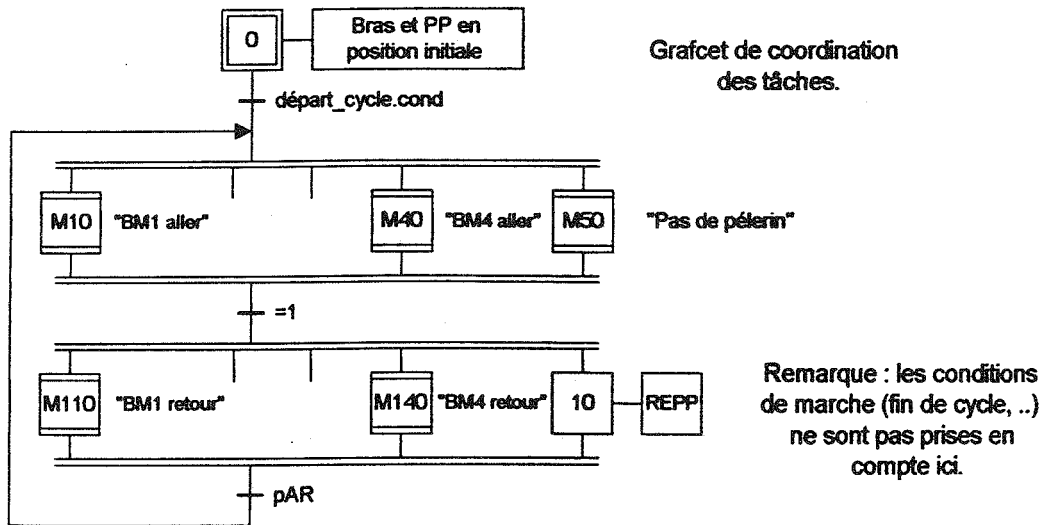


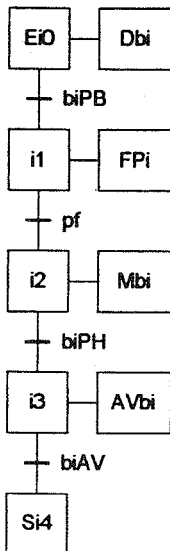
# ASSEMBLAGE DE DISJONCTEURS

## PARTIE A : ETUDE DU FONCTIONNEMENT SEQUENTIEL

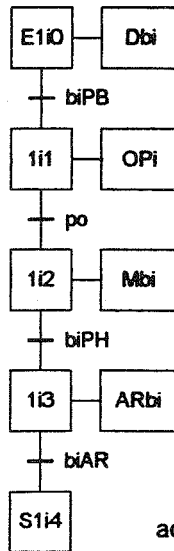
### QUESTION 1



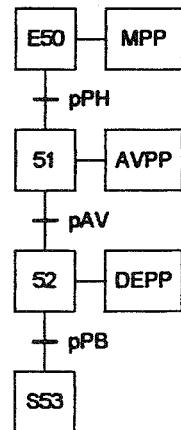
Macro-étape correspondant à un cycle "Aller" du bras manipulateur i



Macro-étape correspondant à un cycle "Retour" du bras manipulateur i



Macro-étape correspondant au cycle du pas de pèlerin



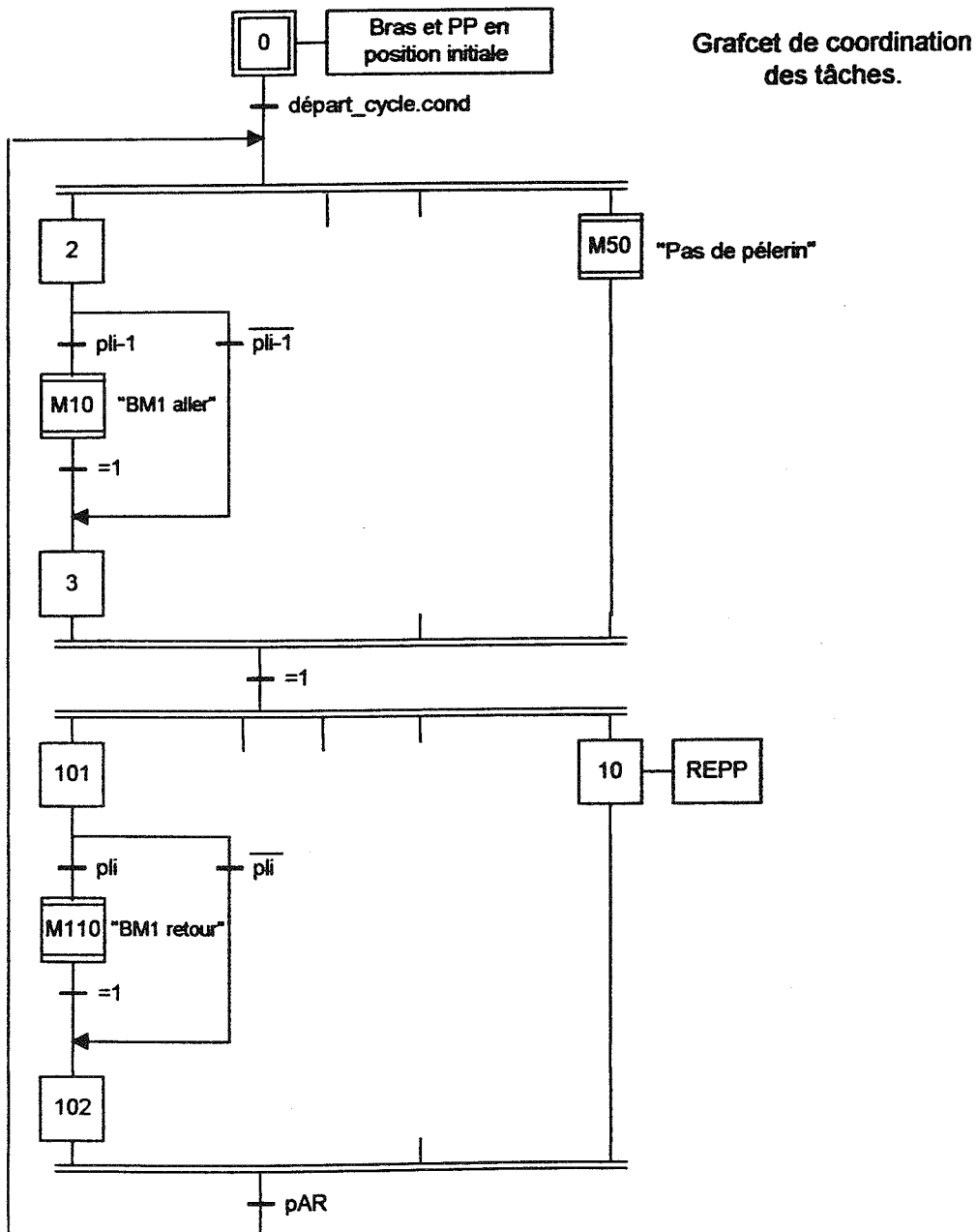
La numérotation des étapes est peu académique, mais permet d'en assurer le paramétrage

Remarque : les macro-étapes des 4 bras sont identiques à l'indice près.

