

Agrégation de Génie Mécanique, année 1999

Corrigé de l'épreuve d'automatismes industriels

■ Première partie : Etude d'un moteur linéaire

■ Question 1 : Force développée par une spire

La force développée par un élément de spire est donnée par la loi de Laplace $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$. Le champ magnétique est dans le plan de la spire, radial par rapport à celle-ci. Le produit vectoriel $\vec{i} \wedge \vec{B}$ est constant le long de la spire, de direction axiale, de sens opposé à l'axe x . La force résultante pour une spire est donc axiale et s'écrit :

$$F_{\text{spire}} = - \int_0^{2\pi r} B(r, x) i dl, \text{ soit, en intégrant : } F_{\text{spire}} = -2\pi r B(r, x) i$$

■ Question 2 : Force développée par un solénoïde

Compte tenu des hypothèses, en se référant à la valeur maximale du champ magnétique vue par une spire de rayon minimum r_{mini} lorsqu'elle est située au point d'abscisse $x = 0$, placé face à une paire de pôles nord, on peut écrire :

$$B(r, x) = B_{\text{maxi}} \frac{r_{\text{mini}}}{r} \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \text{ avec } B_{\text{maxi}} = B(r_{\text{mini}}, 0).$$

La force développée par cette spire s'écrit alors $F_{\text{spire}} = -2\pi r B_{\text{max}} \frac{r_{\text{mini}}}{r} \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) i$, soit :

$$F_{\text{spire}} = -2\pi B_{\text{maxi}} r_{\text{mini}} \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) i$$

Si toutes les spires d'un solénoïde étaient dans la même position axiale, la force développée par ce solénoïde serait égale à $F_{\text{solenoid}} = -2\pi B_{\text{maxi}} r_{\text{mini}} \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) n_s i$. Mais, selon la figure 8, les n_s spires d'un solénoïde sont réparties radialement, entre les rayons r_{mini} et r_{maxi} et axialement, sur une longueur non définie qui sera notée l_s . Toutes les spires ne sont donc pas simultanément dans une position favorable. Pour en tenir compte, il faut introduire un coefficient α légèrement inférieur à 1, ce qui donne :

$$F_{\text{solenoid}} = -K_s \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) i, \text{ avec } K_s = 2\pi n_s \alpha B_{\text{maxi}} r_{\text{mini}}$$

Pour déterminer α , il faut prendre en compte l'effet de la répartition des spires. La force développée par chaque élément de spire est indépendante de r , mais pas de x . Les spires sont réparties sur l'intervalle $[x - \frac{l_s}{2}, x + \frac{l_s}{2}]$, de part et d'autre de la position de leur plan médian situé à l'abscisse x . Sur un intervalle élémentaire de longueur dl situé en $x+l$, on a $dn_s = n_s \frac{dl}{l_s}$ éléments de spires qui développent un effort $dF_{\text{solenoid}} = -2\pi B_{\text{maxi}} r_{\text{mini}} \cos\left(\frac{2\pi(x+l)}{p}\right) i n_s d\frac{l}{l_s}$. La force totale développée par le solénoïde est donc égale à

$-2 \pi B_{\text{maxi}} r_{\text{mini}} i \int_{-l_s/2}^{l_s/2} \cos\left(\frac{2\pi(x+l)}{p}\right) n_s \frac{dl}{l_s}$, soit à $-2\pi \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) n_s \frac{\sin(\pi l_s/p)}{\pi l_s/p} B_{\text{maxi}} r_{\text{mini}} i$, ce qui s'écrit :

$$F_{\text{soleno}} = -K_s i \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right), \text{ avec } K_s = 2\pi n_s \frac{\sin(\pi l_s/p)}{\pi l_s/p} B_{\text{maxi}} r_{\text{mini}}$$

■ Question 3 : Force développée et puissance dissipée par le moteur

Les n solénoïdes A sont espacés d'un pas et délivrent chacun une force égale à $-K_s i_A \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right)$. La force axiale totale délivrée par cet ensemble de solénoïdes est égale à :

$$F_A = -n K_s i_A \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right)$$

Les n solénoïdes B sont décalés de $1/3$ de pas vers x_+ . Ils délivrent donc une force axiale totale égale à :

$$F_B = -n K_s i_B \cos\left(\frac{2\pi x}{p} + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Les n solénoïdes C sont décalés de $2/3$ de pas vers x_+ , ce qui est équivalent à un décalage de $1/3$ de pas vers x_- . Ils délivrent donc une force axiale totale égale à :

$$F_C = -n K_s i_C \cos\left(\frac{2\pi x}{p} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Compte tenu de la répartition des courants donnée dans l'énoncé, la force axiale délivrée par l'ensemble des trois familles de solénoïdes est égale à :

$$F = -n K_s i \left(\cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \cos(\theta) + \cos\left(\frac{2\pi x}{p} + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{2\pi x}{p} - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

Compte tenu de la relation trigonométrique $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$, on peut écrire :

$$F = -\frac{1}{2} n K_s i \left(3 \cos\left(\frac{2\pi x}{p} - \theta\right) + \cos\left(\frac{2\pi x}{p} + \theta\right) + \cos\left(\frac{2\pi x}{p} + \theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{2\pi x}{p} + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right)$$

La somme des trois termes en $\cos\left(\frac{2\pi x}{p} + \theta + \dots\right)$ étant nulle, car ils sont d'égale amplitude et déphasés de $\frac{2\pi}{3}$, il reste :

$$F = -\frac{3}{2} n K_s i \cos\left(\frac{2\pi x}{p} - \theta\right)$$

Si tous les solénoïdes ont une résistance égale à R_s , la puissance totale dissipée est égale à :

$$P = n R_s (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) = n R_s i^2 (\cos(\theta) \cos(\theta) + \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right))$$

En comparant l'expression entre parenthèses avec celle déjà calculée pour déterminer la force et en substituant $\frac{2\pi x}{p}$ par θ , on déduit que $P = n R_s i^2 \frac{3}{2} \cos(\theta - \theta)$. Donc :

$$P = \frac{3}{2} n R_s i^2$$

■ Question 4 : Commande de la répartition des courants

En remplaçant B_1 et B_2 par les valeurs données dans l'énoncé puis, en remarquant que $\cos(\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$ et que $\sin(\frac{2\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, les consignes de courant obtenues à partir des capteurs à effet Hall s'écrivent :

$$\begin{aligned}i_A &= -i \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) \\i_B &= i\left(\frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right)\right) = -i \cos\left(\frac{2\pi x}{p} + \frac{2\pi}{3}\right) \\i_C &= i\left(\frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right)\right) = -i \cos\left(\frac{2\pi x}{p} - \frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

ce qui correspond bien à des courants d'égale amplitude et déphasés de $2\pi/3$.

En comparant les résultats ci-dessus avec les équations 3 de l'énoncé, on constate que les consignes de courant élaborées à partir des capteurs à effet Hall donnent à θ une valeur égale en permanence à $\frac{2\pi x}{p}$ et que les signes des courants sont inversés. L'équation 4 de l'énoncé devient alors :

$$F = \frac{3}{2} n K_S i$$

Grâce à la répartition du courant entre les bobines en fonction de la position détectée par les capteurs à effet Hall, on obtient une force indépendante de la position et proportionnelle à l'amplitude du courant de commande appliqué au bloc moteur. De plus, les trois courants i_A , i_B et i_C étant d'égale amplitude et déphasés de $\frac{2\pi}{3}$, leur somme est nulle, ce qui autorise le raccordement des trois familles de solénoïde en triangle.

■ Question 5 : Gain de transfert du module de puissance

Le gain du module de puissance est de 1 A/V car le courant fourni au bloc moteur varie proportionnellement à u_f , de -10 A à +10 A, lorsque u_f varie de -10 V à +10 V. On a donc :

$$K_m = K_f * (1 \text{ A} / \text{V})$$

K_m a donc la même valeur numérique que K_f , mais K_m s'exprime en N/V alors que K_f est en N/A.

■ Deuxième partie : Asservissement par commande d'effort

■ Question 6 : Choix des moteurs

Tous les moteurs définis dans le tableau 1 sont capables d'atteindre une vitesse supérieure à la vitesse maximale désirée. La vitesse n'est donc pas un critère influant sur le choix des moteurs. Par contre, comme les vitesses maximales des moteurs sont très supérieures à la vitesse maximale admissible, il faudra prévoir des limiteurs de vitesse dans le système de commande ou dans le générateur de consignes.

Le moteur du chariot transversal doit déplacer sa propre masse en plus de celle du chariot transversal. Les frottements étant négligés, on peut écrire :

$$\text{AccélérationCrêteTransversale} = \frac{\text{ForceCrêteMoteur}}{\text{MasseChariotTransversal} + \text{MasseMoteur}}$$

En appliquant cette formule à chaque moteur autorisé pour le chariot transversal, on obtient le tableau suivant :

Moteur	MasseMoteur	ForceCrêteMoteur	Masse déplacée	AccélérationCrêteTransversale
LD3808	5 Kg	1000 N	15 Kg	66.7 m/s ²
LD3806	4 Kg	750 N	14 Kg	53.6 m/s ²
LD3804	3 Kg	550 N	13 Kg	42.3 m/s ²

Tous les moteurs ayant une capacité d'accélération largement excédentaire, on retiendra le plus léger, soit le LD3804.

Les 2 moteurs du chariot longitudinal doivent déplacer leur propre masse en plus de celles du chariot longitudinal, du chariot transversal et du moteur transversal. Les frottements étant négligés, on peut écrire :

$$\text{AccélérationCrêteLongitudinale} = \frac{2 \text{ ForceCrêteMoteur}}{\text{MasseChariotLongitudinal} + 2 \text{ MasseMoteurLongitudinal} + \text{MasseChariotTransversal} + \text{MasseMoteurTransversal}}$$

En appliquant cette formule à chaque moteur, on obtient le tableau suivant :

Moteur	MasseMoteur	ForceCrêteMoteur	Masse déplacée	AccélérationCrêteLongitudinale
LD3810	6 Kg	1300 N	70 Kg	37.1 m/s ²
LD3808	5 Kg	1000 N	68 Kg	29.4 m/s ²
LD3806	4 Kg	750 N	66 Kg	22.7 m/s ²
LD3804	3 Kg	550 N	64 Kg	17.2 m/s ²

Tous les moteurs conviennent, sauf le LD3804.

On pourrait retenir le LD3806 qui est capable de développer une accélération légèrement excédentaire. Cependant, on préférera le LD3808 afin de disposer d'une marge plus élevée pour faire face aux frottements qui ont été négligés.

■ Question 7 : Etude de l'accélération pendant un cycle de découpe

Pour simplifier l'écriture, on pose LongueurSegmentDroite = $l = 0.022$ m, RayonGrandCercle = $R = 0.010$ m, RayonPetitCercle = $r = 0.005$ m, LongueurTotaleCycle = L et TempsParcoursCycle = $T = 0.25$ s.

La distance parcourue en un cycle de découpe est égale à : $L = l + 2\pi(R + r) = 0.116$ m.

La vitesse de parcours de la trajectoire est égale à : $V = \frac{L}{T} = 0.465$ m/s.

L'accélération centripète sur le petit cercle est égale à : $\gamma_c = \frac{V^2}{r} = 43.2$ m/s².

L'accélération centripète sur le grand cercle est égale à : $\gamma_C = \frac{V^2}{R} = 21.6$ m/s².

L'accélération sur le petit cercle est très supérieure à l'accélération crête atteignable par les actionneurs LD3808 du chariot longitudinal. Le choix des actionneurs pourrait donc être modifié au profit du LD3810, afin d'atteindre une accélération de pointe proche de celle qui est attendue. Malgré cette modification, l'accélération disponible resterait inférieure à l'accélération de pointe nécessaire, il est alors à envisager de mettre deux moteurs en tandem, à chaque extrémité du chariot longitudinal. Ce choix sera discuté dans la réponse à la question 8.

On suppose que le segment de droite est parcouru de x_- vers x_+ . On désigne par t_0 , t_1 , t_2 et t_3 les instants de début du parcours respectivement du segment de droite, du premier demi-cercle, du grand cercle et du deuxième demi-cercle. En posant $t_0 = 0$, on obtient $t_1 = 0.25 \frac{l}{L} = 0.047$ s, $t_2 = t_1 + 0.25 \frac{\pi r}{L} = 0.081$ s, $t_3 = t_2 + 0.25 \frac{2\pi R}{L} = 0.216$ s.

