

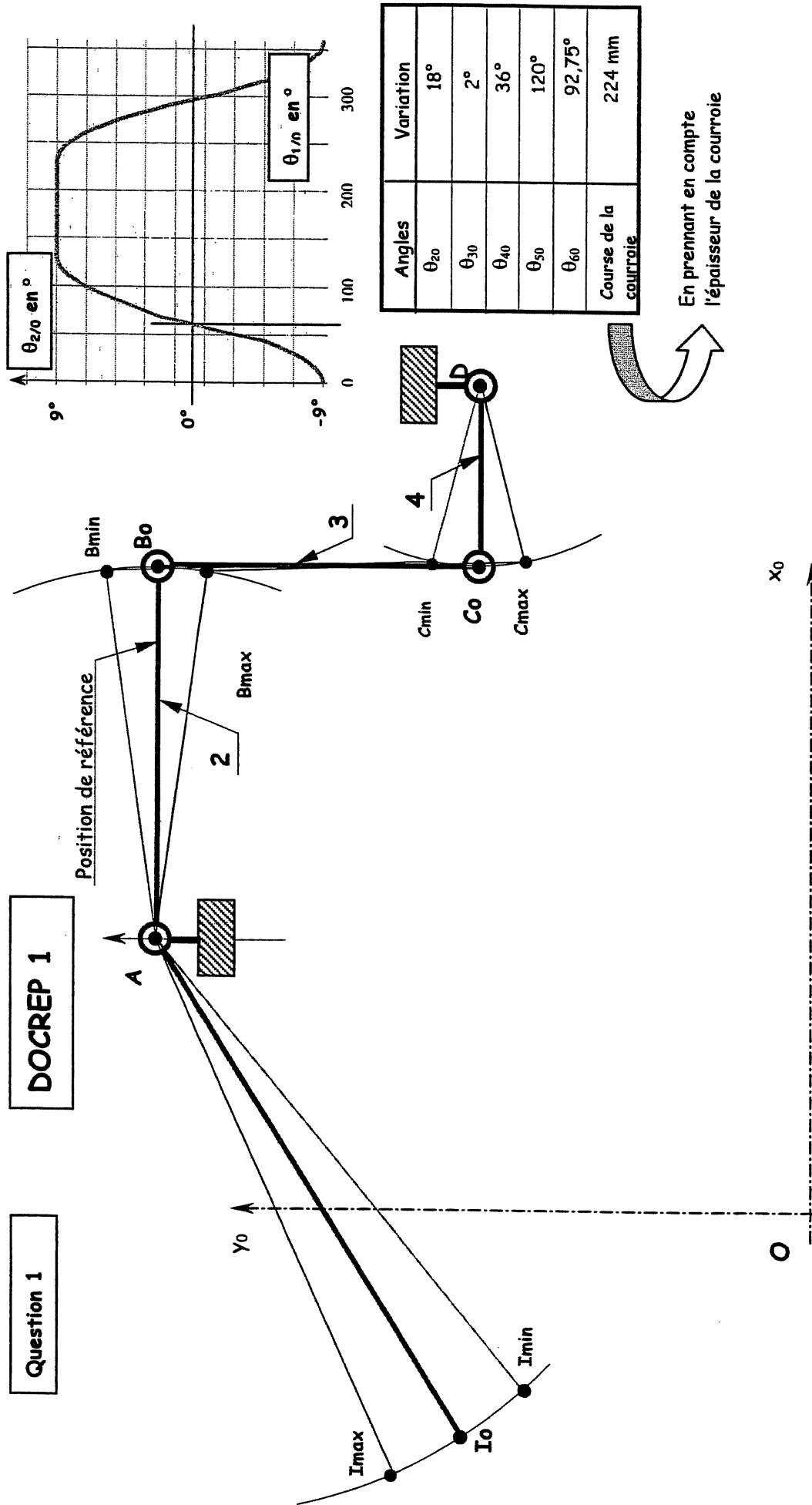
MARGEUR « FEED BELT »

ELEMENTS DE CORRIGE

PREMIERE PARTIE : ETUDE DU « SYSTEME A CAMES »

Question 1

DOCREP 1



Question 2

a- La relation entre les paramètres angulaires est donnée à partir de la condition de fermeture géométrique.

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$$

$$l_2 \vec{x}_2 - l_3 \vec{y}_3 + l_4 \vec{x}_4 - a_0 \vec{x}_0 + b_0 \vec{y}_0 = \vec{0}$$

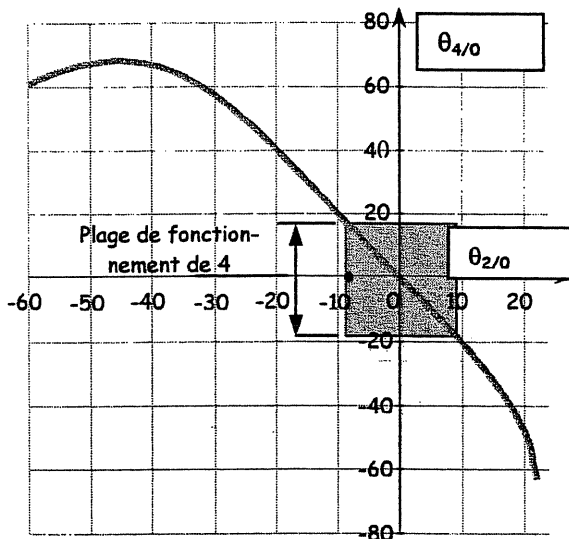
$$l_2 \cos \theta_{20} + l_3 \sin \theta_{30} + l_4 \cos \theta_{40} - a_0 = 0 \quad (1)$$

$$l_2 \sin \theta_{20} - l_3 \cos \theta_{30} + l_4 \sin \theta_{40} + b_0 = 0 \quad (2)$$

A partir de cette relation on peut exprimer θ_{30} et θ_{40} en fonction de θ_{20} . Mais, la non linéarité de ce système rend la résolution fastidieuse. En revanche, il existe des outils de calcul formel qui permettent une telle résolution.

b- L'étude du comportement géométrique du mécanisme "4 barres" à l'aide d'un logiciel permet de représenter l'évolution de θ_{40} en fonction de θ_{20} .

Pour un tour de l'arbre moteur, le graphe montre que la plage de fonctionnement du mécanisme 4 barres se réduit à la zone « foncée ».



Sur la plage de fonctionnement, la courbe ci-contre montre que le comportement du mécanisme est quasiment linéaire. Sur cet intervalle, θ_{20} , θ_{30} et θ_{40} restent "petits" on peut effectuer un développement limité au premier ordre.

Les équations (1) et (2) deviennent :

$$l_2 + l_3 \theta_{30} + l_4 - a_0 = 0$$

$$l_2 \theta_{20} - l_3 + l_4 \theta_{40} + b_0 = 0$$

D'autre part $\theta_{30} \approx 0$ et $l_3 = b_0$ donc

$$\theta_{40}(t) = -\frac{l_2}{l_4} \theta_{20}(t) \text{ soit en dérivant par rapport au temps}$$

$$\dot{\theta}_{40} = -\frac{l_2}{l_4} \dot{\theta}_{20} \text{ avec } \dot{\theta}_{20} = \omega_{20}$$

$$\dot{\theta}_{60} = -\frac{R_5}{R_6} \dot{\theta}_{50} \text{ et } \dot{\theta}_{50} = -\frac{R_4}{R_5} \dot{\theta}_{40}$$

$$\dot{\theta}_{60} = -\dot{\theta}_{20} \frac{l_2 R_4 R_5}{l_4 R_5 R_6} = -5,21 \dot{\theta}_{20} = -5,21 \omega_{20}$$

c- La vitesse de la courroie est l'image de la vitesse angulaire du levier basculeur 2.

Les valeurs caractéristiques sont obtenues à partir des valeurs maximales et minimales de $\omega_{2/0}$

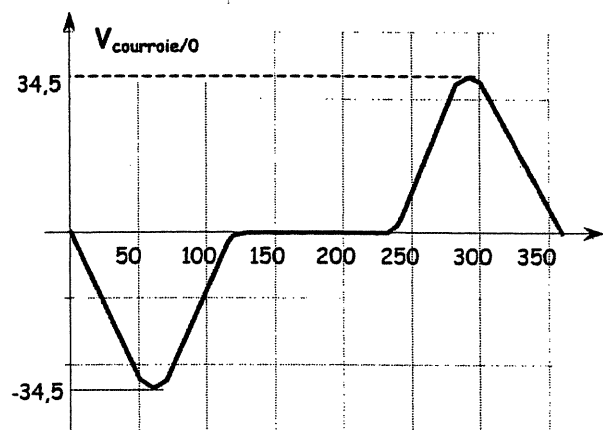
♦ Vitesse de la courroie pour $\theta_{10} \approx 60^\circ$

$$V_{\text{courroie}/0} = -5,21 \omega_{20} \left(\frac{\Phi_6}{2} + e \right) = -34,5 \text{ m/s}$$

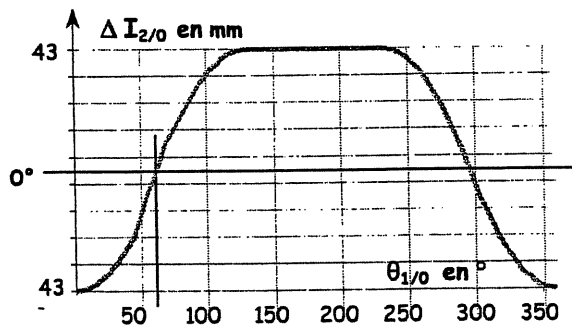
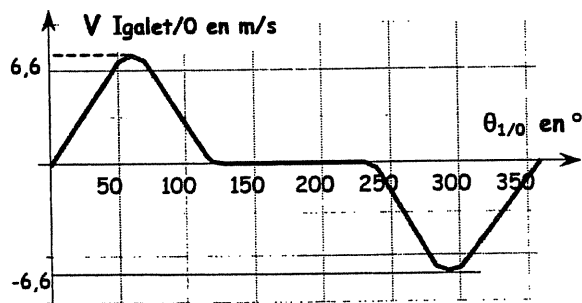
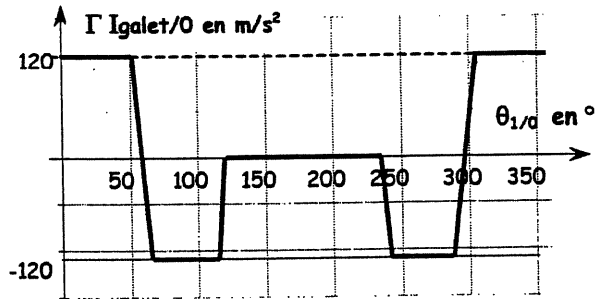
avec e épaisseur de la courroie