Cette question a été abordé par tous les candidats. La difficulté pour beaucoup d'entre eux a été de trouver les actions simultanées, indispensables compte tenu de la cadence. Il y a beaucoup trop d'erreurs dans la formalisation des grafquets et beaucoup de candidats ne savent pas ce que sont les tâches et un grafcet de coordination.

## QUESTION 2

L'avance de la pièce par le pas de pèlerin se faisant simultanément avec la prise de composant pendant le cycle "Aller" du bras manipulateur, il est possible de modifier soit les grafquets relatifs aux macroétapes "Aller" et "Retour" du bras (le test de présence s'e fait sur la position  $i-1$ , la dépose du composant d'effectuant à la position  $i$ ) soit le grafquet de coordination. C'est cette solution là qui est représentée ici.

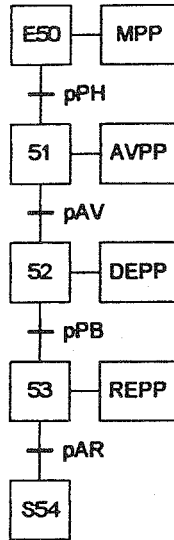


*Près de la moitié des candidats a pensé que, dès lors qu'une palette était vide ou absente devant l'un des bras manipulateurs, il fallait relancer un cycle du pas de pèlerin. Ceci ne permettait évidemment plus aux autres manipulateurs, en présence d'une palette non vide, d'effectuer leur travail.*

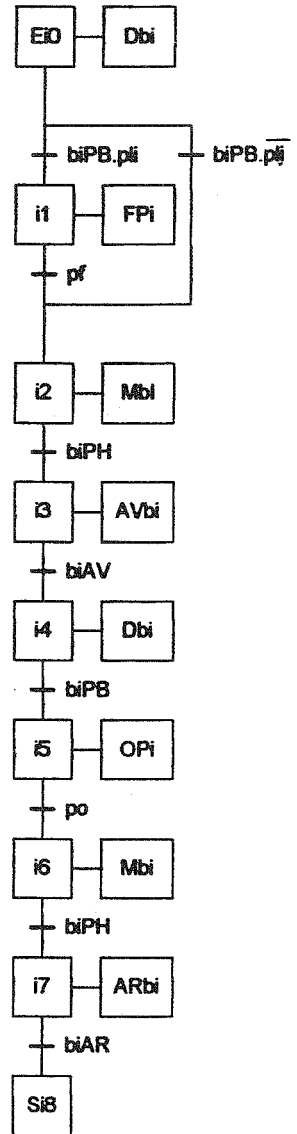
QUESTION 3

Les grafquets Bras manipulateur et pas de pèlerin n'étant plus liés, les grafquet de tâches deviennent les suivants :

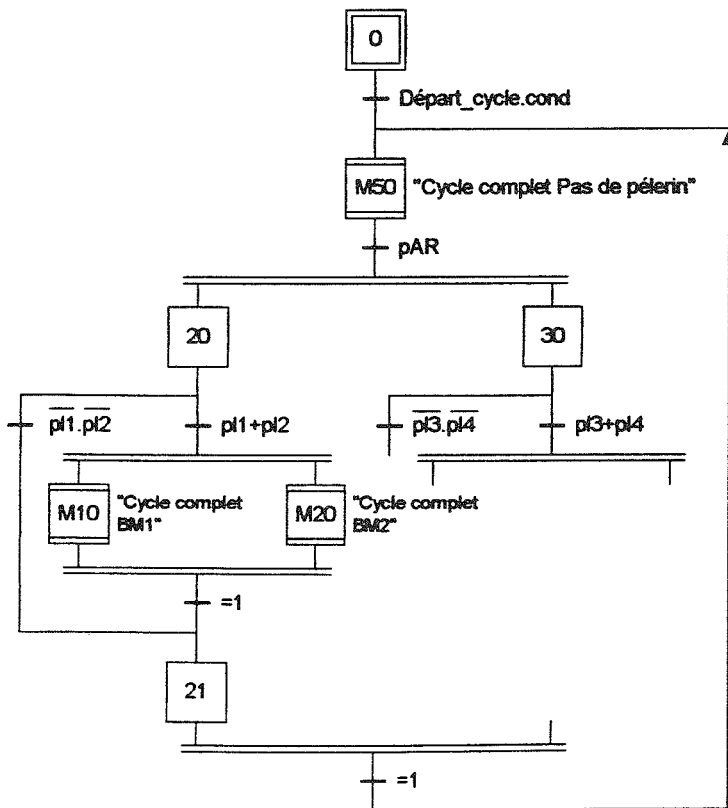
Grafcet complet du pas de pèlerin



Cycle complet bras manipulateur i



La prise en compte des 1/2 machines et de l'ensemble des conditions conduit au grafcet suivant :

