



Secrétariat Général Direction générale des ressources humaines Sous-direction du recrutement	MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
---	--

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2013

AGRÉGATION EXTERNE SECTION SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique

Rapport de jury présenté par

Monsieur Norbert PERROT
Inspecteur général

Président de jury

Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury

MEMBRES DU JURY

Président

PERROT Norbert – IGEN

Vice-président

CHAMPANEY Laurent – Professeur des Universités – Arts et Métiers ParisTech – Paris

Secrétaire du jury

HOUZET Éric – Chef de Travaux – Lycée Roosevelt – Reims

Épreuves d'admissibilité

Épreuve de sciences industrielles de l'ingénieur

CASTEL Jean-Marc – Professeur agrégé – Lycée Andréossy – Castelnaudary

CHÉREAU Jean-Marc – Professeur de chaire supérieure – Lycée Condorcet – Paris

CORRIEU Pierre-Louis – Professeur agrégé – Lycée Pablo Neruda – Dieppe

COUTABLE Grégory – Professeur agrégé – Lycée Alain – Alençon

Modélisation d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

DERUMAUX Marc – Professeur de chaire supérieure – Lycée Saint-Louis – Paris

LEFEBVRE Philippe – IA-IPR – Dijon

Conception préliminaire d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

CHARLAT Sylvain – Professeur agrégé – IFMA – AUBIÈRE

DACUNTO Alain – Maître de conférences – ENSAM – Metz

DESPREZ Jean-Marc – IA-IPR – Lille

GAMELON Cédric – Professeur de chaire supérieure – Lycée La Martinière Monplaisir – Lyon

Épreuves d'admission

Exploitation pédagogique d'une activité pratique relative à l'approche globale d'un système pluritechnique

AÏACHE Jacques – Professeur de chaire supérieure – Lycée Louis-Le-Grand – Paris

ALTET Olivier – Professeur de chaire supérieure – Lycée Cormontaigne – Metz

BLANC-SERRIER Séverine – Professeure agrégée – Lycée Descartes – Tours

CHARLAT Sylvain – Professeur agrégé – IFMA – AUBIÈRE

CHÉREAU Jean-Marc – Professeur de chaire supérieure – Lycée Condorcet – Paris

GERGADIER Sébastien – Professeur de chaire supérieure – Lycée Richelieu – Rueil-Malmaison

MORICE Yannick – IA-IPR – Créteil

Activité pratique et exploitation pédagogique relatives à l'approche spécialisée d'un système pluritechnique

DACUNTO Alain – Maître de conférences – ENSAM – Metz

DESPREZ Jean-Marc – IA-IPR – Lille

DERUMAUX Marc – Professeur de chaire supérieure – Lycée Saint-Louis – Paris

DONY Benoît – Professeur agrégé – Lycée Louis Aragon – Givors

GAMELON Cédric – Professeur de chaire supérieure – Lycée La Martinière Monplaisir – Lyon

GARREAU Christian – Professeur agrégé – Lycée Chaptal – Paris

LEFEBVRE Philippe – IA-IPR – Dijon

Épreuve sur dossier comportant deux parties

JACQUET Benoît – Professeur agrégé – Université Paris-Est Marne-la-Vallée

NOËL Nadine – Professeure agrégée – INSA Lyon – Villeurbanne

RAGE Michel – IGEN

RIGAUD Régis – IA-IPR – Limoges

Le lycée Roosevelt à Reims a accueilli les réunions préparatoires à cette session 2013 de l'agrégation externe section sciences industrielles de l'ingénieur, option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique, ainsi que les épreuves d'admission qui se sont déroulées dans de très bonnes conditions du 1^{er} juillet inclus au 6 juillet 2013 inclus. Les membres du jury adressent de vifs remerciements à monsieur le Proviseur de cet établissement ainsi qu'à l'ensemble de ses collaborateurs pour l'accueil chaleureux qui leur a été réservé.

RÉSULTATS STATISTIQUES DE LA SESSION 2013

Inscrits	Nombre de postes	Présents aux trois épreuves d'admissibilité	Admissibles	Admis
435	15	178	36	15

Moyenne obtenue aux épreuves écrites par le premier candidat admissible	18,4
Moyenne obtenue aux épreuves écrites par le dernier candidat admissible	11,6
Moyenne obtenue aux épreuves écrites et orales par les deux premiers candidats admis	17,0
Moyenne obtenue aux épreuves écrites et orales par le dernier candidat admis	11,3

Avant-propos

Cette session est la première de la nouvelle agrégation externe section sciences industrielles de l'ingénieur à trois options. Cette évolution a pu générer quelques doutes et inquiétudes, en particulier de la part des formateurs, ce qui est compréhensible. Mais il était indispensable de faire évoluer le recrutement des professeurs agrégés. Une formation, fût-elle de haut niveau, ne permet plus d'aborder les systèmes complexes si elle est centrée sur un seul champ technologique. Les systèmes, qui répondent aux besoins de plus en plus importants et sophistiqués de l'Homme dans une optique de développement durable, sont organisés autour du triptyque matière – énergie – information. En 2013, les agrégés ne peuvent plus ignorer deux des composantes de ce triptyque.

Tout d'abord, avant de faire un bilan général de cette session 2013, je tiens à signaler le caractère sélectif de cette option dans la mesure où seulement 15 admissions ont été prononcées pour 189 candidats qui ont composé les trois épreuves d'admissibilité. Cela ne doit pas décourager les futurs candidats, car le nombre de postes offerts peut évoluer d'une année à l'autre.

La première épreuve d'admissibilité pouvait interpellier pour cette première session. Afin que chaque candidat puisse tirer le meilleur de ses compétences, les présidents des trois options ont opté pour un sujet très long. Ce choix n'a pas vocation à être pérenne. Cela étant, les prestations des candidats montrent que les attentes ont bien été comprises, et que les lauréats 2013 ont des compétences transversales pour aborder la complexité des systèmes actuels et futurs.

Les deux autres épreuves d'admissibilité ont, certes, évolué, mais restent dans la continuité de celles des agrégations de mécanique et de génie mécanique. Elles ne semblent pas avoir surpris les candidats. Devant l'évolution du comportement des candidats au fil des années, il sera nécessaire de limiter la longueur des sujets afin d'éviter un éparpillement des réflexions et donc des réponses.

Les deux premières épreuves d'admission ont une structure identique, mais avec des objectifs différents. La première est transversale et commune aux trois options, la seconde est caractéristique de l'option. Ces deux épreuves s'appuient sur des activités expérimentales et débouchent sur la présentation d'une séquence pédagogique. Ce dernier point est important, car l'agrégation est un concours de recrutement de professeurs. L'aspect pédagogique ne doit donc pas être négligé, et doit être sérieusement intégré dans la préparation à ce concours.

La troisième épreuve d'admission est essentiellement consacrée à la soutenance d'un dossier élaboré par le candidat. Le dossier doit être un transfert de technologie innovante de l'entreprise vers l'Éducation nationale. Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs. Pour cela, il est indispensable que les candidats prennent contact avec des responsables (ingénieurs, chercheurs, ...) au sein d'une entreprise ; un dossier élaboré à partir de ressources téléchargées sur Internet ne répond pas à l'esprit de cette épreuve.

Le dossier doit être élaboré à partir d'un produit « grand public » ou de type « équipement industriel » non unitaire, ou d'un ouvrage qui se caractérise par une compétitivité reconnue et par la pertinence de sa conception. Le support du dossier doit faire l'objet d'une analyse scientifique et technologique au niveau master.

Le candidat doit ensuite proposer une séquence pédagogique, à partir de ce transfert de technologie, structurée à partir des compétences à faire acquérir aux élèves. Le candidat doit donc présenter :

- les objectifs, le principe de déroulement et les moyens didactiques à mobiliser pour une séquence de formation, correspondant à un objectif pédagogique d'un programme et d'un niveau de classe précisé ;
- les objectifs, les pré requis ;
- le principe de déroulement et les moyens didactiques à mobiliser pour un objectif pédagogique d'un programme et d'un niveau de classe précisé ;
- les évaluations prévues.

Il peut aussi indiquer, selon son point de vue, les points clefs, les difficultés prévisibles et les scénarios alternatifs pouvant permettre de les contourner.

Les modalités de ces épreuves d'admissions et leurs objectifs sont rappelés aux candidats lorsqu'ils sont accueillis, avant leur première épreuve, par le directoire du jury ; ils ne peuvent donc pas les ignorer.

Cette session 2013 s'est révélée être d'un excellent niveau, avec deux majors, ce qui est assez rare pour être signalé. Le jury félicite les candidats et leurs formateurs.

Un seul candidat a abandonné en cours de session, ce qui est toujours un peu surprenant. Parmi les 36 candidats admissibles, deux ne se sont pas présentés aux épreuves de la session d'admission.

L'agrégation est un concours prestigieux qui impose de la part des candidats un comportement et une présentation irréprochable. Le jury reste vigilant sur ce dernier aspect et invite les candidats à avoir une tenue adaptée aux circonstances particulières d'un concours de recrutement de cadres de catégorie A de la fonction publique.

Pour conclure cet avant-propos, j'espère sincèrement que ce rapport sera très utile aux futurs candidats de l'agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur.

Norbert PERROT
Président du jury

Éléments de correction de l'épreuve de sciences industrielles de l'ingénieur

Partie 2 : Recherche architecturale et environnementale

2.1. Analyse d'un mode de transport, le tramway

Question 1 : à partir du document ressource 4, dégager les éléments qui expliquent pourquoi ce type de transport est utilisé à nouveau dans notre espace urbain après une période de désintérêt.

Question 2 : à partir du document ressource 4, proposer un argumentaire qui pourrait permettre de conseiller une équipe de maîtrise d'ouvrage en charge d'étudier une nouvelle ligne de tramway pour une grande ville de province inscrite dans les appels à projet du Grenelle de l'environnement.

Éléments de réflexion à prendre en compte dans le commentaire proposé par le candidat.