♦ Vitesse de la courroie pour $\theta_{10} \approx 180^\circ$

$$V_{\text{courroie}/0} = 34,5 \text{ m/s}$$

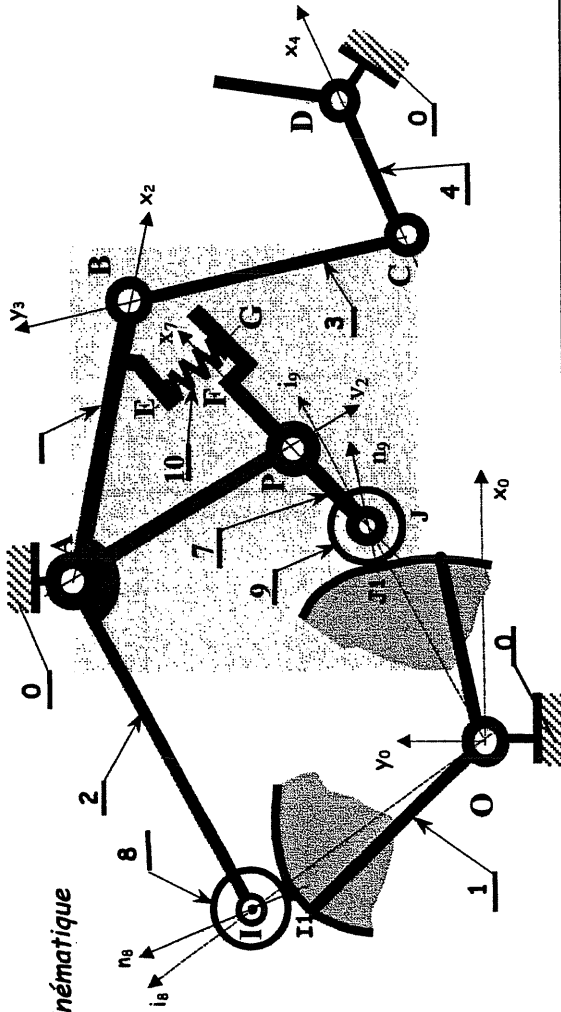


- d- Intérêt d'utiliser le mécanisme « 4 barres » dans la zone où son comportement cinématique est pratiquement linéaire : faciliter l'étude du profil de la came et le réglage du « feed belt ». Le mouvement des courroies est proportionnel « à la levée du galet ». On souhaite qu'à la sortie les mouvements soient simples (phases d'accélération ou décélération constantes ou nulles), pour ce faire le tracé de la came est aisé à réaliser. D'autre part, les points O , I_{\min} , I_0 et I_{\max} , étant pratiquement alignés (l'angle de rotation du levier 2 est peu important), la partition de la came en zones de 120° donnera des phases de fonctionnement, à la sortie, de durées égales.



Question 3

a- Schéma cinématique



c- Degrés de mobilité et d'hyperstativité du modèle du mécanisme

Hypothèses de travail :

On suppose que :

- les solides pris en compte sont indéformables,
- les liaisons sont sans jeu,
- la distance EG reste constante, on associe une liaison ponctuelle bilatérale entre 2 et 7 en F (le profil des cames est adapté).

Calculs :

On étudie le modèle plan du mécanisme, son analyse statique permet de déterminer son degré d'hyperstativité. Il est donné par la différence entre le nombre d'inconnues de liaisons et le rang du système d'équations fourni par le PFS appliqué à chacun des solides. Dans le cas présent on a :

- 19 inconnues de liaison (8 pivots et 3 ponctuelles).
- 21 équations car le mécanisme est constitué de 7 solides (1-2-3-4-7-8-9). Le rang est donné par le nombre d'équations auquel on enlève le nombre de mobilité. A partir des hypothèses précédentes on a 3 mobilités (1 générale et 2 internes pour les pièces 8, 9). Le rang est égal à 18.

Dans ce cas $h = 1$

Conclusions :

Pour que le contact des galets avec les cames se fasse en permanence (hypothèse d'une liaison ponctuelle en F entre 2 et 7) il faudrait une qualité irréprochable de la géométrie du mécanisme. Pour rendre le mécanisme isostatique il suffit d'utiliser un ressort qui compense les imperfections géométriques mais qui applique un effort.

b- Justification du rôle de ces éléments

Les cadences sont élevées (l'arbre d'entrée porte came fait 3 tours par seconde). La masse du levier basculeur (140 Kg) et son inertie ($2,8 \text{ Kg m}^2$) sont importantes, son centre de gravité est décalé de 16 mm par rapport à son axe de rotation. Si aucun élément ne vient maintenir le galet contre la came, au moment des phases d'inversion du mouvement du levier 2 il va y avoir rupture du contact entre la came 1 et le galet 8.

Ce décollement aura pour conséquences la modification de la course du carton. D'autre part il engendrera un choc au moment de la reprise du contact, donc une détérioration rapide des surfaces de contact.

d- Rôle et fonctionnement de l'ensemble

L'ensemble constitué des pièces 311-4915, 311-4916, 311-4917, 311-4918 permet d'assurer :

- le réglage de la valeur de la précharge des rondelles élastiques grâce aux écrous KM.
- le contact entre l'ensemble élastique et les leviers en déplaçant le système élastique grâce au filetage de l'axe et aux contres écrous de blocage :

Lors du montage, le réglage s'effectue de la manière suivante :

- 1- On règle la précharge, à l'extérieur du mécanisme, à partir de la mesure de la flèche des rondelles, (écrous KM supérieurs).
- 2- On monte l'axe 311-4915 sur le levier 7, grâce à sa partie hexagonale et son filetage, en tournant on amène la rondelle 311-4916 au contact de 2. On bloque l'ensemble (rondelle 311-4918 et l'écrou KM inférieur).

DOCREP 2

Question 4

Démarche permettant de déterminer l'action galet came $\vec{I}_{1/8}$, en fonction de l'action de l'ensemble 10, $\vec{F}_{10/2}$ et des paramètres géométriques et cinétiques du mécanisme.

a- Etude réalisée

Etude dynamique.

b- Hypothèses de travail :

les liaisons sont supposées parfaites (guidage sur éléments roulants),

les masses et donc les inerties des solides 3, 8, 9, 11 et du carton sont négligeables devant celles des pièces ou ensembles 2, 4 et 6,

l'inertie du pignon 5 est négligée.

c- Méthode utilisée :

- 1- On isole l'ensemble du mécanisme de commande constitué des solides [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] sans l'arbre d'entrée 1. On applique à cet ensemble noté [E] le théorème de l'énergie cinétique.

$$\frac{dT_{E/0}}{dt} = P_{\text{ext}} + P_{\text{int}}$$

Dans ces conditions on obtient une première relation entre les paramètres géométriques, cinématiques,

cinétiques et les actions extérieures appliquées à [E] : $\vec{I}_{1/8}$, $\vec{J}_{1/9}$, $\vec{F}_{10/2}$ [1]

- 2- On isole le solide [7], seul on lui applique le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe \vec{z}_0 .

On obtient une deuxième relation entre: $\vec{J}_{1/9}$ et $\vec{F}_{10/2}$ [2] avec $\vec{F}_{10/2} = \vec{F}_{10/7}$.

d- Conclusion

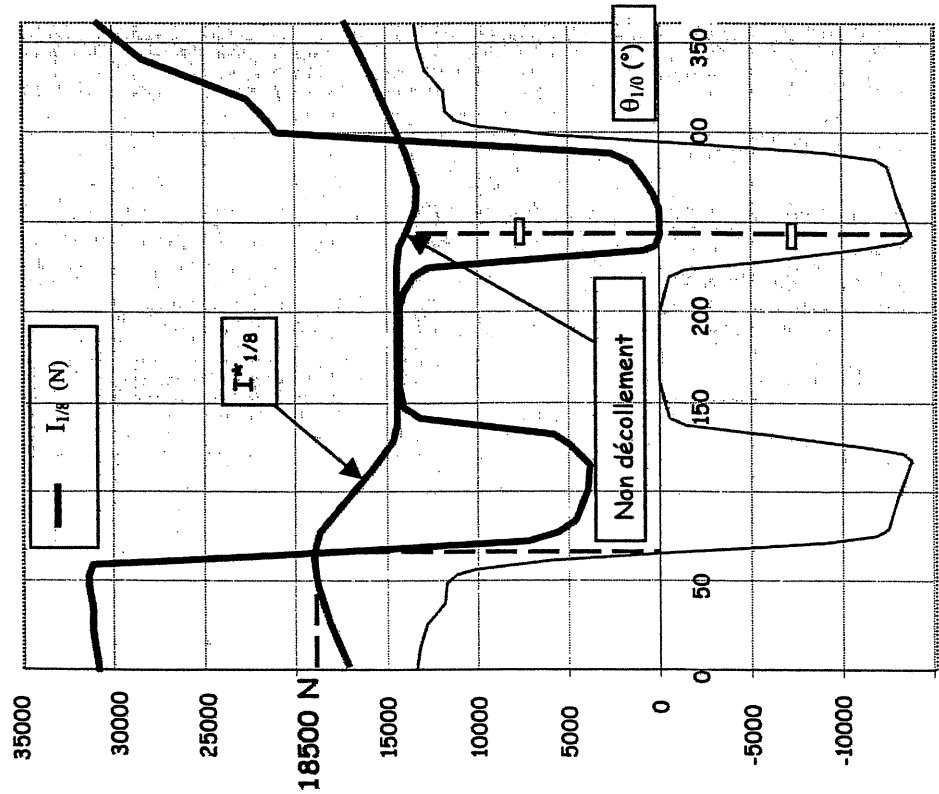
A partir des relations [1] et [2] on détermine $\vec{I}_{1/8}$ en fonction de $\vec{F}_{10/7}$ en éliminant $\vec{J}_{1/9}$.

Question 5

a- Condition sur l'action en I.

$$\vec{I}_{1/8} \geq \vec{0} \text{ (condition de non rupture du contact Galet/Came)}$$

b- Courbe représentant l'action du ressort $\vec{I}^*_{1/8}$



Justifications

La valeur de la précharge $\vec{I}^*_{1/8}$ est égale à 18500N.

On utilise le principe de superposition des efforts.

Cette valeur est obtenue en positionnant la courbe d'évolution de l'action générée par le ressort seul. Pour cela on fait en sorte que la nouvelle valeur prise par $I_{1/8}$ (action de contact en I.) soit toujours positive lorsque on fait la somme de ces deux actions (action du ressort seul et action $I_{1/8}$ lorsque le ressort n'agit pas).

La valeur maximale de $I_{1/8}$ est située pour un angle $\theta_{1/8}$ égal à 60° environ, elle vaut 32000N.
La valeur minimale de cette action est obtenue pour un angle $\theta_{1/8}$ égal à 240° .

c- Du point de vue des efforts, la came complémentaire est-elle optimisée, modification(s)

Du point de vue des efforts, la came complémentaire n'est pas optimisée, en effet l'effort de contact $I_{1/8}$ varie entre 0 et 32000N. Il serait souhaitable que la contre came rende cet effort beaucoup plus « régulier ».