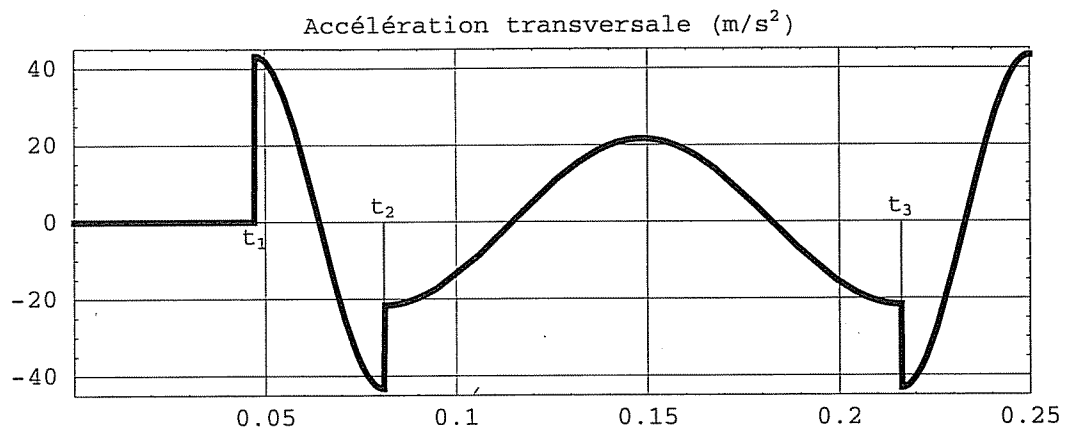
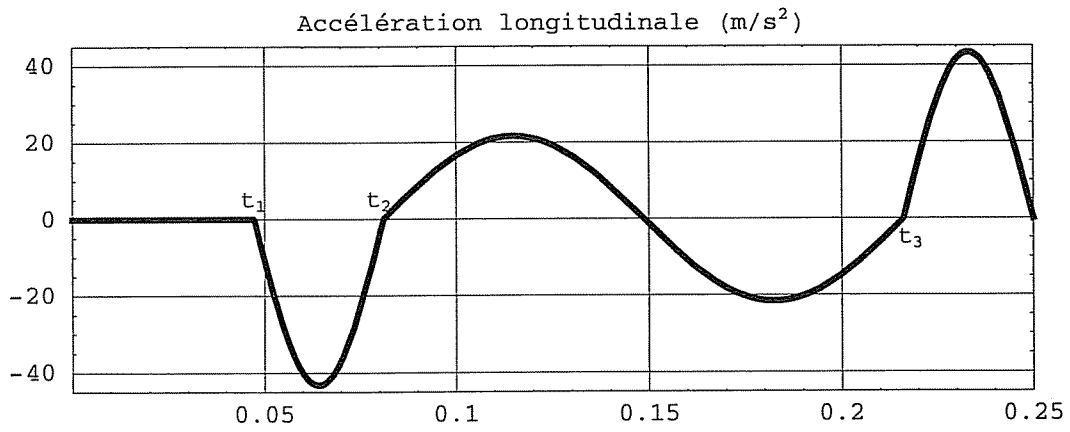
Pendant le parcours du segment de droite, l'accélération est nulle. Pendant le parcours à vitesse constante des arcs de cercle, l'accélération centripète est constante et se projette sur les axes x et y avec des composantes qui varient sinusoidalement.

A l'amorce du parcours du premier demi-cercle de diamètre 10 mm, l'accélération est dirigée vers y_+ . A mi-parcours, l'accélération est dirigée vers x_- . A la fin du parcours, l'accélération est dirigée vers y_- . Pendant ce parcours, l'accélération longitudinale et l'accélération transversale sont égales à : $\gamma_{c,x} = -43.2 \sin(\frac{V}{r}(t - t_1))$ et $\gamma_{c,y} = 43.2 \cos(\frac{V}{r}(t - t_1))$.

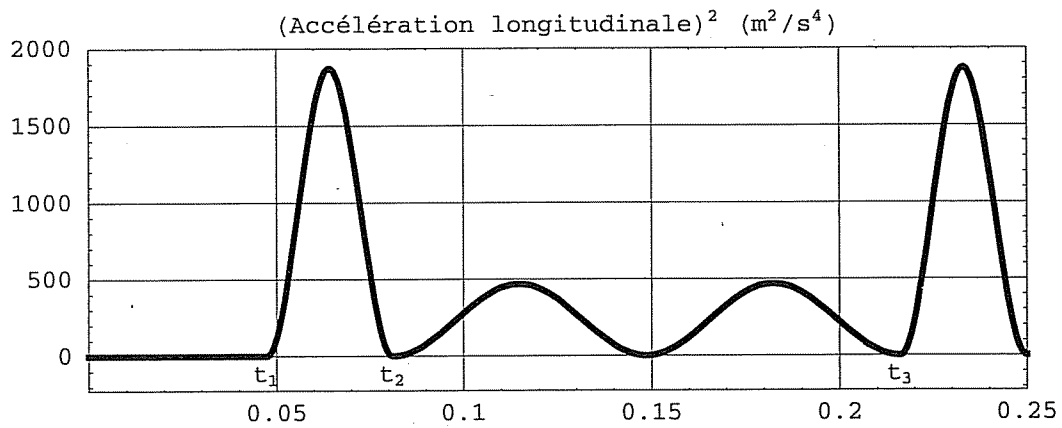
A l'amorce du parcours du grand cercle, l'accélération change de valeur, mais pas de direction. On a donc $\gamma_{C,x} = 21.6 \sin(\frac{V}{R}(t - t_2))$ et $\gamma_{C,y} = -21.6 \cos(\frac{V}{R}(t - t_2))$.

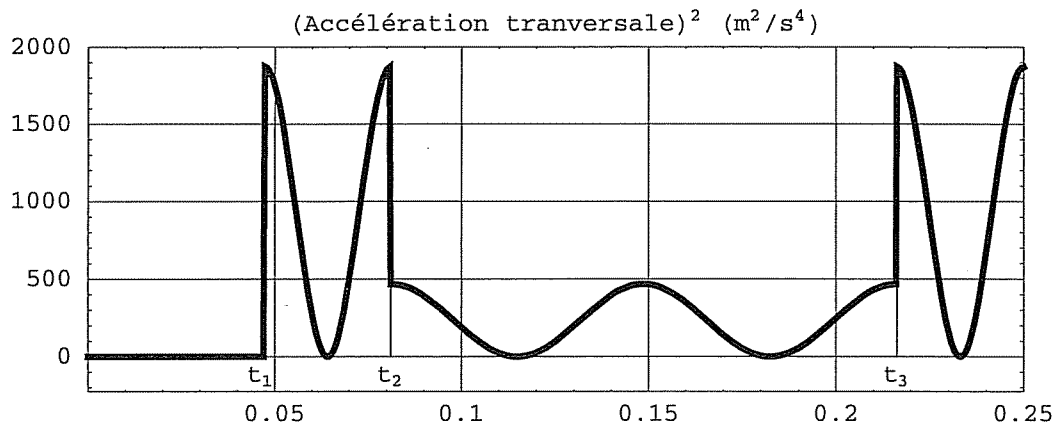
Pour le deuxième demi-cercle, l'accélération est opposée à celle du premier demi-cercle.

On obtient les tracés suivants :



Les carrés des accélérations évoluent comme $\cos^2\left(\frac{v}{r_i}(t-t_i)\right)$ ou $\sin^2\left(\frac{v}{r_i}(t-t_i)\right)$, c'est-à-dire comme $\frac{1}{2} \left(1 \pm \cos\left(2 \frac{v}{r_i}(t-t_i)\right)\right)$. On obtient les tracés suivants :





Pendant le parcours des demi-cercles et du grand cercle, les valeurs des $\cos\left(2\frac{v}{r}(t-t_i)\right)$ varient sur un nombre entier de périodes. L'intégrale de ces variations sur la durée totale d'un cycle s'annule et il ne reste que le terme constant $1/2$. Pour les deux chariots, l'accélération efficace sera donc égale à :

$$\gamma_{\text{efficace}} = \sqrt{\frac{1}{2T_{\text{cycle}}} (\gamma_c^2 (t_2 - t_1) + \gamma_c^2 (t_3 - t_2) + \gamma_c^2 (t_{\text{cycle}} - t_3))} = 19.5 \text{ m/s}^2$$

Cette accélération est deux fois plus élevée que celle annoncée dans l'énoncé et se rapproche de l'accélération de pointe souhaitée dans le point 2 du cahier des charges.

■ Question 8 : Choix définitif des moteurs

Le constructeur a choisi trois moteurs LD3808, dont la constante de force est égale à $K_f = 105 \text{ N/A}$. La masse entraînée par le moteur transversal est égale à $M_T = M_{\text{ChariotTransversal}} + M_{\text{MoteurTransversal}} = 15 \text{ Kg}$. La masse entraînée par les deux moteurs longitudinaux est $M_L = M_T + M_{\text{ChariotLongitudinal}} + 2 M_{\text{MoteurLD3808}} = 70 \text{ Kg}$.

Les frottements étant négligés, la force et donc le courant instantanés sont proportionnels à l'accélération instantanée. La relation entre le courant et l'accélération est $i(t) = \frac{F(t)}{K_f} = \frac{M \gamma(t)}{K_f}$. Le courant efficace est dans le même rapport avec le courant efficace car $\frac{M}{K_f}$ peut se mettre en facteur dans le calcul du courant efficace. Donc :

$$I = i_{\text{efficace}} = \frac{M}{K_f} \gamma_{\text{efficace}}$$

Cette relation s'applique directement pour le chariot transversal, ce qui donne en valeur numérique :

$$I_T = \frac{M_T}{K_f} \gamma_{\text{efficace}} = 2.8 \text{ A}$$

Ce courant est acceptable car il est inférieur au courant permanent maximal de 2.9 A admissible par le moteur LD3808.

Pour les moteurs longitudinaux, on considère que le chariot transversal est à proximité du milieu de sa course. Ainsi, chaque moteur longitudinal entraîne la moitié de la masse totale. Donc :

$$I_L = \frac{M_L}{2K_f} \gamma_{\text{efficace}} = 6.5 \text{ A}$$

Ce courant est $6.5/2.9 = 2.24$ fois trop élevé pour les moteurs LD3808. La machine ne peut donc pas satisfaire au test d'échauffement. Pour pouvoir le satisfaire, il aurait fallu équiper la machine de moteurs beaucoup plus puissants, ou monter deux moteurs LD3810 à chacune des deux extrémités du chariot longitudinal, soit 4 moteurs en tout pour ce seul chariot, plus un pour le chariot transversal.

C'est par économie que constructeur a choisi de ne mettre que deux moteurs sur le chariot longitudinal. Il a plus utilisé les mêmes moteurs pour les deux chariots dans un souci de standardisation. Avec son choix, la productivité de la machine est réduite dans les cas de découpes avec des changements de direction très fréquents, comme dans le cas du test d'échauffement. On peut évaluer ce manque de productivité de la manière suivante : si on ne découpe que n trous par seconde au lieu de 4, la vitesse est réduite dans un rapport $\frac{n}{4}$ et l'accélération dans un rapport $\frac{n^2}{16}$. Il est donc possible, en restant dans la limite d'échauffement, de découper en permanence jusqu'à $n = \sqrt{16/2.24} = 2.7$ trous par seconde, à condition que ceux-ci ne soient pas trop éloignés du milieu de la course du chariot transversal, pour répartir équitablement les efforts entre les deux moteurs du chariot longitudinal.

■ Question 9 : Modèle de transfert de l'ensemble "module de puissance + moteur"

Le principe fondamental de la dynamique permet d'écrire directement

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{F(t) - F_{\text{perturb}}(t)}{M_T} = \frac{F(t) - F_{\text{perturb}}(t)}{15}$$

Le signe négatif de F_{perturb} traduit le fait que la perturbation est opposée au mouvement. En appliquant la transformée de Laplace et en considérant les conditions initiales comme nulles, on obtient :

$$Y(p) = \frac{F(p) - F_{\text{perturb}}(p)}{15 p^2}$$

D'après les indications préliminaires à la question 5 et en commentaire de la figure 12, l'ensemble du bloc moteur équipé d'un module de puissance a pour modèle une fonction de transfert égale à $\frac{F(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau p}$. En regroupant ceci avec l'équation précédente, on obtient :

$$Y(p) = \frac{1}{15 p^2} \left(\frac{K_m}{1 + \tau p} U(p) - F_{\text{perturb}}(p) \right)$$

ce qui correspond bien à la fonction de transfert associée au schéma bloc de la figure 12.

■ Question 10 : Fonctions de transfert du système asservi

Pour représenter simplement les fonctions de transfert des trois blocs du schéma théorique de la figure 13, on pose $H_c(p) = K_p + K_d p$, $H_a(p) = \frac{K_m}{1+\tau p}$ et $H_m(p) = \frac{1}{15p^2}$. Pour l'entrée de consignes, les trois blocs sont dans la chaîne directe, l'entrée et la sortie sont de même nature. Pour l'entrée de perturbation, seul le bloc H_m se trouve dans la chaîne directe, les blocs H_c et H_a sont dans la chaîne de retour, l'attaque se fait par une entrée négative, l'entrée est en Newton et la sortie en mètres. On a donc :

$$H_1(p) = \frac{H_c(p) H_a(p) H_m(p)}{1+H_c(p) H_a(p) H_m(p)} \quad H_2(p) = -\frac{H_m(p)}{1+H_c(p) H_a(p) H_m(p)} \text{ m/N}$$

En remplaçant les transmittances des blocs par leur expressions, on trouve :

$$H_1(p) = \frac{7 K_d p + 7 K_p}{\tau p^3 + p^2 + 7 K_d p + 7 K_p}$$

$$H_2(p) = \frac{-1/15}{\tau p^3 + p^2 + 7 K_d p + 7 K_p} \text{ m/N}$$

Si on néglige le temps d'établissement du courant, on obtient :

$$H_1(p) = \frac{7 K_d p + 7 K_p}{p^2 + 7 K_d p + 7 K_p}$$

$$H_2(p) = \frac{-1/15}{p^2 + 7 K_d p + 7 K_p} \text{ m/N}$$

$H_1(p)$ est conforme à l'énoncé. Par contre, $H_2(p)$ diffère par le signe. Pour obtenir un signe positif, il aurait fallu considérer que la force perturbatrice était négative et remplacer le signe moins de l'entrée de perturbation par un signe plus. Il y a donc une erreur de signe dans l'énoncé. On conservera les entrées négatives sur les comparateurs et on conservera la valeur de $H_2(p)$ trouvée ici en lieu et place de celle de l'énoncé.