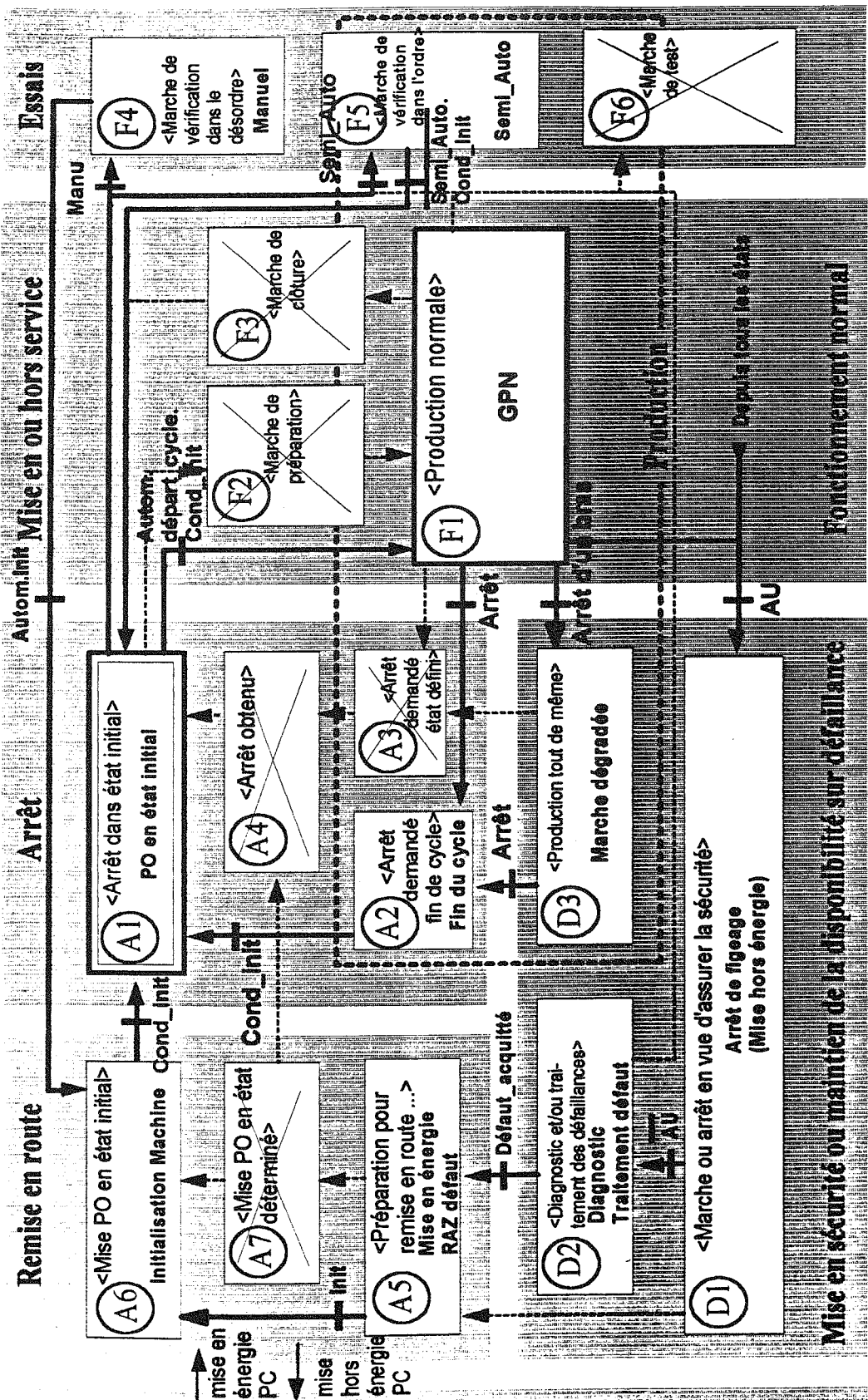


Nota : les mouvements Dbi, Mbi, etc. sont en fait directement assurés par le moteur du manipulateur i.

La moitié des candidats n'a pas abordé cette question. Pour les autres, beaucoup de difficultés à trouver la structure du grafcet et les conditions de receptivités spécifiques.

PC hors énergie

(PZ)



Mise en sécurité ou maintien de la disponibilité sur défaillance

## QUESTION 4 : GEMMA

Depuis A1, 3 possibilités :

- Marche manuelle : fonctionnement des bras manipulateurs et du pas de pèlerin manuellement dans n'importe quel ordre,
- Marche semi-automatique : fonctionnement en pas à pas du cycle dans l'ordre normal. En fin de cycle, la PO se trouve en état initial. Il suffit donc de couper ce mode pour revenir en A1,
- Marche automatique : production normale.

Depuis F1, 3 possibilités d'évolution :

- Arrêt d'urgence dont on peut sortir après diagnostic et traitement par D2, A5, A6,
- Arrêt normal,
- Production tout de même : cas possible par exemple sur défaut d'alimentation en composants pour un des bras ou encore panne d'un des bras. Dans le premier cas, les palettes continuent leur cheminement, une mise en place ultérieure des composants pourra s'effectuer. Dans le second cas, le composant pourra être mis en place immédiatement en sortie de machine.

*Le GEMMA a été peu ou très mal traité par les candidats : des boucles commencées et non terminées, des conditions de passage d'une case à l'autre sans conditions, exigences du cahier des charges non respectées. Globalement, on peut dire que le GEMMA n'est pas maîtrisé par les candidats.*

## QUESTION 5

Il s'agit de savoir quels composants mettre en place à chaque poste, donc de reconnaître chaque palette tout au long du processus d'assemblage. Plusieurs solutions sont envisageables :

### ■ Registre à décalage

Elle consiste à indexer le produit dans un registre à décalage. Depuis le début du processus jusqu'à la fin, le produit est suivi, chaque poste opératoire correspondant à une position dans le registre à décalage.

Cette solution est lourde à gérer dans un processus complexe. Des erreurs et des désynchronisations peuvent se produire. Par ailleurs ce dispositif nécessite un pilotage très centralisé, donc génère des temps de réponse importants.

### ■ Code produit

Elle consiste à affecter à chaque produit un code fixe : par exemple un code barre. Le traitement effectué sur le produit est assuré par consultation d'une base de donnée centrale. Le défaut de la centralisation du pilotage se retrouve ici.

### ■ Mémoire embarquée

Cette méthode consiste à associer à chaque palette, une mémoire sans contact, en lecture et écriture tout au long du processus de fabrication. Cette méthode est fiable et élimine les défauts des autres dispositifs. Seul son prix constitue un réel handicap.

C'est cette dernière méthode qui est réellement retenue pour l'assemblage des disjoncteurs Merlin Gérin.

*Le principe du code barre a été cité souvent, la mémoire embarquée quelquefois et très rarement le suivi purement logiciel du produit. En revanche, on cite souvent des dispositifs comme la vision qui, intéressants sur des postes spécifiques, n'ont pas de raison d'être ici où il ne s'agit que d'informer chaque poste opératoire (bras manipulateur), du type de disjoncteur qu'il faut assembler.*

## PARTIE B : ASSERVISSEMENT DES MANIPULATEURS

### B1. Modélisation de la chaîne cinématique

#### B.1.1 Analyse de la chaîne cinématique

B.1.1.1 R1  $\rightarrow (J \frac{d}{dt} + a) \omega = c - c_t$  avec :  $c_t = m c_u$ ,  $J = J_m + J_u$ ,  $a = a_m + a_u$ .

