



MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE

EAE SIE 3

SESSION 2018

## AGREGATION CONCOURS EXTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR  
ET INGÉNIERIE ÉLECTRIQUE

CONCEPTION PRÉLIMINAIRE D'UN SYSTÈME,  
D'UN PROCÉDÉ OU D'UNE ORGANISATION

Durée : 6 heures

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB :** *La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

A

## INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1415A	103	1268

## Valorisation énergétique par méthanisation des effluents d'une distillerie



En octobre 2014 l'Union Européenne a conclu un accord sur le climat dont l'un des objectifs est de porter la part des ressources en énergies renouvelables à 27 % du mix énergétique d'ici 2030. Une des solutions repose sur la valorisation énergétique des déchets via la méthanisation. D'ici 2020, le développement de la méthanisation en France doit se concrétiser par l'installation de 1 500 méthaniseurs sur l'ensemble du territoire.

La Réunion fait partie des zones insulaires non interconnectées au réseau électrique métropolitain français. Elle reste dépendante des ressources fossiles qui constituent 62,5 % du mix énergétique local. Pour une puissance totale produite de 813 MW, les moyens de production issus des ressources en énergies renouvelables se répartissent de la manière suivante : hydraulique 133,4 MW, solaire 152 MW, éolien 16,5 MW et biogaz 2,9 MW.

La canne à sucre est une culture essentielle sur l'île. Après avoir extrait le sucre de la canne, il reste trois sous-produits : la bagasse (la fibre), la mélasse (liquide sucrée) et l'écume (boue). La superficie consacrée à la culture de canne à sucre (24 336 ha) correspond à environ 57 % de la superficie agricole de la Réunion. La filière canne-sucre-rhum est la principale source d'emplois de l'agriculture réunionnaise, avec quelques 10 500 personnes (6 700 de manière permanente et 3 800 à titre saisonnier).

La filière produit 1 900 000 tonnes de canne soit environ 200 000 tonnes de sucre, 70 000 tonnes de mélasse, 145 000 hectolitres d'alcool pur et 570 000 tonnes de bagasse.

La bagasse fait l'objet d'une valorisation énergétique dans deux centrales combinées charbon-bagasse de cogénération (chaleur-vapeur-électricité) avec une puissance électrique totale de 211 MW. La vinasse (effluent résiduel après fermentation et distillation de la mélasse dans le cadre de la fabrication du rhum) est valorisée depuis 2011 par méthanisation. Le potentiel de méthanisation sur l'île est de 12 MW électrique à l'horizon 2020, tel que mis en évidence dans le schéma directeur biomasse réalisé par le conseil régional de la Réunion en 2011.

La Distillerie Rivière du Mât, créée en 1984, est la plus grosse distillerie de la Réunion. Elle fabrique 70 % des rhums et alcools de l'île à partir de la mélasse locale pendant la campagne rhumière qui peut durer jusqu'à 250 jours par an. Elle s'est dotée d'un premier méthaniseur en 2011 pour dépolluer ses vinasses et projette d'installer un second méthaniseur identique, en vue de valoriser par une production d'énergie électrique le biogaz récupéré.

La Distillerie Rivière du Mât a ainsi la volonté d'atteindre l'autonomie complète de la distillerie en matière de production de vapeur, et de couvrir ses charges de traitement des vinasses avec la revente de l'électricité produite.

**Ce sujet porte sur le traitement des effluents de la Distillerie Rivière du Mât, par méthanisation et la valorisation énergétique du biogaz ainsi obtenu. Il est organisé de la manière suivante :**

**Partie A : analyse contextuelle**

**Partie B : modélisation du processus de méthanisation**

**Partie C : conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique**

**Partie D : distribution et protections électriques**

**Les quatre parties sont totalement indépendantes. Une lecture préalable et complète est indispensable.**

## Partie A : analyse contextuelle

**Les objectifs de cette partie sont d'analyser le contexte et les enjeux du site industriel et de mesurer la pertinence des unités de méthanisation.**

La distillerie produit 80 000 HAP (Hectolitre d'Alcool Pur) par an et génère un résidu de distillation nommé vinasse qui est de l'ordre de 400 m<sup>3</sup> par jour au cours de la campagne sucrière. Cette vinasse est actuellement rejetée en mer via un émissaire à 80 m de profondeur. En se dégradant les matières organiques consomment l'oxygène dissous dans l'eau. Elles peuvent être à l'origine, si elles sont trop abondantes, d'une consommation excessive d'oxygène, entraînant une asphyxie des organismes aquatiques. Le degré de pollution se mesure par la Demande Chimique en Oxygène (DCO). La DCO correspond à la « quantité » de dioxygène nécessaire pour oxyder les matières oxydables présentes dans l'eau. La teneur moyenne en matière organique de la vinasse correspond à une DCO de 88 g·L<sup>-1</sup>.

Le document ressource DR1 présente le synoptique de la distillerie. Une première unité de méthanisation traite la moitié de la vinasse dans un digesteur de 5 800 m<sup>3</sup>. La charge organique est alors réduite de 60 % (rendement épuratoire) et le biogaz produit est utilisé dans une chaudière à vapeur qui assure l'autonomie en vapeur de l'unité de distillation. Une deuxième unité de méthanisation identique à la première traite l'autre moitié de la vinasse en produisant de l'électricité revendue à EDF.

L'unité de méthanisation vise un double objectif : d'une part dépolluer l'effluent avant son rejet en mer et d'autre part obtenir du biogaz faisant l'objet d'une valorisation énergétique sur le principe de la cogénération.

- Q1.** Définir ce qu'est un GES (Gaz à Effet de Serre) et citer au moins deux GES. Citer deux conséquences de l'accumulation des GES communément admises par la communauté scientifique. Justifier que pour la méthanisation à partir de la biomasse on considère un bilan pratiquement neutre de CO<sub>2</sub>.
- Q2.** Définir la cogénération. Donner au moins un avantage et un inconvénient de cette technique. Justifier la pertinence de la mise en œuvre de cette technique sur le site de la distillerie en vous aidant du document ressource DR1.

On admet que les échangeurs récupèrent  $\eta_E = 70 \%$  des pertes du moteur à gaz, et que le rendement de ce dernier est de  $\eta_{MG} = 40 \%$ . Le rendement de la génératrice est  $\eta_{géné} = 95 \%$ . On notera  $P_{abs}$  la puissance absorbée par le moteur à gaz (puissance due au gaz),  $P_e$  la puissance électrique et  $P_{th}$  la puissance thermique.

- Q3.** À partir des documents ressources DR1 et DR2, exprimer puis calculer le rendement  $\eta_{TG}$  du moteur à gaz associé à la génératrice synchrone. Exprimer puis calculer le rendement global  $\eta_{CG}$  de l'unité de cogénération puis conclure.

Pour assurer un fonctionnement optimal du digesteur il est nécessaire de déterminer certains critères. La Charge Volumique Appliquée (CVA) correspond à la charge organique traitée par jour et par unité de volume du digesteur. Ce paramètre doit être choisi pour assurer un effluent de sortie de qualité satisfaisante (en termes de charge organique restante). On définit la CVA au moyen de la formule suivante :

$$CVA = 24 \frac{DCO \cdot Q}{V}, \text{ où } Q \text{ est le débit du bioréacteur et } V \text{ est le volume du digesteur.}$$

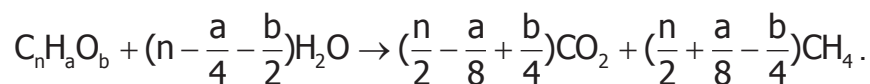
On donne :

- le débit de vinasse pour chaque unité de méthanisation est  $Q = 17 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ ,
- la demande chimique en oxygène de l'effluent à traiter est  $DCO = 88 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ .

**Q4.** Calculer la charge volumique appliquée exprimée en  $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ . En tenant compte du rendement épuratoire, déterminer la DCO résiduelle sortant du digesteur. Déterminer la valeur en jour du temps de rétention hydraulique de l'effluent dans le bioréacteur noté TRH avec  $TRH = \frac{V}{Q}$ .

La digestion anaérobie ou méthanisation est le processus naturel par lequel la matière organique est transformée en gaz par l'action de microorganismes en l'absence de dioxygène. Le biogaz qui en résulte contient essentiellement du méthane et du dioxyde de carbone.

La vinasse est essentiellement composée de corps gras (de la forme  $C_nH_aO_b$ ), de glucides (de la forme  $CH_2O$ ) et d'eau ( $H_2O$ ). Dans le digesteur, cette vinasse sera décomposée en méthane ( $CH_4$ ) et en dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) conformément à l'équation générale de la dégradation de la matière (équation de BUSWELL et MÜLLER) suivante :



**Q5.** Exprimer puis calculer le pourcentage molaire en élément carbone qui est converti en méthane (noté %M) lors de la digestion d'un corps gras tel que  $n = 9$ ,  $a = 20$  et  $b = 6$ . Refaire les calculs pour les glucides.

L'unité de production de vapeur pour la distillerie doit fournir 3,5 tonnes de vapeur d'eau par heure en moyenne sous une pression  $P_v$  de 9 bars. La distillerie fonctionne 250 jours pendant l'année, 24 h sur 24 h. L'eau est captée dans une rivière à une température de  $20^\circ\text{C}$ .

**Q6.** On donne la formule empirique de Duperray  $P_v = (\frac{T_v}{100})^4$  où  $T_v$  est la température de la vapeur en  $^\circ\text{C}$  et  $P_v$  la pression saturante de la vapeur d'eau en bars. L'énergie massique pour amener l'eau de la température de  $20^\circ\text{C}$  à  $T_v$  est  $C_m = 607 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . À l'aide du document ressource DR2 déterminer la puissance nécessaire pour le débit de vapeur spécifié. En déduire l'énergie nécessaire pour produire la vapeur d'eau pendant un an.

Cette énergie est produite par une chaudière à fioul dont le rendement est de 90 %. Le fioul a un pouvoir calorifique de  $43 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $1 \text{ m}^3$  de fioul coûte 620 euros. La densité du fioul est de 0,94.

- Q7.** Exprimer puis calculer la dépense annuelle en fioul de l'unité de production de vapeur. Comparer avec la dépense occasionnée (1 kWh coûte 10 c€) si cette énergie était fournie à partir de l'électricité avec un rendement de 100 %, puis conclure.

La chaudière à cogénération produit de l'énergie thermique et électrique à partir du biogaz qui contient du méthane  $\text{CH}_4$  dont le comportement est assimilable à celui d'un gaz parfait.

On considère une combustion parfaite du méthane uniquement dans le dioxygène. La combustion est régie par l'équation de réaction suivante :

$\text{CH}_{4(g)} + 2\text{O}_{2(g)} \rightarrow \text{CO}_{2(g)} + 2\text{H}_2\text{O}_{(g \text{ ou } l)}$ . L'indice (g) précise que le composé est à l'état gazeux et (l) à l'état liquide.

Le cycle de Hess est présenté à la figure 4 du document ressource DR2. On donne la loi de Hess pour calculer l'enthalpie standard de réaction à partir des enthalpies standard de formation  $\Delta_f H^\circ$  :  $\Delta_r H^\circ = \sum \delta_i k_i \Delta_f H_i^\circ$ , avec  $\delta = \pm 1$  (- 1 pour les réactifs et + 1 pour les produits de la réaction) et  $k_i$  les coefficients stœchiométriques.

On se place pour la suite dans les conditions standard définies par  $P^\circ = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et  $T^\circ = 298 \text{ K}$ .