■ Question 11 : Choix des gains d'action proportionnelle et dérivée

Qualitativement, le gain d'action proportionnelle K_p et le gain d'action dérivée K_d agissent sur la rapidité, la précision, l'amortissement, la marge de stabilité et le bruit transmis aux actionneurs selon le tableau suivant :

Gain	Précision	Rapidité	Amortissement et marge de stabilité	Bruit
$K_p \nearrow$	\nearrow	\nearrow	\searrow	\nearrow
$K_d \nearrow$	\rightarrow	\searrow	\nearrow	\nearrow

Un accroissement maîtrisé de ces gains permet d'améliorer les performances de rapidité et de précision, tout en conservant une marge de stabilité convenable. Un accroissement excessif ou mal équilibré nuit à la stabilité, amplifie les bruits et provoque une sollicitation exagérée des actionneurs.

Pour quantifier l'effet des gains K_p et K_d , on considère le dénominateur commun aux deux fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ qui, lorsque l'on fait l'approximation $\tau = 0$, est égal à $p^2 + 7 K_d p + 7 K_p$. L'identification de ce dénominateur avec la forme canonique $p^2 + 2 \zeta \omega_0 p + \omega_0^2$ établit que la pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{7 K_p}$ et que le coefficient d'amortissement $\zeta = \frac{7 K_d}{2 \omega_0} = \frac{\sqrt{7} K_d}{2 \sqrt{K_p}}$. La résolution de ces équations par rapport à K_p et K_d donne $K_p = \frac{\omega_0^2}{7}$ et $K_d = \frac{2 \zeta \omega_0}{7}$. On voit alors que, quels que soient la pulsation propre et l'amortissement souhaités, il existe des valeurs de K_p et K_d qui permettent de les obtenir. On pourra par exemple choisir :

- un coefficient d'amortissement $\zeta = 1$, égal à l'amortissement critique pour ne pas avoir d'oscillation en régime transitoire et
- une pulsation propre ω_0 élevée, pour avoir une grande rapidité, mais restant nettement inférieure à la limite de la bande passante électrique $\omega_E = \frac{1}{T} = 909 \text{ s}^{-1}$, pour rester dans le cadre de l'approximation $\tau = 0$.

Avec les valeurs données dans l'énoncé, on trouve $\omega_0 = 420$ et $\zeta = 1$.

Ceci correspond à l'amortissement critique mais la pulsation propre n'est qu'à une octave en dessous de la limite de la bande passante électrique, ce qui rend discutable l'approximation $\tau = 0$. Pour vérifier si la stabilité n'est pas trop compromise, on considère les pôles des fonctions de transfert en boucle fermée sans approximation. Ils sont égaux aux racines du dénominateur complet $\tau p^3 + p^2 + 7 K_d p + 7 K_p$. Numériquement, on trouve : $\{p_1 = -315 - 698 i, p_2 = 315 + 698 i, p_3 = -271\}$. Ces trois pôles sont tous à partie réelle négative. Le système est donc stable mais son amortissement est éloigné de l'amortissement critique car les parties imaginaires des pôles complexes conjugués sont prépondérantes. Cependant, le pôle réel p_3 est sensiblement plus proche de l'origine que les pôles complexes conjugués. Il atténue donc leur effet indésirable.

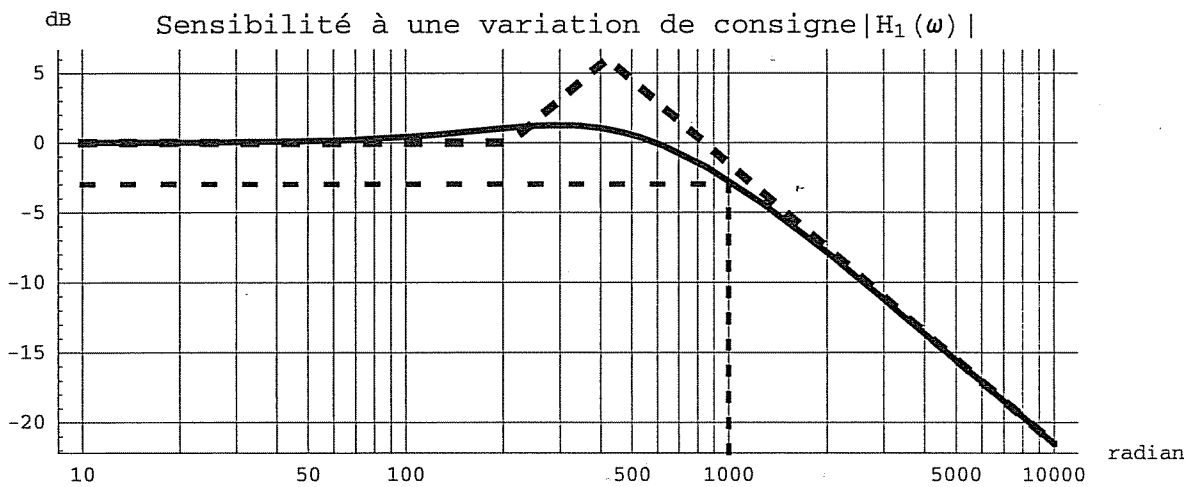
■ Question 12 : Sensibilité aux perturbations et bande passante du système asservi

En conservant l'approximation $\tau = 0$, en utilisant les valeurs numériques données dans l'énoncé et en remplaçant p par $i\omega$, les fonctions de transfert complexes s'écrivent :

$$H_1(\omega) = \frac{840(i\omega+210)}{(i\omega+420)^2} \text{ et}$$

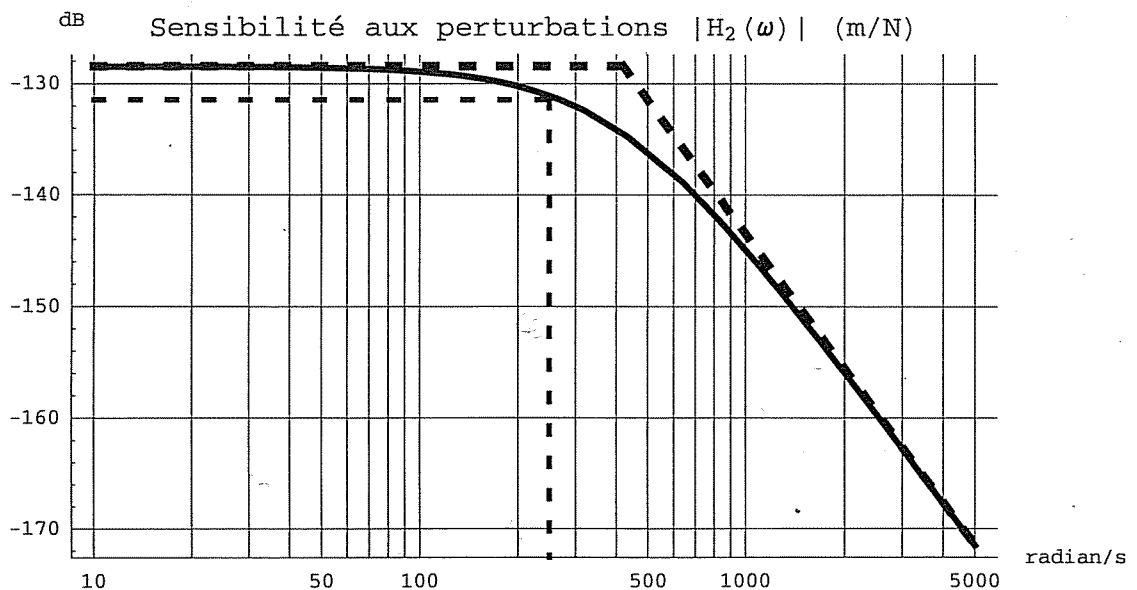
$$H_2(\omega) = \frac{-1}{15(i\omega+420)^2} \text{ m/N.}$$

Pour la fonction de transfert $H_1(\omega)$, le diagramme asymptotique est horizontal à basse fréquence, présente un point de cassure vers le haut à 210 radians/seconde, croît de +20 dB/décade jusqu'à 420 radians/seconde où il présente un point de cassure vers le bas, puis décroît de -20 dB/décade. On obtient le tracé suivant :



On voit que la bande passant à -3 dB est limitée à environ 1000 radians/seconde, soit 160 Hz.

Pour la fonction de transfert $H_2(\omega)$, le diagramme asymptotique est horizontal à basse fréquence, présente un point de cassure vers le bas à 420 radians/seconde, puis décroît de -40 dB/décade. On obtient le tracé suivant :



On voit que la bande passante à -3 dB est limitée à environ 250 radians/seconde, soit 40 Hz. On voit également que la sensibilité aux perturbations est très faible, même à l'intérieur de la bande passante : -128 dB correspondent à une sensibilité de $0.38 \cdot 10^{-6}$ m/N.

■ Question 13 : Écart causé par les perturbations

On peut appliquer le théorème de la valeur finale car il est établi que le système est stable. L'échelon de perturbation a pour transformée de Laplace $F(p) = \frac{20}{p}$ N s et la fonction de transfert relative à la perturbation est $H_2(p) = \frac{-1}{15(p+420)^2}$ m/N. Le théorème de la valeur finale donne :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} (p Y(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} \left(p \frac{-1}{15(p+420)^2} \frac{20}{p} \right) = \frac{20}{15 \cdot 420^2} = -7.6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

L'écart est égal à $y_d - y$. L'écart final provoqué par l'échelon de perturbation de 20 N, avec une consigne nulle est donc égal à $+7.6 \cdot 10^{-6}$ m. Cet écart est inférieur à l'écart maximal admissible et il est inutile de modifier le correcteur. L'ajout d'une action intégrale permettrait d'annuler cet écart, mais au détriment de la stabilité, à cause du retard de phase supplémentaire qu'elle apporterait et ceci d'autant plus qu'il y a déjà deux intégrateurs dans la boucle d'asservissement.

■ Question 14 : Ecart de poursuite

On va ici aussi appliquer le théorème de la valeur finale. La transformée de Laplace de l'écart, pour une consigne non nulle et une perturbation nulle est égale à :

$$\begin{aligned} E(p) &= Y_d(p) - Y(p) = (1 - H_1(p)) Y_d(p) = \left(1 - \frac{7 K_d p + 7 K_p}{p^2 + 7 K_d p + 7 K_p}\right) Y_d(p) = \frac{p^2}{p^2 + 7 K_d p + 7 K_p} Y_d(p) \\ &= \frac{p^2}{(p+420)^2} Y_d(p) \end{aligned}$$

La transformée de Laplace d'une consigne en échelon d'accélération de 20 m/s^2 est :

$$Y_d(p) = \mathcal{L} \left(20 \frac{t^2}{2} \text{ m} \right) = \frac{20}{p^3} \text{ m s}$$

On a alors :

$$\boxed{\text{Limite}_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \text{Limite}_{p \rightarrow 0} (p E(p)) = \text{Limite}_{p \rightarrow 0} \left(p \frac{20}{p(p+420)^2} \right) = \frac{20}{420^2} = 1.13 \cdot 10^{-4} \text{ m}}$$

Cet écart est plus de onze fois supérieur à l'écart maximum admissible demandé dans le cahier des charges. Pour obtenir un écart plus faible, il faudrait augmenter les gain K_d et K_p , ce qui est exclu car la bande passante augmenterait aussi, au détriment de la stabilité et on ne pourrait plus négliger l'effet de la constante de temps électrique.

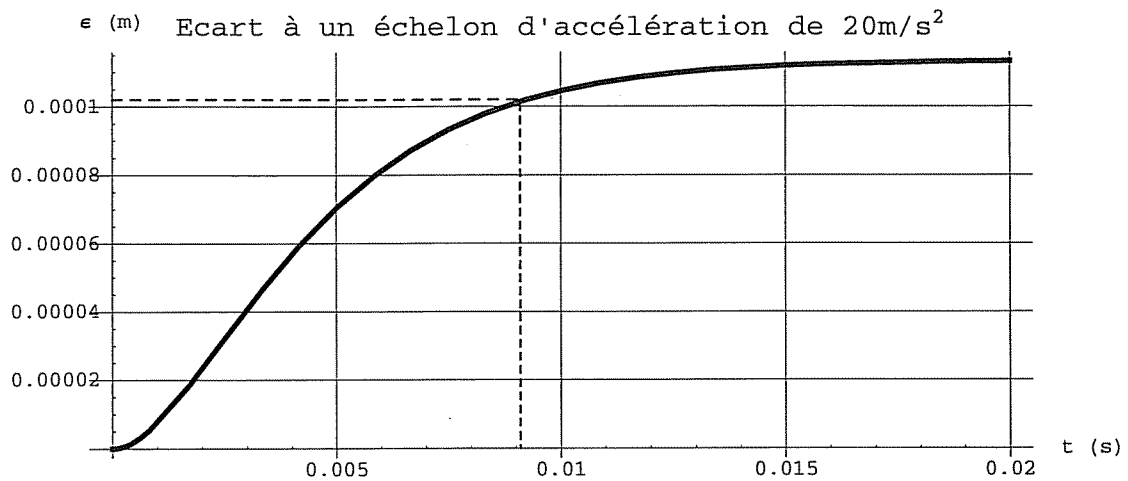
Il est inutile de calculer l'écart permanent pour des entrées en échelon de position ou de vitesse car le système est de classe 2, il possède deux intégrateurs dans la chaîne directe. Dans ces conditions, l'écart statique et l'erreur de traînée pour une consigne évoluant à vitesse constante sont nuls. Ceci se voit aussi sur la transformée de Laplace de l'écart où il y a p^2 au numérateur, il en résulte que les entrées en $1/p$ et $1/p^2$ ne peuvent causer d'écart permanent.