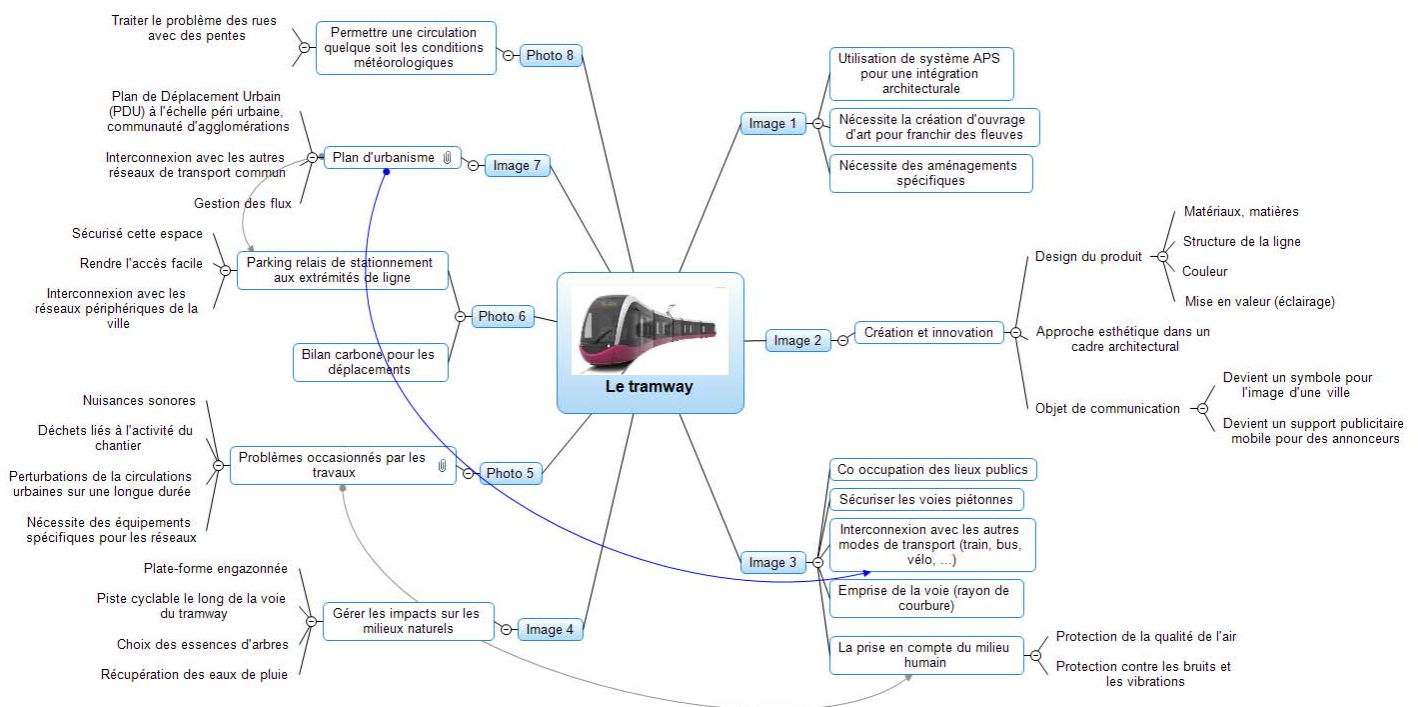


Image de la carte heuristique proposée

2.2. Vibrations dues au passage d'un tramway

ATTENTION 2 questions 3 dans le sujet

Question 3 : la complexité des sols urbains nécessite un modèle de sol de type multicouche hétérogène. Quels phénomènes physiques faut-il prendre en compte lors de la propagation des ondes dans le sol ?

Les problèmes de propagation d'ondes dans un milieu "hétérogène" (souvent supposé multicouche) sont caractérisés par de nombreux phénomènes (dispersion, diffraction, amortissement, réflexion des ondes aux interfaces entre couches...).

Question 3 : préciser les théorèmes utilisés pour obtenir les équations (1) et (4). Quel phénomène traduit le coefficient $E_r \cdot I_r$ de l'équation (1) ?

L'équation (1) s'obtient par application du TRD au rail 1 projeté sur l'axe vertical.

L'équation (4) s'obtient par application du TMD au centre de gravité de la dalle projeté sur l'axe \vec{x}
 $E_r \cdot I_r$ est le coefficient de raideur en flexion du rail.

Question 4 : combien d'inconnues possède le système à 4 équations (1), (2), (3) et (4) ? Combien d'équations de couplage est-il nécessaire d'obtenir pour résoudre le problème ? Comment obtenir ces équations ?

Ce système possède 6 inconnues : z_{r1} , z_{r2} , θ , z_0 , F_0 , C_0

En effet, z_1 et z_2 s'obtiennent géométriquement en fonction de z_0 et θ , et P_1 comme P_2 sont les données d'entrée du problème.

6 inconnues pour 4 équations. Il faut deux équations supplémentaires issues de l'étude du couplage dalle / sol (égalité du déplacement verticale de la dalle et du sol en un point et couplage en rotation).

Question 5 : les conditions de couplage interviennent dans les termes F_{33} et F_{44} . Quels sont les éléments nuls de la matrice de flexibilité $[F]$?

Les termes F_{12} et F_{34} sont nuls. Il suffit d'analyser les équations (1) et (2).

Question 6 : justifier l'intérêt de mener une campagne de mesures en positionnant des capteurs sur le tramway, le rail et le sol.

La pose de capteurs sur le tramway et sur le rail permet de préciser le modèle à retenir pour l'excitation dynamique ($P_1(t)$ et $P_2(t)$). En effet, la source des vibrations peut provenir des éléments mécaniques internes au tramway comme des irrégularités de surface du rail (établies théoriquement à l'aide d'une fonction probabilité). La pose de capteur sur le sol permet de valider le modèle retenu pour les déplacements de la dalle et donc du sol.

Question 7 : conclure quant aux solutions qui pourraient être retenues pour limiter la transmission des ondes à l'environnement.

Le choix des matériaux constituant les couches de fondations de la plateforme en béton armé et de leurs granulométries respectives est essentiel. L'épaisseur des différentes couches joue bien sûr un rôle important mais à condition que les conditions de mise en œuvre soient satisfaisantes (indice de compactage respecté).

Une semelle micro cellulaire anti-vibratoire, sans serrage du blochet dans un chausson, peut être disposée entre le rail et la dalle. Cette technique est utilisée pour les voies sans ballast.

Il existe aussi, une technique de réalisation de section amortisseuse équipée de dalle flottante, avec une couche supplémentaire en béton, mais cela reste très onéreux.

Partie 3 : Étude des besoins énergétiques d'une rame de tramway

Question 8 : donner la relation liant la fréquence F_S de l'alimentation statorique des moteurs de traction et la vitesse de déplacement V de la rame. Calculer, pour chacun des trois degrés d'usure des roues (neuves, demi-usées, usées) la valeur de F_S permettant de fonctionner en palier à la vitesse de régime V_N de 38 km/h. Pour cette question les divers glissements seront négligés.

$$\text{Fréquence mécanique moteur} = \frac{1}{2} \cdot F_S$$

$$\text{Fréquence mécanique roue} = \frac{8}{43} \cdot \frac{F_S}{2}$$

$$\text{Vitesse angulaire roue} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{8}{43} \cdot \frac{F_S}{2}$$

$$\text{Vitesse linéaire} = \pi \cdot \frac{8}{43} \cdot F_S \cdot R \Leftrightarrow F_S = \frac{V \cdot 43}{8 \cdot \pi \cdot R}$$

Les trois valeurs de F_S sont : **59,21 ; 62,27 ; 65,67 Hz**

Question 9 : le variateur de vitesse utilisé permet de faire varier F_S jusqu'à 115 Hz au maximum. En négligeant à nouveau le glissement des moteurs de traction, calculer le diamètre des roues correspondant à l'usure maximale au-delà de laquelle il ne serait plus possible d'atteindre la vitesse maximale prévue par le constructeur.

On rappelle que la fréquence de rotation f (en tours/seconde) d'un moteur asynchrone à $2p$ pôles alimenté par un système de tensions de fréquence F_S s'obtient par la relation $f = \frac{F_S}{p}$, au glissement près.

$$D_{\min} = \frac{V_{\max} \cdot p}{\pi \cdot f \cdot n}$$

$$D_{\min} = 578,86 \text{ mm}$$

3.3. Étude du travail des actions mécaniques non-dissipatives

Question 10 : calculer la dépense énergétique $E_{\text{acc_AW3}}$ nécessaire pour amener l'ensemble du véhicule à sa vitesse nominale de 38 km/h, en régime AW3 avec des roues à demi-usées, à partir de l'arrêt. On néglige à ce stade les efforts dus aux dissipations de frottement et de roulement. Exprimer le résultat en kWh.

$$\text{Roues : moment d'inertie d'une roue neuve : } J_R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

$$J_r = \frac{1}{2} \cdot \left(\pi \cdot \frac{D_1^2}{4} \cdot \rho_r \cdot \rho_r \right) \cdot \frac{D_1^2}{4} \Leftrightarrow D_1 = 0,580 \text{ m}$$

Énergie cinétique des 12 roues à vitesse v :

$$E_R = 12 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot J_R \cdot \left(\frac{v}{R} \right)^2 \right]$$

$$E_R = 6,52 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\text{Moteurs : } \omega_{\text{mot}} = \omega_{\text{roue}} \cdot \frac{43}{8}$$

Énergie cinétique des 4 moteurs :

$$E_{\text{mot}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_{\text{mot}}^2$$

$$E_{\text{mot}} = 39,81 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Énergie cinétique de translation :

$$E_{\text{ramet}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2$$

$$E_{\text{ramet}} = 305,88 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\text{Total : } E_{\text{acc3}} = 3,522 \cdot 10^6 \text{ J} = 0,978 \text{ kWh}$$

3.4. Étude du travail des forces de dissipation

Question 11 : établir en fonction du temps l'expression de la puissance de résistance à l'avancement $P_r(t)$ lors de la phase de démarrage de 14 secondes, en régime AW3. On mettra $P_r(t)$ sous la forme : $P_r(t) = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta$ en précisant les valeurs et les unités des coefficients α , β , γ et δ .

$$v(t) = k \cdot t \quad k = \frac{38}{14} = 2,714 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f_R(t) = A \cdot (k \cdot t)^2 + B \cdot (k \cdot t) + C \quad \text{en } \text{N} \cdot \text{t}^{-1}$$

$$\text{Il vient } P_R(t) = f_R(t) \cdot v(t) = M_3 \cdot f_R(t) \cdot \frac{k \cdot t}{3,6} \text{ avec } M_3 = 54\,905 \text{ kg}$$

$$P_R(t) = \frac{M_3 \cdot [A \cdot k^3 \cdot t^3 + B \cdot k^2 \cdot t^2 + C \cdot k \cdot t]}{3,6}$$

$$P_R(t) = 3,05 \cdot t^3 + 14,61 \cdot t^2 + 1449 \cdot t$$

$$P_R(t) = 31520 \text{ W à } 38 \text{ km/h}$$

$$\alpha \text{ en } \text{W} \cdot \text{s}^{-3}, \beta \text{ en } \text{W} \cdot \text{s}^{-2}, \gamma \text{ en } \text{W} \cdot \text{s}, \delta = 0$$

Question 12 : calculer en kWh l'énergie E_{rd} dissipée par la résistance à l'avancement au cours de cette phase de démarrage de 14 secondes.