Espèce chimique	$\text{CH}_{4(g)}$	$\text{CO}_{2(g)}$	$\text{O}_{2(g)}$	$\text{H}_2\text{O}_{(g)}$	$\text{H}_2\text{O}_{(l)}$
$\Delta_f H^\circ$ ( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	-74,85	-393,5	0	-241,9	-285,1

La masse molaire du carbone est  $M_c = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  et la masse molaire de l'hydrogène est  $M_H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

- Q8.** À partir du calcul de l'enthalpie standard de réaction dans le cas de la formation d'eau liquide et dans le cas de la formation de vapeur d'eau, déterminer le Pouvoir Calorifique Inférieur PCI et le Pouvoir Calorifique Supérieur PCS du méthane. On exprimera les résultats en  $\text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

On tient compte pour la suite du PCI du méthane pur qui vaut  $50 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Le rendement de la chaudière à gaz sera de 90 %. On rappelle la relation des gaz parfaits  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , où  $P$  est la pression en Pa,  $R$  la constante des gaz parfaits,  $T$  la température exprimée en Kelvin,  $V$  le volume et  $n$  le nombre de moles. La constante des gaz parfaits est  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ . On appelle normal mètre cube noté  $\text{Nm}^3$  le volume d'un gaz dans les conditions normales de température et de pression ( $T = 273 \text{ K}$  et  $P = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ). On admet que l'énergie annuelle fournie par la chaudière pour produire la vapeur est de  $5,6 \cdot 10^7 \text{ MJ}$ .

**Q9.** Après avoir calculé le nombre de moles de méthane contenu dans 1 Nm<sup>3</sup> et sachant que la masse molaire du méthane est de 16 g·mol<sup>-1</sup>, calculer le débit de méthane pur exprimé en Nm<sup>3</sup>·h<sup>-1</sup>.

On admet que les deux unités de méthanisation produisent au total 1200 Nm<sup>3</sup>·h<sup>-1</sup> de biogaz. La teneur moyenne en méthane est de 55 %. Le pouvoir calorifique du méthane pur sera pris égale à 13,8 kWh·kg<sup>-1</sup> et 1 Nm<sup>3</sup> de méthane a une masse de 713,6 g. L'unité 2 de méthanisation débite 600 Nm<sup>3</sup>·h<sup>-1</sup> de biogaz.

**Q10.** Déterminer le potentiel d'injection en puissance électrique sur le réseau EDF du site en cogénération avec un rendement électrique d'environ 38 % et un rendement thermique de 42 %. Déterminer le potentiel de puissance disponible pour le séchage des boues issues du processus de méthanisation.

**Q11.** Au vu de l'ensemble de l'étude de la partie A rédiger une conclusion en mettant en perspective les principales caractéristiques, les avantages escomptés et les inconvénients des unités de méthanisation dans le cas de la distillerie.

## **Partie B : modélisation simplifiée du processus de méthanisation**

**Dans cette partie on cherche à estimer le potentiel méthanogène du site et à modéliser le processus de méthanisation alimenté en continu (débit d'entrée d'effluents jamais nul), en vue de sa maîtrise et du contrôle du débit de méthane produit.**

La digestion anaérobie est un processus complexe. Toutefois, si l'on considère un effluent où la matière organique est essentiellement soluble, il peut être résumé en considérant seulement les deux étapes principales acidogénèse et méthanogénèse (voir document ressource DR3 figure 5). Le développement du modèle communément nommé AM2 est basé sur l'hypothèse que les populations bactériennes intervenant dans la digestion anaérobie peuvent être divisées en deux groupes principaux de caractéristiques homogènes et que la digestion anaérobie peut être décrite par un processus à deux étapes. Dans la première étape appelée acidogénèse, les bactéries acidogènes ( $X_1$  : concentration des bactéries acidogènes en g·L<sup>-1</sup>) transforment la matière organique ( $S_1$  : concentration organique du substrat en g·L<sup>-1</sup>) en AGV (Acide Gras Volatile de concentration  $S_2$  en mmol·L<sup>-1</sup>) et en dioxyde de carbone CO<sub>2</sub>. Dans la deuxième étape appelée méthanogénèse, les bactéries méthanogènes ( $X_2$  : concentration des bactéries méthanogènes en g·L<sup>-1</sup>) convertissent  $S_2$  en méthane CH<sub>4</sub> et CO<sub>2</sub>.

L'étape acidogénèse se déroule avec une vitesse de réaction  $r_1 = \mu_1(S_1)X_1$  telle que  $\mu_1(S_1)$  est le taux de croissance spécifique de  $X_1$  sur le substrat  $S_1$ . L'étape méthanogénèse s'effectue avec une vitesse de réaction  $r_2 = \mu_2(S_2)X_2$  telle que  $\mu_2(S_2)$  est le taux de croissance spécifique de  $X_2$  sur le substrat  $S_2$ .



Le taux de croissance spécifique des acidogènes  $\mu_1(S_1)$  suit une loi de Monod :

$\mu_1(S_1) = \mu_{1M} \frac{S_1}{k_{S1} + S_1}$  où  $\mu_{1M}$  désigne le taux de croissance maximum de  $X_1$  sur  $S_1$  et

$k_{S1}$  la constante de demi-saturation. Le taux de croissance spécifique  $\mu_2(S_2)$  obéit à une loi de Haldane :  $\mu_2(S_2) = \mu_{2M} \frac{S_2}{k_{S2} + S_2 + \frac{S_2^2}{k_i}}$  avec  $\mu_{2M}$  le taux de croissance

maximum de  $X_2$  sur  $S_2$ ,  $k_{S2}$  la constante de demi-saturation associée à  $S_2$  et  $k_i$  la constante d'inhibition associée à  $S_2$ .

**Q12.** Représenter l'allure des deux taux de croissance sur le document réponse DRP1 avec :

$\mu_{1M} = 1,2 \text{ j}^{-1} \text{ ( jour}^{-1} \text{)} ; \mu_{2M} = 0,75 \text{ j}^{-1} ; k_{S1} = 7 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} ; k_i = 258 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} ;$   
 $k_{S2} = 9,5 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} ; 0 \leq S_1 \leq 400 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et } 0 \leq S_2 \leq 400 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} .$

Dans cette partie la dérivée temporelle d'une grandeur  $G$  est notée  $\dot{G}$ .

On retient un modèle simplifié à deux étapes qui prend en compte 4 variables d'état nommées :

$S_1$  : la concentration de la matière organique à dégrader,

$X_1$  : la concentration des bactéries acidogènes,

$S_2$  : la concentration des acides gras volatiles (AGV),

$X_2$  : la concentration des bactéries méthanogènes.

On définit le vecteur des variables d'état  $\varepsilon = [S_1 \ X_1 \ S_2 \ X_2]^T$ . Le modèle est régi par les équations suivantes :

$$\dot{S}_1 = D(S_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1$$

$$\dot{X}_1 = [\mu_1(S_1) - \alpha D] X_1$$

$$\dot{S}_2 = D(S_{2in} - S_2) + k_2 \mu_1(S_1) X_1 - k_3 \mu_2(S_2) X_2$$

$$\dot{X}_2 = [\mu_2(S_2) - \alpha D] X_2$$

Avec :

-  $D \text{ (j}^{-1} \text{)} : \text{taux de dilution, } D = \frac{Q}{V},$

-  $Q$  est le débit d'alimentation et  $V$  le volume du bioréacteur (digesteur),

-  $\alpha \in [0, 1]$  paramètre représentant la fraction de la biomasse qui n'est pas retenue dans le bioréacteur,

-  $S_{1in} \text{ (g} \cdot \text{L}^{-1} \text{)} : \text{la concentration de } S_1 \text{ dans l'alimentation,}$

-  $S_{2in} \text{ (mmol} \cdot \text{L}^{-1} \text{)} : \text{la concentration de } S_2 \text{ dans l'alimentation,}$

-  $k_1$  : le rendement de dégradation de  $S_1$  par  $X_1$ ,

- $k_2$  ( $\text{mmol} \cdot \text{g}^{-1}$ ) : le rendement de production de  $S_2$  par  $X_1$  à partir de  $S_1$ ,
- $k_3$  ( $\text{mmol} \cdot \text{g}^{-1}$ ) : le rendement de dégradation de  $S_2$  par  $X_2$ .

Le système peut-être décomposé en deux sous-systèmes indépendants en cascade consignés sur le document ressource DR3 à la figure 6.

**Q13.** En posant  $r(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \mu_1(S_1)X_1 \\ \mu_2(S_2)X_2 \end{bmatrix}$ , montrer que le système complet est gouverné par l'équation suivante :  $\dot{\varepsilon} = A \cdot r(\varepsilon) - B \cdot \varepsilon + C$ . Exprimer les matrices A, B et C.

On se propose d'étudier quelques points de stabilité et d'équilibre du système afin de quantifier la production de méthane dont le débit est :  $q_M(\varepsilon) = K_6 \cdot \mu_2(\varepsilon) \cdot X_2$  où  $K_6$  est le taux de production de méthane en  $\text{mmol} \cdot \text{g}^{-1}$ .

On considère dans un premier temps le sous-système 1.

**Q14.** Exprimer les deux solutions du système en régime permanent notées  $(S_{11}, X_{11})$  et  $(S_{12}, X_{12})$  avec  $X_{12} > X_{11}$ .

On cherche à linéariser ce système autour de  $(S_{12}, X_{12})$ , on pose alors :

$$\dot{X}_1 = aS_1 + bX_1$$

$$\dot{S}_1 = cS_1 + dX_1$$

Où  $J = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  est la matrice Jacobienne évaluée en  $(S_{12}, X_{12})$  décrite dans le document ressource DR4.

**Q15.** Exprimer la matrice J en exprimant a, b, c et d.

**Q16.** Le sous-système est stable si  $\lambda_1 + \lambda_2 = \text{trace}(J) < 0$  et  $\lambda_1 \lambda_2 = \det(J) > 0$  où  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont les valeurs propres de J. Discuter de la stabilité asymptotique du point de fonctionnement  $(S_{12}, X_{12})$ .

On considère maintenant le sous-système 2. En posant  $S_2^* = S_{2in} + \frac{k_2 \mu_1(S_1) X_1}{D}$ , on écrit le sous-système  $S_2$  sous la forme :

$$\dot{S}_2 = D(S_2^* - S_2) - k_3 \mu_2(S_2) X_2$$

$$\dot{X}_2 = (\mu_2(S_2) - \alpha D) X_2$$

On exclut le cas particulier du lessivage où  $X_1 = X_2 = 0$ . En régime permanent il existe deux solutions dans le plan  $S$ - $X$ , de coordonnées  $(S_{21}, X_{21})$  et  $(S_{22}, X_{22})$  avec  $S_{22} > S_{21}$ .

**Q17.** Montrer que :  $X_{2p} = \frac{1}{k_3 \alpha} (S_{2in} - S_{2p} + \frac{k_2}{k_1} (S_{fin} - S_{12}))$  avec  $p = 1; 2$ .

Contrôle et observation du système :

de nombreux facteurs influencent le processus, or les paramètres du système sont difficilement identifiables voire mesurables comme les concentrations. Dans l'objectif de contrôler la méthanisation on se propose de construire un observateur d'état à partir de quelques grandeurs mesurées afin d'obtenir un bon suivi en ligne de l'état du procédé. Il s'agit d'utiliser le modèle du procédé et des mesures disponibles pour reconstruire asymptotiquement les états inaccessibles. Le principe de ces observateurs est de tirer profit d'un changement de variables permettant de réécrire le système initial dans une base où le système est indépendant des cinétiques inconnues.

Supposons que  $S_1$  et  $S_2$  sont mesurées, que  $X_1$  et  $X_2$  ne sont pas mesurées et que  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont inconnues. On introduit les combinaisons suivantes :

$$Z_1 = S_1 + k_1 X_1 \text{ et } Z_2 = S_2 + k_3 X_2 + \frac{k_2}{k_1} S_1.$$

On pose les vecteurs  $Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}$  et  $S_{in} = \begin{bmatrix} S_{1in} \\ S_{2in} \end{bmatrix}$ . On peut écrire les dynamiques de  $Z_1$

et  $Z_2$  sous la forme :  $\dot{Z} = GZ + HS_{in}$ .

**Q18.** En impliquant les équations du système, exprimer les matrices  $G$  et  $H$  avec  $\alpha = 1$ . Conclure sur les dynamiques obtenues.

On note  $\hat{Z}$  et  $\hat{X}$  les vecteurs estimés. On obtient l'observateur  $\dot{\hat{Z}} = G\hat{Z} + HS_{in}$ .

**Q19.** Exprimer alors  $\hat{X}_1$  et  $\hat{X}_2$  en fonction de  $\hat{Z}_1$ ,  $\hat{Z}_2$ ,  $S_1$  et  $S_2$  mesurées.

On pose l'erreur d'estimation  $e_j = Z_j - \hat{Z}_j$  pour  $j = 1; 2$ .