B.1.1.2 R2  $\rightarrow \omega_u = m \omega$ , R3  $\rightarrow c_t = m c_u$ . En remplaçant dans la relation R1, il vient :

$$(J \frac{d}{dt} + a) \omega_u = m c - m^2 c_u \quad (1)$$

B.1.1.3 R6  $\rightarrow \frac{1}{k_c} \frac{d f_c}{dt} = v_u - v_e$

B.1.1.4 R4  $\rightarrow v_u = r \omega_u$ , R5  $\rightarrow c_u = r f_c$ , R7  $\rightarrow c_e = r f_c$ , R8  $\rightarrow v_e = r \omega_e$

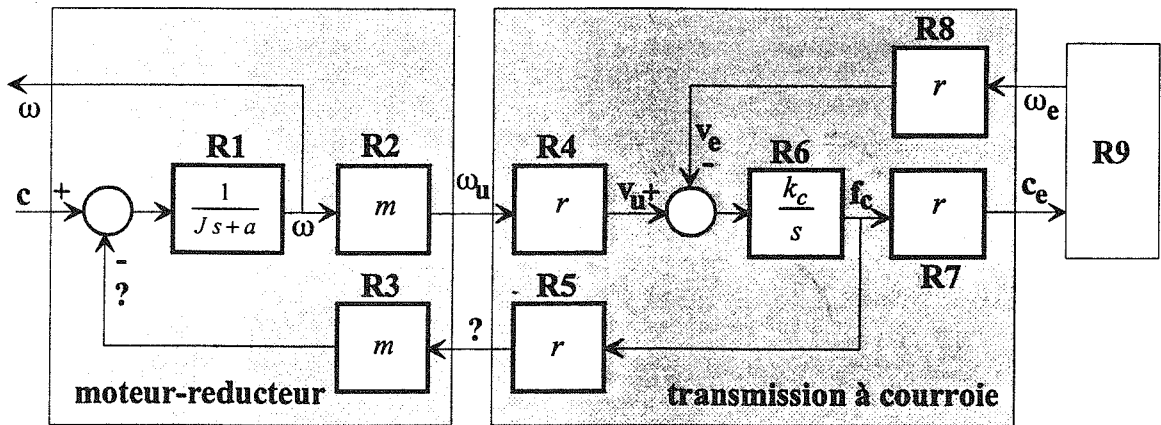


Figure 1 : DOCUMENT RÉPONSE DR1

A partir des relations R4, R5, R7, R8, la relation R6 devient :

$$\frac{1}{r^2 k_c} \frac{d c_e}{dt} = \omega_u - \omega_e \quad (2)$$

Les couples  $c_e$  et  $c_u$  sont égaux ; la courroie est élastique mais transmet intégralement l'effort au prix de la déformation.

#### B.1.2 Fonctions de transfert du processus

B.1.2.1 A partir du document-réponse DR1, il vient :

$$- \omega(s) = \frac{1}{J s + a} (c(s) - m c_u(s)), \quad (3)$$

$$- c_u(s) = \frac{r^2 k_c}{s} (m \omega(s) - \omega_e(s)), \quad (4)$$

$$- R9 \rightarrow \omega_e(s) = \frac{1}{J_e s} (c_e(s) - c_r(s)) ; \text{ comme } c_e = c_u, \text{ on d\u00e9duit :}$$

$$\omega_e(s) = \frac{r^2 k_c m}{r^2 k_c + J_e s^2} \omega(s) - \frac{s}{r^2 k_c + J_e s^2} c_r(s) \quad (5)$$

En rempla\u00e7ant dans (3),  $c_u(s)$  par l'expression (4) dans laquelle la vitesse  $\omega_e$  est elle-m\u00eame remplac\u00e9e par l'expression (5), il vient :

$$\omega(s) = F_r(s) c(s) - F_p(s) c_r(s) \quad (6)$$

$$\text{avec : } F_r(s) = \frac{b_0 + b_2 s^2}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3} \text{ et } F_p(s) = \frac{b_0'}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3} \quad (7)$$

$$\text{o\u00f9 : } \boxed{\begin{aligned} a_0 &= k_c r^2 a, \quad a_1 = k_c r^2 (J + m^2 J_e), \quad a_2 = a J_e, \quad a_3 = J J_e \\ b_0 &= r^2 k_c, \quad b_2 = J_e, \quad b_0' = m r^2 k_c \end{aligned}}$$

### B.1.2.2 Application num\u00e9rique :

$$a_0 = 1,6 \cdot 10^{-2}, \quad a_1 = 3,81 \cdot 10^{-3}, \quad a_2 = 5 \cdot 10^{-7}, \quad a_3 = 1,165 \cdot 10^{-7}, \quad b_0 = 160, \quad b_2 = 5 \cdot 10^{-3}, \quad b_0' = 1,6$$

En rempla\u00e7ant dans les expressions (7), le lecteur pourra constater que les fonctions de transfert se rapprochent des formes factoris\u00e9es propos\u00e9es dans l'\u00e9nonc\u00e9, soit :

$$\boxed{F_r(s) = \frac{10^4 (1 + 3,12 \cdot 10^{-5} s^2)}{(1 + 0,24s)(1 + 3 \cdot 10^{-5} s^2)} \text{ et } F_p(s) = \frac{100}{(1 + 0,24s)(1 + 3 \cdot 10^{-5} s^2)}} \quad (8)$$

La fonction de transfert  $F_r(s)$  peut \u00eatre simplifi\u00e9e, les z\u00e9ros imaginaires \u00e9tant tr\u00e8s proches des p\u00f4les eux-m\u00eames imaginaires, ce qui tend \u00e0 prouver que la vitesse \u00e0 vide est insensible au coefficient d'\u00e9lasticit\u00e9 de la courroie.

**B.1.2.3** Si le param\u00e8tre  $k_c$  est de valeur infiniment grande, on ne conserve dans les fonctions de transfert (7) que les coefficients factoris\u00e9s par ce param\u00e8tre. Dans ces conditions, elles deviennent toutes deux des fonctions du premier ordre :

$$\boxed{F_r(s) = \frac{1}{a + (J + J_e m^2) s} \cong \frac{10^4}{1 + 0,24s} \text{ et } F_p(s) = \frac{m}{a + (J + J_e m^2) s} \cong \frac{100}{1 + 0,24s}} \quad (9)$$

Il est \u00e9vident que le coefficient d'\u00e9lasticit\u00e9 de la courroie doit \u00eatre le plus \u00e9lev\u00e9 passible.

La dynamique dominante du premier ordre est induite par la somme  $J + J_e m^2$  des inerties ramen\u00e9es et le coefficient de frottement global  $a$  sur l'arbre moteur.

## B2. \u00c9tude de la motorisation

**B.2.1** La lecture des caract\u00e9ristiques du moteur 2MV61-028-2 donne :

$$k = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ Nm / A}, \quad r = 1,59 \, \Omega \text{ (25}^\circ \text{C)}, \quad l = 265 \cdot 10^{-6} \text{ H}, \quad i_{nom} = 4,4 \text{ A}, \quad v_{nom} = 24 \text{ V}$$

La cadence maximale à envisager est de 3600 cycles par heure soit 1 cycle par seconde correspondant à une vitesse  $\omega_{MAX} = 628 \text{ rad/s}$  pour le moteur. Si le couple moteur est supposé constant et égal à  $c_M$ , l'application du théorème de la valeur finale à l'expression (1.4) de l'énoncé conduit à :

$$\omega_{MAX} = 10^4 c_M - 10^2 c_r \quad (10)$$

Le tableau ci-dessous donne les valeurs numériques du couple moteur et du courant d'induit pour les valeurs du couple de charge.