■ Question 15 : Ecart en régime transitoire

L'évolution de l'écart est donnée par l'original de la transformée de Laplace de cet écart, soit :

$$\boxed{\epsilon(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{p^2}{(p+420)^2} Y_d(p) \right) = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{20}{p(p+420)^2} \text{ m s} \right) = \frac{20}{420^2} (1 - (1 + 420 t) e^{-420 t}) \text{ m}}$$

La représentation graphique de cette évolution est :



L'évolution de l'écart est apériodique. L'écart tend asymptotiquement vers la valeur limite de $1.13 \cdot 10^{-4}$ m. Au départ, la tangente est horizontale car $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\epsilon(t)}{dt} = \lim_{p \rightarrow 0} (p E(p) - \epsilon(0)) = \lim_{p \rightarrow 0} \left(p^2 \frac{20}{p(p+420)^2} \right) = 0$. Le temps de montée à 95 % de l'écart est voisin de $9 \cdot 10^{-3}$ s.

■ Question 16 : Effet d'une action anticipatrice d'accélération

En présence de l'anticipation d'accélération qui intervient dans la chaîne directe, mais pas dans la boucle de contre-réaction, la fonction de transfert $H_1(p)$ devient :

$$H_1(p) = \frac{(K_p + K_d p + K_a p^2) \frac{105}{1+\tau p} \frac{1}{15 p^2}}{1 + (K_p + K_d p) \frac{105}{1+\tau p} \frac{1}{15 p^2}} = \frac{7(K_p + K_d p) + 7 K_a p^2}{7(K_p + K_d p) + p^2 + \tau p^3}$$

Pour $\tau = 0$ et $K_a = 1/7$, on a $H_1(p) \equiv 1$

Ceci veut dire que dans ces conditions "idéales", le système reproduit la consigne sans aucun écart. En réalité, τ n'est pas égal à zéro. Il est malgré tout intéressant de maintenir le choix de $K_a = 1/7$, de telle sorte que la fonction de transfert s'écrive :

$H_1(p) = \frac{7(K_p + K_d p) + p^2}{7(K_p + K_d p) + p^2 + \tau p^3} = 1 - \frac{\tau p^3}{7(K_p + K_d p) + p^2 + \tau p^3}$

Dans ces conditions, la transformée de Laplace de l'écart provoqué par une consigne quelconque n'est plus donnée par $E(p) = \frac{p^2}{p^2 + 7 K_d p + 7 K_p} Y_d(p)$, mais par $E(p) = \frac{\tau p^3}{p^2 + 7 K_d p + 7 K_p} Y_d(p)$. On remarque que l'écart est divisé par plus de 900, grâce au coefficient τ , et que le degré du numérateur augmente d'une unité, comme si on avait augmenté le nombre d'intégrateurs. L'écart de poursuite en régime établi sera donc nul non seulement pour des échelons de position ou vitesse, mais aussi pour des échelons d'accélération.

■ Question 17 : Problème de la mesure de la vitesse

Pour une fréquence d'échantillonnage de 1000 Hz, l'intervalle de temps séparant deux mesures de positions consécutives est de 10^{-3} s. La résolution de la mesure de vitesse est d'un incrément d'un micron par milliseconde, ce qui équivaut à 1 mm/s. En 10^{-3} s, le déplacement à la vitesse de 5 mm/s n'est que de 5 microns, soit 5 incréments du capteur de position. L'incertitude relative de la mesure de vitesse est donc de 1/5, soit 20 %. Pour une vitesse de 500 mm/s, l'incertitude est cent fois plus faible, soit 0,2 %. A faible vitesse, l'incertitude est excessive et altère fortement la qualité du retour tachymétrique et donc du terme d'amortissement de la fonction de transfert en boucle fermée, ce qui peut causer une instabilité.

Pour améliorer la qualité de mesure de vitesse, on peut alors envisager :

- 1- de diminuer la fréquence d'échantillonnage ;
- 2- d'utiliser un capteur linéaire à plus grande résolution ;
- 3- d'ajouter un capteur tachymétrique analogique à grande course linéaire ou un capteur rotatif avec un galet ;
- 4- d'utiliser les informations fournies par les capteurs à effet Hall, en ajoutant un convertisseur analogique-numérique à deux voies de mesures pour chaque chariot ;
- 5- de calculer la vitesse sur un intervalle de temps de plusieurs périodes d'échantillonnage ;
- 6- de reconstruire la mesure de vitesse en filtrant de façon appropriée les mesures de position sur plusieurs périodes d'échantillonnage consécutives ;
- 7- d'utiliser une horloge programmable et un compteur internes à la carte d'axe, pour chronométrer le temps séparant les incréments de position.

La première solution est à exclure car la fréquence d'échantillonnage est égale à environ 6 fois la bande passante du système. En dessous, il y aurait des problèmes liés au théorème de Shannon. Même si la fréquence d'échantillonnage est supérieure à la limite théorique de 2 fois la bande passante, l'échantillonnage introduit un retard qui est susceptible d'affecter la stabilité de l'asservissement. Les solutions 2, 3 et 4 sont onéreuses. La solution 2 poserait de plus des problèmes de fréquence de comptage excessive à grande vitesse. Les solutions 5 et 6 ont l'inconvénient d'induire un retard dans la mesure de la vitesse qui risque d'affecter la stabilité. La dernière solution est la plus simple et la moins onéreuse, car les microcontrôleurs sont généralement équipés de "timers" (ou chronomètres) programmables.

L'efficacité du chronométrage est excellente à faible vitesse : à la vitesse de déplacement de 5 mm/s, il s'écoule $\frac{10^{-6} \text{ m}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}} = 200 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ entre deux incréments de position consécutifs. Avec, par exemple, une fréquence d'horloge de $2.5 \cdot 10^6 \text{ Hz}$, le nombre d'impulsion d'horloge compté entre deux incréments est égal à 500, ce qui donne une résolution de 0,2 % contre les 20 % de résolution de la mesure par comptage d'incrément de position. Par contre, lorsqu'on augmente la vitesse, la résolution de la mesure par chronométrage diminue, alors que celle de la mesure par comptage augmente. Par exemple, à 500 mm/s, la résolution par chronométrage n'est plus que de 20 % alors que la résolution par comptage est de 0,2 %.

La solution retenue sera donc d'utiliser le comptage pour la mesure des grandes vitesses et le chronométrage, pour la mesure des faibles vitesses. Dans le cas des valeurs numériques données en exemple, la frontière entre hautes et basses vitesses se situe à 50 mm/s.

■ Question 18 : Réalisation de l'asservissement numérique

Le gain équivalent à la mesure de la position est égal à $k_{mp} = 10^6 \mu\text{m}/\text{m}$ car les valeurs mesurées sont en microns.

Le gain équivalent au calcul de la vitesse est égal à $k_{cv} = 10^{-3} \text{ms}/s$ car la dérivée par rapport au temps de y_m est en $\mu\text{m}/s$ et la mesure de vitesse est en $\mu\text{m}/\text{ms}$.

Le gain équivalent à la conversion numérique-analogique est égal à $k_{na} = \frac{10}{4000} \frac{\text{V}}{\text{incr}}$.

Pour déterminer les gains d'asservissement k_p , k_v et k_a , il suffit d'identifier les gains de boucle ou d'anticipation des figures 14 et 15.

Pour la boucle de position, on doit avoir $k_{mp} k_p k_{na} = K_p$. Donc :

$$k_p = \frac{K_p}{k_{mp} k_{na}} = \frac{25200}{10^6 10/4000} = 10.08 \approx 10 \text{ incr} / \mu\text{m}.$$

Pour la boucle de vitesse qui correspond à l'action dérivée, on doit avoir $k_{mp} k_{cv} k_v k_{na} = K_d$. Donc :

$$k_v = \frac{K_d}{k_{mp} k_{cv} k_{na}} = \frac{120}{10^6 10^{-3} 10/4000} = 48 \text{ incr ms} / \mu\text{m}.$$

Pour l'anticipation d'accélération, les valeurs de l'accélération désirée sont en $\mu\text{m}/\text{ms}^2$. Or, $1 \mu\text{m}/\text{ms}^2$ est égal à $1 \text{m}/\text{s}^2$. Donc :

$$k_a = \frac{K_A}{k_{na}} = \frac{177}{10/4000} = 57.14 \approx 57 \text{ incr ms}^2 / \mu\text{m}.$$

■ Question 19 : Algorithme de calcul de la commande

Pour simplifier, on suppose qu'il n'est pas nécessaire d'appliquer la méthode d'amélioration du calcul de la vitesse introduite dans la réponse à la question 17. Le calcul de la vitesse se résume donc à celui de la différence entre la position mesurée et celle mesurée à l'instant d'échantillonnage précédent. Ceci nécessite de mémoriser la valeur de la mesure précédente. L'algorithme de commande peut alors s'écrire sous la forme suivante, prenant en compte un générateur d'interruptions périodiques (timer), dont l'existence sur la carte d'axe est incontournable pour un tel système de commande en temps réel :

Séquence d'initialisation :

Initialiser le matériel

Mettre la valeur 0 dans le convertisseur analogique-numérique

Appeler l'interpolateur pour obtenir les consignes initiales y_d, y_d', y_d'''

Acquérir la position initiale y_m

Initialiser l'ancienne position $y_{m-1} = y_m$

Lancer l'horloge temps réel pour avoir des interruptions toutes les millisecondes

Aller à la tâche de fond

Séquence de réponse à l'interruption périodique, toutes les millisecondes :

Acquérir la position courante y_m

Calculer $u = k_p(y_d - y_m) + k_v(y_d' - y_m + y_{m-1}) + k_a y_d'''$

Actualiser la valeur de u dans le convertisseur numérique-analogique

Mémoriser l'ancienne position $y_{m-1} = y_m$

Appeler l'interpolateur pour obtenir les consignes suivantes y_d, y_d', y_d'''

Acquitter l'interruption et retourner à la tâche de fond

Tâche de fond

Faire indéfiniment

Surveiller les sécurités

Si anomalie alors

Masquer les interruptions d'horloge temps réel

Mettre la valeur 0 dans le convertisseur analogique-numérique, pour arrêter le mouvement

Attendre une ré-initialisation

Fin SI

Fin Faire

Un algorithme équivalent, n'utilisant pas explicitement le mécanisme d'interruption, peut s'écrire :

Initialisation :

Initialiser le matériel

Mettre la valeur 0 dans le convertisseur analogique-numérique

Appeler l'interpolateur pour obtenir les consignes initiales y_d, y_d', y_d'''

Acquérir la position initiale y_m

Initialiser l'ancienne position $y_{m-1} = y_m$

Boucle de calcul de la commande :

Faire indéfiniment

Attendre le prochain instant d'échantillonnage (en scrutant l'horloge temps réel)

Tester les sécurités

Si anomalie alors

Mettre la valeur 0 dans le convertisseur analogique-numérique, pour arrêter le mouvement

Attendre une ré-initialisation

Fin SI

Acquérir la position courante y_m

Calculer $u = k_p(y_d - y_m) + k_v(y_d' - y_m + y_{m-1}) + k_a y_d'''$

Actualiser la valeur de u dans le convertisseur numérique-analogique

Mémoriser l'ancienne position $y_{m-1} = y_m$

Appeler l'interpolateur pour obtenir les consignes suivantes y_d, y_d', y_d'''

Fin Faire

Dans chacun de ces deux algorithmes, on a pris soin de minimiser le nombre d'opérations à exécuter entre l'instant d'échantillonnage et l'instant d'actualisation de la commande, afin de réduire le plus possible le retard généré par le calcul de la commande, ce retard étant nuisible pour l'amortissement et pour la stabilité du système asservi.

■ **Question 20 : Equilibrage des efforts des moteurs du chariot longitudinal**

Par symétrie, chacun des deux moteurs mobilisant le chariot longitudinal doit entraîner la moitié de la masse totale de celui-ci, plus une part variable de la masse totale du chariot longitudinal. Pour le moteur situé en y_+ , cette part varierait de 0 à 1 si le chariot transversal se déplaçait de $y = -0,8$ m à $y = +0,8$ m. Elle varierait de façon réciproque pour l'autre moteur. En posant M_L = Masse du chariot longitudinal, moteurs inclus et M_T = Masse du chariot transversal, moteur inclu, on peut écrire :

$$i_{x+} = \left(\frac{1}{2} (M_L + M_T) + \frac{y}{1,6} M_T \right) y'' / K_f \quad \text{et} \quad i_{x-} = \left(\frac{1}{2} (M_L + M_T) - \frac{y}{1,6} M_T \right) y'' / K_f .$$

En considérant le courant moyen, $i_x = \frac{1}{2} (i_{x+} + i_{x-}) = \frac{1}{2} (M_L + M_T) y'' / K_f$, on peut également écrire :

$$\boxed{i_{x+} = \left(1 + \frac{y}{0,8} \frac{M_T}{M_L + M_T} \right) i_x} \quad \text{et} \quad \boxed{i_{x-} = \left(1 - \frac{y}{0,8} \frac{M_T}{M_L + M_T} \right) i_x}$$

La course du chariot transversal étant limitée à $\pm 0,75$ m, M_L étant égal à 55 Kg et M_T à 15 Kg, numériquement, la répartition des courants varie entre $\left(1 - \frac{0,75}{0,8} \frac{15}{70} \right) i_x$ et $\left(1 + \frac{0,75}{0,8} \frac{15}{70} \right) i_x$, soit de $\pm 20\%$ autour de la valeur moyenne.