**Q20.** Exprimer  $e_j(t)$  puis, conclure. Discuter de la vitesse de convergence de cet observateur.

Le système a fait l'objet d'une simulation. Les résultats sont consignés sur le document ressource DR5.

**Q21.** Analyser et commenter les évolutions des courbes. Préciser la condition initiale sur  $X_2$  pour produire du méthane.

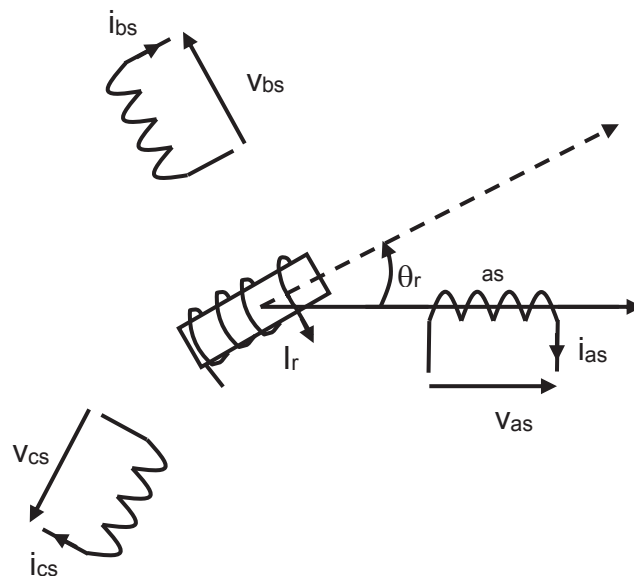
**Q22.** L'analyse biochimique de la vinasse du site fait apparaître un potentiel de production de méthane d'environ  $200 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  de méthane par unité de DCO dans les conditions normales de température et de pression. Calculer le débit de méthane produit avec un débit de vinasse de  $17 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  et une  $\text{DCO} = 88 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ .

## PARTIE C : conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique

Une turbine à combustion transforme l'énergie du biogaz en énergie thermique puis en énergie mécanique de rotation.

**L'étude vise à étudier le principe de la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique qui est assurée par une machine synchrone et à modéliser la génératrice synchrone dans l'objectif de maîtriser sa conduite couplée au réseau électrique.**

Hypothèses simplificatrices: on considère que la machine synchrone a un nombre de paires de pôles  $p = 1$  et que les trois enroulements du stator (induit), supposés parfaitement identiques, sont décalés de  $120^\circ$ . Les enroulements du stator sont couplés en étoile. Le rotor (inducteur ou roue polaire) est à pôles lisses. On définit  $M_{rs}$ , la valeur maximale de l'inductance mutuelle entre l'enroulement du rotor et du stator. Le flux dans l'enroulement de l'inducteur est  $\Phi_r = M_{rs} \cdot I_r = K_r \cdot \cos(\theta_r) \cdot I_r$ , où  $K_r$  est une constante et  $I_r$  est le courant continu dans le circuit d'excitation du rotor. La machine synchrone n'est pas saturée. L'entrefer est constant. Les inductances mutuelles entre bobines du stator sont identiques et sont nommées  $M_s$ . On note  $\Phi_{as}$  le flux totalisé dans la bobine nommée « as » du stator. L'inductance propre des bobines du stator est notée  $L_{ps}$ . On néglige les inductances de fuite au stator. La résistance d'un enroulement est notée  $r_s$ . Les courants produits au stator sont parfaitement sinusoïdaux et triphasés. Les champs magnétiques et les forces magnétomotrices d'induit sont à répartition spatiale sinusoïdale.



- Q23.** La machine est couplée en étoile. Indiquer les bornes à relier pour obtenir ce couplage sur le document réponse DRP2. Donner l'expression de  $v_{as}$  en fonction de  $r_s$ ,  $i_{as}$  et  $\Phi_{as}$ .

**Q24.** Donner l'expression de  $\Phi_{as}$  en fonction des différents courants, de l'inductance propre, des mutuelles inductances et de  $\theta_r$ . En déduire alors l'expression de  $v_{as}$  en fonction de  $r_s$ ,  $i_{as}$ ,  $I_r$ , des inductances, des inductances mutuelles et de  $\theta_r$ .

**Pour la suite on se place en régime permanent.**

**Q25.** Le schéma équivalent pour une phase de la machine en fonctionnement générateur est fourni dans le document ressource DR6. Justifier la présence des différents éléments de ce schéma. Proposer un protocole expérimental ainsi que son exploitation afin de déterminer les différents éléments de ce schéma.

**Q26.** Représenter le diagramme vectoriel de ce schéma en faisant apparaître les vecteurs tension, courant et flux du rotor pour un facteur de puissance inductif.

On note  $\underline{i}_{as} = \underline{i}$  et  $X = \lambda_{s\omega}$  la réactance synchrone d'une phase.

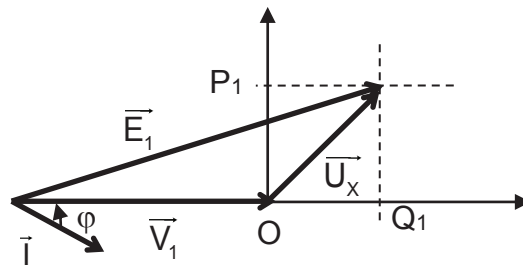
**Q27.** Compléter le document réponse DRP2 en représentant le diagramme vectoriel pour chaque quadrant. Compléter le tableau du document réponse DRP3 en portant la mention fournie ou absorbée pour les différents quadrants de fonctionnement de la machine. Préciser les quadrants concernés par le fonctionnement en alternateur.

L'alternateur est couplé par un interrupteur triphasé  $K_i$  sur un réseau électrique bien plus puissant que lui. La tension au point de raccordement imposée par le réseau est constante.  $K_i$  est ouvert et on entraîne l'alternateur. Lors de la fermeture de  $K_i$ , la vitesse de l'alternateur est très légèrement différente de celle de la vitesse synchrone imposée par la fréquence du réseau. On admet que  $E_1 = V_1$  où  $E_1$  et  $V_1$  désignent respectivement les valeurs efficaces de la force électromotrice interne de l'alternateur et la valeur efficace de la tension au point de raccordement du réseau électrique. On néglige la résistance  $r_s$ . Le schéma simplifié équivalent par phase et le diagramme vectoriel sont fournis ci-après:



**Q28.** Déterminer l'expression de la puissance active  $P$  et réactive  $Q$  de l'alternateur en fonction de  $V_1$ ,  $X$  et  $\theta$ . Conclure en analysant le sens du transfert de la puissance  $P$  entre l'alternateur et le réseau lorsque le rotor de l'alternateur a une vitesse légèrement supérieure à la vitesse de synchronisme et lorsque la vitesse du rotor est légèrement inférieure à celle du synchronisme. Justifier le nom de puissance synchronisante attribuée à la relation de  $P$ .

L'alternateur est entraîné par une machine qui fournit une puissance mécanique constante. On se place au point de fonctionnement correspondant au diagramme suivant :



- Q29.** Montrer que  $OP_1 = \alpha_1 \cdot P$  et  $OQ_1 = \alpha_1 \cdot Q$ . Préciser l'expression de  $\alpha_1$ . Expliquer en illustrant votre raisonnement avec le diagramme vectoriel proposé, sur quelle grandeur il convient d'agir pour modifier le facteur de puissance de l'alternateur.
- Q30.** L'alternateur fournit au réseau une puissance active  $P$  et réactive  $Q$  telles que la puissance apparente est nominale  $S = S_N$ . Montrer que la trajectoire théorique du point de fonctionnement dans le plan  $(\frac{P}{S_N}, \frac{Q}{S_N})$  est un cercle. Représenter cette trajectoire sur le document réponse DRP3 pour le mode alternateur.
- Q31.** Préciser les arcs de courbe de la fonction  $\frac{P}{S_N} = f(\frac{Q}{S_N})$  du DRP3, associées à la limite du courant d'excitation, à la limite de stabilité de la génératrice et à la limite du courant au stator.
- Q32.** L'excitation de l'alternateur est réalisée selon le schéma de principe donné en document réponse DRP4. Entourer en bleu les éléments liés à la rotation de la roue polaire et en vert les éléments statiques. Expliquer sur quel phénomène ou principe repose la montée de la tension de l'alternateur étant donné que le courant de l'excitatrice est nul à l'origine du démarrage.
- Q33.** Associer les éléments aux propositions de dénominations en complétant le tableau du document réponse DRP4.
- Q34.** On souhaite que l'alternateur fonctionne au point B du document réponse DRP3. Après avoir calculé la réactance synchrone et l'intensité du courant d'induit, déterminer le courant d'excitation en supposant la caractéristique à vide linéaire. Les données de l'alternateur sont fournies dans le document ressource DR7.
- Q35.** Expliquer quel phénomène oblige à limiter la puissance réactive aux alentours de 30 % de la puissance apparente nominale sur charge capacitive dans le cadre des alternateurs isolés du réseau. Exprimer puis calculer la puissance réactive maximale que pourra consommer l'alternateur à puissance active nulle dans le cadre de l'alternateur couplé au réseau.
- Q36.** Compte tenu de l'ensemble de l'étude de la partie C, formuler une conclusion portant sur le pilotage de l'alternateur couplé au réseau.

## Partie D : étude de la distribution électrique sur le site

**Les objectifs de cette partie sont de structurer le réseau de distribution électrique, d'analyser quelques aspects de la protection, et de coordonner les moyens de protection mis en œuvre pour l'intégration de l'unité de cogénération.**

Pour des raisons de disponibilité et de souplesse d'exploitation il est fait le choix de scinder l'unité de production en deux parties identiques avec deux transformateurs de 800 kVA et deux groupes alternateurs conformément au schéma de principe du document ressource DR8.

**Q37.** Expliquer le comportement attendu des organes de protection en cas de court-circuit triphasé au point A, B et C en vous aidant du document ressource DR7. Conclure sur le pouvoir de coupure des disjoncteurs DC et DG ainsi que sur leur coordination.

On souhaite étudier les différents types de défauts qui peuvent affecter l'installation, en particulier sur le jeu de barre de couplage de la partie cogénération (groupe alternateur et transformateur élévateur). Pour ce faire un modèle simplifié est donné en document ressource DR8.

Les études suivantes sont menées en régime permanent sauf à la question 42. La méthode d'analyse prend appui sur les composantes symétriques définies dans le document ressource DR9. Le fonctionnement du réseau d'alimentation est ainsi modélisé en superposant trois systèmes : direct, inverse et homopolaire dénommés composantes symétriques. Chaque défaut est provoqué par la connexion accidentelle à la terre à travers l'impédance  $\underline{Z}$ . On envisage différentes possibilités de défauts : soit phase-terre (liaison L<sub>3</sub>-T), soit biphasé (liaison L<sub>3</sub>-L<sub>2</sub>-T), et enfin triphasé (liaison L<sub>1</sub>-L<sub>2</sub>-L<sub>3</sub>-T).

On prendra  $\underline{Z}_d = jX_d$ ,  $\underline{Z}_i = jX_i$  et  $\underline{Z}_0 = jX_0$  avec  $E = 17,6$  kV,  $X_d = 324 \Omega$ ,  $X_i = 30 \Omega$  et  $X_0 = 15 \Omega$ . On pose  $E = E_1 = E_2 = E_3$ . On note  $\underline{I}_{\text{def1}}$ ,  $\underline{I}_{\text{def2}}$  et  $\underline{I}_{\text{def3}}$  les courants de défauts délivrés respectivement par  $\underline{E}_1$ ,  $\underline{E}_2$  et  $\underline{E}_3$ .

**Q38.** Exprimer  $\underline{V}_d$ ,  $\underline{V}_i$  et  $\underline{V}_0$  en fonction des éléments des schémas équivalents en composants symétriques du document ressource DR9.

**Q39.** Montrer que  $E_i = E_0 = 0$ . Exprimer puis calculer les courants de défaut délivrés par chaque phase ainsi que leurs composantes symétriques dans le cas du défaut phase-terre (liaison L<sub>3</sub>-T) en fonction de l'opérateur  $a$ ,  $E$ , des impédances directe, inverse, homopolaire et de  $\underline{Z}$ . Préciser les expressions particulières et les valeurs numériques lorsque le module de  $\underline{Z}$  noté  $Z = 0 \Omega$ .