$$\int_0^{14} (3,050 t^3 + 14,61 t^2 + 1449 t) dt = \frac{3,050}{4} 14^4 + \frac{14,61}{3} 14^3 + \frac{1449}{2} 14^2$$

$$E_{rd} = 184\,660 \text{ Joules, soit } E_{rd} = 0,0513 \text{ kWh}$$

Question 13 : calculer en kWh l'énergie E_{rp} dissipée par la résistance à l'avancement au cours de la marche de 18 secondes à vitesse constante, en palier.

$$\text{La force motrice en palier est } M_3 \cdot (A \cdot v_N^2 + B \cdot v_N + C) \text{ avec } v_N \text{ exprimé en } \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$\text{La puissance est : } \frac{M_3 \cdot (A \cdot v_N^2 + B \cdot v_N + C) \cdot v_N}{3,6} \text{ avec } v_N \text{ en } \text{km} \cdot \text{h}^{-1}, \text{ donc cette puissance est égale à}$$

31 250 W.

$$E_{rp} = \frac{M_3 \cdot (A \cdot v_N^2 + B \cdot v_N + C) \cdot v_N}{3,6} \cdot 18 \text{ avec } v_N \text{ en } \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$F_t = 2,986 \text{ kN} \Leftrightarrow E_{rp} = \frac{2,986 \cdot 38 \cdot 18}{3,6} = 567 \text{ kJ} = 0,158 \text{ kWh}$$

Question 14 : calculer en kWh l'énergie E_b nécessaire au fonctionnement des équipements de bord lors du parcours inter-station de 38 secondes.

$$E_b = 50000 \cdot 38 = 1,9 \text{ MJ} = 0,528 \text{ kWh}$$

Question 15 : à l'aide des résultats des questions précédentes, donner en kWh une estimation de l'énergie totale E_{tot} à apporter au véhicule pour l'accomplissement du trajet. L'énergie du freinage est entièrement dissipée au niveau des freins (freinage rhéostatique et mécanique).

$$E_{tot} = E_{acc3} + E_{rd} + E_{rp} + E_b = 1,72kWh$$

3.5. Étude de l'apport en énergie par ligne aérienne de contact et pantographe

Question 16 : calculer la puissance maximale P_{max} consommée par la rame et l'intensité correspondante i_{max} du courant absorbé au pantographe pour le régime AW3.

La puissance maximale est absorbée en fin de phase d'accélération (force et vitesse maximales) :

– puissance de résistance à l'avancement $P_r = 31520kW$ (voir question 13) ;

$$P_{acc} = F \cdot v = F \cdot k \cdot t \Leftrightarrow F = \frac{2 \cdot E_c}{k \cdot t^2} = 47,4kN$$

– puissance d'accélération

$$P_{acc} = 503kW$$

Puissance des auxiliaires : $P_{aux} = 50kW$

$$P_{max} = P_r + P_{acc} + P_{aux} = 584kW$$

$$I_{max} = \frac{P_{max}}{E} = 779 A$$

Question 17 : au cours de cet essai, on a relevé : $P_{max} = 913 kW$ et $i_{max} = 1217 A$. Le comptage d'énergie indique que la rame a consommé 2,706 kWh au bout de $t = 32$ secondes. Commenter les écarts observés entre les valeurs prévues et les valeurs relevées.

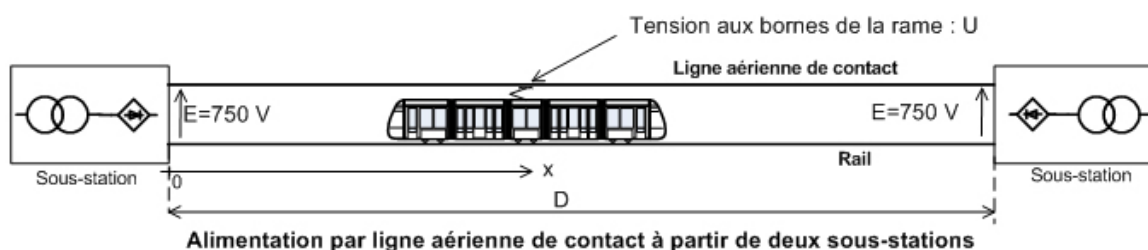
Toutes les grandeurs mesurées sont supérieures aux grandeurs prévues.

- La puissance absorbée au pantographe est supérieure à la puissance motrice, les documents en annexe et la connaissance commune des procédés mis en jeu permettent de prévoir un rendement de 60 à 70% au mieux (dû aux différentes conversions entre le pantographe et le rail).
- On voit sur le relevé que le démarrage se fait en deux temps. La deuxième phase doit mettre en jeu une force plus intense pour "rattraper" le retard pris dans la première phase.
- Le courant est cohérent avec la puissance sous une tension de 750V.
- On consomme en tout 1 kWh de plus (soit 58% de plus) que prévu. La cause en est le rendement, ainsi que l'excédent de consommation en régime lisible sur le graphe (100 kW à vitesse constante en palier - en plus des 50 kW dus aux équipements de bord - au lieu de 32 kW).

Question 18 : sur certains modèles de rames, la puissance absorbée au pantographe est volontairement limitée. indiquer quelles seraient les conséquences d'une limitation à 800 kW de la puissance absorbée sur les relevés précédents.

La courbe de puissance serait tronquée à 800 kW. La vitesse à partir de la saturation de puissance croîtrait moins vite. La vitesse de croisière serait atteinte plus tard. Le retour à la puissance de croisière se ferait plus tard.

Le schéma simplifié de l'alimentation électrique d'un tronçon est donné ci-dessous.



Question 19 : On souhaite pouvoir apporter la puissance P demandée par la rame. Exprimer, en fonction de x, la tension effective U aux bornes de la rame et calculer la valeur maximale de la distance D entre deux sous-stations permettant un fonctionnement correct dans le cas où P = 1 MW.

Résistance linéique r_{li} de la LAC : $r_{li} = \frac{r}{S}$ en $\Omega \cdot m^{-1}$

$$S = 150 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow r = 1,678 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \Leftrightarrow r_{li} = 112 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m^{-1}$$

Résistance linéique r_t du rail en acier

$$S = 9400 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow r = 17,1 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \Leftrightarrow r_{lr} = 18 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m^{-1}$$

$$r_{lt} = r_{li} + \frac{r_{lr}}{2} = 112 + 9 = 121 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m^{-1} = 0,121 \text{ m}\Omega \cdot m^{-1}$$

D'un côté, r_t · x, de l'autre r_t(D - x), ce qui fait r_t · x en parallèle avec r_t(D - x), soit $\frac{r_t \cdot x(D-x)}{D}$

L'intensité absorbée par la rame est $I = \frac{P}{U}$, avec P = 1 MW

$$\text{D'où } U = E - \frac{r_t \cdot x \cdot (D-x) \cdot U}{D \cdot P}, \text{ ou encore : } U^2 - E \cdot U + \frac{r_t \cdot (D-x)}{D \cdot P} = 0$$

$$\Delta = \frac{E^2 - 4r_t(D-x)}{D \cdot P}, \Delta \text{ est positif quand } x(D-x) < \frac{D \cdot E^2}{4 \cdot r_t \cdot P}. \text{ Le premier membre est maximal pour}$$

$$x = \frac{D}{2} \text{ et vaut alors } \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

Des solutions de l'équation existent si $\left(\frac{D}{2}\right)^2 < \frac{D \cdot E^2}{4 \cdot r_t \cdot P}$

$$\text{On obtient alors : } \frac{D^2}{4} < \frac{D \cdot E^2}{4 \cdot r_t \cdot P}, \text{ c'est-à-dire } D < \frac{E^2}{r_t \cdot P} \Leftrightarrow D_{\max} = \frac{E^2}{r_t \cdot P}$$

A.N. : pour E = 750 et P = 1 MW, $D_{\max} = 4,65 \cdot 10^3 \text{ m}$

3.6. Évaluation des possibilités d'autonomie

Question 20 : la rame est équipée d'un dispositif de stockage d'énergie embarqué (volant d'inertie), préalablement chargé à sa valeur maximale : 4 kWh. En mode autonome, toute l'énergie nécessaire à la motorisation est prélevée sur ce stockage, qui est rechargé par récupération d'énergie lors des phases de freinage. À l'aide des documents ressource 1, 2 et 3 et des résultats précédents, calculer la valeur de la charge résiduelle dans le dispositif de stockage à l'issue du trajet inter-station type (profil simplifié précédent).

Le rendement de la transmission est de 70 % (volant vers traction)

$$\text{Pour réaliser le trajet, il faut fournir (Q8) : } E_{\text{volant}_1} = \frac{(E_{\text{acc3}} + E_{\text{rd}} + E_{\text{rp}})}{0,7} + E_b - 0,7 \cdot E_{\text{dec}} \text{ avec}$$

$E_{\text{dec}} = E_{\text{acc3}}$, en supposant que le volant puisse alimenter les équipements de bord avec un rendement 100 %.

$$E_{\text{volant}_1} = \frac{(0,9783 + 0,05513 + 0,158)}{0,7} + 0,528 - 0,7 \times 0,9783 = 1,54 \text{ kWh}$$

Question 21 : conclure sur l'intérêt d'un tel dispositif de stockage, en mettant en évidence les perspectives innovantes autant que les limitations.

On observe que le volant de 4 kWh ne permet pas de fournir l'énergie nécessaire au fonctionnement de la rame en mode AUTO au-delà de deux trajets courts. Un fonctionnement en totale autonomie sur de courtes distances est cependant envisageable après recharge du volant en station, ce qui permet de franchir des zones non alimentées (pour raisons techniques ou environnementales). Le volant peut aussi être utilisé pour des franchissements moins longs qu'un trajet inter-station.

La précharge du volant en station impose une durée de charge brève, incompatible avec les accumulateurs chimiques classiques.

En mode ECO, le volant fournirait une partie de l'énergie nécessaire, ce qui diminuerait sa décharge tout en limitant les appels de courant sur la LAC.

Le freinage régénératif n'est que partiellement économe, mais il permet tout de même un gain de 2,225 kWh sans récupération à 1,54 kWh avec récupération, soit 30% d'économie.