$c_r (Nm)$	$c_M (Nm)$	$i (A)$
0	$6,28 \cdot 10^{-2}$	1,96
1	$7,28 \cdot 10^{-2}$	2,28
2,5	$8,78 \cdot 10^{-2}$	2,75

**B.2.2** En régime permanent, l'équation liant les grandeurs électriques de l'induit s'écrit :

$$v = r i + k \omega_{Max} \quad (11)$$

La notice du constructeur renseigne sur deux valeurs de la résistance, respectivement  $1,59 \Omega$  à  $25^\circ C$  et  $2,3 \Omega$  à  $155^\circ C$ . Ces valeurs sont liées entre elles par les relations :

$$r_{25^\circ C} = r_0 (1 + \alpha 25) \text{ et } r_{155^\circ C} = r_0 (1 + \alpha 155)$$

On en déduit :

$$r_0 = 1,43 \Omega \text{ et } r_{60^\circ C} = 1,8 \Omega$$

En introduisant cette valeur  $r_{60^\circ C}$  dans l'expression (11), on déduit du tableau précédent, les valeurs de tension suivantes :

$c_r (Nm)$	$v (V)$
0	23,6
1	24,2
2,5	25

**B.2.3** Si  $i = i_{nom} = 4,4 A$ ,  $c_m = c = 0,14 Nm$ . Lorsque le courant est imposé constant et que le couple de charge est de  $2,5 Nm$ , l'expression (1.4) de l'énoncé devient :

$$\omega(s) = \frac{100}{1 + 0,24s} \left( \frac{11,5}{s} \right) \text{ d'où : } \omega(t) = 1150 (1 - \exp^{-t/0,24})$$

Il en découle que :  $\omega(t) = 628 \text{ rad/s}$  à  $t \cong 0,19 \text{ s}$ .

**B.2.4** Le couple moteur est lié au couple de charge selon la loi :  $\tau_c \frac{d c(t)}{dt} + c(t) = 0,01 c_r(t) + c_v(t)$ .

- La composante  $c_v(t)$  représente le couple à vide.
- A partir d'un régime permanent, l'évolution du couple moteur est donnée par l'original de la fonction :



$$c(s) = \frac{0,01}{1 + \tau_c s} \frac{c_{r0}}{s} + \frac{\tau_c}{1 + \tau_c s} c_0 \text{ avec : } c_{r0} \text{ l'échelon de charge, } c_0 \text{ la valeur initiale du couple moteur .}$$

Il vient :  $c(t) = 2,5 \cdot 10^{-2} (1 - \exp^{-t/\tau_c}) + c_0 \exp^{-t/\tau_c} = 2,5 \cdot 10^{-2} + (c_0 - 2,5 \cdot 10^{-2}) \exp^{-t/\tau_c}$   
 $c_0$  représentant alors le couple à vide dû aux frottements visqueux, puisque le couple de charge est initialement nul.

Dans ces conditions, la fonction  $f_c(t) = 100 c(t) - c_r(t)$  devient :  
 $f_c(t) = 100 (c_0 - 2,5 \cdot 10^{-2}) \exp^{-t/\tau_c}$  .

La figure 2 représente l'évolution respective du couple  $c(t)$  et de la fonction  $f_c(t)$ .

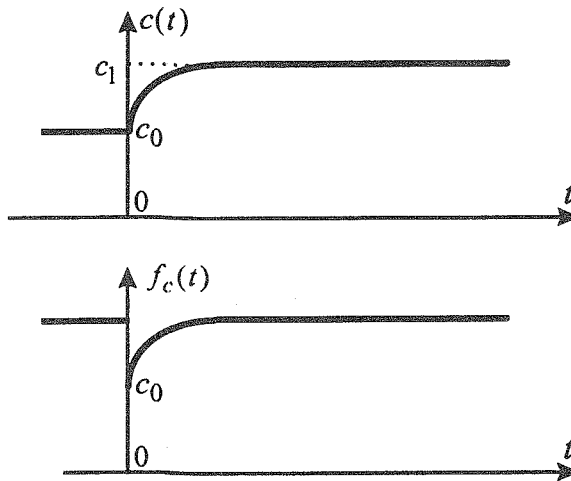


Figure 2

**Remarque :** La fonction  $f_c(t)$  représente le couple d'accélération de l'arbre du manipulateur.

- Lorsque la vitesse est nulle, la fonction  $f_c(t)$  devient :  $f_c(t) = -2,5 \exp^{-t/\tau_c}$  , soit :  $f_c(s) = -\frac{2,5 \tau_c}{1 + \tau_c s}$  .

En remplaçant  $f_c(s)$  dans l'expression (1.4) de l'énoncé, il vient :

$$\omega(s) = -250 \tau_c \frac{1}{(1 + 0,24s)(1 + \tau_c s)} \cong -\frac{250 \tau_c}{(1 + 0,24s)} \text{ d'où : } \omega(t) = -1042 \exp^{-t/0,24} \quad (12)$$

Ce résultat montre que l'écart est maximal lorsque  $t \rightarrow 0$  , soit égal à  $1,5 \text{ rad / s}$  pour :

$$\tau_c = 1,44 \text{ ms} \quad (13)$$

Le même écart se retrouve pour toute autre valeur de la vitesse initiale, puisque le système est linéaire.

**B.2.5** Le couple moteur doit évoluer selon une fonction du premier ordre. On peut poser :

$$c(t) = c_0 \exp^{-t/\tau_c} + (c_0 + \Delta c) (1 - \exp^{-t/\tau_c})$$

avec :  $c_0$  la valeur initiale du couple et  $\Delta c$  l'accroissement alors égal à  $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$  . Le courant d'induit a donc pour expression :

$$i(t) = i_0 \exp^{-t/\tau_c} + (i_0 + \Delta i) \exp^{-t/\tau_c} = (i_0 + \Delta i) - \Delta i \exp^{-t/\tau_c}$$

avec :  $i_0$  la valeur initiale du courant et  $\Delta i$  l'accroissement alors égal à  $2,5 \cdot 10^{-2} / k \cong 0,78 \text{ A}$ .