**Q40.** Dans le cas d'un défaut biphasé (liaison L<sub>3</sub>-L<sub>2</sub>-T) lorsque  $Z$  est nul et  $Z$  est infini, exprimer  $\underline{I}_{\text{def2}}$ ,  $\underline{I}_{\text{def3}}$  et  $\underline{I}_0$  en vous basant sur le DR8. Calculer l'ensemble des valeurs efficaces ( $I_{\text{def1}}$ ,  $I_{\text{def2}}$ ,  $I_{\text{def3}}$ ,  $I_0$ ,  $V_{L1N}$ ,  $V_{L2N}$  et  $V_{L3N}$ ).

- Q41.** Exprimer les composantes symétriques de courant et de tension lors du défaut triphasé. Calculer  $I_{def1}$ ,  $I_{def2}$ ,  $I_{def3}$ .
- Q42.** En exploitant le document ressource DR7, donner la valeur maximale du courant de court-circuit triphasé en régime symétrique et asymétrique aux bornes de l'alternateur. Préciser les réactances à prendre à compte dans l'évaluation de ces valeurs.
- Q43.** En prenant appui sur les résultats des questions précédentes, conclure sur les grandeurs qui vont contribuer aux choix des calibres et réglages des appareils de protection. Préciser quels éléments dans le modèle proposé n'ont pas été pris en compte pour l'évaluation de la composante homopolaire.

On considère le schéma du document ressource DR10. Un défaut phase-terre se produit. Les neutres sont mis à la terre à travers des résistances.

- Q44.** Surligner en bleu le parcours du courant de défaut à la terre sur le document réponse DRP4. Quels sont les risques encourus en termes de comportement des appareils de protection ?
- Q45.** Surligner en vert le parcours du courant de défaut à la terre en présence du générateur homopolaire sur le document réponse DRP5. Conclure alors sur le comportement attendu des appareils de protection et le rôle du générateur homopolaire.

#### **Etude d'un des transformateurs de couplage au réseau : voir DR10**

- Q46.** Expliciter le terme DY11. Représenter le couplage correspondant ainsi que le diagramme vectoriel associé sur le DRP5. Quels sont les indices horaires possibles avec ce transformateur ? Indiquer l'importance de la connaissance de cet indice.
- Q47.** Proposer un protocole expérimental permettant de déterminer les éléments du schéma de Thévenin vu du secondaire du transformateur du document ressource DR10. Que représentent  $P_v$  et  $P_c$ . Etablir la relation entre  $U_{cc}\%$ ,  $R\%$  et  $X\%$ .
- Q48.** En négligeant l'angle interne entre  $\vec{V}_{20}$  et  $\vec{V}_2$ , établir la relation entre  $k\%$ ,  $R\%$ ,  $X\%$ , et  $\varphi$  (déphasage entre  $\vec{I}_2$  et  $\vec{V}_2$ ). En déduire  $R\%$  et  $X\%$ .
- Q49.** Calculer alors le courant de court-circuit présumé du transformateur. En déduire les caractéristiques principales du disjoncteur à placer en aval du transformateur sachant que le réseau EDF a une puissance de court-circuit de 100 MVA.
- Q50.** Faire une synthèse de la partie D en pointant les spécificités de l'architecture du réseau de distribution, les réglages et la coordination des moyens de protection.



DR1

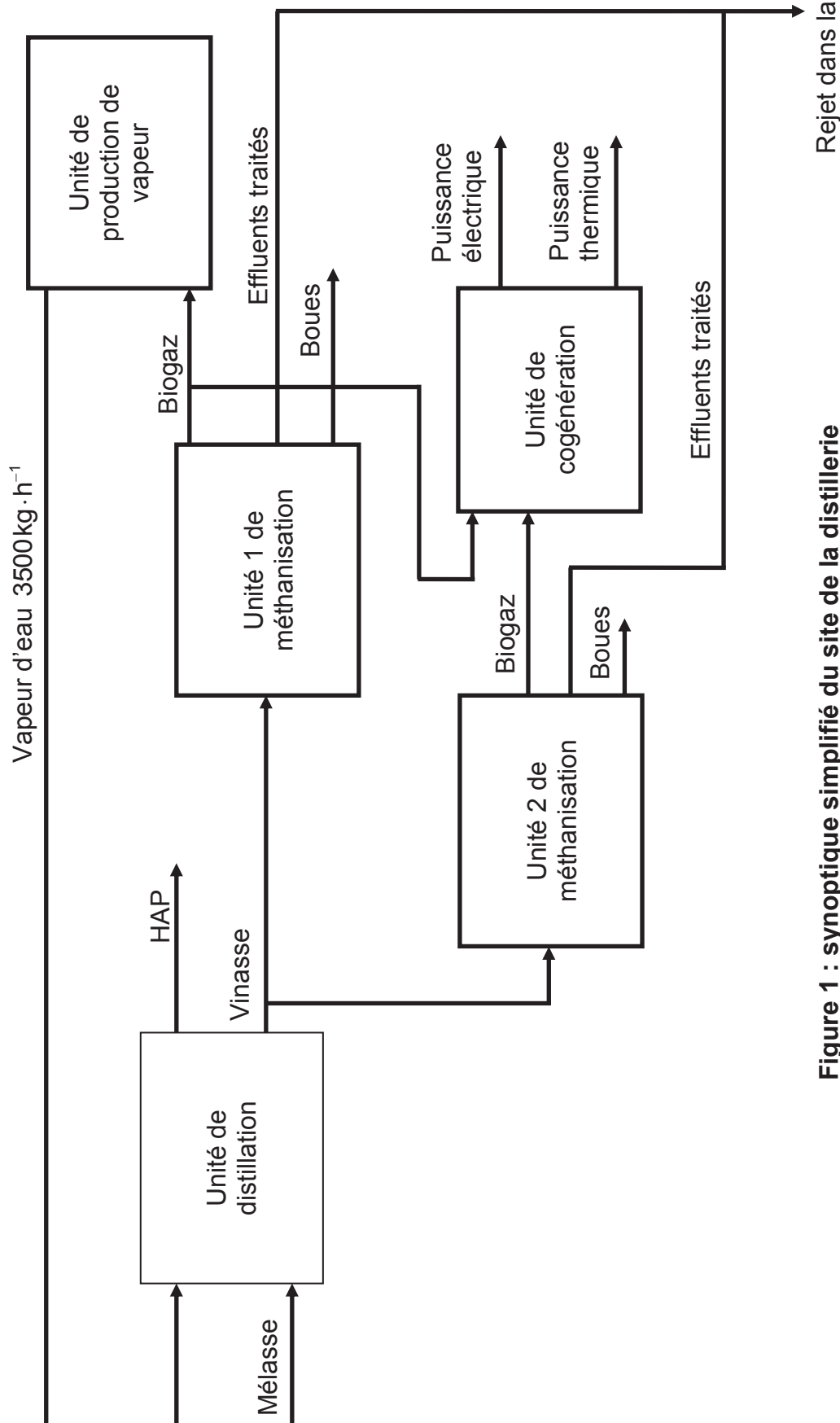


Figure 1 : synoptique simplifié du site de la distillerie

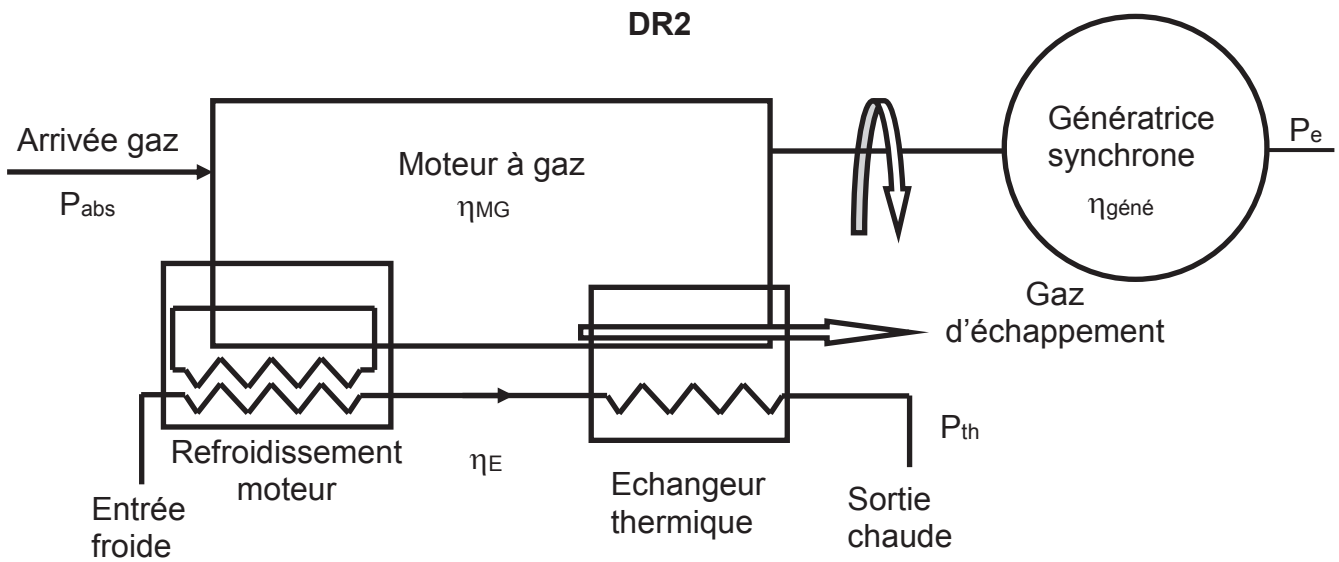


Figure 2 : synoptique de l'unité de cogénération

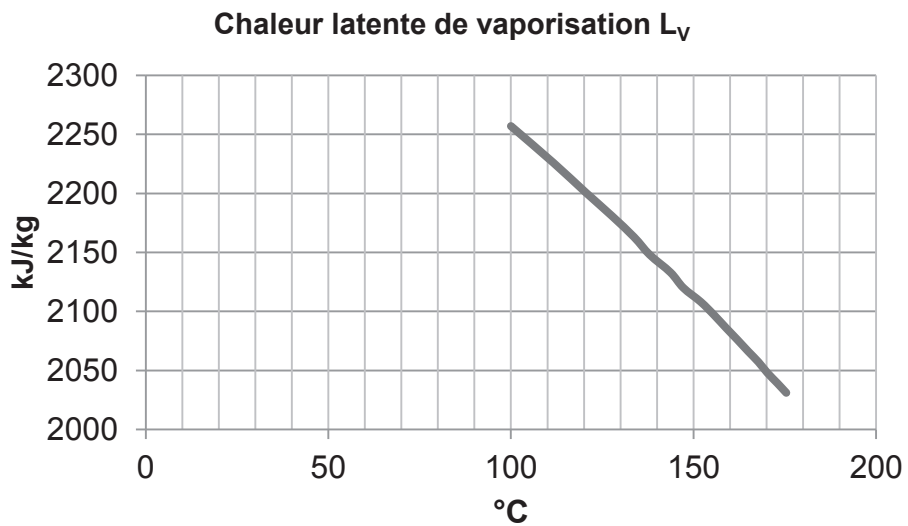


Figure 3 : chaleur latente de vaporisation de l'eau en fonction de la température

