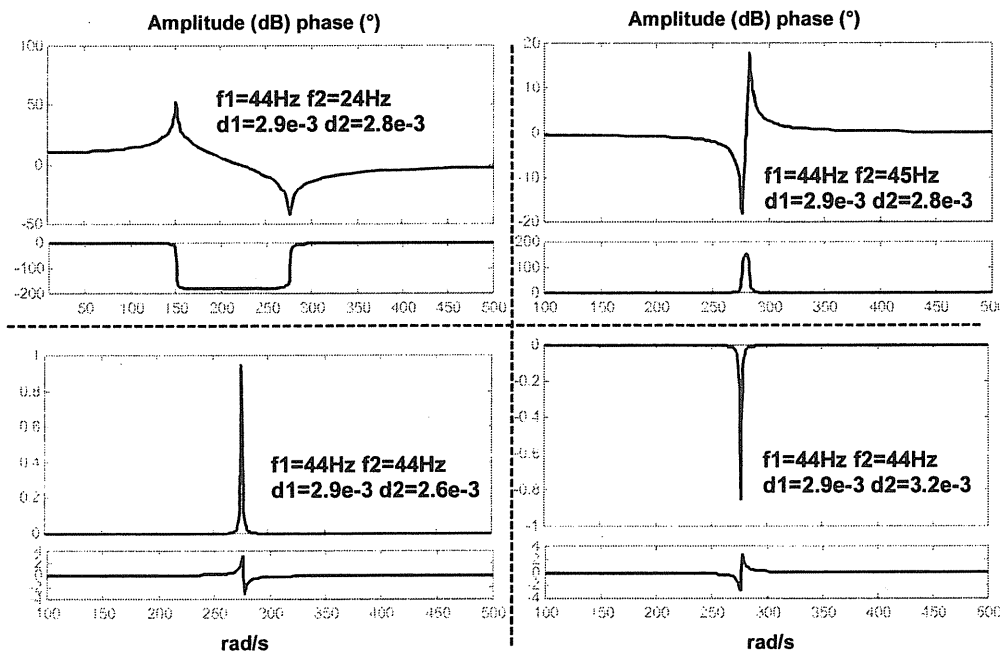


Figure B3.4 : Allures fréquentielles des filtres bicarrés en fonction du réglage des paramètres.

Étude des boucles de vitesse et de position à partir d'une règle linéaire disposée sur le chariot

**Question B3.5 :**

En considérant que la constante de temps intégrale  $\tau_i$  du correcteur de vitesse est égale à la constante de temps  $\tau$  du mode dominant, montrer que le polynôme caractéristique est un polynôme du troisième degré d'expression :

$$P_c(s) = c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3$$

Montrer que la boucle de vitesse est très rapidement instable lorsque la valeur de  $k_p$  croît ( $\geq 0$ ).

En considérant que la constante de temps intégrale  $\tau_i$  du correcteur de vitesse est égale à la constante de temps  $\tau$  du mode dominant, le polynôme caractéristique peut s'écrire sous la forme :

$$P_c(s) = k_p K_m + \tau_i s \left( 1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2 \right)$$

$$P_c(s) = k_p K_m + \tau_i s + \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} s^2 + \tau_i \frac{1}{\omega_n^2} s^3$$

$\tau_i \frac{1}{\omega_n^2}$	$\tau_i$	0
$\tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n}$	$k_p K_m$	
<b>B</b>	0	
$k_p K_m$	0	

$$B = \frac{1}{\tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n}} \left[ \tau_i^2 \frac{2\zeta}{\omega_n} - \tau_i k_p K_m \frac{1}{\omega_n^2} \right]$$

D'après le critère de Routh, pour que le processus soit stable, tous les coefficients de la colonne des pivots doivent être de même signe. Donc, il faut que :

$$k_p \leq \frac{2\zeta \omega_n}{K_m} \tau_i = 2,88 \text{ Nm / m / s}$$

La boucle de vitesse devient instable dès que la valeur de  $k_p \geq 2,88$ .

**Question B3.6 :**

Justifier l'allure de ce lieu.