– A partir de l'équation régissant le modèle électrique de l'induit, soit :  $v(t) = e(t) + r i(t) + l \frac{di(t)}{dt}$ , on

déduit :

$$v(s) = e(s) + r \frac{i_0 + \Delta i}{s} + (l - r \tau_c) \Delta i \frac{1}{1 + \tau_c s} \quad (14)$$

– Pour  $\omega = 314 \text{ rad/s}$ , on vérifie :  $i_0 = 0,98 \text{ A}$  et  $e(t) \cong 10 \text{ V}$ . En introduisant les valeurs numériques dans l'expression (14), on obtient :

$$v(t) = (13,2 - 1,26 \exp^{-714t}) \text{ V pour } t \geq 0, \quad v(t) = 11,76 \text{ V pour } t < 0 \quad (15)$$

La figure 3 donne alors l'évolution de la tension qui est également exponentielle afin de « s'adapter » face à la constante de temps de l'induit qui est environ dix fois plus faible que celle réclamée pour l'évolution du courant. Pour mieux comprendre ce propos, on aurait trouvé une évolution en échelon si la loi d'évolution du courant avait été une fonction du premier ordre de constante de temps égale à  $l/r$ , ce qui se vérifie aisément dans l'expression (14).

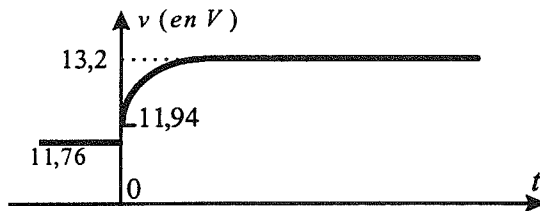


Figure 3

**B.2.6** Les résultats trouvés confirment que le moteur est correctement dimensionnés pour le régime nominal (1800 cycles), insuffisamment pour assurer une bonne fiabilité au régime maximal envisagé (3600 cycles).

### B3. Étude de l'asservissement de vitesse

#### B.3.1 La souplesse de la courroie n'est pas prise en compte

**B.3.1.1** Voir figure 4 ; la grandeur  $e$  représente l'écart entre les grandeurs physiques (celui qui est à considérer pour les performances) alors que  $\varepsilon$  désigne l'écart entre les grandeurs électriques de référence et de mesure issue de la dynamo tachymétrique. Cette dernière valeur est donc assujettie à la qualité du capteur choisi.

La figure 5 montre la transformation en un schéma fonctionnel à retour unitaire dans lequel les grandeurs  $v_{\omega REF}$  et  $v_{\omega}$  n'apparaissent plus explicitement. Comme la souplesse de la courroie n'est pas prise en compte, les fonctions de transfert  $F_r(s)$  et  $F_p(s)$  sont données par les expressions (9).

**B.3.1.2** Pour  $\tau_i = 0,24 \text{ s}$ , la fonction de transfert de la boucle s'écrit :  $T(s) = \frac{10^4 K_L k_{\omega}}{s(1 + \tau_c s)}$ . Le polynôme caractéristique a donc pour expression :

$$Pc(s) = K(1 + 2\zeta \tau_n s + \tau_n^2 s^2) \text{ avec : } K = 10^4 K_L k_{\omega}, \quad \tau_n = \sqrt{\frac{\tau_c}{K}}, \quad \zeta = 0,5 \sqrt{\frac{1}{K \tau_c}}$$

Comme  $\tau_c = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ , le facteur d'amortissement  $\zeta$  est optimal pour  $K_L = 4 \text{ Nm/V}$ .

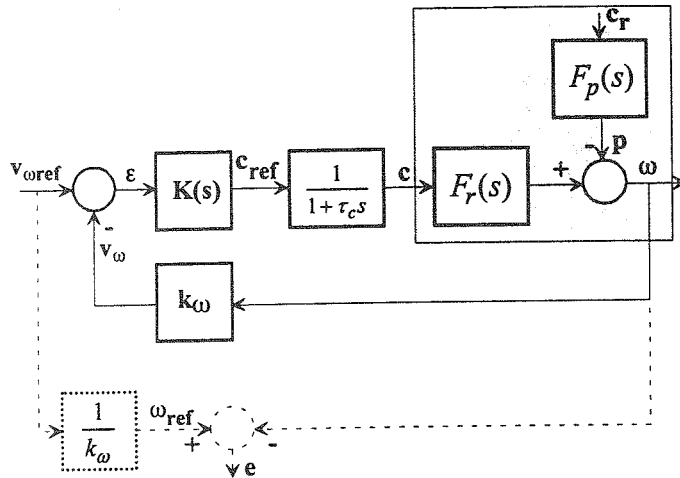


Figure 4 : DOCUMENT RÉPONSE DR2

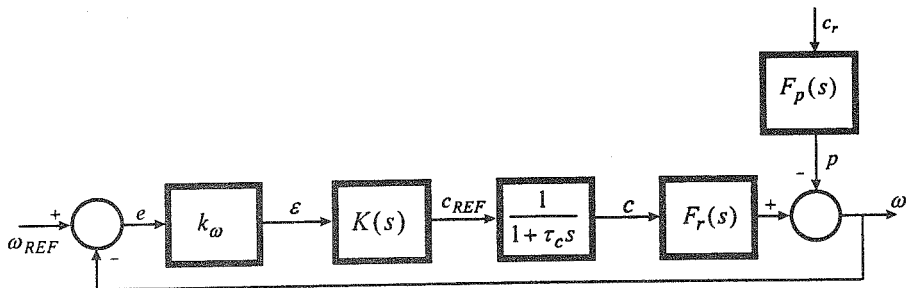


Figure 5

**B.3.1.3** Si les entrées de l'asservissement sont constantes et que celui-ci est stable, l'écart permanent est nul en raison de la présence de l'intégrateur dans le correcteur. Ce résultat classique se détermine par application du théorème de la valeur finale à l'expression de l'écart, soit :

$$e(s) = \frac{1}{1 + T(s)} (\omega_{REF}(s) + p(s)) \quad (16)$$

et  $e_{PERM} = \lim_{s \rightarrow 0} s e(s)$ . Sachant que :  $\omega_{REF}(s) = 314/s$  et  $c_r(s) = c_{r0}/s$ , on vérifie  $e_{PERM} = 0$  ; la sortie de l'intégrateur est non nulle et constante lorsque son entrée est à zéro.

**B.3.1.4** En remplaçant  $T(s)$  dans l'expression (16), il vient :

$$e(s) = \frac{s(1 + \tau_c s)}{K + s + \tau_c s^2} (\omega_{REF}(s) + p(s)) \quad \text{avec } \omega_{REF}(s) = 314/s \text{ et } p(s) = 1000/s^2 ; \text{ pour } K_L = 4,2,$$

l'application du théorème de la valeur finale donne :  $e_{PERM} \cong 0,95 \text{ rad/s}$ .