Pour cela il faudrait que son profil permette au ressort de ne pas agir lorsque $\theta_{1/8} < 60^\circ$ ou $\theta_{1/8} > 300^\circ$ et de compenser les valeurs négatives de $I_{1/8}$ (voir question 7).
Dans ces conditions l'effort maximal pourrait être ramené à une valeur inférieure à 15 000N.

Une autre solution, pour éviter l'utilisation d'une contre came et du système de précharge associé, consiste à avoir un contact bilatéral en I. On peut par exemple usiner une rainure dans la came de commande. Pour cette solution, le jeu de fonctionnement, nécessaire, engendre des inversions de sens de rotation du galet (lors de l'inversion de l'action de contact galet came) préjudiciable à la durée de vie des surfaces de contact.

Question 6

a- Pression de contact maximale si $\left\| \vec{I} \right\|_{1/8} = 35000 \text{ N}$.

1- Modèle utilisé

Modèle de Hertz (Cf. figure 7-1)

2-Hypothèses de travail :

Les solides sont supposés indéformables, seule la déformation locale au niveau du contact est prise en compte. Elle est supposée élastique. La résultante des actions de contact est supposée :

- passer par le centre de la surface de contact,
- être portée par la normale au plan tangent de contact,
- avoir une norme égale à $I_{1/8} = 35000 \text{ N}$.

3-Méthode utilisée :

3-1 On recherche les courbures C_1, C'_1, C_2, C'_2 et on déduit la valeur de $\cos \varphi$, sachant que $\theta=0^\circ$.

$\cos \varphi$

$$C_1 = 1/40$$

$$C'_1 = 1/250$$

$$C_2 = 1/100$$

$$C'_2 = 0$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{(C_1 - C'_1)^2 + (C_2 - C'_2)^2 + 2(C_1 - C'_1)(C_2 - C'_2) \cos 2\theta}}{C_1 + C'_1 + C_2 + C'_2} = \frac{31}{39}$$

$$\varphi = 37,36^\circ$$

3-2 A partir de la valeur de φ et du tableau de la figure 7-1 on détermine les coefficients m et n afin de déterminer les axes de l'ellipse de contact.

Pour $\varphi = 37,36^\circ$ on a $m = 2,27$ et $n = 0,548$

$a = m \sqrt{\frac{3\pi(k_1 + k_2)N}{2(C_1 + C'_1 + C_2 + C'_2)}}$; $k_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi E_i}$ avec $N = I_{1/8} = 35000 \text{ N}$; $\nu = 0,3$; $E = 200000 \text{ N/mm}^2$ pour les deux pièces.

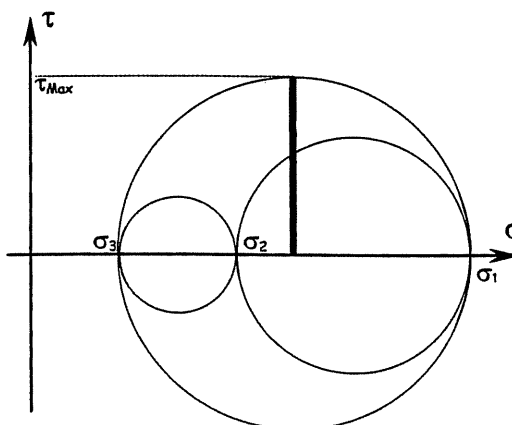
$$\begin{aligned} a &= 5,23 \text{ mm} \\ b &= \frac{n}{m} a = 1,26 \text{ mm} \end{aligned}$$

3-3 On peut maintenant déterminer la pression de contact maximale p_{\max} à partir du modèle de répartition fourni (figure 7-1)

$$\iint p(M) ds = \frac{2}{3} \pi ab p_{\max} = I_{1/8} \Rightarrow p_{\max} = \frac{3I_{1/8}}{2\pi ab}$$

$$p_{\max} = 2500 \text{ N/mm}^2$$

b- Critère de TRESCA.



$$\tau_{\text{Max}} = \frac{\sigma_{\text{Max}} - \sigma_{\text{min}}}{2} \quad [A]$$

Dans le cas de la figure ci-contre le cisaillement maximal est donné à partir du tricerclé de Mohr

$$\tau_{\text{Max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

On peut à partir de la figure 7-2 déterminer la contrainte de cisaillement pour toutes les profondeurs au droit du centre de la surface de contact.

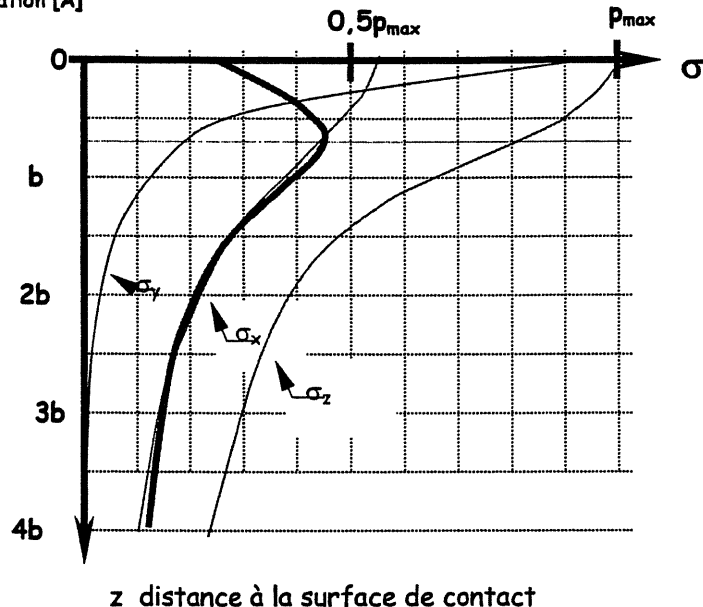
Au centre de la surface de contact on a :

$$\sigma_1 = 2500 \text{ N/mm}^2 \text{ et } \sigma_2 = 1350 \text{ N/mm}^2 \text{ donc,}$$

$$\tau_{\text{Max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{2500 - 1350}{2} = 575 \text{ N/mm}^2$$

Cette valeur varie lorsque on s'enfonce dans la matière.

La valeur du cisaillement maximum, en fonction de la profondeur au droit du centre de l'ellipse de contact peut être déterminée en utilisant la relation [A]



La profondeur à laquelle la contrainte de cisaillement sera maximale est d'environ $0,7 b$ c'est à dire environ $0,9 \text{ mm}$.

| |
|--|
| $Z = 0,9 \text{ mm}$ $\tau_{\text{Max}} = 830 \text{ N/mm}^2$ |
|--|

c- Mode de ruine potentielle des matériaux dans la zone de contact.

Les sollicitations (compression) entre galet et came se produisent de manière cyclique à une fréquence de 3 Hz. Le niveau des contraintes est élevé. La combinaison de ces deux éléments conduit à l'endommagement de la came par fatigue. Le nombre de cycles qu'elle pourra supporter sera d'autant plus faible que les contraintes sont importantes. Ce type d'endommagement se manifeste par l'apparition de fissures en surface qui prennent naissance au niveau des sous couches les plus sollicitées. Ces fissures engendrent rapidement un « écaillage » de la surface de contact.

Le A60 choisi par le concepteur pour réaliser la came n'est pas adapté : sa résistance élastique peu importante conduit à une limite d'endurance insuffisante. Pour ce type de matériau, malgré des traitements de surface, on doit limiter le cisaillement maximum à une valeur de l'ordre de 400 N/mm^2 .

Le constructeur n'a constaté aucune détérioration du galet car il est adapté à ce type de sollicitation (conçu et fabriqué par des spécialistes). En outre, en cas de défaillance il est aisé de le remplacer

Dans cette application on doit proposer des matériaux de grande dureté superficielle :

- Aciers de nitruration, 32 Cr Mo V 9 34 Cr Al Ni 7 qui apporteront une grande dureté superficielle , le risque avec un tel traitement est d'avoir une épaisseur traitée insuffisante.
- Aciers de cémentation 16 Mn Cr 5, 16 N iCr 6 par exemple.

d- La zone de contact peut être renforcée par un traitement thermique superficiel. Indiquer les spécifications qui devront être fournies au fabricant (type de traitement, dureté préconisée, profondeur du traitement, moyens de contrôle ...).

Une cémentation suivie d'une trempe puis d'un revenu permet d'obtenir à cœur une dureté supérieure à 45 HRC. L'épaisseur minimale de la couche traitée sera de 1,2 mm. Il ne faut pas superposer les contraintes de cisaillement dues à l'action du galet à celles provoquées par la cémentation, à l'interface des couches traitées et non traitées. La durée importante de la phase de cémentation ne pose pas de problème du fait d'une fabrication pratiquement unitaire de cette pièce.

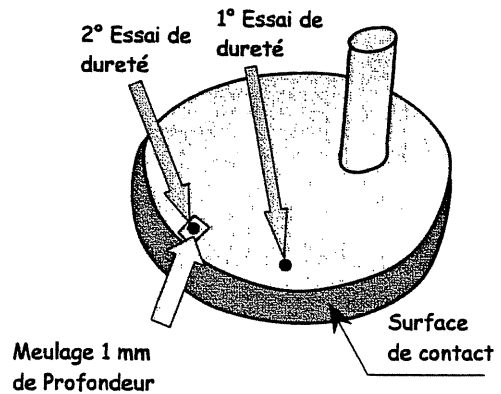
Pour contrôler la dureté des pièces traitées on peut envisager deux solutions :

- La première consiste à l'effectuer sur une pièce témoin découpée puis polie (prévoir un près polissage puis un polissage de finition) à l'aide d'un essai Brinell ou Rockwell .

la deuxième consiste à effectuer les essais de dureté sur une surface non fonctionnelle de la pièce.

- Un premier essai directement, sur la surface de la pièce

- un deuxième essai après avoir meulé à une profondeur d'environ 1 mm. Des précautions devront être prises pour éviter une modification de la structure du métal.



On pourrait ainsi observer la structure du métal puis mesurer sa dureté ;

Question 7

Au regard de l'ensemble de cette étude, énoncer les solutions qu'a pu adopter le constructeur pour résoudre le problème de détérioration de la came de commande.

L'analyse du problème effectuée précédemment a montré que :

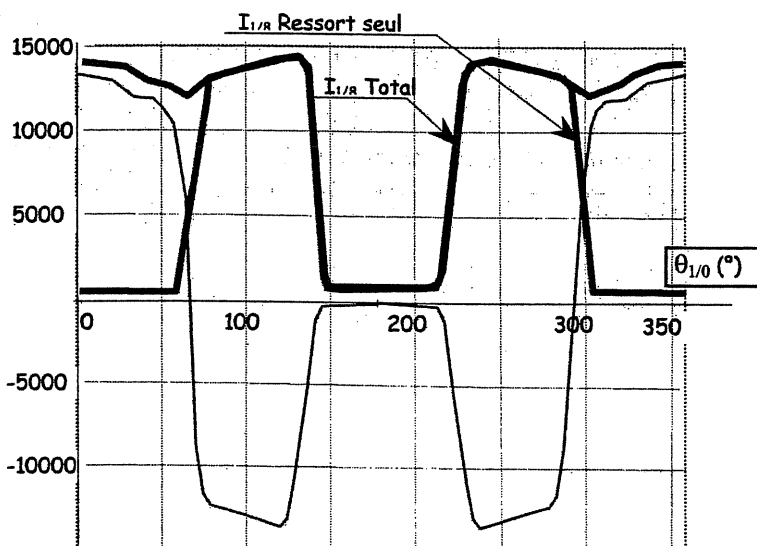
- le profil de la contre came n'était pas optimisé car il engendrait des variations très importantes de l'effort de contact entre la came de commande et le galet.
- la détérioration de la came se faisait par fatigue.