■ Question 21 : Algorithme d'interpolation

La trajectoire de test se compose de segments de droite et d'arcs de cercle. Il est souhaité que la vitesse de parcours des éléments de trajectoire soit constante, ce qui se traduit par des points équidistants le long de la trajectoire. Cependant, il est rare que le temps de parcours d'un segment avec une vitesse donnée coïncide avec un nombre entier de période d'échantillonnage. Deux solutions s'offrent alors :

- accepter de petites variations de vitesse au passage d'un segment de trajectoire au suivant, de façon à avoir des points de consigne sur chacune des extrémités de ces segments ou
- maintenir une vitesse strictement constante et accepter que les extrémités des segments ne coïncident pas avec des points de consigne, ce qui d'une part complique considérablement les calculs des fonctions d'interpolation et d'autre part ne garantit pas l'absence d'acoup au passage d'un segment de trajectoire au suivant.

La première solution est préférable à condition que le nombre de points de consigne sur un segment soit suffisant pour que l'arrondi à un nombre entier ne cause pas de variation excessive de vitesse.

Comme il faut maîtriser le mouvement en fonction du temps, il est commode d'exprimer les trajectoires sous forme paramétrique, chaque coordonnée du point mobile étant défini en fonction du temps.

Cas d'un segment de droite :

Pour parcourir un segment de droite à vitesse constante, en partant d'un point de coordonnées (x_0, y_0) à l'instant t_0 et arrivant en un point de coordonnées (x_n, y_n) à l'instant t_n , les fonctions d'interpolation sont :

$$\begin{array}{l} x = x_0 + x'(t - t_0), \quad x' = \frac{x_n - x_0}{t_n - t_0}, \quad x'' = 0 \\ y = y_0 + y'(t - t_0), \quad y' = \frac{y_n - y_0}{t_n - t_0}, \quad y'' = 0 \end{array}$$

La longueur du segment est égale à $L = \sqrt{(x_n - x_0)^2 + (y_n - y_0)^2}$. La durée de son parcours à la vitesse constante "V" serait égale à $t_n - t_0 = \frac{L}{V}$. Avec une période d'échantillonnage T_e , le nombre de périodes d'échantillonnage est égal à $n = \frac{L}{V T_e}$. Pour que n soit un nombre entier, il faut adapter la vitesse V , en s'écartant le moins possible de la valeur désirée. On pose alors :

$$n = \text{Arrondi}\left(\frac{L}{V T_e}\right) \quad \text{et} \quad \tilde{V} = \frac{L}{n T_e}, \quad \tilde{V} \text{ étant une vitesse voisine de la vitesse désirée.}$$

Dans le cas du segment de droite de 22 mm que l'on souhaite parcourir à la vitesse trouvée en début de question 7, égale à 0,465 m/s, on obtient : $n = \text{Arrondi}\left(\frac{22 \cdot 10^{-3}}{0,465 \cdot 10^{-3}}\right) = 47$ et $\tilde{V} = 0,468 \text{ m/s}$, soit un écart de +0,6 % par rapport à la vitesse désirée.

Cas d'un arc de cercle :

Pour un arc de cercle, on procède de façon similaire, en passant par l'intermédiaire de la longueur d'arc à parcourir (angle en radian) et en plaçant l'origine au centre du cercle (x_c, y_c) . Soit alors θ_0 , la position angulaire à l'instant t_0 et θ_n , la position angulaire à l'instant t_n , les fonctions d'interpolation seront :

$\theta = \theta_0 + \theta'(t - t_0),$	$\theta' = \text{constante},$	$\theta'' = 0$
$x = x_c + r \cos(\theta),$	$x' = -r \theta' \sin(\theta),$	$x'' = -r \theta'^2 \cos(\theta)$
$y = y_c + r \sin(\theta),$	$y' = r \theta' \cos(\theta),$	$y'' = -r \theta'^2 \sin(\theta)$

La vitesse angulaire souhaitée est égale à $\omega = \frac{V}{r}$. Le nombre de périodes d'échantillonnage nécessaire pour parcourir l'arc de cercle est égal à $n = \text{Arrondi}\left(\frac{\theta_n - \theta_0}{\omega T_e}\right)$. La vitesse angulaire effectivement praticable est égale à $\theta' = \frac{\theta_n - \theta_0}{n T_e}$.

Dans le cas d'un demi-cercle de rayon 5 mm, les valeurs numériques sont $\omega = 93 \text{ s}^{-1}$, $n = 34$ et $\theta' = 92.4 \text{ s}^{-1}$, soit un écart de -0,6 % par rapport à la vitesse angulaire désirée. Dans le cas d'un grand cercle, les écarts sont plus faibles car la distance, le temps de parcours et le nombre de points sont 4 fois plus grands.

On vérifie ainsi que dans tous les cas examinés et correspondant à la trajectoire de test, les écarts de vitesse sont faibles, ce qui valide le choix retenu au début de la réponse à la présente question.

L'algorithme d'interpolation peut être le suivant :

Début de trajectoire

Positionner un pointeur sur le premier descripteur de segment de trajectoire

Lire la vitesse désirée

Tant qu'il existe des segments de trajectoire

Lire les paramètres du segment

Si le segment est un segment de droite

Calculer la distance à parcourir : $L = \sqrt{(x_n - x_0)^2 + (y_n - y_0)^2}$

Calculer le nombre de points à générer : $n = \text{Arrondi}\left(\frac{L}{V T_e}\right)$

Calculer la vitesse désirée tenant compte de l'arrondi : $\tilde{V} = \frac{L}{n T_e}$

Préparer les consignes de vitesse : $x_d' = \tilde{V} \frac{x_n - x_0}{L}$ et $y_d' = \tilde{V} \frac{y_n - y_0}{L}$

Préparer les consignes d'accélération : $x_d'' = 0$ et $y_d'' = 0$

Pour $k = 0$ à n

Calculer les consignes de position : $x_d = x_0 + (x_n - x_0) \frac{k}{n}$, $y_d = y_0 + (y_n - y_0) \frac{k}{n}$

Attendre l'appel des cartes d'axes

Actualiser les consignes (x_d, x_d', x_d'') et (y_d, y_d', y_d'') pour les cartes d'axes

Fin pour

Sinon (il s'agit d'un arc de cercle)

Calculer la vitesse angulaire souhaitée : $\omega = \frac{V}{r}$

Calculer le nombre de points à générer : $n = \text{Arrondi}\left(\frac{\theta_n - \theta_0}{\omega T_e}\right)$

Calculer la vitesse angulaire désirée tenant compte de l'arrondi : $\theta' = \frac{\theta_n - \theta_0}{n T_e}$

Pour $k = 0$ à n

Calculer la position angulaire $\theta_k = \theta_0 + (\theta_n - \theta_0) \frac{k}{n}$

Calculer les consignes

$x = x_c + r \cos(\theta_k)$, $x' = -r \theta' \sin(\theta_k)$, $x'' = -r \theta'^2 \cos(\theta_k)$

$y = y_c + r \sin(\theta_k)$, $y' = r \theta' \cos(\theta_k)$, $y'' = -r \theta'^2 \sin(\theta_k)$

Attendre l'appel des cartes d'axes

Actualiser les consignes (x_d, x_d', x_d'') et (y_d, y_d', y_d'') pour les cartes d'axes

Fin pour

Fin Si

Fin tant que

Fin de trajectoire

Selon le système de programmation utilisé, si celui-ci n'optimise pas les calculs, il peut être justifié de pré-calculer les grandeurs qui interviennent plusieurs fois dans les boucles de calcul les plus internes, comme $x_n - x_0$, $y_n - y_0$, $r \cos(\theta_k)$ et $r \sin(\theta_k)$.

■ Troisième partie : Coordination d'ensemble de la machine

■ Question 22 : Schémas de l'alimentation et du raccordement des capteurs

a) "tête de filerie" : pour ce qui concerne le raccordement au réseau électrique de l'atelier, il est indispensable de mettre en tête du câblage un sectionneur-fusibles qui permet d'isoler complètement la machine lors des interventions. Dans l'énoncé, pour simplifier, on supposait que le réseau de l'atelier était monophasé 220V. Le sectionneur doit donc être bipolaire plus terre (dans la pratique industrielle, le réseau atelier est le plus souvent en 380 V triphasé+neutre, de sorte qu'il faut un sectionneur tripolaire, et brancher entre phase et neutre les organes à alimenter en 220 V, en essayant d'équilibrer les courants consommés par phase).

Dans le cadre du sujet, en aval du sectionneur, on trouvera donc en parallèle tous les organes consommateurs de 220 V. Pour se limiter à ce qui était demandé, on citera le générateur HF, l'automate programmable (que l'on suppose alimenté en 220 V) et le générateur de 24V continu destiné à alimenter les entrées/sorties de l'automate (dans la pratique, il y aurait notamment aussi les différentes pompes...). Le générateur HF devant être mis hors tension indépendamment des autres organes, il est souhaitable d'intercaler un contacteur piloté par l'automate (bobine en 24V=).

En ce qui concerne la mise sous tension de la machine, il n'y a pas de "doctrine" universellement adoptée dans l'industrie, chaque entreprise ou branche professionnelle fixe ses préconisations. Le plus simple est de mettre l'ensemble PO+PC sous tension simultanément. Cela peut avoir des effets pervers si la PC est relativement lente par rapport à la PO. Dans ce cas, des mouvements de puissance peuvent avoir lieu alors que la PC n'a pas encore remis en position initiale correcte les pré-actionneurs. C'est pourquoi une bonne pratique est de mettre sous tension d'abord la PC qui fait un cycle d'initialisation notamment en examinant l'état des capteurs pour en déduire le positionnement initial correct des pré-actionneurs. Ceci fait, un contacteur général, situé en aval du sectionneur général et, bien sûr, de l'alimentation de l'API, est actionné pour alimenter la puissance.

En ce qui concerne les arrêts d'urgence, il est préconisé que ceux-ci agissent **sans** l'intervention de la commande programmée (le programme de l'API), même si elle doit être informée de l'action sur ces commandes (généralement des boutons "coup de poing"). Chacun des câblage des mouvements doit être soigneusement étudié, pour que, dans tous les cas de figure (c'est à dire à toutes les phases du fonctionnement), l'action sur l'arrêt d'urgence soit sécuritaire, notion à étudier cas par cas, mais, dans la très grande majorité des cas, devant provoquer un figeage du mouvement étudié.

b) **Raccordement des entrées/sorties** : la première chose à faire est d'accorder le type des cartes d'E/S avec les capteurs et les préactionneurs. Les cartes les plus économiques et fiables sont dites "statiques" (silicium) par opposition aux cartes à relais électro-mécaniques. Elles sont alors souvent polarisées et doivent être raccordées en continu et en respectant la polarité (c'était l'option prise dans le sujet). En ce qui concerne les arrêts d'urgence, il est clair qu'ils doivent intervenir dans la commande des pré-actionneurs et non directement sur la puissance, leur pouvoir de coupure étant insuffisant dans le cas général. Ils sont donc en série sur le pilotage des mouvements. C'est ce que l'on appelle les sécurités de "premier niveau".

■ Question 23 : Modes de marche du sous-ensemble générateur de flux laser.

Tous les éléments étaient donnés dans le texte de la question, sur un mode évidemment très simplifié compte tenu du temps limité de l'épreuve. Les rectangles états pertinents étaient A1, F2, F1, D2, A5. Les conditions de passage étaient données dans le texte et on ne les rappellera pas ici. Le seul endroit où il fallait faire preuve d'initiative était de situer l'emplacement du fonctionnement auxiliaire qui permet de renouveler le gaz dans la cavité. Comme ce mode est activé par l'opérateur, et ce, seulement pendant l'arrêt de la machine, il était logique

de le placer en A1, (ou en A5, si l'on considère qu'un gaz pollué est une défaillance). Selon l'hypothèse retenue, on adaptera l'étiquetage des arcs de passage d'un état à l'autre.

On se reportera à la question 25 pour une formalisation de ce GEMMA, non pas sur la grille, mais sous forme d'un graphe d'état dans le symbolisme GRAFCET.

■ Question 24 : Modes de marches du sous-ensemble de déplacement des chariots.