Partie 4 : Dimensionnement de la centrale inertielle

4.1. Choix du matériau du volant parmi deux classes de matériaux

4.1.1. Détermination de la contrainte dans le volant

Question 22 : exprimer dF_c en fonction de ω , ρ , R , e , H et $d\theta$.

$$dF_c = \omega^2 \cdot R \cdot dm \text{ où } dm = \rho \cdot R \cdot e \cdot H \cdot d\theta \text{ donc } dF_c = \rho \cdot \omega^2 \cdot R^2 \cdot e \cdot H \cdot d\theta$$

Question 23 : en écrivant l'équilibre statique de l'élément, exprimer l'expression de l'effort dF_t (voir document ressource 5) en fonction de ω , ρ , R , e , H .

$$dF_t = 2 \cdot dF_c \cdot \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \text{ et au premier ordre } \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) = \frac{d\theta}{2} \text{ donc } dF_c = dF_t \cdot d\theta$$

$$\text{et } dF_c = dF_t \cdot d\theta = \rho \cdot \omega^2 \cdot R^2 \cdot e \cdot H \cdot d\theta \text{ soit } dF_t = \rho \cdot \omega^2 \cdot R^2 \cdot e \cdot H$$

Question 24 : en déduire l'expression de la contrainte σ dans le tube en fonction de ω , ρ et R .

$$\sigma = \frac{dF_t}{S} = \frac{dF_t}{e \cdot H} = \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot R^2 \cdot e \cdot H}{e \cdot H} = \rho \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

4.1.2. Détermination de la vitesse maximale du volant

Question 25 : donner l'expression de V .

$$V = R_2 \cdot \omega$$

Question 26 : calculer l'expression de la vitesse V en fonction de ρ , σ et K .

$$V = R_2 \cdot \omega \text{ et } \sigma = \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot R_2^2}{K^2} \text{ d'où } \sigma = \frac{\rho \cdot V^2}{K^2} \text{ et donc } V = K \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

Question 27 : déduire l'expression de V_{max} et ω_{max} (limite supérieure de la vitesse V et de ω).

$$V_{max} = \frac{K}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_e}{\rho}} \quad \text{et} \quad \omega_{max} = \frac{K}{2 \cdot R_2} \cdot \sqrt{\frac{R_e}{\rho}}$$

4.1.3. Détermination des densités d'énergie massique et volumique du volant

Question 28 : déterminer l'expression de l'énergie cinétique maximale E_c qu'on peut stocker dans un volant de moment d'inertie J . Exprimer E_c en fonction de m , ρ , K , α et R_e .

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J(\omega_{max})^2 = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \frac{K^2}{4R_2^2} \cdot \frac{R_e}{\rho} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot m(R_2^2 + R_1^2) \right) \frac{K^2}{4 \cdot R_2^2} \cdot \frac{R_e}{\rho}$$

$$R_1 = \alpha \cdot R_2$$

$$E_c = \frac{1}{16} (m(1 + \alpha^2)) \frac{K^2 \cdot R_e}{\rho}$$

Question 29 : la densité d'énergie volumique est notée dv . En partant de l'expression de l'énergie cinétique, montrer que $dv = k \cdot R_e$. Exprimer k en respectant les unités suivantes : dv en $Wh \cdot m^{-3}$, R_e en Mpa.

$$m = \rho \cdot V$$

$$dv = \frac{E_c}{V} = \frac{\frac{1}{16} (m(1 + \alpha^2)) \frac{K^2 \cdot R_e}{\rho}}{\frac{m}{\rho}} = \frac{1}{16} (1 + \alpha^2) K^2 \cdot R_e$$

1 Wh est égal à 3600 J, un MPa est égal à 10^6 Pa

$$dv = \frac{1}{4} (1 + \alpha^2) K^2 \cdot \frac{1000}{4 \cdot 3600} \cdot R_e$$

Question 30 : la densité d'énergie massique est notée dm . En partant de l'expression précédente, montrer que $dm = k \cdot \frac{R_e}{\rho}$ en respectant les unités suivantes : dm en $Wh \cdot Kg^{-1}$, R_e en MPa, ρ en $kg \cdot dm^{-3}$.

$$dm = \frac{dv}{\rho} = \frac{1}{16} (1 + \alpha^2) K^2 \cdot \frac{1000}{3600} \cdot \frac{R_e}{\rho}$$

Question 31 : quel paramètre doit-on optimiser pour répondre au mieux à cette exigence ? Justifier la réponse.

Si on cherche à optimiser la masse et le prix, il faut optimiser le rapport $\frac{\text{densité d'énergie massique}}{\text{Prix}}$.

Question 32 : quel est selon ce critère, le matériau métallique le plus performant parmi ceux proposés sur le graphe du document ressource 8. La sélection sera faite à partir du graphe en justifiant la démarche utilisée.

Il faut calculer les densités d'énergie massique de chaque matériau et diviser par le prix.

L'acier 55S7 est le plus performant des aciers selon ce critère. C'est aussi le plus performant de tous les matériaux proposés.

$$\text{Son rapport } \frac{\text{densité d'énergie massique}}{\text{Prix}} = 1,7$$

Question 33 : quel est, toujours selon ce critère, le matériau composite le plus performant parmi ceux proposés sur le graphe du document ressource 8 ? La sélection sera faite à partir du graphe en justifiant la démarche utilisée.

Le composite le plus performant est le composite fibre carbone/Epoxy. Il est loin derrière l'acier pour ce critère.

$$\text{Son rapport } \frac{\text{densité d'énergie massique}}{\text{Prix}} = 1,1$$

Question 34 : reprendre les deux questions précédentes en prenant comme objectif d'obtenir le volant le plus léger possible. Donner le critère utilisé et déterminer dans chaque classe (métaux et composites), le matériau le plus performant.

Pour ce critère, il faut optimiser la densité d'énergie massique. L'acier qui arrive en tête est le X210Cr12 de densité d'énergie massique 7,7 Wh/Kg, quant au composite le plus performant, il s'agit du composite fibre carbone/PEEK de densité d'énergie massique 40,6 Wh/Kg

Question 35 : l'objectif visant à minimiser la masse du volant est primordiale. Montrer que le composite Fibre carbone/Epoxy et l'acier 55S7 constituent dans chacune des classes un compromis intéressant. Faire un choix sur le matériau des deux classes le mieux adapté en regard des deux premiers critères du cahier des charges et justifier.

L'acier 55S7 est très proche du X210Cr12 en terme d'énergie massique (7,6 pour 55S7 et 7,7 pour X210Cr12) en revanche la comparaison du rapport densité d'énergie massique / prix est sans appel et plaide en faveur du 55S7. (11,7 pour 55S7 et 1,1 pour X210Cr12)

De même en terme d'énergie massique, la fibre carbone/Epoxy (36,3 Wh/Kg) n'est pas très éloignée de la fibre carbone/PEEK (40,6 Wh/Kg) mais en revanche, la fibre carbone/Epoxy possède un bien meilleur rapport densité d'énergie massique / prix (1,1 contre 0,4). Son choix semble tout indiqué.

Choix classe métaux : 55S7

Choix classe composite : fibre carbone/Epoxy

4.1.4. Détermination des caractéristiques géométriques et massiques du volant en fonction du matériau

Question 36 : calculer pour les deux matériaux fibre carbone/Epoxy et acier 55S7 :

- la vitesse V_{\max} (vitesse périphérique maxi) ;
- la densité d'énergie volumique dv (en $\text{Wh} \cdot \text{dm}^{-3}$) ;
- la densité d'énergie massique dm (en $\text{Wh} \cdot \text{kg}^{-1}$).

$$V_{\max} = \frac{K}{2} \sqrt{\frac{R_e}{\rho}} = \frac{1,06}{2} \sqrt{\frac{2170 \cdot 10^6}{1580}} = 619,6 \text{ ms}^{-1} \text{ pour fibre carbone/Epoxy}$$

$$V_{\max} = \frac{K}{2} \sqrt{\frac{R_e}{\rho}} = \frac{1,06}{2} \sqrt{\frac{2260 \cdot 10^6}{7900}} = 283,8 \text{ ms}^{-1} \text{ pour acier 55S7}$$

La densité d'énergie volumique dv (en Wh/dm³)

$$dv = \frac{1}{4} (1 + \alpha^2) K^2 \cdot \frac{1000}{4 \times 3600} \cdot R_e$$

La densité d'énergie massique dm (en Wh/kg)

$$dm = \frac{dv}{\rho} = \frac{1}{16} (1 + \alpha^2) K^2 \cdot \frac{1000}{3600} \cdot \frac{R_e}{\rho}$$

		Fibre carbone / Epoxy	55S7
$dv = Ec/V \text{ maxi}$	Wh/m3	57,3	60,1
$dm = Ec/M \text{ maxi}$	Wh/kg	36,3	7,6

Question 37 : déterminer l'expression de la fréquence de rotation en $\text{tr} \cdot \text{mn}^{-1}$ du volant pour chaque matériau. Faire les applications numériques.

$$\omega_{\max} = \frac{V_{\max}}{R_2} = \frac{K}{2 \cdot R_2} \sqrt{\frac{R_e}{\rho}} \text{ et } N_{\max} = \frac{30 \cdot V_{\max}}{\pi \cdot R_2}$$

		Fibre Carbone / Epoxy	55S7
N maxi	tr/mn	16904,8	7743,0

Question 38 : déterminer les expressions du volume Vol (en dm³), de la masse m (en kg) et de la hauteur H (en mm) pour chaque matériau. Faire les applications numériques, et calculer le prix du volant pour chaque matériau.

On se fixe l'objectif d'atteindre une capacité de stockage de 4 kWh avec le volant d'inertie.

$$V = \frac{4000}{dv} \text{ et } M = \frac{4000}{dm}$$

Le prix du volant d'inertie = (masse) · (prix au Kg)

		Fibre Carbone / Epoxy	55S7
Volume	dm ³	69,8	66,6
Masse	Kg	110,3	525,9
Prix du volant	euro	3563,5	341,8

$$H = \frac{V}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$$

		Fibre Carbone / Epoxy	55S7
H	mm	283,5	270,3

Question 39 : choisir parmi les deux matériaux fibre carbone/Epoxy et acier 55S7, celui qui répond au mieux aux deux premiers critères du cahier des charges.

	unité	carbone/Epoxy	acier 55S7
Ec/V maxi	Wh/m ³	57,3	60,1
(EC/M) / Prix	Wh/Kg	36,3	7,6
Masse	Kg	110,3	525,9
Prix	Euro	3563,5	341,8

Selon la flexibilité associée aux deux premiers critères, la fibre carbone/Epoxy est la mieux adaptée.

4.2. Eco bilan et choix du matériau

Question 40 : calculer l’empreinte énergétique de chaque volant qu’on notera respectivement E_{acier} et $E_{composite}$. On détaillera les éléments pris en compte.