Pour résoudre le problème de détérioration de la came de commande le constructeur a eu plusieurs alternatives :

- la première a consisté à ne pas changer les paramètres géométriques de l'ensemble came/galet et à utiliser des matériaux avec des traitements thermiques associés plus appropriés.
- la seconde a consisté à remettre en cause le profil de la contre came de manière à « régulariser » l'effort de commande pour qu'il ne dépasse pas 15000N. Lors de cette opération le constructeur a pu modifier le rayon de courbure minimal de la came de commande qui est passé de 100 mm à 125 mm.

La première solution dont la mise en œuvre est la plus simple à permis dans un premier temps de résoudre partiellement le problème. Le niveau très élevé des pressions Hertziennes ne permet pas d'avoir une fiabilité suffisante.

La deuxième solution, plus coûteuse, adoptée à terme, à permis de résoudre complètement le problème



Dans ces conditions la pression maximale est égale à :

$$p_{\max} = 1830 \text{ N/mm}^2$$

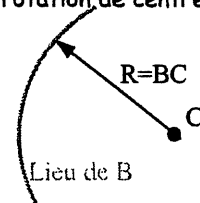
$$\mu_{\max} \cong 600 \text{ N/mm}^2$$

DEUXIEME PARTIE : DEUXIEME MECANISME « TRAIN EPICYCLOIDAL »

Question : 8

Obtenir un arrêt complet des courroies revient, compte tenu de la modélisation proposée, à ce que la pièce 4 reste immobile, donc en particulier son point C. Le maneton 1 continuant à tourner il entraîne donc le pignon 2. La bielle 3 qui lui est liée ne pourra avoir qu'un mouvement de rotation de centre C et de rayon CB. La trajectoire décrite par le point B est donc un

arc de cercle de centre C et de rayon CB.



Question : 9

a- Pour que les trois phases soient égales, il faut que le deltoïde décrit par un point M du solide 2 présente trois branches identiques donc

$$R_2 = R_0 / 3.$$

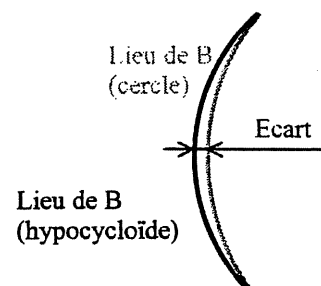
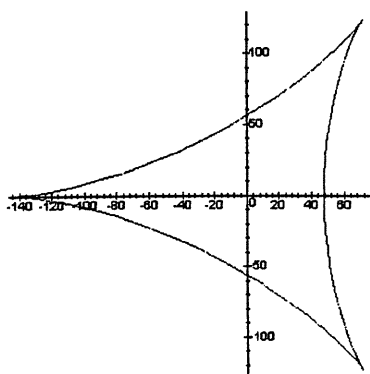
Afin de satisfaire les contraintes de montage il faut que $R_1 + R_2 = R_0$, d'où

$$R_1 = 2/3 R_0$$

Application Numérique : $R_1 = 2/3 \cdot 142.5 = 95 \text{ mm}$ $R_2 = 1/3 \cdot 142.5 = 47.5 \text{ mm}$

La troisième hypothèse (C reste sur l'axe x_0 durant la phase d'arrêt) permet de remplacer un modèle non linéaire par une équation du second degré dans un domaine où l'écart est particulièrement faible. On trouvera en annexe à la question 10, une réponse possible à ce type de modélisation.

Le point B décrit donc une courbe définie par une distance constante CB à partir d'un point C supposé en translation : c'est une hypocycloïde à trois rebroussements ou deltoïde (cf. mise en équation des coordonnées du point B) qui ne se superpose pas au cercle de la question précédente. Dans le tableau de la figure 9-2 on remarque qu'il y a coïncidence pour $\pm 60^\circ$, l'écart maximal sera donc observé pour l'angle $\theta_{10} = 0$.



En utilisant les données des figures 8 et 9 et en écrivant que $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$, on obtient les coordonnées x et y du point B en projetant cette équation vectorielle sur les axes x et y.

$$\vec{OB} = R_1 \vec{x}_1 + R_2 \vec{x}_2$$

$$x_B = R_1 \cos \theta_{10} + R_2 \cos \theta_{10} \cos \theta_{20} + R_2 \sin \theta_{10} \sin \theta_{20} = R_1 \cos \theta_{10} - R_2 \cos (\theta_{10} + \theta_{20})$$

$$y_B = R_1 \sin \theta_{10} - R_2 \sin \theta_{10} \cos \theta_{20} + R_2 \cos \theta_{10} \sin \theta_{20} = R_1 \sin \theta_{10} + R_2 \sin (\theta_{10} + \theta_{20})$$

D'autre part, il y a roulement sans glissement en I entre 2 et O donc $R_1 \theta_{10} = -R_2 (\theta_{10} + \theta_{20})$

Application Numérique : $\theta_{10} = -3 \theta_{20}$

$$x_B = 95 \cos \theta_{10} - 95/2 \cos 2 \theta_{10}$$

$$y_B = 95 \sin \theta_{10} + 95/2 \sin 2 \theta_{10}$$

En projection sur \vec{x}_O $OB = 47.5$ alors que pour une trajectoire circulaire

$OB = OC - CB = 470 + 250 \tan (-1.194) - 420 = 44.79$ 50 d'où un écart de

2.71 mm au maximum.

Question : 10

Pour répondre aux problèmes techniques 2 et 3, le cahier des charges précise :

1- que les courroies doivent avoir une course identique à celle définie dans la première partie ;

2- que durant la « phase d'arrêt », le déplacement des courroies par rapport au bâti doit rester inférieur à 1,5 mm.

a- Pour $R'_2 = R_2$.

1- La course totale de la courroie (donc du carton en l'absence de glissement) est égale à :

$$\text{Course totale} = \left(\frac{\Phi_6}{2} + e\right) \theta_{60} = \left(\frac{\Phi_6}{2} + e\right) \frac{R_4}{R_6} \theta_{40} = \left(\frac{267}{2} + 4,5\right) \frac{161,5}{90,25} 56,581 \frac{\pi}{180} \approx 243 \text{ mm}$$

2- la course pendant la phase d'arrêt est égale à :

$$\text{Course arrêt} = \left(\frac{\Phi_6}{2} + e\right) \theta_{60} = \left(\frac{\Phi_6}{2} + e\right) \frac{R_4}{R_6} \theta_{40} = \left(\frac{267}{2} + 4,5\right) \frac{161,5}{90,25} 1,194 \frac{\pi}{180} \approx 5,15 \text{ mm}$$

Course totale \approx 243 mm

Course arrêt \approx 5,15 mm

La course totale est supérieure d'environ 8,5%, elle pourra être réduite en augmentant le nombre de dents du pignon 6 (on peut ajouter 3 dents).

La course d'arrêt est largement supérieure à la valeur fixée par le cahier des charges, on doit envisager une modification du mécanisme. Pour cela on modifie la distance $AB_1 = R'_2$.

D'autres solutions ont été envisagées, voir l'annexe ci-dessous.

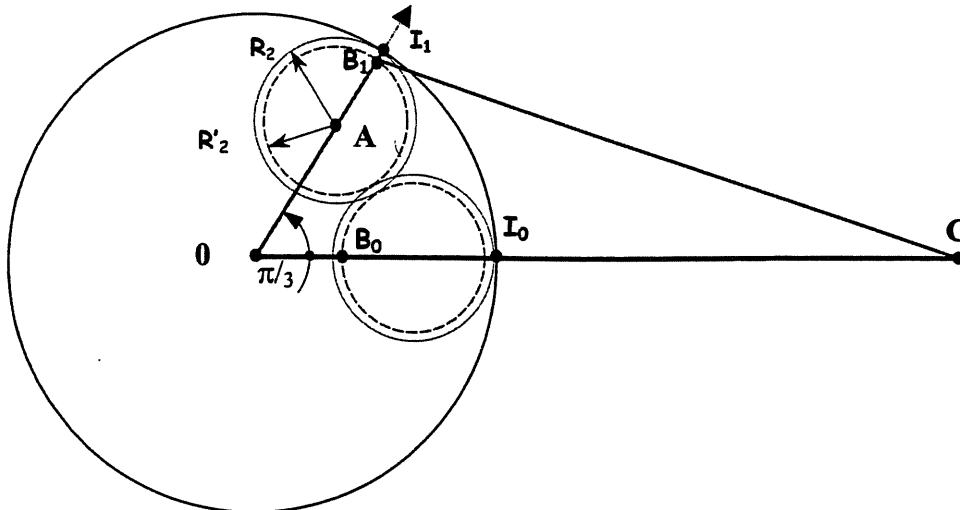
b- Calcul de la valeur que doit prendre R'_2 pour obtenir un écart nul entre les deux trajectoires pour $\theta_{10} = 0$.

$$\text{On a } OI_0 = OI_1 = R_0; OA = \frac{2R_0}{3}; B_0C = B_1C = L_3$$

$$\text{L'angle } (\vec{OC}, \vec{OB}_1) = \pi/3$$

On pose $B_1I_1 = R'_2 - R_2 = x$, dans le triangle OB_1C

$$\begin{cases} OC = \frac{R_0}{3} + L_3 + x \\ OB_1 = R_0 - x \\ B_1C = L_3 \end{cases}$$



$$L_3^2 = \left(\frac{R_0}{3} + L_3 + x\right)^2 + (R_0 - x)^2 - \left(\frac{R_0}{3} + L_3 + x\right)(R_0 - x)$$

$$x^2 + x\left(-\frac{2R_0}{3} + L_3\right) + \frac{R_0}{3}\left(\frac{7R_0}{9} - \frac{L_3}{3}\right) = 0$$

$$x^2 + x(-95 + 420) + 47,5(110,833 - 140) = 0$$

$$x^2 + 325x + 47,5(110,833 - 140) = 0$$

| |
|--------------------------|
| $x = 4,21 \text{ mm}$ |
| $R'_2 = 43,3 \text{ mm}$ |

La troisième colonne du tableau de la FIGURE 9-2 qui donne la rotation du secteur denté par rapport au bâti en fonction de l'angle θ_{10} pour $R'_2 = 43,3 \text{ mm}$. Dans ces conditions on obtient la nouvelle course du carton et le déplacement des courroies durant « la phase d'arrêt »:

$$\text{Course arrêt} = \left(\frac{\Phi_6}{2} + e\right)\theta_{60} = \left(\frac{\Phi_6}{2} + e\right)\frac{l_4}{R_6}\theta_{40} = \left(\frac{267}{2} + 4,5\right)\frac{161,5}{90,25}0,0021\frac{\pi}{180} \approx 0,009 \text{ mm}$$

$$\text{Course totale} = \left(\frac{267}{2} + 4,5\right)\frac{161,5}{90,25}53,735\frac{\pi}{180} \approx 231,6 \text{ mm}$$

| |
|--|
| Course arrêt $\approx 0,009 \text{ mm}$ |
| Course totale $\approx 231,6 \text{ mm}$ |

La valeur de la course d'arrêt est bien en dessous de la valeur fixée par le cahier des charges, théoriquement elle est tout à fait acceptable.