–  $p$  représente l'effet du couple de charge sur la vitesse et a la dimension d'une vitesse. Son expression est donnée par :

$$p(s) = F_p(s) c_r(s) = \frac{100}{1 + 0,24s} \frac{2,5}{s} \quad \text{dont on déduit : } p(t) = 250(1 - \exp^{-t/0,24}).$$

La pente de cette fonction est maximale à l'origine et égale à  $1041 \text{ rad/s}^2$ .

– Le réglage du système est correct à la cadence nominale puisque l'écart maximal ne peut dépasser  $1 \text{ rad/s}$ , ce qui représente une précision de 0,3 %. A la cadence maximale, elle devient égale à 0,15 % (vitesse du moteur de  $628 \text{ rad/s}$ ).

**B.3.1.5** La fonction de transfert en régulation a pour expression :

$$\frac{\omega(s)}{c_r(s)} = -\frac{1}{1+T(s)} F_p(s) = -\frac{s(1+\tau_c s)}{Pc(s)} \frac{10^2}{1+0,24s}$$

soit numériquement :

$$\frac{\omega(s)}{c_r(s)} \cong -\frac{10^{-2} s(1+5 \cdot 10^{-4} s)}{(1+5 \cdot 10^{-4} s+5 \cdot 10^{-7} s^2)(1+0,24 s)}$$
 et, en ne conservant que le mode dominant, cette expres-

sion devient :  $\frac{\omega(s)}{c_r(s)} \cong -\frac{10^{-2} s}{1+0,24 s}$  et représente la variation de la vitesse en fonction du couple de charge.

A la cadence maximale, le couple de charge subit des variations toutes les 166 ms (à 1 tour/s, le couple évolue selon 6 échelons par tour). Sans plus de calcul, le mode dominant de la fonction de transfert en régulation est du premier ordre avec une constante de temps égal à 0,24 s ; dans ces conditions, on peut comprendre facilement que le régime permanent ne peut être atteint entre chaque changement de l'amplitude du couple de charge. Ce phénomène n'est pas gênant et apparaît même favorable à la précision puisque l'écart maximal n'a pas le temps d'être atteint ; ce serait alors la valeur moyenne du couple de charge qu'il faudrait prendre en compte sur un cycle de manipulateur.

### B.3.2 La souplesse de la courroie est prise en compte

**B.3.2.1** Si la souplesse de la courroie est prise en compte, les fonctions de transfert  $F_r(s)$  et  $F_p(s)$  sont données par les expressions (8). La fonction de transfert de la boucle devient :

$$T(s) = \frac{1050(1+3,12 \cdot 10^{-5} s^2)}{s(1+5 \cdot 10^{-4} s)(1+3 \cdot 10^{-5} s^2)} \quad (17)$$

et le polynôme caractéristique :

$$Pc(s) = 1050 + s + 3,33 \cdot 10^{-2} s^2 + 3 \cdot 10^{-5} s^3 + 15 \cdot 10^{-9} s^4$$

L'application du critère de Routh (tableau ci-dessous) montre que le système reste stable.

15 10 <sup>-9</sup>	3,33 10 <sup>-2</sup>	1050
3 10 <sup>-5</sup>	1	0
3,28 10 <sup>-2</sup>	1050	0
3,96 10 <sup>-2</sup>	0	0
1050	0	

**B.3.2.2** On donne :  $p(t) = (250(1 - \exp^{-t/0,24}) - 5,7 \sin(183t)) U(t)$ . Dans ces conditions, la dérivée de cette fonction est :

$$\frac{d p(t)}{dt} \cong 1042(\exp^{-t/0,24} - \cos(183 t))$$

et, en admettant que la période de la composante sinusoïdale est très inférieure à la durée d'extinction de l'exponentielle, on peut admettre que la pente maximale est de 2084 rad / s<sup>2</sup>.

Dans les conditions de réglage données en B.3.1.4, si la perturbation  $p(t)$  est supposée être une rampe de pente égale à 2084 rad / s<sup>2</sup>, les performances sont divisées par deux, ce qui reste largement correct eu égard à l'application (on retrouve 0,3 % à la cadence maximale).

La simplification du modèle de perturbation évite de déterminer le module de la fonction de transfert en régulation à la pulsation 183 rad/s ; en prenant la valeur la plus maximale de la pente, on considère le cas le plus défavorable pour ce type d'asservissement de classe 1 (un intégrateur dans la boucle, en amont du point d'application de la perturbation).

**B.3.2.3** La fonction de transfert en poursuite a pour expression :

$$\frac{\omega(s)}{\omega_{REF}(s)} = \frac{-T(s)}{1+T(s)} = \frac{1050(1+3,12 \cdot 10^{-5} s^2)}{1050+s+3,33 \cdot 10^{-2} s^2+3 \cdot 10^{-5} s^3+15 \cdot 10^{-9} s^4} \quad (18)$$

soit :  $\frac{\omega(s)}{\omega_{REF}(s)} \cong \frac{1}{1+2\zeta\tau_n s + \tau_n^2 s^2}$  avec :  $\tau_n = 0,7 \text{ ms}$  et  $\zeta = 0,7$

## B4. Étude de l'asservissement de position

**B.4.1** Les oscillations constatées sur l'arbre du manipulateur proviennent de l'élasticité de la courroie. Le problème d'environnement engendré pourrait être le bruit induit par des vibrations de carter entrant en résonance à la fréquence constatée, soit environ 30 Hz.

Les résultats sont acceptables en termes de précision car le décalage angulaire sur l'arbre du manipulateur est de l'ordre de 0,7 degrés ; on peut donc considérer que le système est insensible au couple de charge.

**Remarque :** Sur la figure B5 de l'énoncé, l'essai est réalisé pour une vitesse quelconque ; comme en régime permanent, l'écart de vitesse redevient nul, on comprend que l'arbre du moteur s'est simplement décalé : c'est l'erreur de traînage. Avant de réaliser un asservissement de position, il faut donc s'assurer que l'effet des perturbations est éliminé. Selon les lois de la mécanique, le couple de charge agit sur la vitesse ; c'est donc le réglage de l'asservissement correspondant qui amène la qualité de régulation, en d'autres termes l'élimination de l'effet de la charge.