Phase fabrication :

E_{fab} = énergie obtention + énergie fabrication volant

$$E_{acier\ fab} = 38 \cdot 525,9 + 27,8 \cdot 10 = 20262 \text{ MJ}$$

$$E_{composite\ fab} = 286 \cdot 110,3 + 3,68 \cdot 110,3 = 31952 \text{ MJ}$$

Phase utilisation :

Le volant représente une masse embarquée qui est consommatrice d’énergie à chaque démarrage.

$$\text{La phase de démarrage dure } T_a = \frac{V}{a \cdot n} = \frac{38}{(3,6 \cdot 1,3)} = 8,11 \text{ s}$$

$$\text{La distance de démarrage } d = \frac{a \cdot n \cdot t_a^2}{2} = 42,85 \text{ m}$$

Le temps de parcours à vitesse constante :

$$T_c = \frac{(1000 - 2 \cdot 42,85) \cdot 3,6}{38} = 86,6 \text{ s}$$

$$\text{Soit un temps entre 2 démarrages } T = T_c + 2 \cdot T_a + 15 = 117,8 \text{ s}$$

$$\text{Soit sur 20h : } \frac{20 \cdot 3600}{102,8} = 611 \text{ démarrages.}$$

$$\text{Et sur 10 ans : } n = 611 \cdot 365 \cdot 10 = 2230150 \text{ démarrages}$$

L’énergie consommée pour les démarrages s’écrit :

$E_{dem} = m \cdot a \cdot n \cdot d \cdot n$ soit pour chaque matériau :

$$E_{acier\ dem} = 525,9 \cdot 1,3 \cdot 42,85 \cdot 223\ 0150 = 65333 \text{ MJ}$$

$$E_{composite\ dem} = 110,3 \cdot 1,3 \cdot 42,85 \cdot 223\ 0150 = 13703 \text{ MJ}$$

Au bilan, l’empreinte énergétique de chaque volant donne :

- $E_{acier} = 20262 + 65333 = 85595 \text{ MJ}$;
- $E_{composite} = 31952 + 13703 = 45655 \text{ MJ}$.

Question 41 : calculer l’empreinte CO₂ de chaque volant, notée respectivement C_{acier} et $C_{composite}$.

Dans la phase de fabrication (extraction des ressources, fabrication du volant) :

- $C_{acier} = 2,22 \cdot 525,9 + 2,09 \cdot 10 = 1188 \text{ kg CO}_2$;
- $C_{composite} = 110,3 \cdot 18 + 0,294 \cdot 110,3 = 2\ 018 \text{ kg CO}_2$.

Dans la phase d’utilisation :

- $C_{acier} = 0,035 \cdot 223\ 0150 \cdot 525,9 = 41\ 049 \text{ kg CO}_2$;

$$- C_{\text{composite}} = 0.035 \cdot 223\,0150 \cdot 110,3 = 8\,609 \text{ kg CO}_2.$$

Soit au final:

$$- C_{\text{acier}} = 1\,188 + 41\,049 = 42\,237 \text{ kg CO}_2 ;$$

$$- C_{\text{composite}} = 2\,018 + 8\,609 = 10\,627 \text{ kg CO}_2.$$

4.3. Bilan face aux critères du cahier des charges et choix du matériau du volant

Question 42 : en fonction des études réalisées, conclure sur un choix de volant et justifier la réponse.

L'éco bilan est très favorable au volant en composite. Le paramètre majeur qui donne ce résultat est la différence très importante de masse entre les deux volants. Cette différence entraîne un bilan meilleur pour le volant composite dont la masse est presque 5 fois plus petite.

4.4 Commande de la vitesse du volant d'inertie

Question 43 : exprimer la puissance électrique en fonction des seuls courants i_d et i_q .

$$p = \left(R \cdot i_d - L \cdot \omega \cdot i_q + L \cdot \frac{di_d}{dt} \right) i_d + \left(R \cdot i_q + L \cdot \omega \cdot i_d + L \cdot \frac{di_q}{dt} + \Phi \cdot \omega \right) i_q$$

$$p = R \cdot i_d^2 + L \cdot \frac{di_d}{dt} i_d + R \cdot i_q^2 + L \cdot \frac{di_q}{dt} i_q + \Phi \cdot \omega \cdot i_q$$

Question 44 : montrer que la puissance mécanique p_m et le couple électromagnétique Γ_{em} produits par la machine sont proportionnels à i_q et donner leur expression.

Les pertes Joules Ri^2 ne contribuent pas à la puissance mécanique. Les termes de transformations non plus, comme indiqué dans le texte. Il reste :

$p_m = \Phi \cdot \omega \cdot i_q$ pour la puissance et $\Gamma_{em} = \frac{p_m}{\omega} = \Phi \cdot i_q$ pour le couple électromagnétique, tous deux proportionnels à la composante i_q .

Question 45 : montrer que les pertes joules au stator sont minimales lorsque la composante i_d est nulle.

Les pertes Joules sont données par :

$$P_J = R \cdot i_d^2 + R \cdot i_q^2 \text{ qui est bien minimale quand } i_d^2 \text{ est nul pour } i_q \text{ fixé.}$$

Question 46 : exprimer le modèle de comportement obtenu sous la forme

$$\begin{cases} \frac{di_q}{dt} = \lambda (i_q - I_{ref}) \\ \frac{di_d}{dt} = \mu \cdot i_d \end{cases}$$

en précisant les valeurs de λ et μ .

On remplace dans le modèle v_d et v_q par leurs expressions imposées par la commande :

$$\begin{cases} R \cdot i_d - L \cdot \omega \cdot i_q + L \cdot \frac{di_d}{dt} = R \cdot i_d + L \cdot a \cdot i_d - L \cdot \omega \cdot i_q \\ R \cdot i_q + L \cdot \omega \cdot i_d + L \cdot \frac{di_q}{dt} + \Phi \cdot \omega = R \cdot i_q + L \cdot a \cdot (i_q - I_{ref}) + L \cdot \omega \cdot i_d + \Phi \cdot \omega \end{cases}$$

qui donne ainsi :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = a \cdot i_d \\ \frac{di_q}{dt} = a \cdot (i_q - I_{ref}) \end{cases}$$

On a par conséquent : $\lambda = \mu = a$

Question 47 : pour cette commande, exprimer la relation liant la vitesse de rotation ω du volant d'inertie à :

- J , moment d'inertie du groupe volant-moteur ;
- i_{sq} , composante du courant statorique ;
- et aux autres paramètres. Les frottements sont négligés.

On admet que le couple moteur est égal au couple électromagnétique. L'équation fondamentale de la dynamique donne : $J \cdot \frac{d\omega}{dt} = \Gamma_{em} = \Phi \cdot i_{sq}$

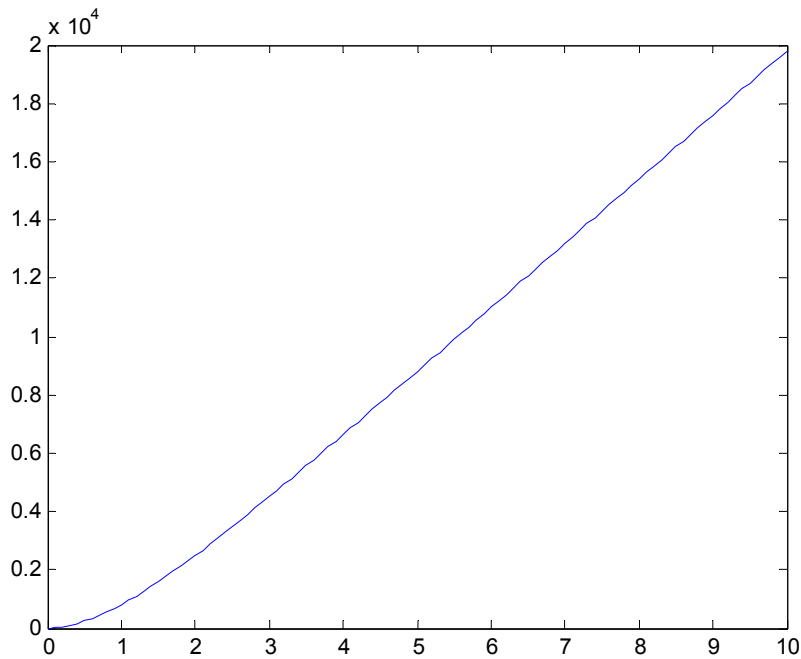
Question 48 : exprimer $\omega(t)$ en réponse à une commande indicielle de i_q d'amplitude I_{ref} (vitesse et courants sont pris initialement nuls). Représenter sommairement $\omega(t)$ sur un graphe en précisant les hypothèses faites pour obtenir le tracé.

L'équation $\frac{di_q}{dt} = a \cdot (i_q - I_{ref})$ s'intègre immédiatement, à i_q initialement nul :

$$i_q(t) = I_{ref} (1 - e^{at})$$

De même, à vitesse initiale nulle, $\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Phi}{J} \cdot i_{sq} = \frac{\Phi \cdot I_{ref}}{J} (1 - e^{at})$ donne $\omega(t) = \frac{\Phi \cdot I_{ref}}{J} \left(t + \frac{1}{a} (1 - e^{at}) \right)$

Une évolution typique de la vitesse en réponse à un échelon de la composante i_q serait :



Dans laquelle on a bien sûr choisi $a < 0$ afin d'assurer la convergence de i_q . Après une phase transitoire d'établissement du courant (et donc du couple moteur), la vitesse évolue à couple constant.

Question 49 : commenter l'intérêt d'une telle commande, la dynamique obtenue, ainsi que sa dépendance vis des paramètres du modèle qu'elle utilise.

Lorsque $a < 0$, cette commande garantit l'annulation asymptotique de i_d et la poursuite de I_{ref} par i_q . Il s'agit d'une commande en couple de la machine. Les deux composantes i_d et i_q sont découplées.

Les deux composantes sont régies par la même dynamique, qui est celle d'un système du premier ordre, de constante de temps $-1/a$. Le choix de a permet de régler la dynamique. Une valeur élevée de $|a|$ permet aux courants de rejoindre rapidement la consigne, mais une valeur excessive risque de saturer les tensions v_d et v_q , modifiant alors le comportement prévu.

Cette commande nécessite une bonne connaissance des paramètres du modèle, et suppose qu'ils varient peu pendant le fonctionnement.

Elle requiert la mesure ou l'estimation de la vitesse angulaire, ce qui peut poser quelques difficultés pratiques. Elle requiert la mesure ou l'estimation des composantes i_d et i_q .

Une telle loi de commande nécessite un calculateur, une étude des conséquences des variations paramétriques (en particulier sur la convergence en cas d'erreur paramétrique du modèle) devant être envisagée. La discrétisation de la loi de commande et l'étude des conséquences de cette discrétisation sont un préalable à sa validation.

En cas de recours à des estimateurs « observateurs », les conséquences sont délicates à prévoir, car observateurs et commandes sont ici non-linéaires, même si le modèle obtenu est linéaire. Il faudra donc étudier la dépendance observateur-commande (principe de séparation non applicable).