La course totale est plus proche de la valeur souhaitée. On peut réduire l'écart en augmentant le nombre de dents du pignon 6.

Si on ajoute une dent la course totale est égale à 225,7 mm (erreur de 0,76%)

Les valeurs calculées ne correspondent pas tout à fait à la réalité car les déformations des pièces et les jeux dans les liaisons n'ont pas été pris en compte dans l'étude précédente.

Lors de la conception des pièces, le constructeur a prévu des formes de pièces assurant une bonne rigidité. Les liaisons pivot sont assurées par des roulements préchargés. Les dents des engrenages sont rectifiées afin de réduire le jeu ;

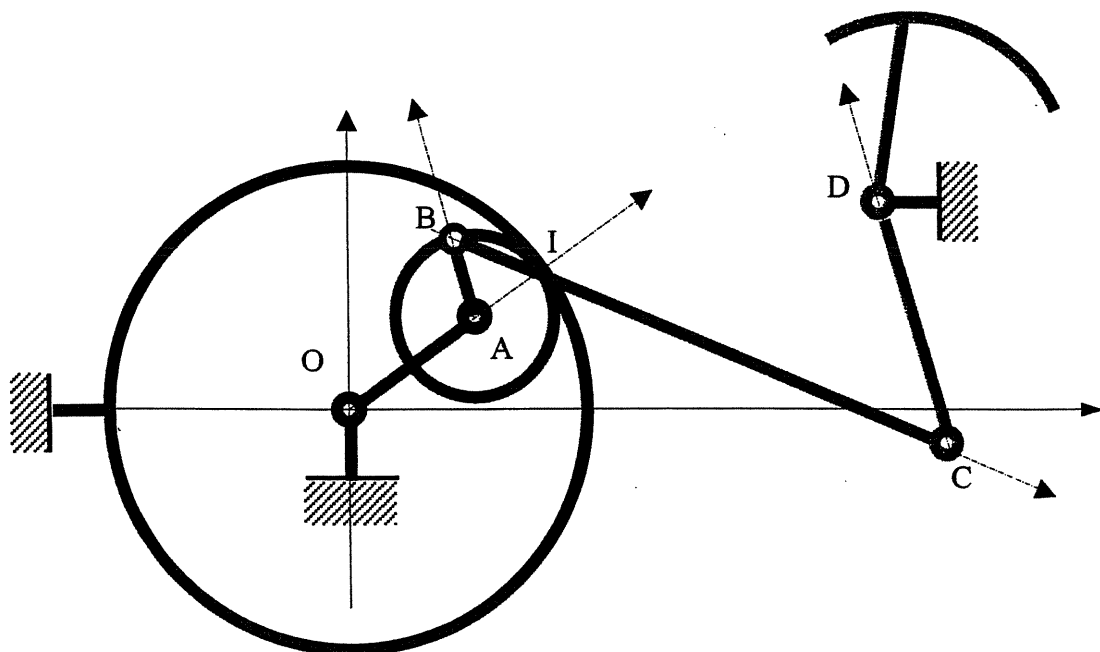
Des essais sur plusieurs mécanismes montrent que le déplacement durant « la phase d'arrêt » reste inférieur à 0,1 mm (Dans cette phase le mécanisme est dans un état quasi statique, avec des efforts pratiquement nuls). La course totale, elle, voit sa valeur modifiée de moins de 1 mm.

Annexe : Cette partie conduit à la solution définitive adoptée par le constructeur.
Cette étude ne faisait pas partie du sujet.

On peut envisager différentes modifications (sans remettre en cause le mécanisme) :

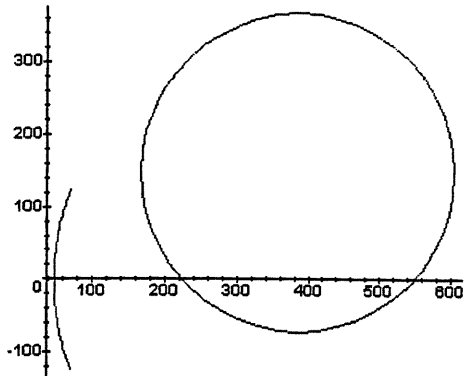
- 1 Diminuer la distance CD (donc aussi OD) : une course de 1.5 mm du carton correspond à un angle $\theta_{40} = 0.57^\circ$ et actuellement l'angle vaut 1.194° , donc pour une même course de $C = DC \tan \theta_{40} = DC \tan \theta'_{40}$ $DC = 250 \tan \theta_{40} / \tan \theta'_{40} = 523.7$ mm ... ce qui pose des problèmes d'encombrement et qui remet en cause l'hypothèse simplificatrice sur le déplacement du point C.
- 2 Augmenter CD et modifier les « conditions initiales » qui correspond à une solution envisagée par l'industriel. Cette solution débouche sur des équations non linéaires dont une résolution possible consiste à utiliser un logiciel de calcul formel.
 Après une mise en équation rapide du problème, il permet d'optimiser la solution notamment en créant un déphasage de l'hypocycloïde. Voici ce que l'on peut envisager, à partir de cette configuration présentée dans le tableau suivant et la figure ci-dessous.

| Rep | Pièces | Paramètres géométriques | |
|-----|----------------------------|---|---|
| | | Littéraux | Numériques |
| 0 | Bâti Couronne | $\vec{OD} = a_0 \vec{x}_0 + b_0 \vec{y}_0$ R_0 : rayon primitif de la couronne | $a_0 = 385,86$ $b_0 = 147,14$ $R_0 = 142,5$ |
| 1 | Arbre moteur Planétaire | $\vec{OA} = R_1 \vec{x}_1$ $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta_1$ | $R_1 = \text{à déterminer}$ |
| 2 | Satellite Porte bielle | $\vec{AB} = R_2 \vec{x}_2$ $\vec{AI} = R_2 \vec{x}_2$ | $R_2 \text{ à déterminer}$ |
| 3 | Bielle | $\vec{BC} = l_3 \vec{x}_3 ; (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = \theta_3$ | $l_3 = 420,35$ |
| 4 | Secteur denté | $\vec{CD} = l_4 \vec{y}_4 ; (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4) = \theta_4$ R_4 (rayon primitif) | $l_4 = 218,93$ $Z_4 = 67 ; R_4 = 318,25$ $m = 4,75$ |

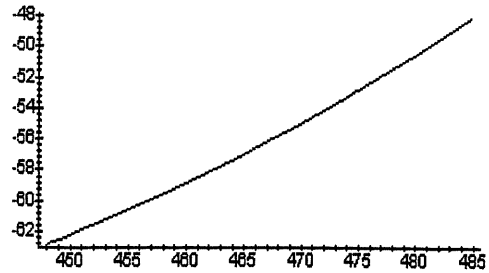


Dans la configuration du mécanisme industriel, mais avec le deltoïde non incliné on obtient aisément :

La représentation de la trajectoire du point B :



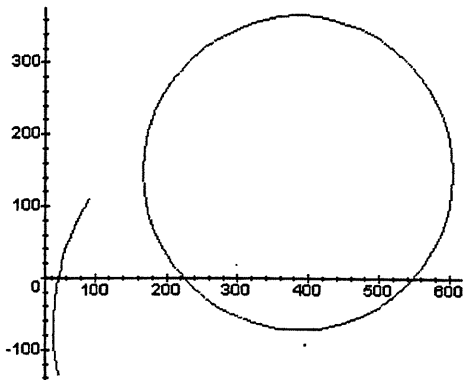
La représentation de la trajectoire du point C :



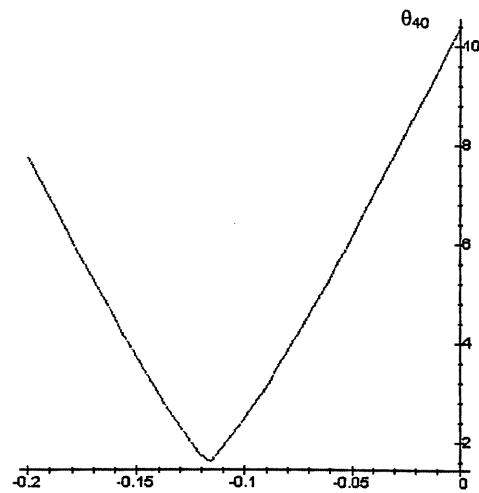
Si on incline le deltoïde d'un angle α on va faire varier la course du point C.

On trouve un minimum de 1.66° (pour θ_{40}) pour une valeur de α de -6.6° (Sur le plan industriel on vérifie que le calage est effectué pour un angle de -5°)

Représentation de la trajectoire du point B pour une inclinaison α du deltoïde.



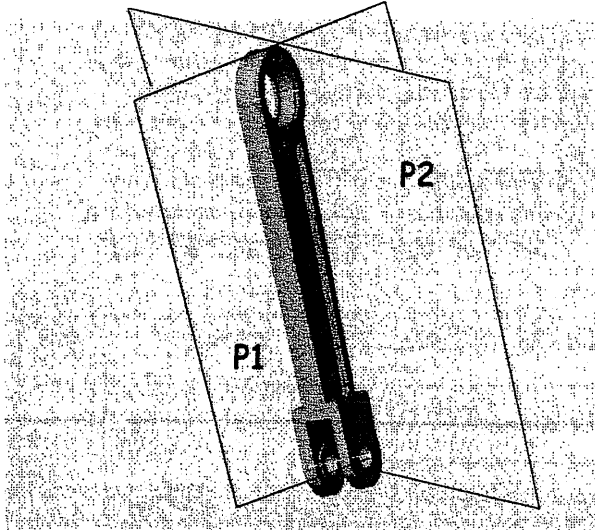
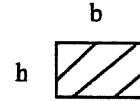
Représentation de θ_{40} exprimé en degrés en fonction d'un paramètre représentatif de α .



Pour avoir un léger retour arrière du carton avant de l'avancer, ce qui permet de le désolidariser de la pile en cours, le concepteur a décalé légèrement le point C suivant \vec{y}_0 de 3,5 mm. Cette opération s'effectue au moment du réglage de la machine. Le document réponse 6 montre cette opération qui est réalisée à l'aide du gabarit 355.4643.