Déterminer les coordonnées des différents points caractéristiques (points de départ et d'arrivée, asymptotes, ...).

Déterminer les conditions de stabilité du processus en calculant les points d'intersection des branches du lieu avec l'axe des imaginaires.

La figure ci-dessous présente le lieu des racines du polynôme caractéristique lorsque le gain de boucle  $k_p$  évolue de zéro vers l'infini (lieu d'Evans). L'étude consiste alors à chercher les racines du polynôme caractéristique.

$$P_c(s) = k_p K_m + \tau_i s + \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} s^2 + \tau_i \frac{1}{\omega_n^2} s^3$$

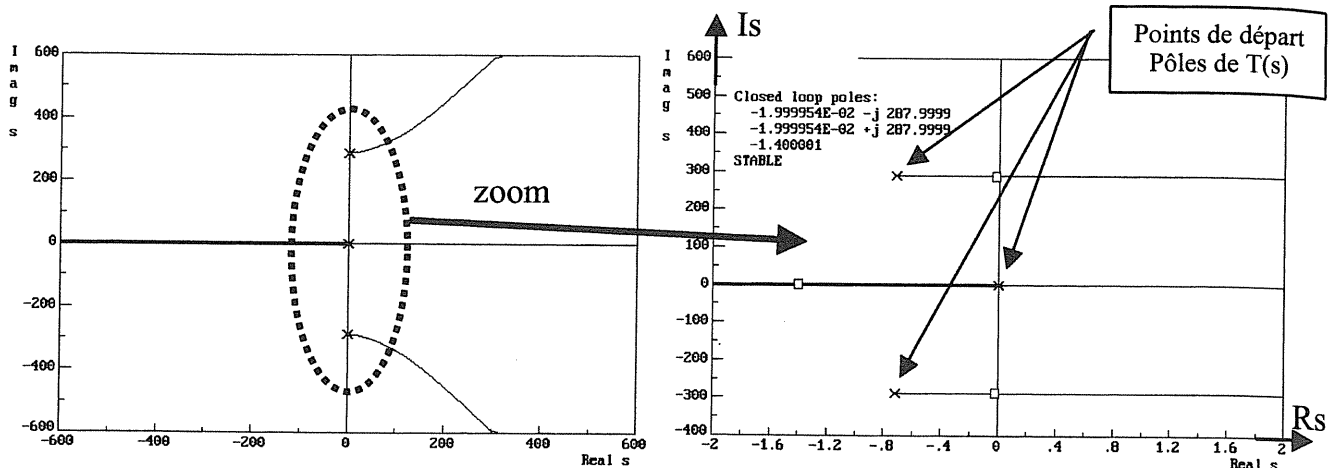


Figure B3.6 : Lieu d'Evans de la boucle de vitesse

- Polynôme du troisième degré  $\Rightarrow$  lieu à 3 branches.
- Points de départ : pôles (racines du dénominateur) de la fonction de transfert de boucle  $T(s)$  (ces points sont représentés par des « x »).

$$k_p = 0 \quad ; \quad (0) \text{ et } \left( -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \right) = (-0,72 \pm j288)$$

- Points d'arrivée : les points sont rejetés à l'infini.
- Directions asymptotiques :  $\left\{ \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \right\}$
- Points de séparation et de jonction : aucun.
- La limite de stabilité du processus est définie par les points d'intersection des branches du lieu avec l'axe des imaginaires.

$$k_p K_m + \tau_i j\omega_c - \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} \omega_c^2 - j\tau_i \frac{1}{\omega_n^2} \omega_c^3 = 0$$

On a un système à 2 équations à résoudre :

$$\begin{cases} k_p K_m - \tau_i \frac{2\zeta}{\omega_n} \omega_c^2 = 0 \\ \tau_i \omega_c \left[ 1 - \frac{1}{\omega_n^2} \omega_c^2 \right] = 0 \end{cases}$$

a)  $k_p = \frac{2\zeta\omega_n\tau_i}{K_m} = 2,88 \quad ; \quad (j288) \text{ et } (-j288) \text{ cas où } k_p \geq 0$

b)  $k_p = 0 \quad ; \quad (0) \text{ cas où } k_p < 0$

### Question B3.7 :

Donner directement l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $V_{palette}(s)/V_{palette\text{réf}}(s)$  pour  $k_p=2,8$ .