**B.4.2** La figure 6 représente l'asservissement de position.

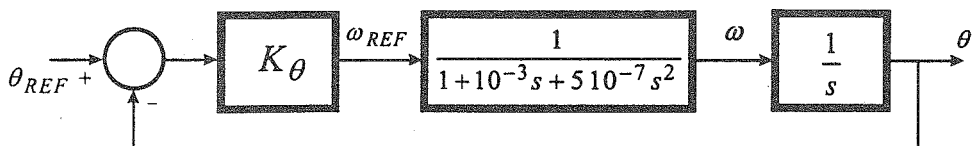


Figure 6

**B.4.3** Justification de l'allure du lieu d'EVANS. La fonction de transfert de la boucle de position s'écrit :

$$T_{\theta}(s) = \frac{K_{\theta}}{s(1+10^{-3}s+5 \cdot 10^{-7}s^2)} \cong k \frac{1}{s(s+1000+j1000)(s+1000-j1000)}$$

avec :  $k = 2 \cdot 10^6 K_{\theta}$

- Affixes des points de départ ( $k = 0$ ) :  $s = 0, s = -1000 + j1000, s = -1000 - j1000$ ,
- Affixes des points d'arrivée ( $k \rightarrow \infty$ ) :  $s = \infty \exp^{j\phi_A}$  avec :  $\phi_A = \left\{ \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{2\pi}{3} \right\}$ ,
- Asymptotes : trois droites se coupant sur l'axe réel en un point d'affixe :  $h = \frac{-2000}{3} \cong -667$ ,
- La condition sur les arguments définissent l'emplacement des racines réelles (en trait gras),
- Il n'apparaît pas de racines doubles donc de points de séparation ou de jonction.

– Le système peut devenir instable puisque deux racines passent dans le demi-plan droit et prennent donc une partie réelle commune positive.

L'allure du lieu (figure 7) est ainsi suffisamment justifiée ; le lecteur intéressé trouvera dans des ouvrages consacrés à l'Automatique les renseignements utiles à expliquer le lieu ainsi trouvé. L'avantage de la méthode est de permettre une interprétation de la dynamique globale et de définir un critère d'optimalité selon l'objectif assigné. C'est la supériorité de l'analyse par les pôles sur l'analyse fréquentielle.

Dans cette application, le gain  $K_\theta$  est choisi de sorte que la marge de stabilité est optimale : les trois pôles sont à la même distance de l'axe imaginaire.

Le polynôme caractéristique a pour expression :

$$Pc_\theta(s) = K_\theta + s + 10^{-3}s^2 + 5 \cdot 10^{-7}s^3 \quad (19)$$

Sur la figure 7, on trace alors la droite verticale passant par les trois racines ; l'une d'entre elles est réelle et égale à environ  $-680 \text{ s}^{-1}$ . En remplaçant cette valeur de  $s$  dans l'expression (19) du polynôme caractéristique qui doit donc s'annuler, on détermine la valeur du gain, soit :

$$K_\theta \approx 375$$

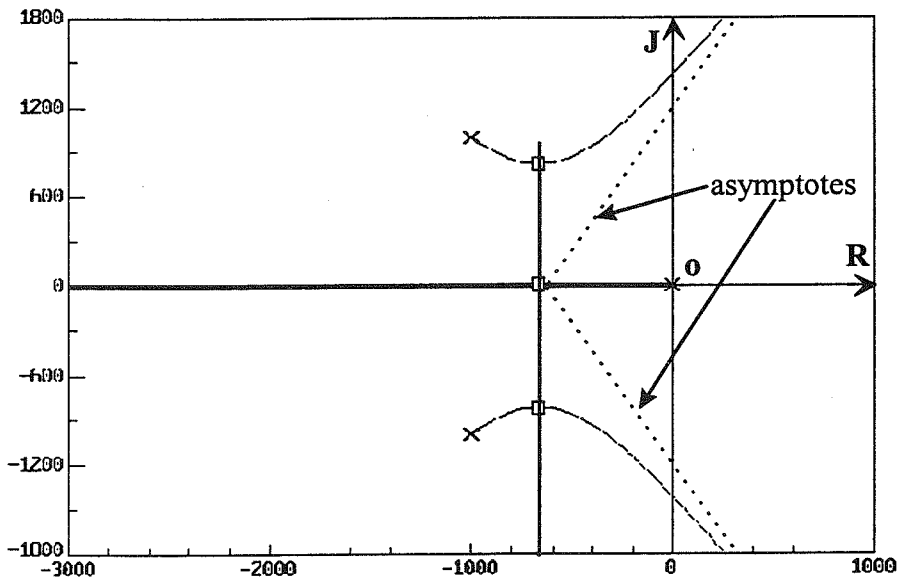
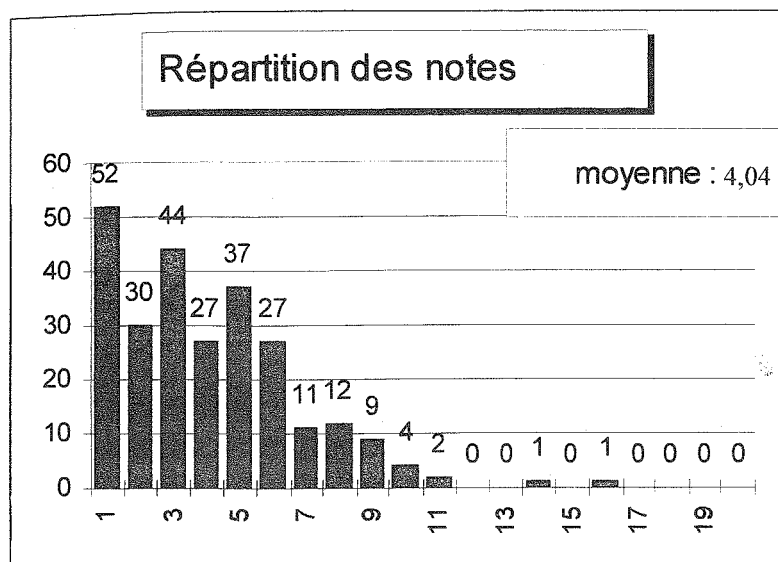


Figure 7

**B.4.4** Si le manipulateur fonctionne à sa cadence maximale, l'erreur de traînage sur l'arbre du moteur est égale à 1,67 rad, soit à 96 degrés. Dans ces conditions, elle est de 0,96 degré sur l'arbre du manipulateur : ce problème est sans importance puisque le couple de charge est sans effet, auquel cas il suffit d'intégrer ce décalage dans la définition de la référence de position.

Enfin, le résultat (18) trouvé pour la fonction de transfert en poursuite sur la vitesse prouve que la variation du coefficient d'élasticité de la courroie est sans effet sur la précision du positionnement.

## REPARTITION DES NOTES DE L'EPREUVE D'AUTOMATISMES INDUSTRIELS



La répartition des notes de cette épreuve montre bien les difficultés rencontrées par les candidats et ce dans chacune des deux parties. Nous ne pouvons que conseiller aux candidats de mieux préparer cette épreuve.