Question : 11

a- En avant projet et compte-tenu du plan de symétrie du mécanisme, on peut utiliser une section carrée $S = b \times h$



Dans le plan P1 de la figure ci-contre la bielle 3 est articulée en B et C ce qui correspond au cas N° 2 de la figure 10-1 .

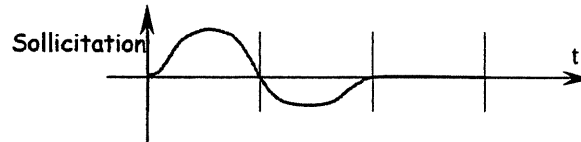
$$N_1 = \pi^2 E b h^3 / 12 L^2$$

Dans le plan P2 elle est encastree sur l'arbre ce qui correspond au cas N° 4, alors

$$N_2 = \pi^2 E b^3 h / 12 (L/2)^2$$

On modélise la bielle par une poutre (petite section par rapport à la longueur) homogène, isotrope dont la section reste plane, de même dimension et perpendiculaire à l'axe longitudinal (Bernoulli) dont la déformation reste dans le domaine élastique et est proportionnelle à la contrainte (Hooke). Les vitesses de déformation sont supposées lentes ce qui permet de considérer le problème en statique.

b- Compte-tenu du cycle de fonctionnement (phase aller et retour) et de l'inertie des pièces les contraintes seront alternées avec une plage neutre lors de la phase de pseudo-arrêt.



En utilisant la figure 10-2 on remarque que, si l'on souhaite éviter tout risque de rupture par fatigue, il faut que la contrainte (σ) reste inférieure à 220 MPa.

$$\text{Or, } \sigma = F / S = 20\,000 / b h. \quad b h > 20\,000 / 220$$

Soit, en remplaçant dans les deux équations de la question précédente on obtient :

$$\text{Avec } N_1 : h_1 = 8.2 \text{ et } b_1 = 11.1 \quad \text{avec } N_2 : h_2 = 5.55 \text{ et } b_2 = 16.4$$

D'où la section retenue (correspondante aux valeurs maximales) :

$$b \times h = 16.4 \times 8.2$$

- c- La méthode par éléments finis permet de travailler avec des sections plus complexes tout en augmentant la précision des résultats. Elle permet de raccourcir le temps de mise au point d'un nouveau produit tout en permettant des analyses de dimensionnement de comportement. Les formes de bielles les plus classiques sont en forme de H ou de I ce qui permet de maximiser les moments quadratiques en gardant une masse acceptable, la région centrale est limitée par les techniques de fabrication. On retrouve dans des moteurs industriels des formes tubulaires.
- d- Une pièce en alliage d'aluminium permettra un gain en poids et surtout cela permettra de diminuer l'inertie du « système » et donc (Théorème du moment dynamique) de diminuer le couple moteur nécessaire et les sollicitations auxquelles est soumis l'ensemble mobile. Mais les caractéristiques de cet alliage sont plus « dispersées », le surdimensionnement est plus important. En général on choisit en premier la matière et souvent en fonction des possibilités de l'entreprise : un forgeron privilégiera l'acier alors qu'un fondeur utilisera la fonte.

Question : 12

Compte-tenu de la série et des dimensions de la pièce il est important de préparer le moule sur des machines avec des plaques modèles. Les formes « intérieures » seront obtenues en utilisant des noyaux. Les photographies sont ajoutées directement sur le DOCREP 4.

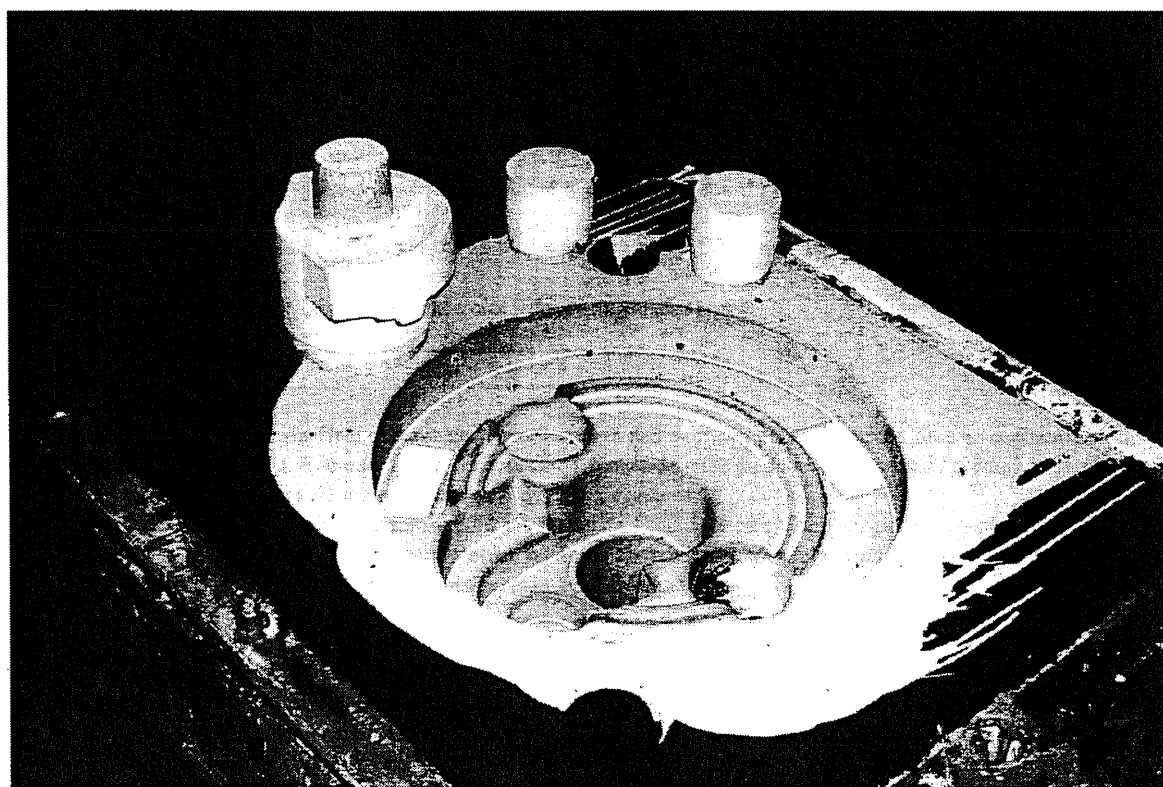
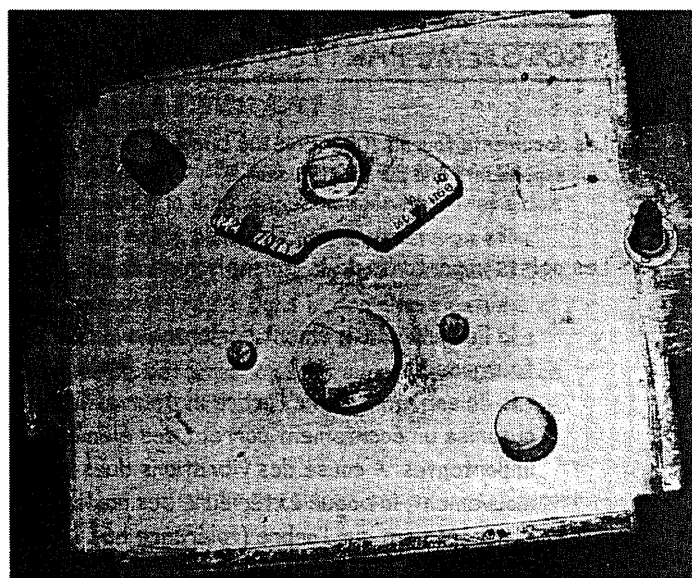
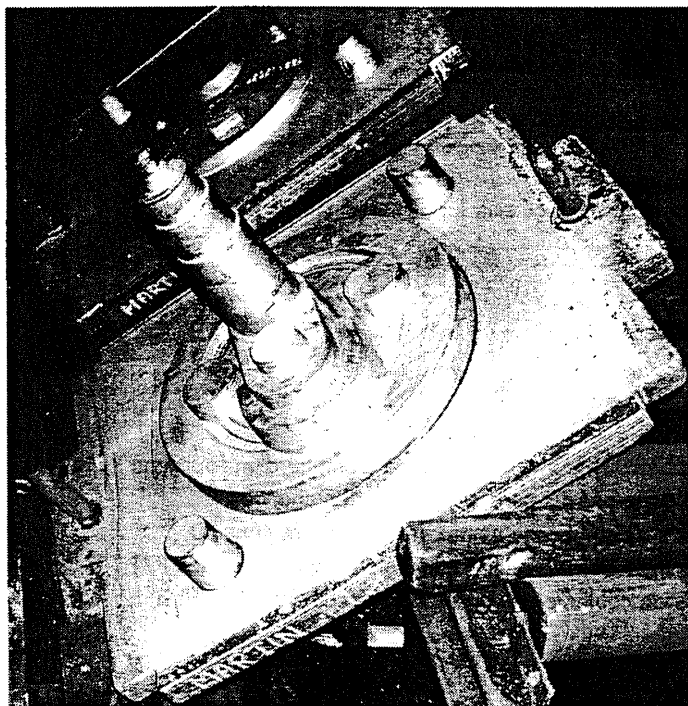
TROISIEME PARTIE : ETUDE DE CONCEPTION