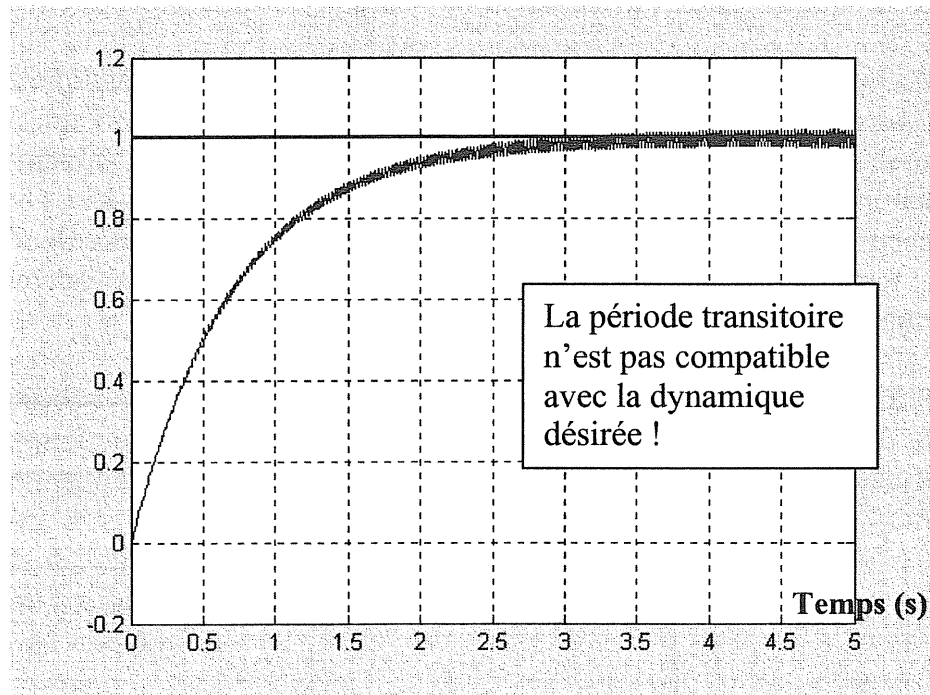
Esquisser l'allure de la réponse indicielle.

La période transitoire est-elle compatible avec la dynamique désirée ?

L'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $V_{palette}(s)/V_{palette\text{réf}}(s)$  est de la forme :

$$\frac{k}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} \quad \text{avec} \quad k = \frac{k_p K_m}{\tau_i} \omega_n^2 = 1,16 \cdot 10^5 = \text{facteur de gain}$$

$$\text{Avec} \begin{cases} p_1 = -2 \cdot 10^{-2} - j288 \\ p_2 = -2 \cdot 10^{-2} + j288 \\ p_3 = -1,4 \end{cases}$$