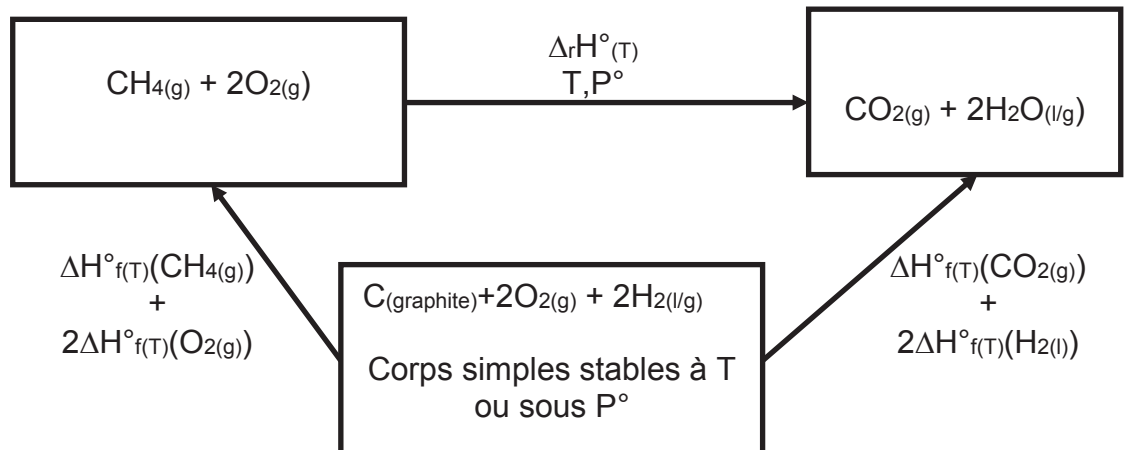
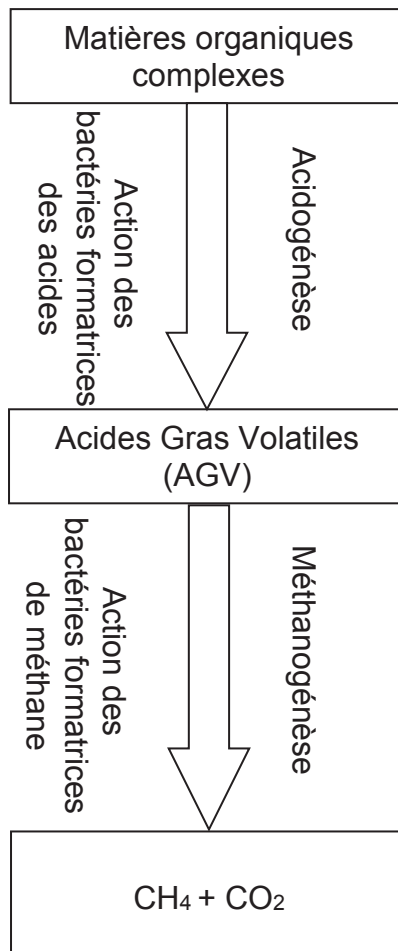
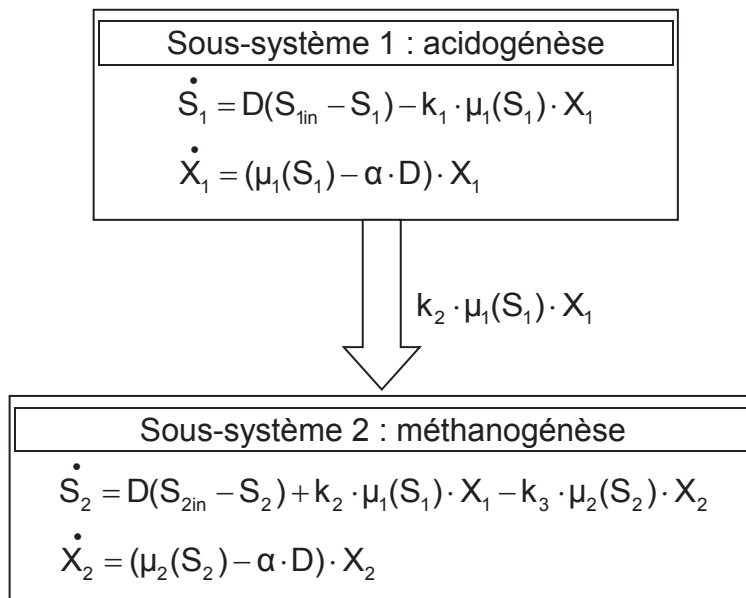


Figure 4 : cycle de Hess

**DR3**



**Figure 5 : modèle de digestion anaérobie à deux étages**



**Figure 6 : modèle en cascade**

## DR4

### Modèle d'état d'un système non linéaire stationnaire

Equation d'état :

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= f_1(X_1, \dots, X_n, U_1, \dots, U_m) \\ &\square \\ &\square \\ &\square\end{aligned}$$

$$\dot{X}_n = f_n(X_1, \dots, X_n, U_1, \dots, U_m)$$

Sous forme matricielle :  $\dot{X} = f(X(t), U(t))$

Autour d'un point de fonctionnement  $\bar{U}$  et  $\bar{X}$  si on considère des petites variations  $u(t)$ , ces dernières affectent le vecteur d'état en petites variations  $x(t)$ . En effet  $X(t) = \bar{X}(t) + x(t)$  et  $U(t) = \bar{U}(t) + u(t)$ .

On obtient un modèle d'état linéarisé :  $\dot{x}(t) = F_x x(t) + F_u u(t)$  avec,

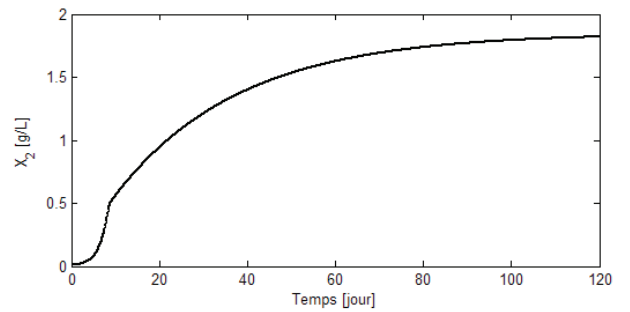
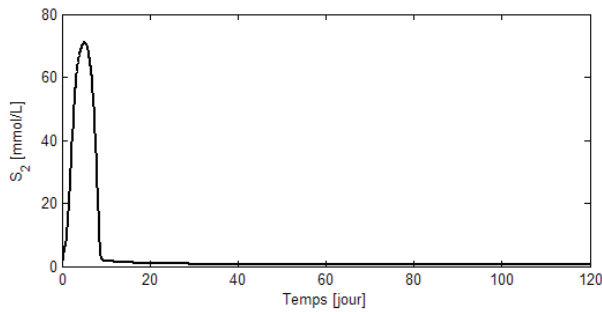
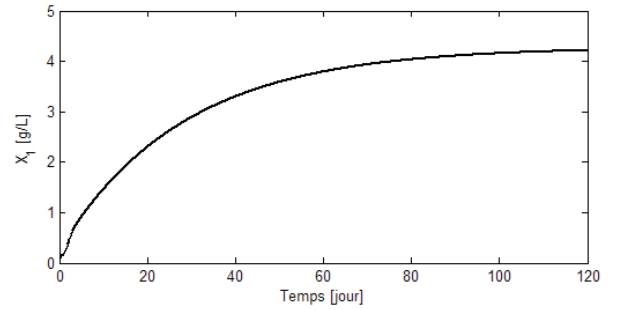
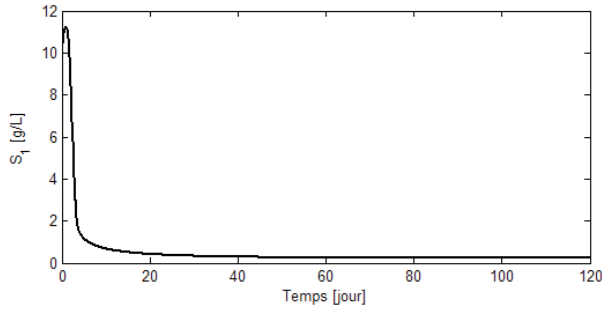
$$\text{Avec } F_x = \left. \frac{\partial f}{\partial X^T} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_1}{\partial X_n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial X_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_n}{\partial X_n} \end{bmatrix}_{\bar{x}, \bar{u}} \quad \text{et} \quad F_u = \left. \frac{\partial f}{\partial U^T} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_1}{\partial U_m} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial U_1} & & & & \frac{\partial f_n}{\partial U_m} \end{bmatrix}_{\bar{x}, \bar{u}}$$

$F_x$  et  $F_u$  sont appelées matrices Jacobiennes.

## DR5

### Simulation du processus de méthanisation.

Simulation pour  $Q = 408 \text{ m}^3 \cdot \text{j}^{-1}$  et  $\alpha = 0,5$ .



Simulation avec  $Q = 4800 \text{ m}^3 \cdot \text{j}^{-1}$  et  $\alpha = 0,5$ .

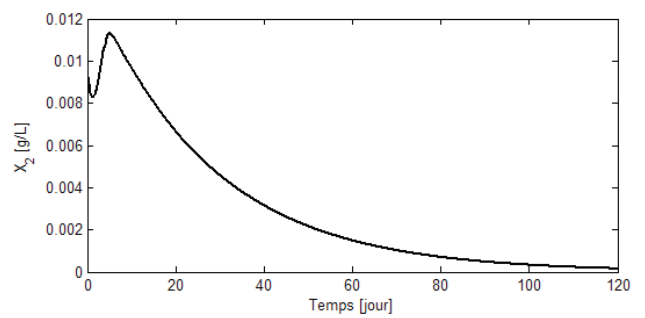
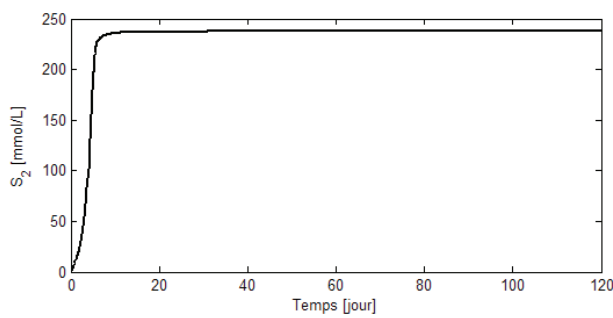
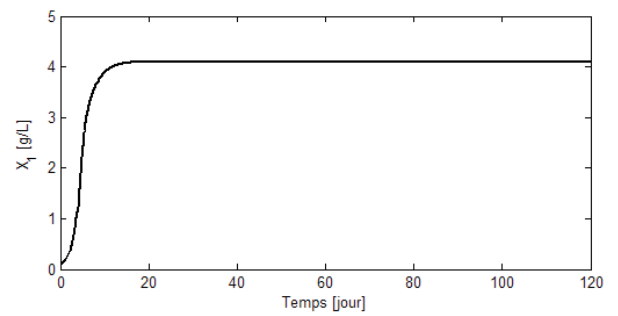
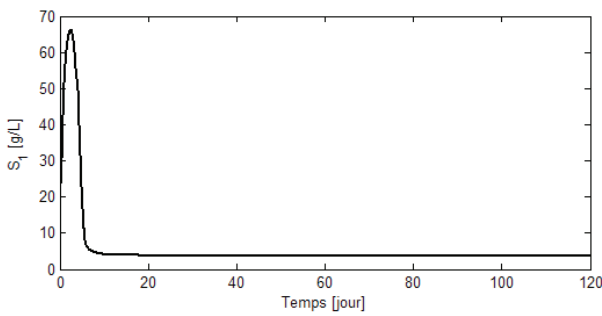