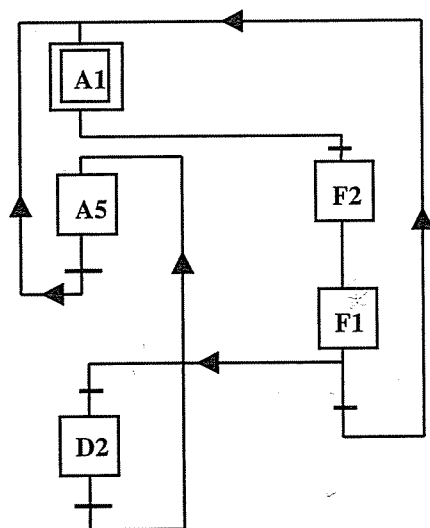
Dans le texte, toujours dans une perspective de simplification, on avait opté pour une séparation totale entre les deux sous-ensembles laser et chariot, qui ne communiqueraient que par des E/S à câbler et ceci dans l'idée qu'ils puissent être étudiés séparément, modes de marches y compris. Dans la pratique industrielle, on opte plutôt pour placer l'une des deux unités de commande en situation hiérarchiquement supérieure : soit l'automate contient des cartes d'axes, soit le DCN contient un automate programmable. Dans les deux cas, la communication se fait par des variables internes et l'étude des modes de marche est à faire globalement. La question était donc assez formelle et la réponse était que le GEMMA n'est pas un outil dont la "philosophie" est adaptée à la commande numérique : le fonctionnement normal (déplacement selon une trajectoire programmée) est presque trivial à côté de tous les fonctionnements auxiliaires, comme les prises d'origines et le téléchargement de programme.

On pouvait cependant donner un GEMMA simple pour pouvoir aborder dans de bonnes conditions les questions suivantes, portant sur les graphes d'état. On pouvait, par exemple, utiliser les rectangles A1, F2 pour les prises d'origines, F5, pour la marche bloc par bloc et F1 pour l'exécution du programme pièce. (Cf question 25)

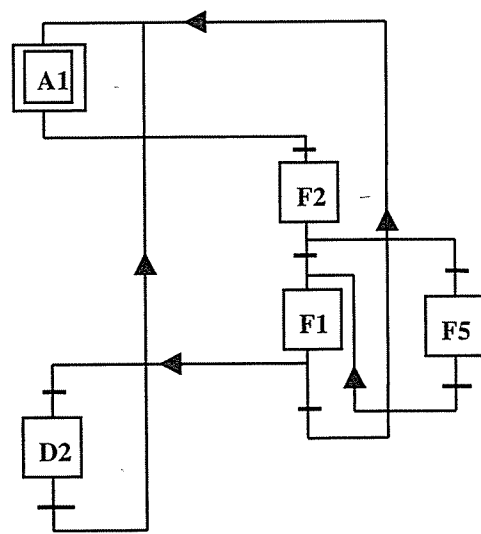
Autant le GEMMA appliqué sur des machines séquentielles classiques est un bon outil pour spécifier le dialogue homme/machine et la définition du pupitre opérateur, autant, ici, n'étant pas dans son domaine d'emploi privilégié, il n'est pas d'une grande aide pour spécifier les relations avec l'extérieur, (ici, l'automate programmable), avec lequel il communique par ses cartes d'E/S. Dans la pratique, ce sera au cours de l'analyse que se révéleront ces relations.

■ Question 25 : Modes de marches de l'ensemble de la machine

On trouvera ci-dessous des GEMMA possibles de chacun des sous-ensembles, sous la forme de GRAFCET connexes, et, de plus, des graphes d'état :



GEMMA1 possible du S/E LASER



GEMMA2 possible du S/E DEPLACEMENT

Pour les synchroniser, deux méthodes étaient proposées :

a) on construit un troisième grafcet connexe de niveau supérieur, qui, étant déclaré de niveau supérieur peut agir par forçage sur chacun de ces deux grafcets connexes. Ici, cette méthode est délicate à utiliser exclusivement, car les variables qui font évoluer les graphes sont internes à chacune d'entre eux. La méthode par introduction d'état d'étapes dans les réceptivités est donc également à utiliser. Par exemple, si l'on admet que le laser ne peut être enclenché que si la C/N est initialisée, il faudrait donc figer GRMMA1 en A1, tant que l'étape F1 de GRMMA2 n'est pas active.

b) on construit un graphe des modes de marche qui n'est plus un graphe d'état, mais un grafcet (possibilité de plusieurs étapes actives simultanément). GRMMA1 et GRMMA2 peuvent alors être considérés comme les deux grafcets connexes qui le composent. Il faut alors compléter les réceptivités avec les états d'étapes *ad hoc*. Par exemple, pour reprendre l'exemple ci-dessus, conditionner la réceptivité en aval de GRMMA1.A1 par la variable X.GRMMA2.F1.

Par ailleurs, comme on sait que tout grafcet formé de plusieurs composantes connexes peut toujours être mis sous la forme d'une seule composante connexe, on pourrait également construire un seul grafcet où les synchronisations deviendraient structurelles et non plus par l'interprétation.

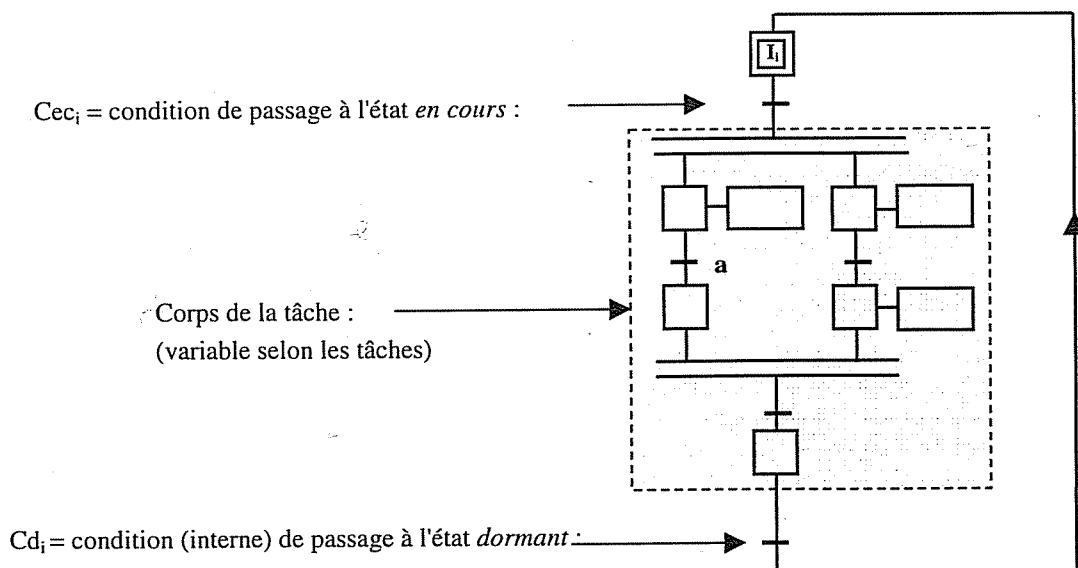
■ Question 26 : Définition du pupitre de la machine

Outre les boutons-poussoirs et les voyants classiques sur ce genre de machine, dont le recensement découle immédiatement des questions précédentes et que l'on ne rappellera pas, il était attendu du lecteur qu'il fasse état de la mise en place souhaitable d'un **terminal de dialogue** relié à l'automate programmable, qui permette les réglages en "clair", comme les paramètres de la tâche de surveillance ou l'affichage des valeurs critiques pour son fonctionnement (temps cumulé de fonctionnement, pression de la cavité, etc...). En ce qui concerne le bouton d'arrêt d'urgence, il fallait signaler son raccordement aux circuits de commande.

■ Question 27 : Etude de la programmation de l'automate programmable

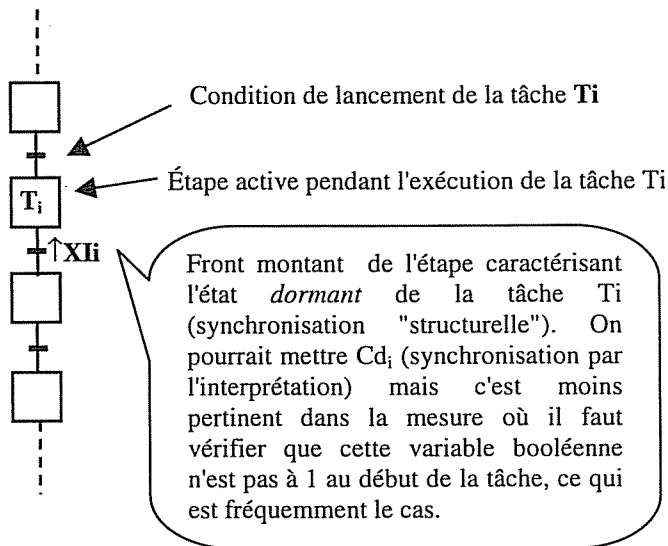
Le texte idéalisait et simplifiait à l'extrême la notion de tâche, puisqu'elle ne peut avoir que deux états : *en cours* ou *dormant*. On excluait des états comme *suspendu en attente d'une ressource*, *interrompu par niveau hiérarchique* etc...

D'où le graphe générique d'une tâche T_i , au sens du texte :



Pour le graphe d'état de niveau supérieur, qui dialogue avec les tâches, on a, pour les cas de synchronisation donnés dans le texte :

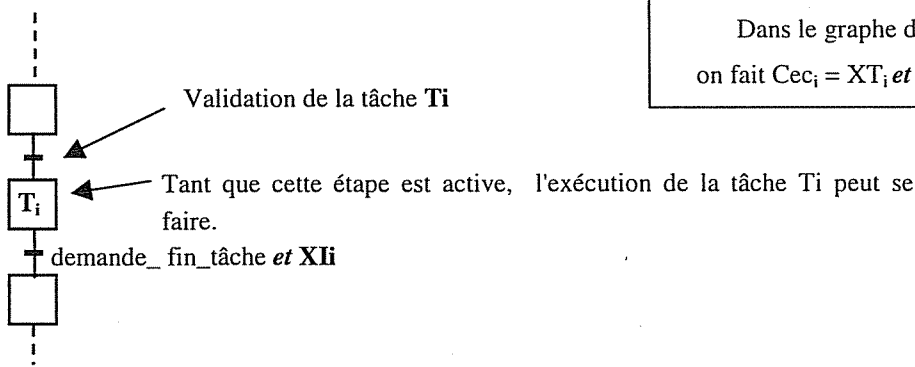
a) La fin de la tâche provoque le passage à l'état suivant :



Dans le graphe de la tâche T_i ,
on fait $Cec_i = XT_i$

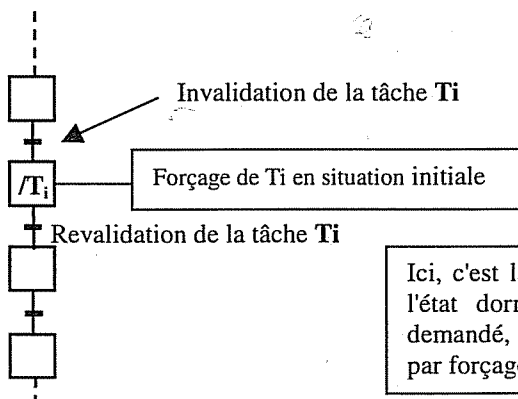
Par ailleurs, on peut supprimer le front montant de l'étape initiale de la tâche, qui peut poser des problèmes d'interprétation par le "moteur GRAFCET" de l'automate, en dédoublant cette étape initiale et en mettant un "appel-réponse" avec le graphe d'état.

b) La tâche peut être exécutée autant de fois que souhaité, tant que l'état est actif. Le cas échéant, le passage à l'état suivant est retardé jusqu'à la fin de la tâche :



Dans le graphe de la tâche T_i ,
on fait $Cec_i = XT_i$ et `lancement_tâche`

c) La tâche est constamment en cours, le changement de l'état provoque son passage à l'état dormant. Prendre le cas particulier de la tâche de surveillance de la cavité :



Dans le graphe de la tâche T_i , on peut faire
 $Cec_i = 1$, pour un maintien permanent à
l'état en cours.

Ici, c'est la philosophie opposée aux deux cas précédents : là où l'état dormant était la règle et l'état en cours explicitement demandé, ici, c'est l'état dormant qui est explicitement demandé, par forçage en situation initiale, et l'état en cours la règle générale.

■ Question 28 : Formulation algébrique du GRAFCET et du graphe d'état

a) Rappel de la formulation algébrique du GRAFCET :

On part de l'équation supposée connue d'une mémoire prioritaire à la mise à 1, soit :

$x_+ = s + /r.x$ où x_+ est l'état futur de la mémoire, x , son état actuel, s et r étant respectivement les entrées de mise à 1 (set) et de mise à 0 (reset).

Si x représente l'activité d'une étape donnée et si l'on appelle CF_i la condition de franchissement de la transition t_i , on a la relation suivante : $CF_i = R_i.\Pi X_p$, où R_i est la réceptivité associée à cette transition et ΠX_p le produit logique de tous les états des étapes en amont de la transition. On a alors immédiatement $s = \Sigma CF_{pj}$ et $r = \Sigma CF_{sj}$ (union logique des conditions de franchissement des transitions respectivement précédant et suivant l'étape j concernée). Un GRAFCET à n étapes peut donc être modélisé par un système de n équations :

$$x_{j+} = \Sigma CF_{pj} + /(\Sigma CF_{sj}).x_j \quad (j \text{ de } 1 \text{ à } n)$$

Ces équations satisfont les règles 2,3 et 5 du GRAFCET. Dans une implantation câblée ou programmée, il faut satisfaire la règle 1 en ajoutant un forçage de la situation initiale (il existe plusieurs méthodes, selon la technologie et le langage employé) et la règle 4 de la simultanéité de franchissement, en calculant toutes les composantes du vecteur X_+ en fonction de celles du vecteur X , puis en affectant $X_+ \rightarrow X$.