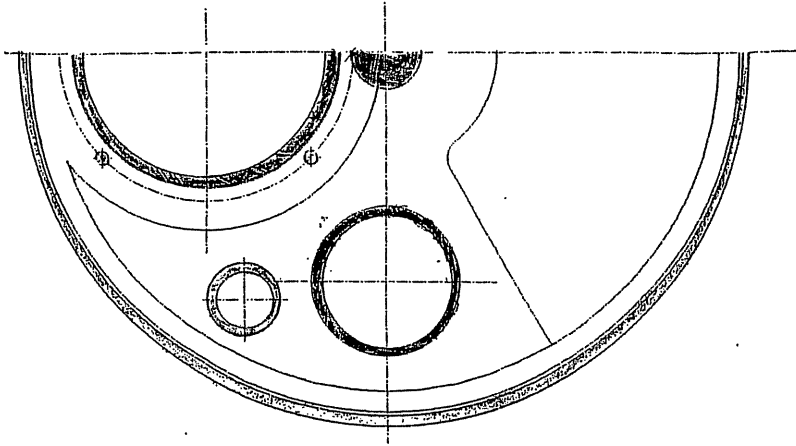
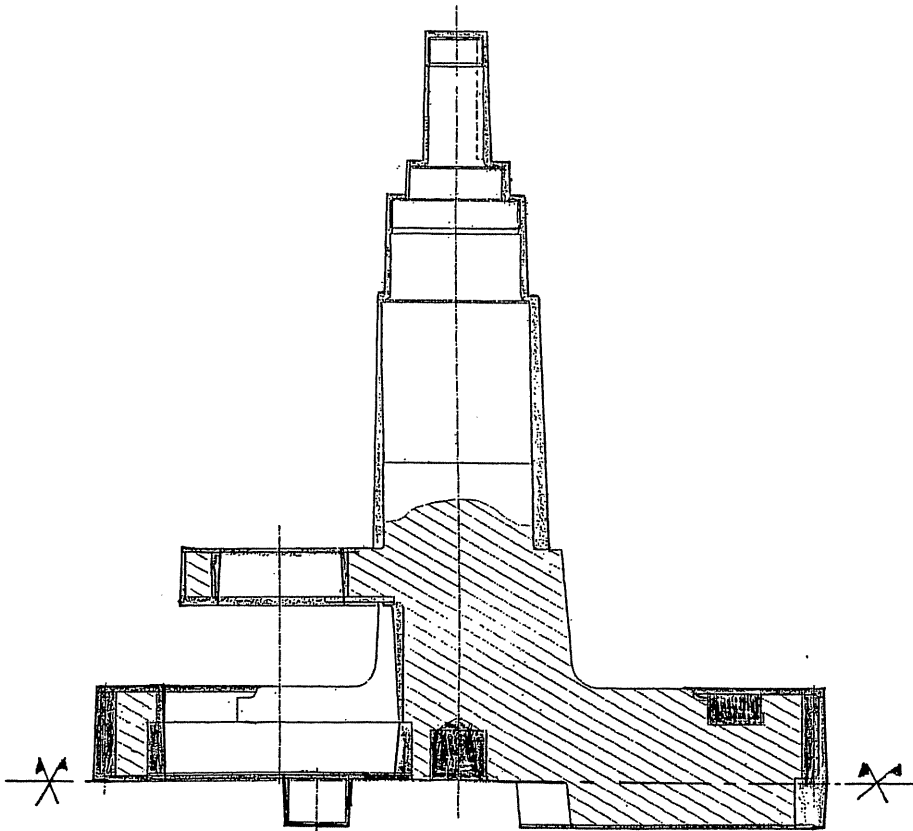
Les documents fournis (0924ENS106 Doc 3/6 et 4/6) comme support du corrigé sont les plans industriels correspondants à la partie à étudier.

Les points importants de la conception de ce mécanisme étaient :

- la liaison encastrement démontable sur le carter de la machine (tôle d'épaisseur 60mm) du fourreau ;
- la liaison pivot entre l'arbre moteur et le carter, devait être stable et rigide. L'emploi d'un fourreau autorise un écartement correct des éléments de guidage prévus pour supporter des charges importantes. A cause des vibrations dues aux défauts d'équilibrage et aux inversions de sens du mouvement, la bague extérieure des roulements est montée très serrée dans l'alésage (tolérance P7) et légèrement sur l'arbre (tolérance h6). Les bagues de roulements ne sont pas fixes par rapport à la direction de la charge.
- le montage de la couronne du train épicycloïdal sur le fourreau ;
- le guidage du maneton sur l'arbre (1) ;
- le montage du satellite et de la bielle sur le maneton.

Photographies des plaques modèles du moule et des noyaux





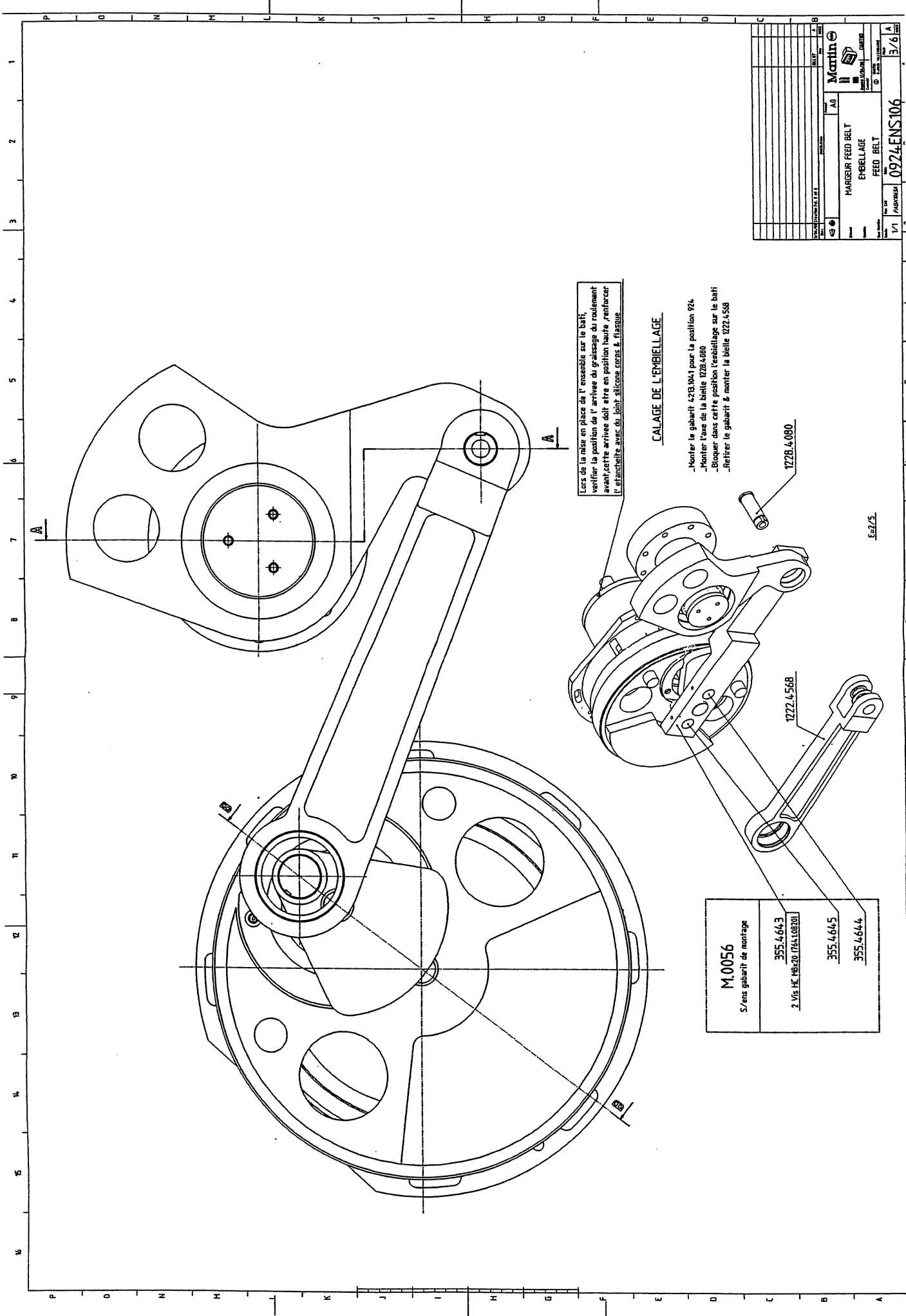
Commentaires :

Sur le document 3 on note la masse de la pièce finie : 50 kg. Il faut donc en tenir compte pour satisfaire les normes ergonomiques et particulièrement prévoir les moyens de manutention. Les formes intérieures, la matière et la série conduisent à choisir une obtention par moulage au sable à vert avec un modèle permanent et des plaques modèles. Compte tenu encore une fois des dimensions et afin de limiter les usinages ultérieurs les formes intérieures devront être obtenues en fonderie avec des dépouilles et des surépaisseurs d'usinages minimisées (l'étude détaillée n'était pas demandée).

Le choix de la direction de démoulage et donc le plan de joint s'en déduisent logiquement. Le sens de démoulage doit tenir compte des conditions suivantes :

- moulage et démoulage simples. Nombre de joints du moule minimum, de préférence plan et perpendiculaire au sens de démoulage,
- empreinte contenue le plus possible dans une même partie du moule,
- surface requérant la qualité maximale placée en position inférieure dans le moule,
- nombre de parties du moule minimal (chapes, noyaux)
- mise en place précise et stabilité des noyaux.

Ordre de grandeur des surépaisseurs d'usinages : 5 mm et de la dépouille : 2 % (voir 5 % sur la partie cylindrique).



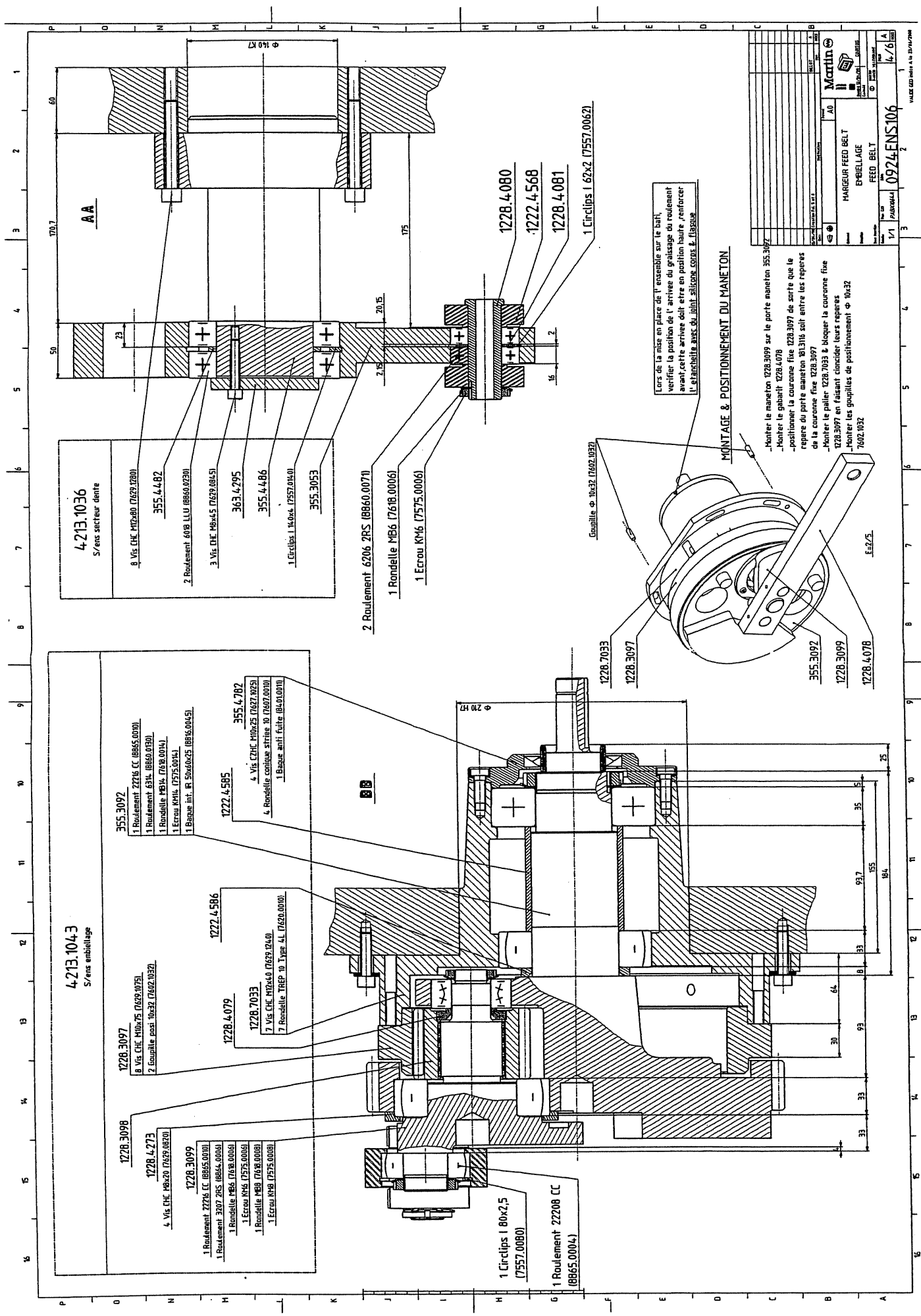
Lors de la mise en place de l'ensemble sur le bâti, vérifier la position de l'arrivée de graissage du roulement avant cette arrive doit être en position haute, renforcer l'étranchelle avec du joint silicone corps & flasque