4.5. Comparaison avec d'autres systèmes de stockage

Question 50 : exprimer P_{vol} lors de l'accélération depuis l'arrêt jusqu'à la vitesse de croisière. Donner la valeur maximale $P_{vol_max_acc}$ et calculer en kWh E0-32 .

$$P_{vol} = \frac{P_{jant}}{\eta_m}$$

$$P_{vol_max_acc} = \frac{550}{0,7} = 785 \text{ kW}$$

$$E_{0-32} = \int_0^{14} P_{vol}(t) dt + \int_{14}^{32} P_{vol}(t) dt$$

$$E_{0-32} = \frac{1}{2} \cdot 785 \cdot 10^3 \cdot 14 + \frac{150 \cdot 10^3}{0,7} \cdot 18$$

$$E_{0-32} = 9,35 \cdot 10^6 \text{ J} = 2,60 \text{ kWh}$$

Question 51 : exprimer P_{vol} lors de la décélération depuis la vitesse de croisière jusqu'à l'arrêt. Donner la valeur maximale $P_{vol_max_dec}$ et calculer en kWh E_{32-38} .

$$P_{vol} = P_{jant} \cdot \eta_m$$

$$P_{vol_max_dec} = -785 \cdot 0,7 = -550 \text{ kW}$$

$$E_{32-38} = \int_{32}^{38} P_{vol}(t) dt$$

$$E_{32-38} = -\frac{1}{2} \cdot 550 \cdot 10^3 \cdot 6$$

$$E_{32-38} = -1,65 \cdot 10^6 \text{ J} = -0,46 \text{ kWh}$$

Question 52 : placer sur le diagramme de Ragone les points *A* et *B* correspondant respectivement à $(E_{0-32}, P_{vol_max_acc})$ et $(E_{32-38}, P_{vol_max_dec})$.

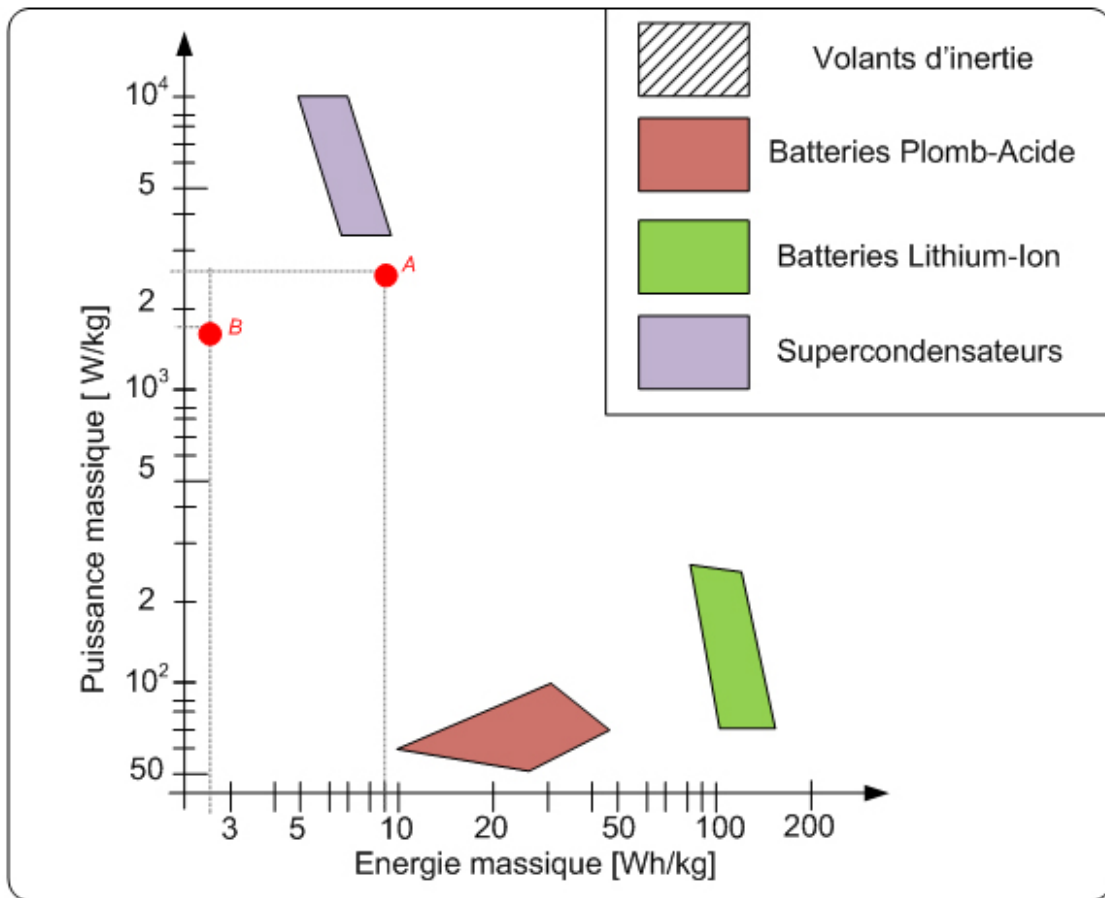
Les puissances et énergies massiques nécessaires sont (volant de 300 kg) :

$$p_{vol_max_acc} = \frac{785000}{300} = 2616 \text{ kW / kg}$$

$$e_{0-32} = \frac{2600}{300} = 8,7 \text{ kWh / kg}$$

$$p_{vol_max_dec} = \frac{550\,000}{300} = 1833 \text{ kW / kg}$$

$$e_{32-38} = \frac{460}{300} = 1,53 \text{ kWh / kg}$$



Question 53 : conclure sur l'adéquation de la solution inertielle comparativement aux autres solutions de stockage proposées.

Le stockage inertielle présente des caractéristiques proches de celles du stockage par super condensateur. Sa puissance massique est légèrement moindre, pour une énergie massique stockée légèrement meilleure. Le choix de l'un ou de l'autre se discute.

À l'opposé, les batteries Pb acide ou Li-Ion, tout en offrant une capacité énergétique plus que satisfaisante, ne sont pas en mesure de délivrer la puissance voulue dans de bonnes conditions. Alors qu'en termes de capacité énergétique des batteries Li-Ion de 30 kg suffiraient, leur masse devrait avoisiner les 5000 kg si l'on veut en extraire les 800 kW nécessaires !

En conclusion, l'utilisation d'un volant de 300 kg (équipements compris) est un choix raisonnable.

Partie 5 : Étude thermique du moteur de traction

Question 54 : indiquer dans quelles parties du moteur sont localisées les différentes pertes considérées.

- Pertes joules rotoriques : localisées dans le cuivre du rotor.
- Pertes joules statoriques : localisées dans le cuivre du stator.
- Pertes fer statoriques : localisées dans le circuit magnétique du stator.

5.1 Échanges convectifs dans les canaux rotoriques

Question 55 : à partir du cycle de fonctionnement de référence, calculer la vitesse de rotation Ω_{moy} moyenne du moteur en rad/s.

$$\Omega_{moy} = \frac{1}{T} \left[\int_0^{15} \frac{230}{15} \cdot t \cdot dt + \int_{15}^{30} 230 \cdot dt + \int_{30}^{36} \left(1380 - \frac{230}{6} \cdot t \right) \cdot dt \right] = 131 \text{ rad/s}$$

Question 56 : exprimer le nombre de Rossby Ro_{moy} , sans unité, en fonction de Ω_{moy} , H , et D . Calculer sa valeur.

$$Ro = \frac{Q}{H \cdot \Omega_{moy}} = \frac{S \cdot 12}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot 12 \cdot H \cdot \Omega_{moy}} = \frac{24 \cdot 10^{-6} \cdot \Omega_{moy}^{1.2}}{\pi \cdot D^2 \cdot H} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot \Omega_{moy}^{0.2}}{\pi \cdot D^2 \cdot H} = 0,147$$

Question 57 : exprimer le nombre de Reynolds Re_{moy} , sans unité, en fonction de Ω_{moy} , D , ρ , et μ . Calculer sa valeur.

$$Re = \frac{\rho \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot \Omega_{moy}^{1.2}}{\pi \cdot D \cdot \mu} = 2\,094$$

Question 58 : calculer le nombre de Nusselt Nu_{moy} et la constante thermique de convection h_{moy} pour l'ensemble des canaux rotoriques. Pour une température du fer rotorique de 170°C et une température de l'air intérieur de 100°C, exprimer puis calculer le flux thermique évacué du rotor par les canaux rotoriques.

$$Nu_{moy} = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33} \cdot \left(1 + 0,23 \cdot Ro^{-1,24} \right) = 31,6$$

$$h_{moy} = 31,6 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$h_{moy} \cdot S = h_{moy} \cdot L \cdot \pi \cdot D \cdot 12 = 7,68 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$R_{fr,ai} = \frac{1}{h_{moy} \cdot S} = 130,2 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$\Phi = h_{moy} \cdot S \cdot \Delta\theta = h_{moy} \cdot L \cdot \pi \cdot D \cdot 12 \cdot \Delta\theta = 538 \text{ W}$$

5.2. Influence de l'excentricité des canaux

Question 59 : expliquer pourquoi la vitesse de l'air dans les canaux rotoriques est indépendante de l'excentricité.

Le débit dans les canaux rotoriques est imposé par le ventilateur, qui dépend de sa vitesse de rotation et des pertes de charges dans les canaux rotoriques et l'entrefer. Ces grandeurs sont indépendantes de l'excentricité.

Question 60 : exprimer la variation relative du nombre de Nusselt $\frac{\Delta Nu}{Nu_0}$ en fonction de la variation

relative de l'excentricité $\frac{\Delta H}{H_0}$ autour de la valeur Nu_0 correspondant à la géométrie actuelle du moteur.

Calculer cette variation pour un écart de plus ou moins 10 % autour de $H_0 = 80 \text{ mm}$.

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33} \cdot \left(1 + 0,23 \cdot \left(\frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot \Omega_{moy}^{0,2}}{\pi \cdot D^2 \cdot H} \right)^{-1,24} \right)$$

$$Nu = A \cdot (1 + B \cdot H^{1,24})$$

Avec $A = 9,052$ et $B = 56,83$

En dérivant, on obtient : $dNu = A \cdot B \cdot 1,24 \cdot H^{0,24} \cdot dH$

$$D'où : \frac{dNu}{Nu_0} = \frac{A \cdot B \cdot 1,24 \cdot H_0^{1,24}}{A \cdot (1 + B \cdot H_0^{1,24})} \cdot \frac{dH}{H_0}$$

$$\text{Autour de } H_0 = 80e-3, \text{ on obtient : } \frac{dNu}{Nu_0} = 0,883 \cdot \frac{dH}{H_0}$$

$$\text{Pour une variation de l'excentricité de } +/- 10\% : \frac{\Delta Nu}{Nu_0} \approx 0,883 \cdot \frac{\Delta H}{H_0} = +/- 8,8\%$$

Question 61 : la carte du flux magnétique dans $\frac{1}{4}$ de la machine asynchrone est représentée ci-dessous. La longueur des flèches représente le niveau d'induction. Expliquer le compromis technique auquel est confronté le constructeur du moteur pour placer les canaux rotoriques.