Figure 7

DR6

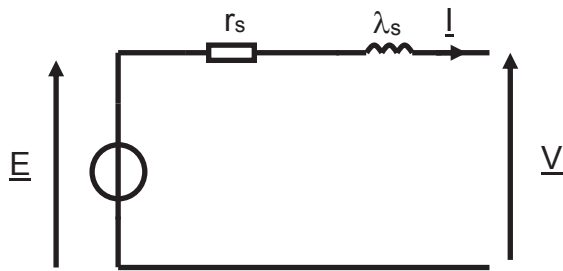


Figure 8 : schéma équivalent par phase de la génératrice synchrone

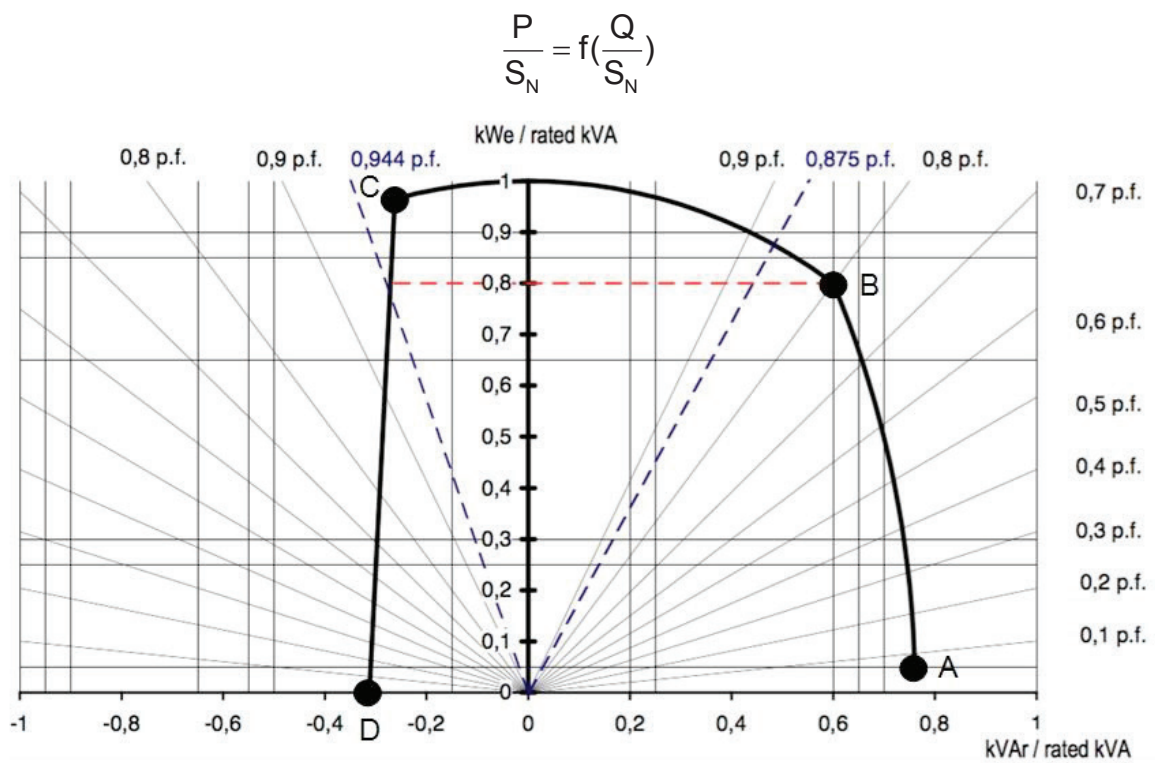


Figure 9 : diagramme  $\frac{P}{S_N} = f\left(\frac{Q}{S_N}\right)$

Remarque : kWe est le kilo Watt électrique.

## DR7

La puissance apparente retenue est  $S_N = 1600$  kVA.

### Alternateurs Basse Tension - 4 pôles

LSA 50.2 - 6 fils (option 12 fils) - 1250 à 1640 kVA - 50 Hz / 1250 à 2000 kVA - 60 Hz

#### Caractéristiques générales

Classe d'isolation	H	Système d'excitation	AREP ou PMG
Pas du bobinage	2/3	Type du régulateur	R 450
Nombre de fils	6 - (option 12)	Régulation de tension (*)	$\pm 0.5\%$
Protection	IP 23	Courant de court-circuit	300% (3 IN) : 10s
Altitude	$\leq 1000$ m	Distorsion harmonique totale DHT (**) à vide .....	< 3.5 % selon C.E.I.
Survitesse	2250 min <sup>-1</sup>	Distorsion harmonique totale DHT en charge linéaire :	< 3.5 % selon C.E.I.
Débit d'air	1.8m <sup>3</sup> /s, 50 Hz - 2.2m <sup>3</sup> /s, 60 Hz	Forme d'onde : NEMA = TIF (**)	< 50

(\*) Tension d'entrée du régulateur, en régime établi, comprise dans les limites de distorsion harmonique totale (DHT).

(\*\*) Distorsion harmonique totale entre phases à vide ou sur charge non déformante.

#### Réactances (%). Constantes de temps (ms) - Classe H / 400 V - Version 6 fils (option 12 fils)

	M6 (6f)	L7 (6f)	L8 (6f)	VL10 (6f)	M6 (12f)	L8 (12f)
<b>Kcc</b> Rapport de court-circuit	0.31	0.34	0.31	0.33	0.36	0.37
<b>Xd</b> Réactance longitudinale synchrone non saturée	392	364	378	362	345	329
<b>Xq</b> Réactance transversale synchr. non saturée	235	218	227	217	207	197
<b>T'do</b> Constante de temps transitoire à vide	3634	3750	3910	4058	3634	4247
<b>X'd</b> Réactance longitudinale transitoire saturée	19.4	17.4	17.4	16.0	17.0	13.9
<b>T'd</b> Constante de temps transitoire en C.C.	180	180	180	180	180	180
<b>X''d</b> Réactance longitudinale subtransitoire saturée	16.5	14.8	14.8	13.6	14.5	11.8
<b>T''d</b> Constante de temps subtransitoire	18	18	18	18	18	18
<b>X''q</b> Réactance transversale subtransitoire saturée	17.3	15.5	15.4	14.2	15.2	13.4
<b>Xo</b> Réactance homopolaire non saturée	3.6	3.6	3.3	3.1	3.60	3.30
<b>X2</b> Réactance inverse saturée	16.9	15.2	15.1	13.9	14.89	12.67
<b>Ta</b> Constante de temps de l'induit	27	27	27	27	27.0	27.0

#### Autres caractéristiques classe H / 400 V

<b>io (A)</b> Courant d'excitation à vide	0.9	1.0	0.9	0.9	0.82	0.80
<b>ic (A)</b> Courant d'excitation en charge	4.1	4.0	3.9	3.7	3.21	3.01
<b>uc (V)</b> Tension d'excitation en charge	44	44	42	41	40.3	37.9
<b>ms</b> Temps de réponse ( $\Delta U = 20\%$ transitoire)	500	500	500	500	500	500
<b>kVA</b> Démar. ( $\Delta U = 20\%$ perm. ou 50 % transit.)	2895	3181	3701	4248	2300	3325
<b>%</b> $\Delta$ transitoire (4/4 charge) - $\cos \phi : 0,8_{AR}$	13.5	12.4	12.4	11.7	12.3	10.5
<b>W</b> Pertes à vide	13960	15260	15420	16520	14025	15310
<b>W</b> Dissipation de chaleur	51240	53260	57110	59020	43515	47696

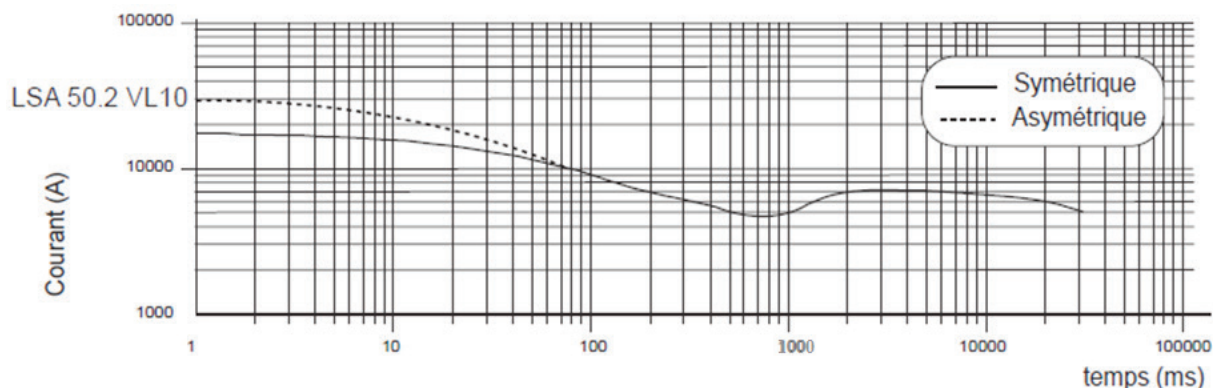
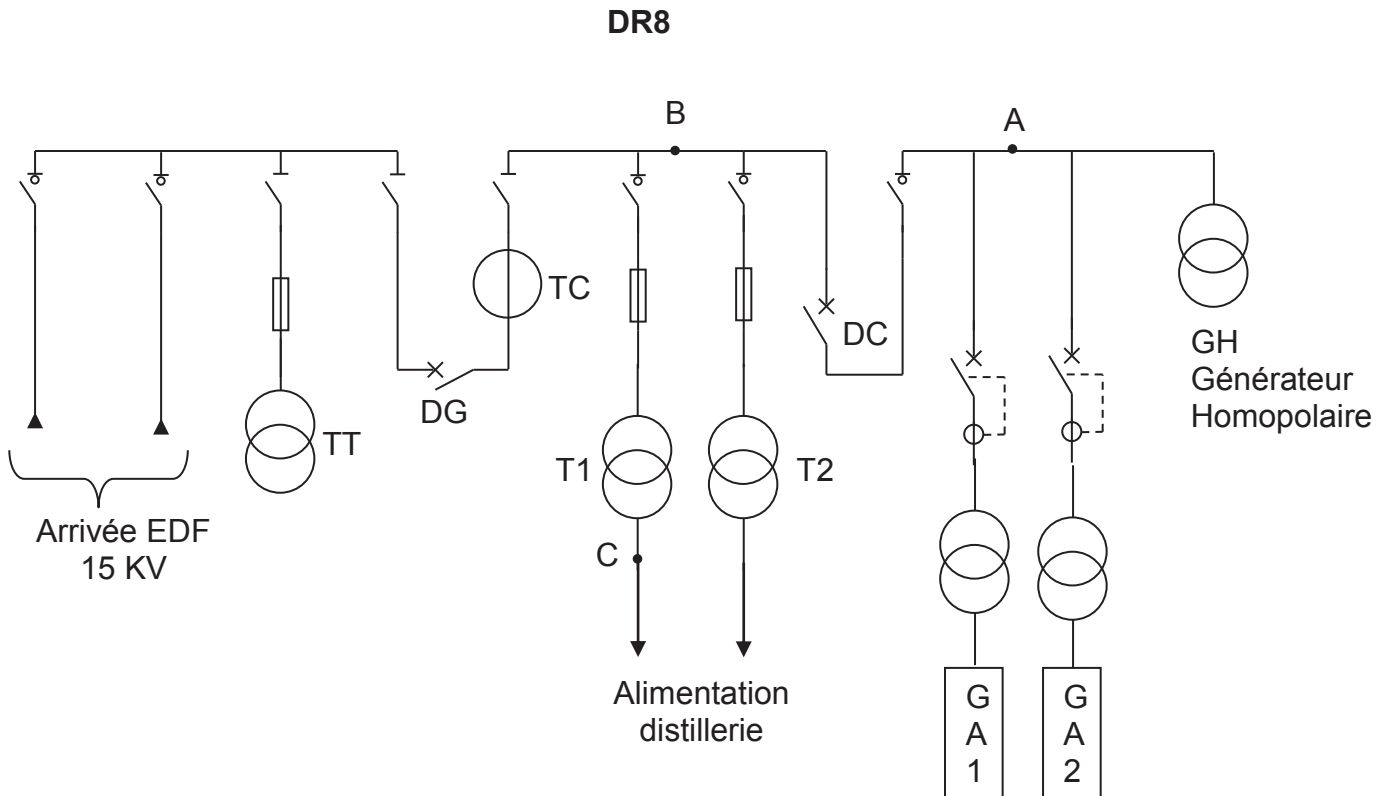
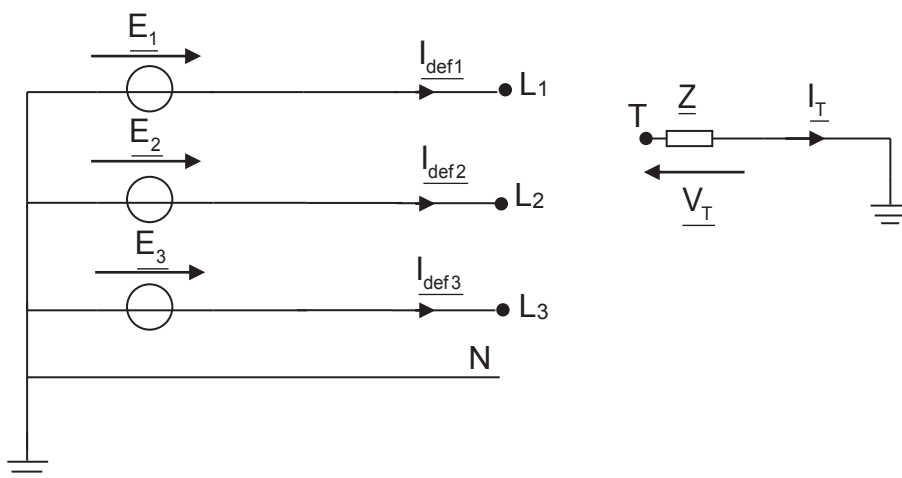