CALAGE DE L'EMBELLEAGE

- Monter le gabarit 423.04.1 pour la position 924
- Monter l'axe de la bielle 1728.4.080
- Bloquer dans cette position l'embelleage sur le bâti
- Retirer le gabarit & monter la bielle 1722.4.568

| | |
|------------------------------|--|
| M.0056 | |
| S/ens gabarit de montage | |
| 355.4.64.3 | |
| 2 Vis HC M8x20 (764.1.08.20) | |
| 355.4.64.5 | |
| 355.4.64.4 | |

| | |
|-------------------|-------------|
| MARTIN | |
| MARGEUR FEED BELT | EMBELLEAGE |
| FEED BELT | |
| 1/1 | 0924ENS.106 |
| 3/6 | |



| | |
|--------------|-------------|
| PROJET | 09244ENS106 |
| REV | 1/1 |
| DATE | 14/76 |
| DESIGNATEUR | |
| VERIFICATEUR | |
| APPROUVE | |
| DATE | |
| PROJET | |
| REV | |
| DATE | |
| DESIGNATEUR | |
| VERIFICATEUR | |
| APPROUVE | |
| DATE | |

MARQUE DÉPOSÉE EN FRANCE

Martin

HARGEUR FEED BELT
EMBELLAGE
FEED BELT

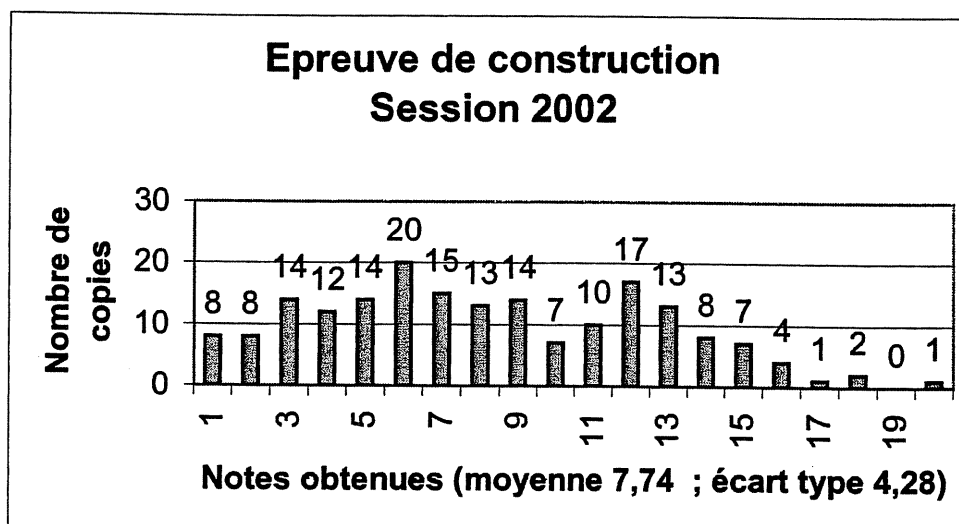
COMMENTAIRES SUR L'ÉPREUVE D'AVANT PROJET DE MÉCANISME

Remarques générales sur l'épreuve

L'épreuve d'avant projet de mécanisme s'appuyait sur un margeur conçu et fabriqué par la société MARTIN ; les auteurs remercient vivement cette société pour la qualité de son accueil et sa collaboration.

Ce mécanisme est l'un des éléments d'une machine de façonnage de cartons d'emballages. Il permet d'introduire et de positionner avec précision, dans la ligne de fabrication, l'une après l'autre, les plaques de carton préalablement empilées.

188 candidats ont composé, la moyenne est de 7,74/20 avec un écart type de 4,28.



Pour l'étude mécanique du « feed belt », qui correspondait aux deux premières parties du sujet, la moyenne obtenue est de 7,98. Pour la conception du mécanisme réalisée dans la troisième partie, la moyenne obtenue est de 7,4.

Ces résultats, homogènes, montrent que les candidats se sont attachés à travailler sérieusement la conception qui souvent était négligée. Ils ont tenu compte des conseils formulés dans des rapports précédents. En revanche les candidats dont la note est inférieure à 5 ont obtenu les points essentiellement dans les deux premières parties.

Le sujet était long, pas très calculatoire, mais faisant appel au bon sens et à la finesse d'analyse. Toutes les questions ont été abordées ... avec plus ou moins de bonheur. Les candidats bien préparés ont obtenu de bons résultats (53/188 copies ont plus de 11 avec 4 excellentes copies). Des questions « faciles » n'ont pas toujours été traitées, sans doute par manque de temps ou à cause d'une mauvaise appréciation de leur difficulté.

Commentaires sur les réponses aux questions

La première partie, abordée par l'ensemble des candidats, était consacrée à l'analyse du mécanisme de commande du margeur de la première génération. Les candidats devaient déceler une cause de dysfonctionnement et proposer une solution pour le résoudre.

Les compétences associées étaient relatives :

- au domaine de la construction mécanique :
 - lecture de documents industriels,
 - identification de l'organisation fonctionnelle d'un produit,
 - modélisation,
 - dynamique,
 - mécanique des contacts .
- au domaine des fabrications mécaniques et de l'industrialisation :
 - les matériaux,
 - les traitements des pièces mécaniques,
 - les moyens d'obtention.

Question 1 :

Elle a été comprise par plus de 95% d'entre eux, les résultats graphiques obtenus sont souvent très imprécis car certains n'ont pas su utiliser le papier calque qui permettait un relevé direct des points d'articulations.

Question 2 :

- a- Certaines copies donnent le résultat sans justifier ni même indiquer le terme « fermeture géométrique ».
- b- L'hypothèse n'a été que trop rarement donnée, alors que les calculs sont effectués correctement.
- c- Cette partie a été traitée, mais souvent l'inversion de sens n'a pas été prise en compte.
- d- Question en général mal interprétée : c'était bien les conséquences spécifiques de « la plage de fonctionnement définie préalablement » et non « l'intérêt d'utiliser le mécanisme 4 barres » qui étaient demandées.

Question 3 :

- a- La modélisation a été effectuée par 80% des candidats.
- b- La raison d'un tel dispositif est correctement justifiée par moins de 60% d'entre-eux.
- c- Si un degré d'hyperstaticité est donné il est rarement justifié.
- d- Les fonctions de réglage (effort et position) n'apparaissent clairement que sur 15% des copies.

Question 4

Les hypothèses ont souvent été oubliées.

De trop nombreuses copies utilisent uniquement le Principe Fondamental de la Statique ! Peu le Principe Fondamental de la Dynamique, et trop peu utilisent le théorème de l'énergie/puissance qui permet d'obtenir plus simplement une relation entre des paramètres. Heureusement certains candidats utilisent une démarche rigoureuse et bien présentée.

Question 5

La plupart des candidats qui ont bien compris le fonctionnement du mécanisme ont su répondre à cette question pour laquelle on devait exploiter le non décollement du galet et utiliser le principe de superposition des efforts.

Question 6

- a- Les résultats de la théorie de Hertz étaient fournis. Les hypothèses sont en général énoncées, mais les calculs se sont très souvent révélés faux. On note de nombreuses erreurs d'unités.
- b- Très peu de candidats ont su appliquer correctement le critère de Tresca.
- c- Les quelques réponses obtenues sont, en général, très pertinentes.
- d- Il est bon de rappeler que la cémentation précède la trempe et que celle-ci doit être suivie d'un revenu.

Question 7

Cette question de synthèse a bien été traitée, même si les réponses sont parfois incomplètes.

La deuxième partie, traitée correctement par un petit nombre de candidats, était consacrée à la commande d'un nouveau mécanisme qui devait avoir les mêmes performances que le précédent sans en posséder les inconvénients.

Les compétences associées étaient relatives :

- au domaine de la construction mécanique :
 - cinématique des mécanismes,
 - flambage des poutres élancées.
- au domaine des fabrications mécaniques et de l'industrialisation :
 - moulage.

Question 8

Question traitée par la plupart des candidats. Un quart des candidats ont répondu en fait à la question 9b.

Question 9

Hormis quelques candidats qui ont décomposé le fonctionnement du mécanisme en 4 phases au lieu de 3, les réponses sont correctes. Malheureusement, peu nombreux sont ceux qui ont effectué l'application numérique qui permettait de conclure.

Question 10

Seule une exigence sur les deux a été vérifiée. Le calcul qui demandait « du bon sens » a rarement été effectué.

Question 11

De nombreux candidats n'ont pas effectué de schéma. Ils n'ont pas vu que la modélisation était différente suivant le plan d'étude (longitudinal ou transversal). Les calculs effectués avec des sections carrées ou circulaires étaient corrects.

Question 12

Si 25% des candidats ont répondu de manière très satisfaisante, beaucoup se sont contentés de réponses incomplètes sans spécification du plan de joint et sans description des outillages retenus pour sa réalisation.

La troisième partie était consacrée à la conception du mécanisme.

Voici quelques erreurs fréquemment rencontrées :

- l'absence d'un fourreau conduisait à un manque de stabilité entre le bâti et l'arbre moteur ;
- la couronne du train épicycloïdal est souvent oubliée, le satellite n'est pas entraîné ;
- environ 35% des candidats ont su résoudre correctement le problème du guidage sur (1) de l'ensemble pignon et porte maneton. Pour ceux qui ont abordé cette partie, la solution ne fait pas apparaître l'arrêt en translation de l'axe et/ou de la bielle. L'axe est souvent réalisé en deux parties ce qui le fragilise de manière importante.
- Les indications des conditions fonctionnelles, jeux et ajustements, sont souvent oubliées.

Environ 20% des candidats ont fourni un travail d'excellente qualité réalisé aux instruments ou à main levée. Ce travail préparatoire serait directement exploitable à l'aide d'un logiciel 3D en vue de son industrialisation.

Un agrégé de génie mécanique doit maîtriser les bases de la conception mécanique qui, bien sûr, qui a des conséquences sur l'obtention des produits industriels.