*Figure B3.7 : Réponse indicielle*

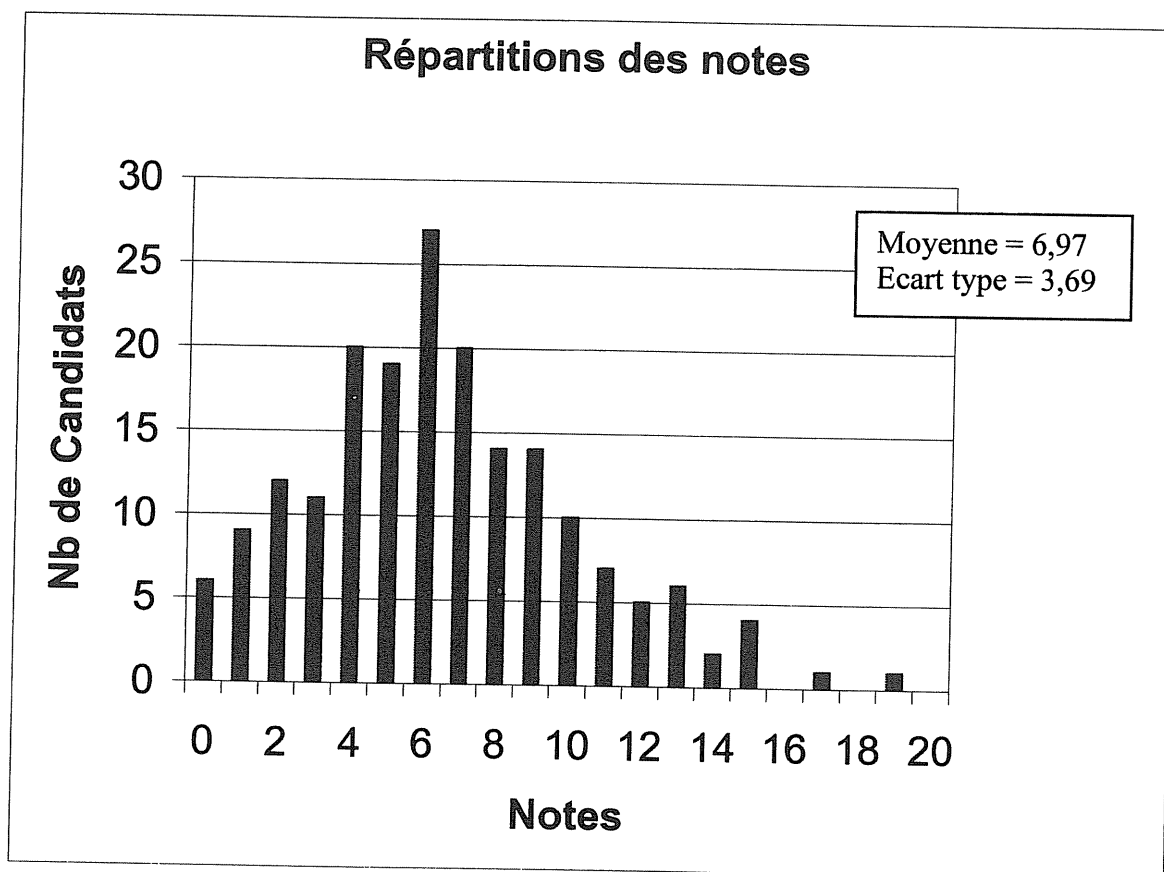
## RESULTATS ET COMMENTAIRES

Le sujet est composé de deux parties (A et B), elles-mêmes constituées respectivement de deux et trois sous-parties indépendantes. Dans la majorité des cas, les différentes questions pouvaient être traitées indépendamment les unes des autres. La partie A permet l'évaluation de la maîtrise des concepts principaux et de langages de spécification du comportement des systèmes séquentiels. La partie B permet l'évaluation des savoirs et savoir-faire relatifs à la modélisation, à la qualification, à l'architecture des systèmes asservis et aux choix technologiques.

La diversité et l'ampleur du sujet, correspondant à une véritable problématique industrielle, permettaient à chaque candidat de trouver matière à s'exprimer.

Une analyse fine des résultats montre que les candidats n'exploitent pas l'indépendance des sous-parties, notamment dans la partie B.

Les années précédentes, les candidats consacraient plus de temps à la partie A. Cette année, la difficulté et le temps nécessaire au traitement des deux parties ont manifestement conduit les candidats à mieux répartir leurs efforts sur l'ensemble du sujet.



### A1. ETUDE DU TRANSFERT DE PALETTES ACTUEL

La circulation libre des palettes sur les convoyeurs entre deux butées successives, donc entre deux zones consécutives, pose quelques difficultés de description du comportement séquentiel de la commande. Le moyen retenu pour spécifier le comportement consiste à structurer l'installation en zones. Ces zones définies dans le dossier ressource facilitent la gestion du flux de palettes.

Dans la première question A1.1, il s'agissait de construire pour la commande une image de l'occupation des différentes zones. Cette question a permis d'évaluer la maîtrise de l'**opérateur mémoire**, notion de base des systèmes séquentiels.