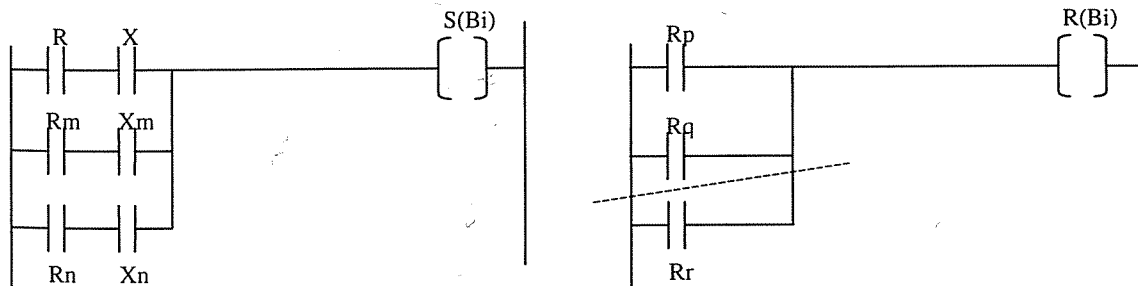
b) Formulation algébrique d'un graphe d'état :

Dans le texte, on suggérait d'utiliser directement l'effet mémoire des bits internes par les "bobines" Set et Reset de ces bits. Notons au passage que la nature de la priorité de la mémoire de ces bits internes ne se pose pas, puisque, dans un graphe d'état, il ne peut y avoir conflit entre une demande de mise à 1 et une demande de mise à 0 (un et un seul état actif, à un instant donné). La mise à 1 de la mémoire matérialisant l'état j a lieu lorsqu'une des transitions précédant l'état j concerné est franchie, tout comme dans le grafcet, à ceci près qu'une seule transition au plus, ne peut l'être dans la totalité du graphe, donc *a fortiori* en amont d'un état. La mise à 0 de cette mémoire a lieu lorsqu'une des transitions suivant l'état j concerné est franchie. Enfin, la condition de franchissement des transitions est plus simple, puisqu'il ne peut y avoir qu'un seul état en amont de la transition t_j . D'où $Cf_j = R_i.X_{pj}$.

En définitive, on a :

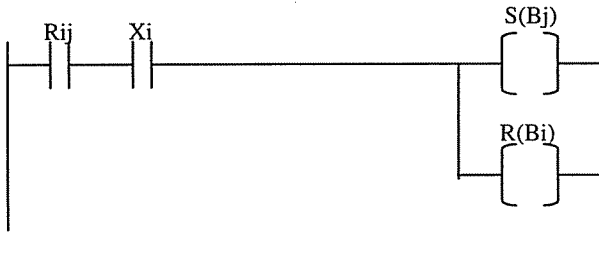
$S(X_i) = \Sigma Cfp_i$ et $R(X_i) = \Sigma Cfs_i$ mais, dans cette expression et par définition, X_i est en facteur. Elle peut donc se simplifier en $R(X_i) = \Sigma Rsi$

En réseau de contacts, ces expressions se formulent ainsi :



Nota : le texte privilégiait la formalisation centrée autour des états. Dans les implémentations en réseaux de contacts, on utilise souvent une méthode centrée sur les transitions, puisque, par définition, il n'y a qu'un seul état en amont et un seul en aval de la transition.

Il n'y a alors qu'un seul réseau par transition :



■ Question 29 : Tâche de surveillance de la cavité laser

Condition C1 : non dépassement d'un temps cumulé de fonctionnement du laser.

On peut utiliser le bloc fonction temporisateur, dont le comportement était précisé dans le sujet p.6 de l'annexe. L'entrée C est mise à 1 en même temps que le laser fonctionne (information disponible, puisque c'est l'automate qui commande la marche du laser). Le décomptage du temps est donc inhibé lorsque le laser n'est pas commandé ($C = 0$). L'entrée E recharge le compteur de temps à la valeur préselectionnée en mode réglage de l'automate. La base de temps pourrait être fixée à la minute, de sorte que la durée maximale sera de 10000 minutes, soit plus de 160 heures. La sortie D attaquera une "bobine inverse" (Cf p.3 de l'annexe) du bit interne B1.

Condition C2 : la pression de la cavité est à l'intérieur d'une fourchette donnée dont les bornes sont paramétrables.

Le capteur de pression (ou plutôt de vide) est analogique et est raccordé à l'automate via une carte d'entrée analogique qui actualise en permanence, selon le mode de fonctionnement, un mot interne que l'on notera W_p . Les bornes supérieure et inférieure de la pression sont stockées, en mode réglage, dans des mots que l'on notera W_s et W_i . Pour vérifier que la pression est à l'intérieur de la fourchette, il suffit de mettre un réseau comprenant deux blocs comparateurs en série (p.8 de l'annexe). Le premier donne $W_p > W_i$ et le second $W_p < W_s$. L'ensemble positionne un bit interne B2, qui vaut donc 1 lorsque que les deux comparaisons sont vraies.

Condition C3 : la pression à l'intérieur de la cavité ne varie pas trop vite.

Il faut "relever" la valeur actuelle de la pression (W_p) à intervalle régulier, et la comparer à la valeur précédemment relevée (mémorisée dans W_{pp} , p. ex.) et voir si la valeur absolue de l'écart est inférieure à une valeur stockée en mode réglage dans un mot W_e , p.ex.). Pour cela, on peut utiliser un bloc temporisation, qui, lorsqu'il est arrivé à son terme, active des réseaux dont l'un comprend deux blocs calculs, le premier calculant $W_p - W_{pp}$ et le suivant prenant sa valeur absolue. Cette valeur est utilisée dans le réseau suivant qui comporte un bloc comparateur $W_e > \text{abs}(W_p - W_{pp})$. Si cette condition est vraie, on "set" le bit interne 3, sinon on le "reset". Dans tous les cas, on relance la temporisation.

Condition C4 : la température est inférieure à un seuil donné.

Il suffit de ramener l'interrupteur thermostatique I_{therm} sur une entrée TOR de l'automate et dans un réseau, alimenter le bit interne B4 par cette entrée complémentée, pour avoir 1 lorsque la température est sous le seuil de température, ajustable localement par une molette graduée en °C (Cf texte).

Tâche de surveillance :

Le bit interne OK_cavité est positionné par un réseau comprenant les quatre bits B1 à B4 en série.

Agrégation de Génie Mécanique, année 1999

Commentaires sur l'épreuve d'Automatismes industriels

Généralités

L'épreuve d'automatismes industriels de la session 1999 de l'Agrégation de Génie Mécanique visait à tester

- les connaissances des candidats à la fois en Automatique des systèmes continus et discrets et dans les disciplines connexes
- leur savoir-faire en terme de conception et de mise en œuvre des systèmes de commande.

Sur le premier point, il est essentiel pour un praticien du Génie Mécanique de pas limiter son champ d'intérêt aux principaux outils mathématiques de modélisation d'analyse et de synthèse spécifiques à l'Automatique, mais de l'élargir vers les domaines connexes afin de connaître les phénomènes intervenant dans les systèmes physiques utilisés. En particulier, dans le cas des machines-outils, il s'agira de comprendre et prendre en compte les propriétés utiles et les limitations technologiques des actionneurs, des capteurs et des systèmes de commande.

Sur le deuxième point, l'enseignant en Génie Mécanique se distingue par sa capacité non seulement à transmettre des connaissances, mais aussi à former à leur mise en application concrète. Dans l'environnement de la production mécanique, la construction, l'intégration et l'adaptation des machines sont des activités qui nécessitent beaucoup d'expérience pour pouvoir être conduite avec efficacité.

Présentation des résultats

Le thème choisi est d'actualité car on assiste à un développement extrêmement rapide des systèmes d'usinage à très grande vitesse, mettant en œuvre des moteurs linéaires et nécessitant de perfectionner les techniques de commande. Vu la nouveauté des technologies abordées dans le sujet (usinage laser, moteur linéaire, système de commande hiérarchisé, commande à anticipation d'accélération...), il a délibérément été choisi une approche didactique du système étudié. Les résultats intermédiaires étaient donnés, pour permettre aux candidats qui ne savaient pas traiter une question, de ne pas être handicapé pour continuer. La plupart des questions étaient relativement simple. Quelques-unes étaient faussement faciles, voire difficiles. Ainsi conçue, l'épreuve était certes très longue, mais elle permettait à chacun d'être évalué au mieux de ce qu'il savait faire, quelle que soit sa position dans l'échelle de notation.

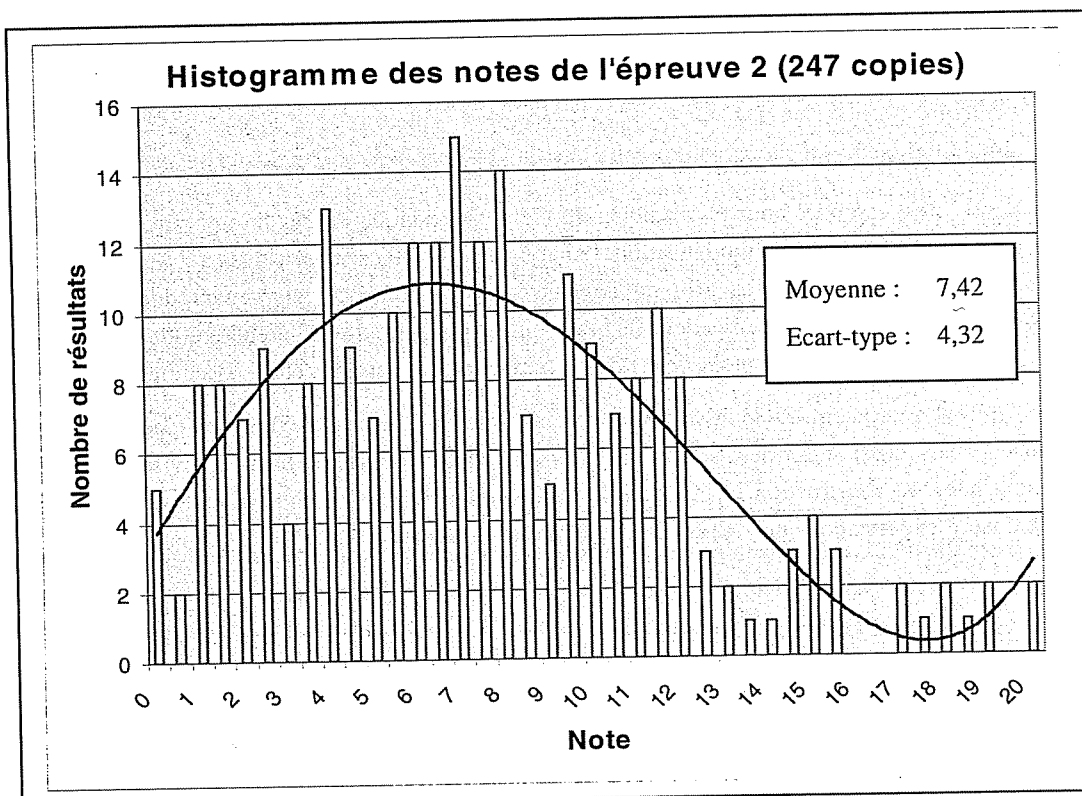
Les résultats sont quantitativement assez satisfaisant en terme de finesse d'évaluation, avec un grand étalement des notes visible sur l'histogramme donné en fin de cette présentation.

- Une dizaine de candidats brillants s'est distinguée, avec des notes comprises entre 17 et 20. Une autre dizaine a obtenu entre 15 et 16. Tous ces candidats ont très bien adhéré à l'esprit du sujet et les plus brillants ont réussi à dominer à la fois les aspects théoriques et pratiques de chacune des trois parties.
- Une soixantaine de candidats a obtenu de bons résultats, avec des notes comprises entre 10 et 14. On trouve là des candidats qui ont été brillants dans les aspects purement formels et mal à l'aise dans les aspects plus pratiques de l'épreuve.
- Plus de 100 candidats ont obtenu des résultats moyens, avec des notes comprises entre 5 et 9. Bien souvent, ces candidats n'ont pas abordé l'une des trois parties du sujet, avec un nombre significatif qui s'est attardé

sur la première partie et qui n'a traité que les questions relatives à l'écriture des fonctions de transfert de la deuxième partie ou les questions pratiques de la troisième partie.

- Environ 70 candidats ont obtenu des notes faibles, inférieures à 5. En général, ils ont répondu à des questions éparses, prises dans différentes parties du sujet, en se contentant souvent de donner des résultats sans expliciter leur démarche. Quelques-uns sont restés bloqués sur la première partie, malgré la possibilité qu'offrait l'épreuve de passer facilement aux questions suivantes.

Le bilan statistique de l'épreuve donne, sur 247 copies corrigées, une moyenne de 7,42 sur 20. L'écart-type de 4,32 est très élevé, ce qui traduit numériquement le grand étalement des notes. Aussi peut-on souligner que, dans cette session 1999, l'épreuve d'Automatisme Industriel a eu un fort impact sur le classement des candidats.