Figure 10 : courbes de court-circuit triphasé à vide et à vitesse nominale



**Figure 11 : architecture simplifiée de l'alimentation du site**



**Figure 12 : étude des différents court-circuits**

Expressions des grandeurs pour un défaut biphasé (liaison L<sub>3</sub>-L<sub>2</sub>-T):

$$\underline{I}_{def2} = -j\sqrt{3}E \frac{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z} - a\underline{Z}_i}{\underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_i + (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i)(\underline{Z}_0 + 3\underline{Z})}$$

$$\underline{I}_{def3} = j\sqrt{3}E \frac{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z} - a^2\underline{Z}_i}{\underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_i + (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i)(\underline{Z}_0 + 3\underline{Z})}$$

$$\underline{V}_{L1} = E \frac{3\underline{Z}_i(2\underline{Z} + \underline{Z}_0)}{\underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_i + (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i)(\underline{Z}_0 + 3\underline{Z})} \quad \text{et} \quad \underline{V}_{L2} = E \frac{-3\underline{Z}_i \cdot \underline{Z}}{\underline{Z}_d \cdot \underline{Z}_i + (\underline{Z}_d + \underline{Z}_i)(\underline{Z}_0 + 3\underline{Z})}$$



## DR9

### Rappels sur les composantes symétriques

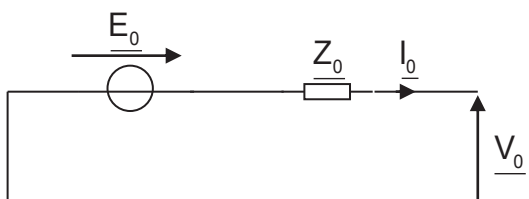
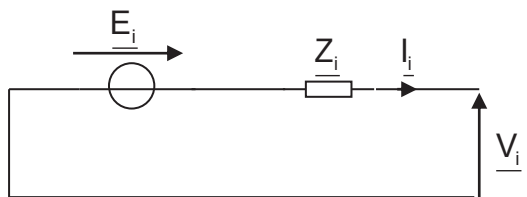
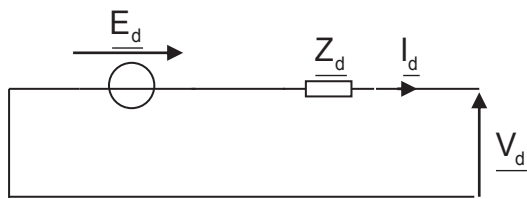
$$\underline{V}_L = [\underline{V}_{L1} \quad \underline{V}_{L2} \quad \underline{V}_{L3}]^T ; \quad \underline{E}_s = [\underline{E}_1 \quad \underline{E}_2 \quad \underline{E}_3]^T ; \quad \underline{I}_{def} = [\underline{I}_{def1} \quad \underline{I}_{def2} \quad \underline{I}_{def3}]^T ;$$

$$[\underline{V}_d \quad \underline{V}_i \quad \underline{V}_0]^T = [F]^{-1} [\underline{V}_L] ; \quad \underline{E}_d \quad \underline{E}_i \quad \underline{E}_0]^T = [F]^{-1} [\underline{E}_s] ; \quad \underline{I}_d \quad \underline{I}_i \quad \underline{I}_0]^T = [F]^{-1} [\underline{I}_{def}] .$$

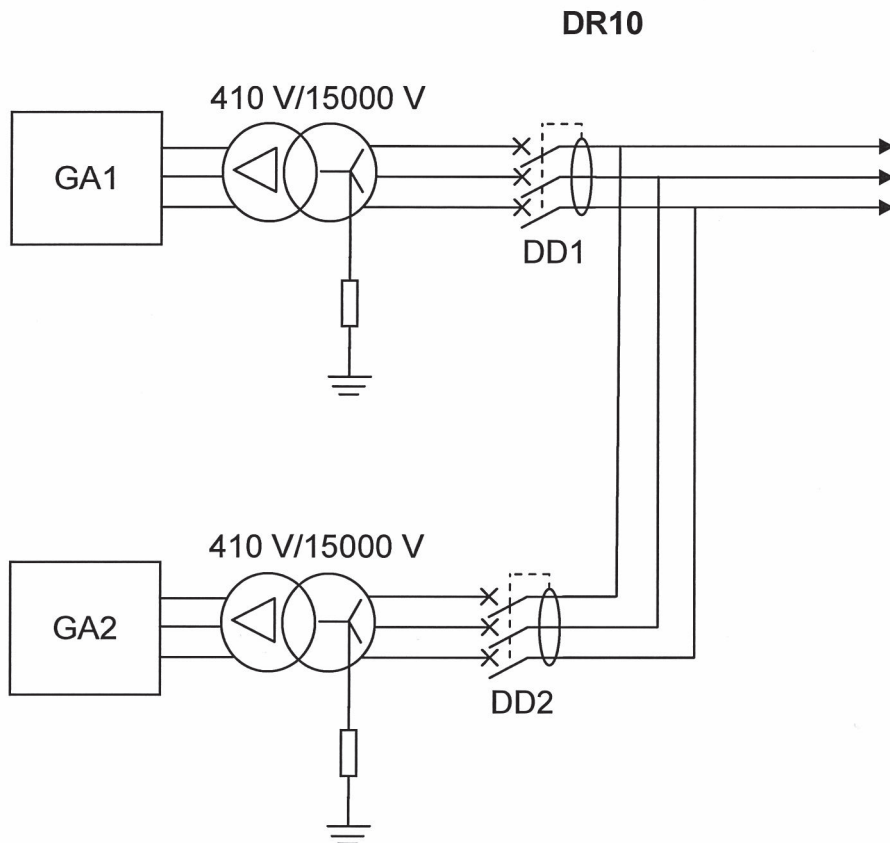
On pose  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$  où  $j$  est le nombre imaginaire tel que  $j^2 = -1$ .

$$\text{On a } \underline{E}_s = \begin{bmatrix} \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \\ \underline{E}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E} \\ a^2 \underline{E} \\ a \underline{E} \end{bmatrix} ;$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [F]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} .$$



**Figure 13 : schémas équivalents en composantes symétriques**

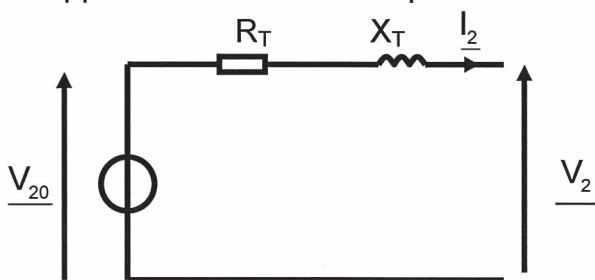


**Figure 14 : schéma sans le générateur homopolaire**

Données sur les transformateurs :

$S = 800 \text{ kVA}$  ; DY11 ; 410 V/15 kV; refroidissement ONAN avec protection de type DGPT2 ; pertes à vide  $P_v = 930 \text{ W}$  et  $P_c = 7000 \text{ W}$ . La chute de tension relative à pleine charge sous un facteur de puissance de 0,8 est de 4,35 % et sous un facteur de puissance de 1 est de 1,05 %.

On notera  $V_{20}$  la tension à vide aux bornes d'un enroulement secondaire et  $m$  le rapport de transformation par colonne.



**Figure 15 : schéma équivalent par phase ramené au secondaire du transformateur**

La chute de tension ohmique en % est  $R\% = \frac{R_T \cdot I_{2N}}{V_{20}} \cdot 100$  et inductive

$$X\% = \frac{X_T \cdot I_{2N}}{V_{20}} \cdot 100 ; k\% = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100, \quad U_{cc}\% = \frac{U_{1CC}}{U_1} \cdot 100.$$

Nom de famille :

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro  
Inscription :

Né(e) le :

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ..... Section/Spécialité/Série : .....

Epreuve : ..... Matière : ..... Session : .....

**CONSIGNES**

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

EAE SIE 3

**DRP1 - DRP2 - DRP3**

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

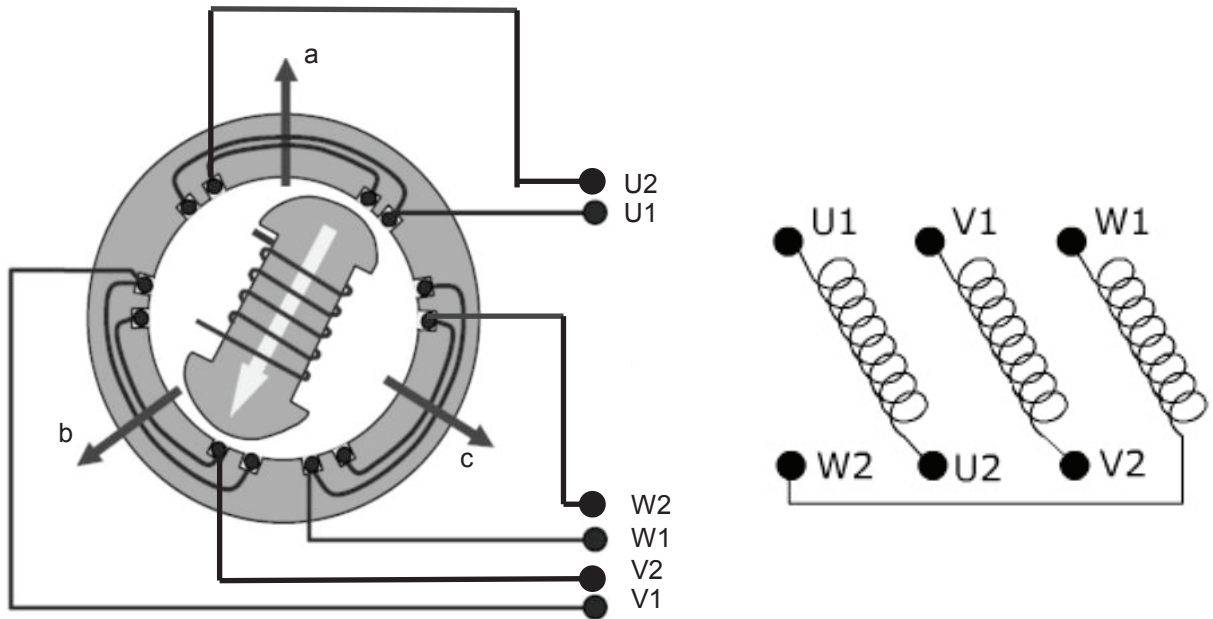
DRP1

Q12.