Les candidats connaissent cet opérateur, mais ils ont éprouvé des difficultés à l'appliquer. L'écriture sous forme d'équations logiques nécessitait de faire un choix sur la priorité. L'utilisation d'un logigramme était bien adaptée, il était alors possible de faire l'hypothèse de la non simultanée d'occurrences des conditions de mise à zéro et à un de l'opérateur mémoire (ou sinon d'affecter une priorité à la marche).

L'élaboration d'une variable permettant à la commande d'être informée d'une saturation sur la zone ZTn amène le candidat dans la question A1.2 à proposer un grafcet relativement simple utilisant des structures de type **divergence/convergence en OU**, et surtout à utiliser l'**opérateur retard** dans un grafcet.

Une grande majorité des candidats a répondu correctement à cette question.

La spécification du cycle de fonctionnement de l'ensemble {poste n, ZTn} nécessitait une **approche structurée** de la description (question A1.3). La définition de zones dans le dossier ressource et dans les questions précédentes suggérait une piste possible.

Il s'avère que les candidats ont passé beaucoup de temps sur cette question. Malheureusement les descriptions sont restées incomplètes et surtout non structurées.

Cette question, dont la réponse semble simple, était finalement difficile à traiter.

Point positif, différents langages de description du comportement ont été utilisés par les candidats : Grafcet, langage littéral structuré, équations logiques.

L'étude du **temps de cycle** (question A1.4) pouvait être traitée indépendamment de la question précédente. De nombreux candidats ont proposé un diagramme de Gantt, y compris ceux qui n'avaient pas traité la question précédente.

Les réponses proposées à la question A1.5, concernant l'**amélioration du temps de cycle**, étaient dans l'ensemble décevantes. Certains candidats ont cependant fait une analyse assez fine et ont proposé une solution commentée.

## A2 - ÉTUDE DE L'INJECTEUR LINEAIRE

Cette partie concerne une étude d'avant projet de l'injecteur linéaire destiné à remplacer le système de transfert actuel.

### *Fonctionnement du poste n en production normale*

Il s'agissait dans la question A2.1 d'élaborer le grafcet décrivant le comportement séquentiel de l'injecteur linéaire. L'utilisation de **structures de type divergence/convergence en ET** était nécessaire pour réaliser certaines séquences d'opérations en temps masqué.

Le calcul du temps de cycle permettait de vérifier la capacité du candidat à identifier les « **boucles critiques** » dans le grafcet.

La question A2.2 relative à l'**identification de la situation initiale** a montré que la plupart des candidats ne prenaient pas en compte (ou alors partiellement) les contraintes issues du GEMMA.



### *Modes de marche et d'arrêt et sûreté de fonctionnement*

Cette partie relative à la sûreté de fonctionnement et à la vérification de propriétés dans un grafcet a été abordée par 1/3 des candidats. C'est actuellement une véritable préoccupation industrielle.

Cette partie nécessitait de lui consacrer un minimum de temps pour s'approprier les documents ressources et les énoncés nécessaires à l'application de la démarche proposée.

Dans la question A2.3, il fallait donner une **équation de sortie** pour une sortie associée à plusieurs étapes dans un grafcet. Les réponses à cette question simple étaient particulièrement décevantes.

Quant au **comportement d'une sortie associée à un état instable**, les candidats ayant abordé cette question ont exploité correctement le document DR7 qui rappelait les caractéristiques liées à la notion de frontière temporelle (et de description) du grafcet.

La question A2.4 était destinée à montrer que :

- toute évolution d'un grafcet depuis une situation stable ne peut se faire que sur occurrence d'un événement externe, exprimé nécessairement par l'intermédiaire d'un changement de valeur d'au moins une entrée,
- mais que la prise en compte de ce seul changement de valeur ne permet pas de déterminer complètement l'évolution du grafcet induite, et qu'il est nécessaire de prendre en compte également la valeur des autres entrées.

Par ailleurs, la prise en compte des **contentions sur les entrées** permettait de réduire le **nombre de changements de valeurs possibles de l'ensemble des entrées**.