Il serait donc intéressant d'augmenter l'excentricité pour améliorer le transfert convectif. Mais l'augmentation de l'excentricité aurait pour conséquence de rapprocher les canaux des dents rotoriques. Cette zone du circuit magnétique est le siège d'une forte densité de flux, la percer de canaux augmenterait encore cette induction et accroîtrait les pertes.

5.3. Modélisation thermique du moteur en régime statique

Question 63 : une fois la simulation complétée et le modèle exécuté, le capteur de flux (Ideal Heat Flow Sensor) indique la valeur '-1360'. En déduire l'expression de θ_a température de l'arbre. Calculer la valeur numérique et préciser si la température maximale admissible des roulements est respectée.

$$\theta_{\text{roulement}} = \Phi_a \cdot R_{r,a} + \theta_r = 94,3^\circ\text{C}$$

La température maximale admissible par le roulement n'est pas atteinte.

Question 64 : déduire de la question précédente la valeur du flux thermique fourni par le moteur au liquide de refroidissement.

Le flux thermique qui s'échappe par le liquide de refroidissement est le complément de celui qui est évacué par l'arbre :

$$\Phi_{lr} = P_{jr} + P_{jst} + P_{fst} - \Phi_a = 3\,307 + 1087 + 812 - 1360 = 3\,846 \text{ W}$$

5.4. Dimensionnement du système de refroidissement

Question 65 : calculer la résistance thermique équivalente au circuit de refroidissement $R_{lr,0}$ pour assurer l'évacuation de ce flux en limitant la température du liquide à 80°C .

$$R_{lr,0} = \frac{\theta_{lrout} - \theta_{amb}}{\phi_{lr}} = \frac{80 - 40}{3846} = 10,4 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

Question 66 : le liquide de refroidissement entre dans le moteur à une température Θ_{lrin} et en ressort à une température $\Theta_{lrout} = 80^\circ\text{C}$. Exprimer le débit de fluide minimal D_{lr} en litre par minute en fonction de l'élévation de température du fluide ($\Delta\Theta_{lr} = \Theta_{lrout} - \Theta_{lrin}$).

Soit W la différence d'enthalpie, en Joule, entre le liquide entrant et sortant du moteur :

$$W = m \cdot C_{TH} \cdot \Delta\theta_{lr}$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot C_{TH} \cdot \Delta\theta_{lr}$$

$$\Phi_{lr} = \rho \cdot D_{lr} \cdot C_{TH} \cdot \Delta\theta_{lr}$$

$$D_{lr} = \frac{\Phi_{lr}}{C_{TH} \cdot \Delta\theta_{lr} \cdot \rho}$$

Question 67 : le liquide de refroidissement est composé d'un mélange eau / éthylène glycol. Le glycol est un antigel. Exprimer la masse volumique ρ en fonction du taux de glycol dans le mélange $T_G = \frac{m_G}{m_E + m_G}$ variant de 0 à 100 %. m_G et m_E sont respectivement la masse de glycol et la masse d'eau dans le mélange.

$$\rho = \frac{\rho_G \cdot \rho_E}{T_G \cdot \rho_E + (1 - T_G) \cdot \rho_G}$$

Question 68 : exprimer la capacité thermique massique en fonction du taux de glycol dans le mélange.

$$C_{TH} = T_G \cdot C_{THG} + (1 - T_G) \cdot C_{THE}$$

Question 69 : exprimer le débit de fluide D_{lr} en fonction de T_G .

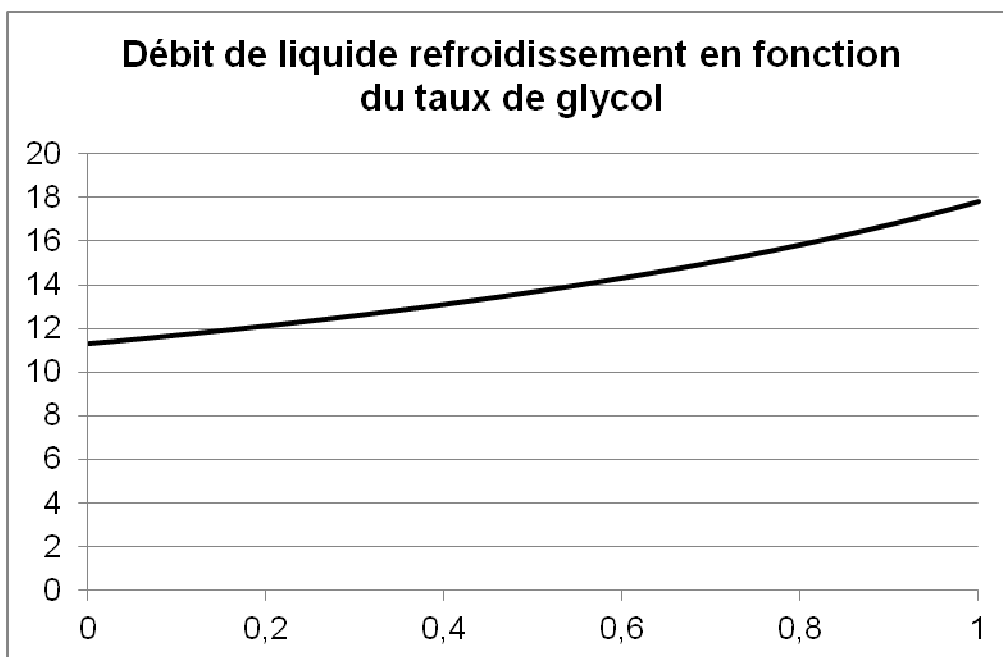
$$D_{lr} = \frac{\Phi_{lr}}{C_{TH} \cdot \Delta\theta_{lr} \cdot \rho}$$

$$D_{lr} = \frac{\Phi_{lr} \cdot (T_G \cdot \rho_E + (1 - T_G) \cdot \rho_G)}{(T_G \cdot C_{THG} + (1 - T_G) \cdot C_{THE}) \cdot \Delta\theta_{lr} \cdot \rho_G \cdot \rho_E}$$

$$D_{lr} = \frac{3846 \cdot (T_G \cdot 1000 + (1 - T_G) \cdot 1109)}{(T_G \cdot 2400 + (1 - T_G) \cdot 4185) \cdot 5 \cdot 1109 \cdot 1000}$$

$$D_{lr} = \frac{42,35 \cdot 10^{-6} \cdot (T_G - 10,17)}{T_G - 2,35}$$

Question 70 : on souhaite limiter l'élévation de température du fluide $\Delta\theta_{lr}$ à 5°C, tracer la caractéristique $D_{lr} = f(T_G)$.



Question 71 : le débit nominal du circuit de refroidissement vaut 14 L·min⁻¹, donner le taux maximal d'éthylène glycol dans le circuit de refroidissement.

Le taux de glycol ne doit pas dépasser 56%

5.5. Étude en régime dynamique

Question 72 : la modélisation en régime statique repose sur l'hypothèse que les pertes dans le moteur sont considérées constantes et égales à leurs valeurs moyennes pendant un cycle de fonctionnement du tramway. Vérifier et justifier cette hypothèse.

On constate sur cette simulation que les variations de température du rotor ont une constante de temps de l'ordre de 500 s. Le cycle de référence ayant une durée de 60 s, soit presque dix fois moins, on peut considérer le régime de la machine constant et égal à sa valeur moyenne pour simuler le comportement thermique du moteur.

5.6. Intérêt de la motorisation choisie

Question 73 : expliquer l'intérêt, pour une application de tramway, d'installer un moteur de type fermé à refroidissement liquide par rapport à une solution classique de moteur refroidi par air.

Le plancher du tramway est très bas pour faciliter la montée et la descente des passagers. La place disponible pour intégrer les bogies sous le tramway est faible. Le moteur, à l'étroit dans son emplacement, ne pourrait être refroidi uniquement par air. La solution choisie permet d'extraire la chaleur du moteur et de la dissiper dans un échangeur placé à un endroit plus aéré. D'autre part, l'air situé à proximité des roues est chargé de poussière, d'humidité et de corps divers susceptibles d'endommager, à long terme, un moteur à entrefer ouvert.

Synthèse de l'étude

Question 74 : en s'appuyant sur les diverses facettes abordées lors de l'étude, expliciter les atouts que présente une ligne de tramway par rapport aux solutions concurrentes pour satisfaire à la demande de transport dans une cité moderne. La réponse devra mettre en évidence une argumentation technique organisée, claire et précise.

La question est très ouverte, il faut cibler les critères les uns après les autres.

Transport public = l'utilisateur n'a pas à gérer le véhicule (stationnement, entretien) quand il ne se déplace pas.

[Solutions concurrentes : transport privé, avec servitudes].

Transport en commun = bon rendement technico-économique pour l'utilisateur.

[Solutions concurrentes : véhicules individuels coûteux à l'achat et à l'usage].

Voie réservée = espace urbain avec possibilité d'habillage (assez) convivial ET indépendance vis à vis d'autres flux de transport.

[Solutions concurrentes : partage de la voirie excluant les aménagements spécifiques d'embellissement ET problèmes de circulation].

Habitabilité et accessibilité (plancher bas intégral autorisé par l'absence d'essieu traversant, vitrage panoramique et absence de cloisons intérieures).

[Solution concurrente : métro souterrain sans visibilité vers l'extérieur.

Solution concurrente autobus : accessibilité parfois délicate.

Ces solutions diffèrent aussi par les aménagements en stations liés à l'accessibilité individuelle et collective].

Énergie électrique (localement) propre = niveau de nuisance atmosphérique (localement) faible

[Solutions concurrentes : véhicules à énergie fossile].

Alimentation par réseau de distribution ET possibilité d'autonomie partielle = approvisionnement permanent en énergie ET disparition possible du réseau d'alimentation (niveau de nuisance visuelle partiellement adaptable); on peut moduler le degré d'autonomie et adapter le rapport {fonctionnement alimenté par le réseau/fonctionnement sans réseau} selon les sites.

[Solutions concurrentes :

- véhicules électriques à autonomie totale : masse et contraintes de recharge du système d'autonomie importantes ;

- véhicules sans autonomie : présence nécessaire du réseau en tout point].

Récupération d'énergie locale (au freinage et en descente) = diminution des sollicitations du réseau et économies d'énergie, gestion au niveau de chaque rame.

[Solutions concurrentes sans récupération d'énergie : dissipation de l'énergie cinétique excédentaire sous forme de chaleur = pertes.

Solutions concurrentes avec récupération d'énergie par le réseau (non locale) : nécessitent des redresseurs réversibles complexes et/ou une synchronisation des séquences de plusieurs rames].