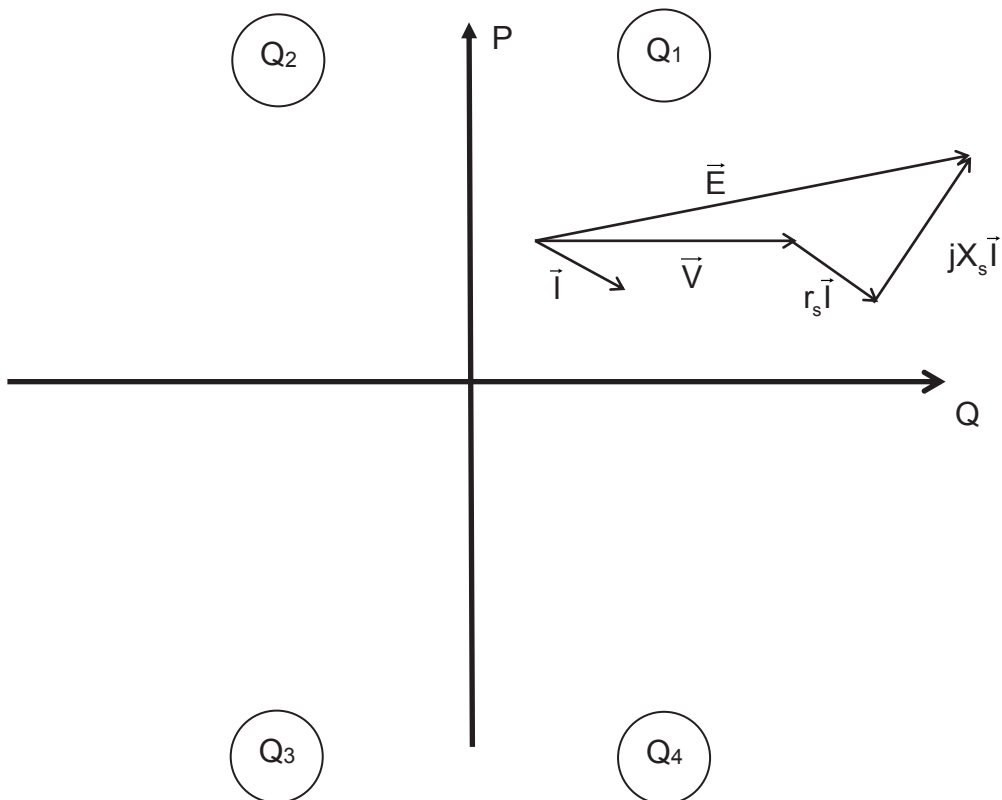
DRP2

Q23.



Q27.

P est la puissance active et Q la puissance réactive.



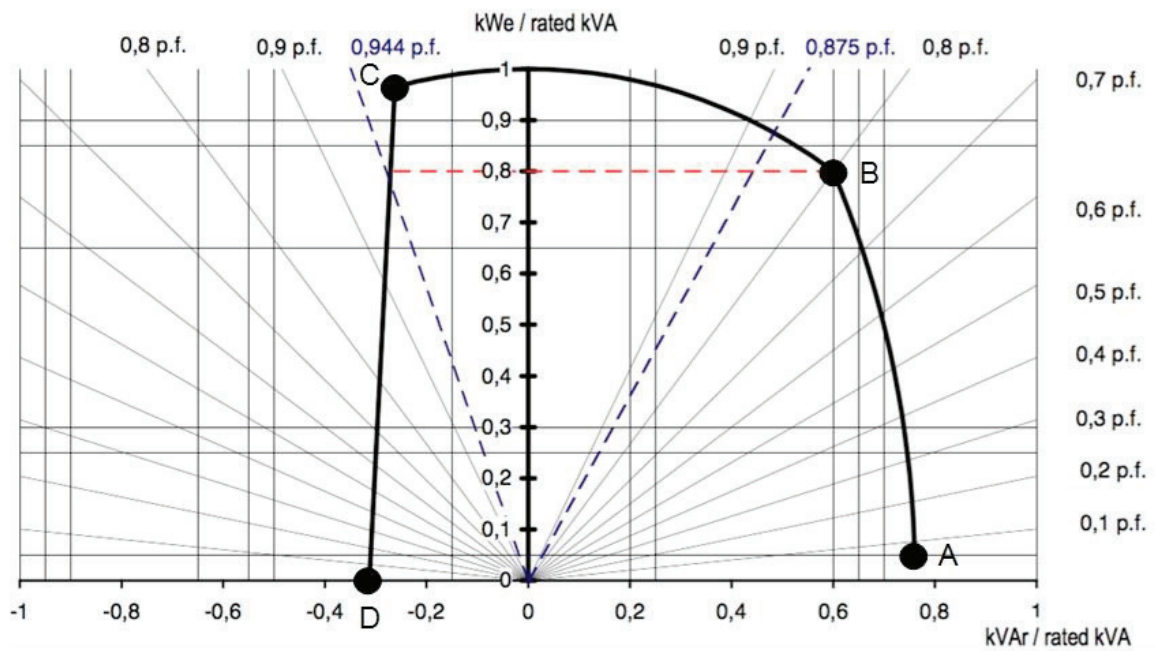
### DRP3

Q27.

	Puissance active	Puissance réactive
Quadrant Q <sub>1</sub>		
Quadrant Q <sub>2</sub>		
Quadrant Q <sub>3</sub>		
Quadrant Q <sub>4</sub>		

Q30.

$$\frac{P}{S_N} = f\left(\frac{Q}{S_N}\right)$$



P est exprimée en kWe (kilowatt électrique fournie au réseau).

**Nom de famille :***(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)***Prénom(s) :****Numéro  
Inscription :****Né(e) le :***(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)**(Remplir cette partie à l'aide de la notice)***Concours / Examen :** ..... **Section/S spécialité/Série :** .....**Epreuve :** ..... **Matière :** ..... **Session :** .....**CONSIGNES**

- Remplir soigneusement, sur **CHAQUE** feuille officielle, la zone d'identification en **MAJUSCULES**.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque **PAGE** (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

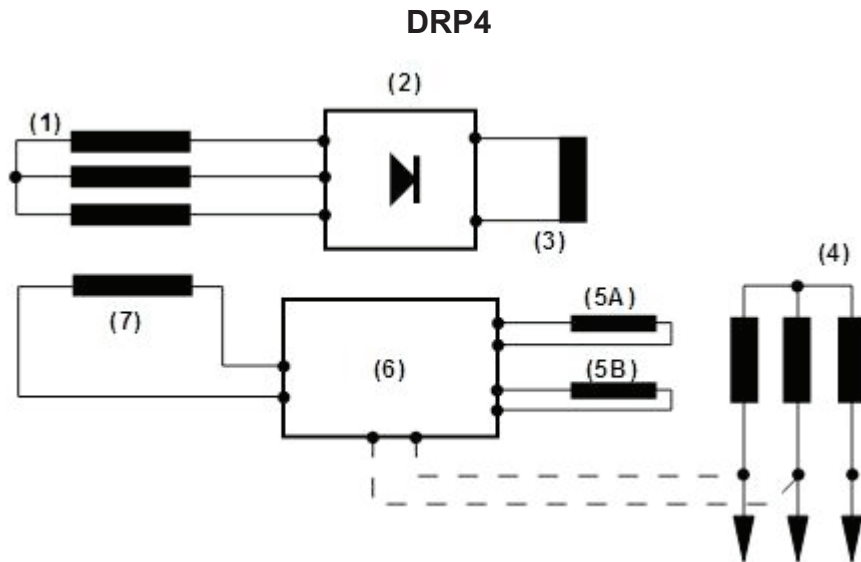
EAE SIE 3

**DRP4 - DRP5**

**NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE**



Q32.

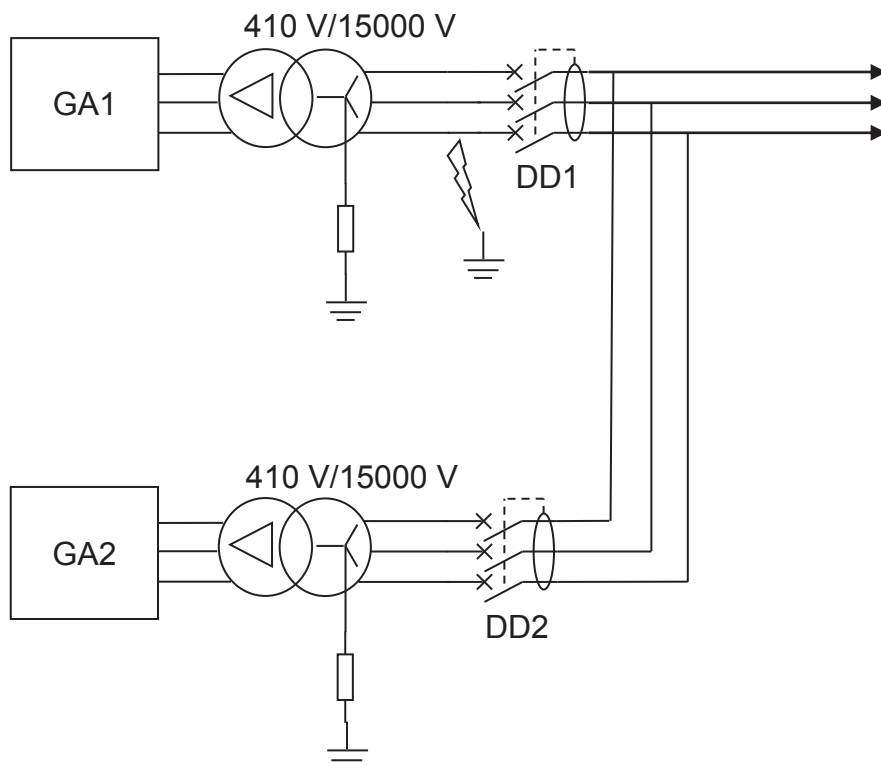


Q33.

1	
2	
3	
4	
5 A	Enroulement auxiliaire dont la tension est proportionnelle à la tension de la génératrice principale
5B	Enroulement auxiliaire dont la tension est proportionnelle au courant du stator
6	
7	

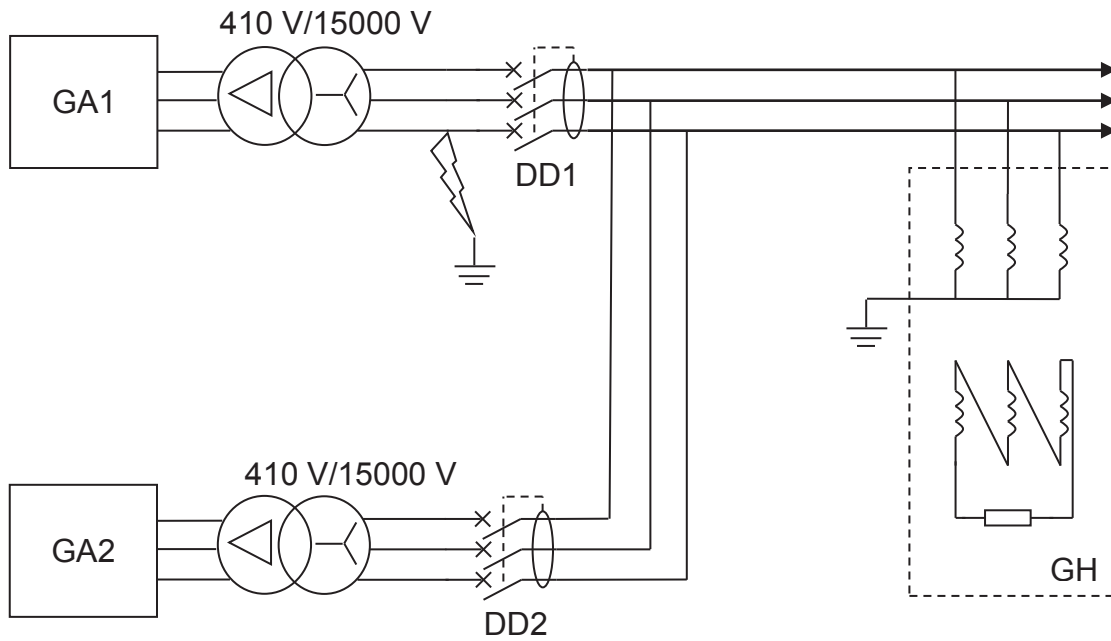
Proposition : inducteur principal ou roue polaire principale, induit principal, inducteur de l'excitatrice, induit de l'excitatrice, pont de diodes, régulateur.

Q44.



DRP5

Q45.



Q46. Couplage du transformateur élévateur :

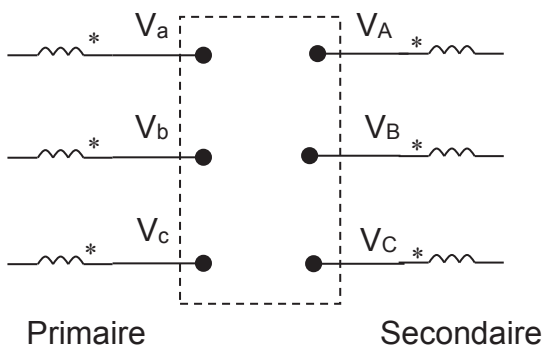


Diagramme vectoriel :