Les candidats ayant abordé cette question l'ont souvent traité correctement.

La **vérification des deux propriétés recherchées dans le grafcet des modes de marche** (question A2.5) nécessitait l'élaboration de différents arbres des situations accessibles. Les candidats ayant abordé cette question ont pour la plupart élaboré le premier arbre correctement.

Les solutions proposées (question A2.6) pour respecter les propriétés recherchées étaient correctes mais souvent incomplètes et non justifiées par rapport à l'analyse précédente.

### *Sécurité*

La dernière partie relative à la sécurité était orientée autour de deux questions : l'une assez ouverte, l'autre appliquée à un circuit électrique d'arrêt d'urgence. Il s'agissait alors de proposer des **solutions et moyens à comportement orienté en cas de défaillance**.

De très nombreux candidats ont traité ces deux questions et souvent correctement.

## **B1 : DIMENSIONNEMENT D'UN CONSTITUANT DE LA CHAÎNE DE POSITIONNEMENT**

L'objectif de la partie B1 est de choisir et dimensionner un constituant de la chaîne de positionnement. Pour cela le candidat était invité au travers des différentes questions, à définir un modèle mécanique et à calculer les caractéristiques de la loi de mouvement désirée afin de l'amener au choix du couple variateur-moteur associé à chaque chariot.

Contrairement à toute attente, cette partie « dimensionnement d'un constituant de la chaîne de positionnement », abordée par de nombreux candidats, n'a pas été traitée correctement.

A partir des théorèmes généraux (**conservation de l'énergie cinétique** : question B1.1, **principe fondamental de la mécanique** : question B1.2), les candidats étaient conviés à déterminer les caractéristiques de la **loi de mouvement** désirée.

L'appropriation du grand nombre d'informations nécessaires pour traiter la question B1.3 a posé des problèmes à certains candidats. La grandeur à calculer était la vitesse de l'arbre moteur à partir des paramètres donnés : accélération, longueur de déplacement, temps de déplacement. La vitesse de déplacement donnée dans le cahier des charges ne servait que de limite supérieure.

## B2-B3 : MODELISATION DU PROCESSUS MECANIQUE ET COMMANDE

L'objectif de ces parties consistait à montrer l'importance, pour à une architecture de commande donnée, du modèle de connaissance de la partie mécanique sur le comportement dynamique global de l'injecteur linéaire.

Après une justification rapide du modèle retenu (question B2.1), deux modélisations de la partie mécanique étaient demandées aux candidats. Elles correspondaient à deux solutions pour une prise d'information : une mesure de position sur l'arbre moteur (questions B2.2, B2.3, B2.4, B2.6) et une directement sur la palette (questions B2.5 et B2.6).

L'architecture de commande utilisée dans ce sujet (partie B3) correspondait à une structure industrielle classique à boucles imbriquées. Au travers du questionnement, les candidats étaient invités à analyser et qualifier les performances dynamiques de l'injecteur dans le cas :

- de la prise d'information sur l'arbre moteur (solution industrielle la plus répandue) : questions B3.2 à B3.4 ;
- et dans le cas de prise d'information sur la palette : questions B3.5 à B3.7.

La modélisation de la chaîne d'actionnement et de sa commande a été relativement bien traitée par les candidats l'ayant abordée.

Les parties B2 et B3 exigeaient de la rigueur pour retrouver des résultats connus de la dynamique vibratoire. Les candidats pouvaient traiter les questions de cette partie sans nécessairement avoir trouvé les résultats aux questions précédentes. Les correcteurs auraient apprécié que davantage de candidats traitent la dernière sous-partie. Les questions étaient classiques et exploitaient des formalismes déjà utilisés lors des épreuves des années antérieures.

Globalement, les concepts de base de l'automatique (systèmes continus et à évènements discrets) sont assez bien maîtrisés par les candidats. Par contre, de nombreux candidats éprouvent encore des difficultés à les appliquer sur une problématique industrielle donnée. Les correcteurs regrettent que les candidats ne dominent pas suffisamment les théorèmes généraux de la mécanique.