Commentaires détaillés

Question 1 : Force développée par une spire

Pratiquement tous les candidats ont traité cette question, la plupart correctement, mais environ 20% des candidats n'ont pas su utiliser la bonne loi physique ou n'ont pas pris soin de justifier l'orientation de la force.

Question 2 : Force développée par un solénoïde

Un peu plus de la moitié des candidats a traité cette question. La moitié d'entre eux s'est précipité dans les calculs, alors qu'une réponse qualitative suffisait, à condition d'être soigneusement justifiée. Quelques candidats ont su mener convenablement le calcul jusqu'au bout après avoir bien précisé les hypothèses.

Question 3 : Force développée et puissance dissipée par le moteur

Les deux tiers des candidats ont traité cette question. Environ une moitié d'entre eux a su établir convenablement les résultats, parfois au prix de calculs longs et compliqués, faute d'avoir cherché à prendre du recul par rapport à

ce qu'ils faisaient : ils ont certainement perdu beaucoup de temps en se précipitant sur les calculs. Un quart des candidats, assez curieusement, n'a pas su prendre en compte l'effet du décalage d'un tiers de pas des trois familles de solénoïdes et ne pouvait alors que trouver une somme des efforts égale à 0 ! Un certain nombre de ceux-ci et d'autres qui se sont égarés dans les calculs ont, en cours de route, trafiqué des résultats intermédiaires pour aboutir coûte que coûte au résultat demandé : Les correcteurs ne s'y sont pas laissés prendre et ces candidats manquant quelque peu d'honnêteté ont eu zéro à cette question.

Question 4 : Commande de répartition des courants

Un peu plus de la moitié des candidats a traité cette question. Beaucoup sont arrivés au résultat au prix, là encore, de calculs compliqués, similaires à ceux de la question 3, alors que le résultat pouvait être établi quasi directement.

Question 5 : Gain de transfert du module de puissance

Près des deux tiers des candidats n'ont pas traité cette question où il n'y avait aucun calcul à effectuer. Seulement la moitié des autres a su établir le résultat. Il est étonnant que les candidats se précipitent sur les questions aux aspects plutôt formels ou pouvant conduire à un long calcul, au détriment des questions qui ne nécessitent que du bon sens et de la réflexion.

Question 6 : Choix des moteurs

Près des deux tiers des candidats ont traité cette question. Environ un tiers d'entre eux a su aborder méthodiquement la question, après avoir lu convenablement l'énoncé. Trop de candidats n'ont pas pensé à tenir compte de la masse du chariot transversal et du moteur d'entraînement de ce chariot, lors du dimensionnement des moteurs du chariot longitudinal. Trop de candidats n'ont pas justifié leur choix.

Question 7 : Etude de l'accélération pendant un cycle de découpe

Près de la moitié des candidats a traité cette question. Peu d'entre eux ont su tracer les courbes de variation de l'accélération à partir de considérations simples. Seuls quelques-uns ont su tracer les courbes des carrés des accélérations et en déduire l'accélération efficace, en constatant qu'elle n'était pas proche de 10 m/s^2 comme l'annonçait l'énoncé, mais proche de 20 m/s^2 . Les correcteurs ont été surpris de constater que, d'une part, les candidats étaient très mal à l'aise dans ce genre de question à orientation purement mécanique et que d'autre part, ils ne savaient pas d'emblée tracer le carré d'une sinusoïde : beaucoup de courbes ressemblaient à des valeurs absolues, quelques-unes prenaient des valeurs négatives !

Question 8 : Choix définitif des moteurs

Moins d'un quart des candidats a traité cette question. Les résultats ont été assez décevants. A peu près la moitié des réponses ont développé une argumentation convenable du choix du constructeur, mais aucun candidat n'a analysé les conséquences de ce choix.

Question 9 : Modèle de transfert de l'ensemble « module de puissance + moteur »

Les deux tiers des candidats ont traité cette question. Ceux qui ne l'ont pas traitée sont des candidats qui se sont arrêtés avant ou qui sont passés directement soit à la question suivante, soit à la troisième partie. La question étant « facile », il s'agit visiblement de candidats ne maîtrisant pas l'utilisation de la transformation de Laplace. Pour ceux qui ont traité la question, presque tous l'ont bien fait mais quelques-uns se sont contentés d'aligner des équations sans expliquer ce qu'ils faisaient.

Question 10 :

Les trois quarts des candidats ont traité cette question. Presque tous ont établi correctement les deux fonctions de transfert demandées. Ils ont visiblement bien assimilé la démarche d'établissement des fonctions de transfert, à

partir des représentations par schéma bloc. Il y avait une erreur de signe dans le résultat annoncé dans l'énoncé. Beaucoup de candidats ne s'en sont pas souciés, parce qu'ils trouvaient le même résultat, en ayant modifié le signe de la perturbation au départ ou en cours du calcul. Ils n'ont pas été pénalisés par rapport à ceux qui ont simplement constaté qu'ils ne trouvaient pas le résultat demandé. Par contre, les quelques candidats qui ont démontré que l'erreur était dans l'énoncé et non dans leur résultat ont bénéficié d'une bonification de points.

Question 11 : Choix des gains d'action proportionnelle et dérivée

Un peu plus de la moitié des candidats a traité cette question. Beaucoup n'ont répondu que de façon très sommaire et très générale, sans examiner de manière détaillée les caractéristiques du système étudié. Certains candidats ont donné des propriétés de l'action dérivée inexactes, apparemment tirées de certains ouvrages. Les correcteurs recommandent aux futurs candidats (et aux enseignants aussi !) d'avoir toujours un regard critique sur leurs sources d'information et de n'assimiler et retransmettre que ce qu'ils comprennent et si possible vérifié.

Question 12 : Sensibilité aux perturbations et bande passante du système asservi

La moitié des candidats a traité cette question. Les résultats sont assez dispersés beaucoup de candidat n'ayant pas eu le réflexe de tracer les diagrammes asymptotiques et ayant passé beaucoup de temps en calculs peu utiles et sources d'erreurs.

Question 13 : Ecart causé par les perturbations

Un peu moins de la moitié des candidats a traité cette question. Les résultats sont assez dispersés. Le théorème de la valeur finale a été bien utilisé, mais c'est la qualité des commentaires sur l'effet d'une action intégrale qui a fait la différence. Il est à noter que la quasi-totalité des candidats ne sait pas quelle est l'équation aux dimensions d'une transformée de Laplace, par rapport à celle la fonction du temps originale.

Question 14 : Ecart de poursuite

Un peu plus du tiers des candidats a répondu à cette question. Comme dans la question précédente, les résultats sont assez dispersés, l'aspect mathématique étant bien maîtrisé, mais la différence se faisant sur la qualité des explications données.

Question 15 : Ecart en régime transitoire

Seulement 15% des candidats ont traité cette question. L'aspect à priori calculatoire de cette question a probablement rebuté beaucoup de candidats, alors qu'il était facile de tracer approximativement l'allure de la réponse temporelle, en s'appuyant sur les théorèmes des valeurs limites, et en estimant le temps de réponse à partir de la bande passante du système.

Question 16 : Effet d'une action anticipatrice d'accélération

Un peu plus du tiers des candidats a répondu à cette question. La quasi-totalité d'entre eux a établi la fonction de transfert du système. Environ la moitié a su trouver quel était le gain d'action anticipatrice le plus favorable. Peu de candidats ont su dégager des équations les qualités de l'asservissement ainsi réalisé et quantifier l'effet de la constante de temps τ .

Question 17 : Problème de la mesure de vitesse

On abordait ici les problèmes de réalisation de la commande. A partir de cette question, le nombre de candidats ayant apporté des réponses décroît rapidement. Près d'un tiers des candidats a répondu à cette question. Les résultats sont assez moyens, beaucoup de candidats ne sachant apparemment pas très bien comment traiter les questions d'ordre pratique. Et ceci est fort regrettable. La solution proposée dans la majorité des cas est de réduire la fréquence d'échantillonnage, cette solution étant irrecevable car la fréquence proposée dans l'énoncé était à la limite la plus basse tolérable sans passer à un modèle basé sur la transformée en z .

Question 18 : Réalisation de l'asservissement numérique

Moins de 10% des candidats ont abordé cette question. Trois d'entre eux seulement ont donné les bons résultats pour les gains du correcteur. Les candidats n'avaient probablement jamais, à quelques exceptions près, réfléchi aux problèmes de réalisation concrète du correcteur, dans le cas de l'utilisation d'une carte numérique.

Question 19 : Algorithme de calcul de la commande

Moins de 10% des candidats ont abordé cette question. Quelques-uns seulement ont pensé à l'initialisation de la variable permettant le calcul de la vitesse. Aucun n'a évoqué la possibilité d'utiliser les interruptions. La même remarque que pour la question précédente peut être formulée sur le manque de connaissance concrète de la réalisation des correcteurs.

Question 20 : Equilibrage des efforts des moteurs du chariot longitudinal

Une dizaine de candidats a abordé cette question. Quatre sont parvenus au résultat, les autres n'ont pas réussi à mettre le problème en équation.

Question 21 : Algorithme d'interpolation

Seulement trois candidats ont abordé cette question. Elle avait le double inconvénient d'être en dernière position de la deuxième partie et de nécessiter que l'on y consacre plus de temps qu'aux autres. Il est aussi très probable que la grande majorité des candidats ne s'était jamais intéressée de près à cet aspect de la commande numérique des machines-outils.

Question 22

Moins de 10% des candidats ont abordé cette question, qui avait pour but de tester l'aptitude des candidats à mettre en œuvre concrètement les divers constituants d'une machine automatisée en un ensemble apte à fonctionner dans un contexte industriel. L'abstention des candidats sur cette question, sans parler de la quasi-nullité de la plupart des réponses des rares candidats qui ont l'ont abordée est surprenante car ces mêmes candidats ont des idées relativement claires sur «l'intérieur» de ces constituants. Pourtant, le contexte était très classique, voire simplifié et ne faisait pas appel à des notions d'électrotechniques mais seulement à du bon sens, de la culture générale et surtout à un minimum d'expérience, que nous conseillons vivement au lecteur d'acquérir.

Question 23

Cette question a été traitée par la grande majorité des candidats, car presque tous les éléments étaient donnés dans le texte et que le GEMMA est un outil bien connu. Cependant, elle l'a été de manière généralement insatisfaisante : la grille est donnée sans le moindre commentaire, de manière « scolaire » révélant ainsi la méconnaissance des candidats sur la nature sous-jacente du GEMMA, ce qui est inquiétant si l'on considère qu'ils devront l'enseigner. Ceci est confirmé par la large abstention sur le positionnement d'une marche auxiliaire déclenchée par l'opérateur, cas pourtant industriellement fréquent, mais, qui, pourtant, ne figure pas explicitement dans la grille GEMMA. Il faut reconnaître, à la décharge des candidats, l'absence d'une littérature pertinente sur le sujet.

Question 24

Cette question a été abordée par de nombreux candidat qui ont trouvé dans leur grande majorité le GEMMA était bien adapté à l'étude des modes de marche du DCN. Cependant, les GEMMA qu'ils proposaient n'étaient guère convaincants dans la mesure où, par exemple, la simple (?) question du mode programmation n'était jamais abordée.

Question 25

Le but de la question était de voir l'aptitude du candidat à utiliser des méthodes systématiques pour synchroniser le fonctionnement de deux "sous-machines" étudiées séparément. On ne s'explique pas le fait qu'aucun candidat n'ait répondu à cette question, mais peut-être était-elle mal formulée ?

Question 26

Tous les candidats (peu nombreux, il est vrai) qui ont abordé cette question n'ont mis en place que des moyens conventionnels (boutons, voyants ...). Aucun n'a vu la nécessité d'un dialogue en clair pour conduire une machine aussi complexe. Il est surprenant que les candidats, jeunes pour la plupart, en soient restés au dialogue opérateur des machines des années 70 ou 80 !

Question 27

Une petite moyenne des candidats ont su exprimer la synchronisation entre deux graphes, mais la plupart sans rechercher une généralité qui est pourtant un facteur très important de la qualité de la programmation. De surcroît, de nombreuses erreurs, que nous préférons considérer comme d'inattention, font que les solutions proposées ne marchent pas, même si elles étaient justes dans leur principe.

Question 28

a) rappel de la formulation algébrique du GRAFCET : bizarrement, elle ne semble pas connue de la majorité des candidats, mais l'on peut mettre en cause le fait qu'il s'agissait de l'avant-dernière question. Nous avons par ailleurs trouvé dans de nombreuses copies une formulation identique et fautive, ce qui laisse à penser qu'une source d'information des candidats diffuse des informations incorrectes (ou non comprises des candidats). Afin de rectifier le tir, nous avons développé dans le corrigé une formulation correcte de manière un peu plus détaillée que nécessaire.

b) formulation algébrique d'un graphe d'état : les candidats n'ont pas compris la question, ce qui n'est pas surprenant puisque la formulation algébrique classique du grafcet leur posait déjà un problème. Beaucoup, cependant, donnaient des réseaux de contacts relativement corrects, mais intuitivement, sans justification.

Question 29

S'agissant de la dernière question, elle n'a été que peu abordée. Les rares qui l'ont fait n'ont indiqué que la mise en série des 4 bits conditions. Aucun n'a pu expliquer valablement comment ces bits étaient positionnés.