Confort dynamique (Commandabilité/souplesse élevée des systèmes à motorisation électrique).

[Solutions concurrentes : la gestion de la motricité des véhicules non électriques est moins performante, sauf en diesel-électrique, exclus pour des raisons de nuisance en ville et de masse prohibitive].

Niveau de nuisance sonore faible (motorisation électrique silencieuse ET traitement de la transmission des vibrations de la voie).

[Solution concurrente *motorisation* : moteurs à explosion, niveau sonore difficile à gérer].

Solution concurrente *roulement* : roulement sur pneus, nécessite deux conducteurs d'alimentation ET dégradation de la qualité de la surface de roulement].

Rapport du jury de l'épreuve de sciences industrielles de l'ingénieur

Cette épreuve est commune aux trois options. Les candidats composent sur le même sujet au titre de la même session quelle que soit l'option choisie. Conformément à l'arrêté du 25/11/2011, « cette épreuve a pour but de vérifier que le candidat est capable de mobiliser ses connaissances scientifiques et techniques pour conduire une analyse systémique, élaborer et exploiter les modèles de comportement permettant de quantifier les performances globales et détaillées d'un système des points de vue matière, énergie et information afin de valider tout ou partie de la réponse au besoin exprimé par un cahier des charges. Elle permet de vérifier les compétences d'un candidat à synthétiser ses connaissances pour analyser et modéliser le comportement d'un système pluri-technique automatique ».

1. Présentation du sujet

Le sujet proposé pour cette épreuve de sciences industrielles de l'ingénieur s'appuie sur la problématique liée à l'installation d'un système de transport collectif urbain. Le support technique retenu est un tramway dont le contexte et l'infrastructure se composent de :

- l'environnement citadin dans lequel circule le tramway ;
- les sous-stations d'alimentation de la voie ;
- les moteurs de traction et leur convertisseur ;
- le système de stockage de l'énergie de freinage ;
- les bogies et le système de transmission de l'énergie mécanique.

Cette épreuve, composée de cinq parties indépendantes, a permis de tester chez les candidats, les connaissances et capacités requises dans les champs suivants :

- recherche architecturale et environnementale ;
- étude des besoins énergétiques d'une rame de tramway ;
- dimensionnement d'une centrale inertielle ;
- étude thermique du moteur de traction.

2. Analyse globale des résultats

La majorité des candidats a abordé l'ensemble des parties du sujet et la progression a été principalement linéaire. La progressivité de la difficulté dans le questionnement a permis d'identifier les candidats les plus performants.

Le jury encourage les futurs candidats à l'agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur à poursuivre leur effort de formation afin de développer les compétences transversales de sciences de l'ingénieur.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Partie 2 : Recherche architecturale et environnementale

En préambule, il était proposé au candidat une analyse globale sur ce mode de transport (Questions 1 et 2). On demandait de dégager les éléments qui expliquent pourquoi ce type de transport est utilisé à nouveau dans notre espace urbain après une période de désintérêt, puis de proposer un argumentaire pour conseiller une équipe de maîtrise d'ouvrage en charge d'étudier une nouvelle ligne de tramway pour une grande ville de province inscrite dans les appels à projet du Grenelle de l'environnement.

Tous les candidats ont abordé les deux questions consacrées à cette première partie. Si l'énumération des points-clé du tramway dans son contexte donne des résultats satisfaisants, la moitié des candidats s'est mal positionnée lorsqu'il s'agissait de conseiller la maîtrise d'ouvrage car il y avait les deux points de vue successifs du citoyen-utilisateur et du décideur-maitre d'ouvrage qui adresse ses exigences au maitre d'œuvre.

Le jury recommande aux futurs candidats d'approfondir leur approche concernant la compétitivité des produits et des services notamment sous l'angle de l'économie générale des systèmes (coûts d'acquisition, de fonctionnement, de maintenance, retour sur investissement)

Les questions 3 à 6 traitaient de la propagation des vibrations engendrées par le passage de la rame, puis des moyens techniques à mettre en œuvre pour en atténuer les effets. Le jury constate que les phénomènes physiques mis en jeu et leurs modélisations sont mal maîtrisés par une très grande partie des candidats. Un tiers des candidats seulement justifie convenablement le besoin d'une campagne de mesures, au regard de la nécessaire validation du modèle de description du contact tramway-sol. La question 7 porte sur les types de solutions techniques permettant d'atténuer les vibrations générées dans le sol par le passage du tramway. Un quart des candidats parvient à développer une analyse convenable concernant le problème posé.

Le jury rappelle aux candidats que la modélisation et la simulation associée nécessitent successivement une identification paramétrique du modèle et une validation en vue d'une exploitation future.

Partie 3 : Étude des besoins énergétiques d'une rame de tramway

Aux questions 8 et 9, il était proposé au candidat une vérification du dimensionnement cinématique de l'actionneur principal et de la transmission du tramway. Plus de la moitié des candidats répond de manière satisfaisante aux deux questions concernées.

Les questions 10 à 15 traitaient de la détermination des besoins énergétiques de la rame. Si tous les candidats ont abordé ce questionnement, ce qui est relativement satisfaisant, il n'en demeure pas moins qu'une large majorité d'entre eux est mise en difficulté par des notions aussi fondamentales que l'énergie cinétique et la relation puissance - énergie avec son système d'unités et ses ordres de grandeur.

Les questions 16 à 19 traitaient des caractéristiques du système d'alimentation par ligne de contact. De nouveau, le jury apprécie que tous les candidats aient abordé ce questionnement. Toutefois, il n'en demeure pas moins qu'une large majorité des candidats ne réussit pas à commenter les écarts observés entre les performances mesurées sur le tramway et celles issues de la modélisation. Par ailleurs, la modélisation électrique de l'ensemble caténaire-tramway-rails a présenté beaucoup de difficultés à une majorité de candidats. Quelques copies remarquables sortent cependant du lot.

Le jury souhaite que la culture technologique des candidats puisse se développer notamment grâce à la confrontation, autant qualitative que quantitative, à de nombreux cas réels.

Les questions 20 et 21 étaient l'occasion, pour les candidats, d'effectuer une synthèse sur l'autonomie conférée au tramway par l'utilisation d'un stockage embarqué. Les quelques candidats ayant répondu correctement à ces questions ont fait preuve du niveau de synthèse attendu dans cette épreuve transversale de l'agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur.

Partie 4 : Dimensionnement d'une centrale inertielle

L'objectif global de cette partie était de déterminer le matériau, les dimensions et le mode de pilotage du volant qui permettent de répondre au mieux aux critères du cahier des charges :

- masse minimale du volant d'inertie ;
- prix de revient optimisé ;
- impact environnemental minimisé.

Dans un premier temps, l'objectif est de répondre aux deux premiers critères du cahier des charges, par le choix de matériaux qui permet de trouver le meilleur compromis entre la masse du volant d'inertie et son coût.

La mise en place d'un modèle de connaissance est nécessaire afin de déterminer la densité massique d'énergie stockée dans un volant d'inertie de géométrie imposée. Celle-ci nécessite des savoirs fondamentaux liés au domaine énergétique. Une majorité des candidats a atteint cet objectif, cependant, il est regrettable que la totalité de ces savoirs transversaux ne soient pas totalement acquis.

Dans un second temps, l'objectif était de choisir le matériau du volant d'inertie parmi les deux sélectionnés préalablement, afin de répondre aux contraintes de masse et d'encombrement.

Les applications numériques n'ont pas toujours été réalisées avec précision par les candidats, ne leur permettant pas de rédiger un argumentaire afin de choisir le matériau adapté.

Dans un troisième temps, l'objectif était de choisir le matériau du volant d'inertie parmi les deux sélectionnés préalablement, afin de répondre à la contrainte de l'impact environnemental.

Cette partie a été peu abordée, en raison principalement des mauvaises applications numériques de la partie précédente. Cependant, même lorsque les calculs sont corrects, la démarche de caractérisation de l'impact environnemental proposée dans le sujet n'est pas toujours comprise et correctement mise en œuvre.

Enfin, les objectifs sont, à travers l'étude d'un mode de commande en vitesse performant, de mettre en évidence les possibilités de pilotage du volant d'inertie dans le contexte du stockage d'énergie embarquée, et enfin de le comparer à d'autres systèmes de stockage embarqués.

Le modèle de l'actionneur étant fourni, la plupart des candidats n'a pas pu justifier la loi de commande proposée, parce qu'ils n'ont pas finalisé des calculs élémentaires.

La comparaison de la solution retenue sur le tramway par rapport à d'autres systèmes de stockage embarqués a été très peu abordée, toujours en raison de la non maîtrise des outils fondamentaux liés au domaine énergétique. De plus, l'analyse des sens de transfert énergétique entre deux sous-systèmes, pourtant fondamentale, n'a pas permis aux candidats de caractériser les bilans de puissance dans les systèmes dissipatifs.

Partie 5 : Étude thermique du moteur de traction

L'objectif global était de modéliser le comportement thermique du moteur pendant le cycle de fonctionnement du tramway et de vérifier que les températures limites de la machine ne sont pas atteintes.

Une étude préliminaire visait à modéliser l'échange thermique entre l'air intérieur de l'actionneur et les canaux rotoriques et à vérifier l'influence d'un paramètre de dimensionnement de la machine sur la qualité de l'échange thermique dans les canaux rotoriques. Par la suite, le candidat était invité à compléter un modèle thermique de la machine asynchrone en vue de vérifier que les températures limites ne sont pas atteintes lors du fonctionnement du tramway. Enfin, le candidat était amené à déterminer le débit et la composition du liquide de refroidissement permettant d'évacuer la chaleur produite par l'actionneur.

Le jury constate que très peu de candidats ont abordé cette partie, alors que les autres obtiennent des résultats honorables. Il est rappelé que la modélisation des phénomènes thermiques touche à des problématiques communes à l'ensemble des trois spécialités de l'agrégation de sciences industrielles de l'ingénieur.

On constate par ailleurs un manque de rigueur dans les notations, les calculs, l'homogénéité des expressions mêmes simples et la présentation des résultats.

Partie 6 : Synthèse

L'objectif de cette partie est de produire une synthèse du questionnement mené tout au long du sujet et des solutions apportées à chaque problème.

La synthèse produite - par un très faible nombre de candidats - se réduit trop souvent à un argumentaire commercial très éloigné de l'étude scientifique et technique attendue.

Conseils du jury

Le jury encourage les candidats à traiter toutes les parties du sujet et à montrer qu'ils maîtrisent l'ensemble des domaines des sciences de l'ingénieur. Ainsi, le jury apprécie les copies où les candidats tentent de répondre à la globalité du sujet.

Pour ce qui est de la présentation des copies, il est exigé de bien indiquer le numéro des questions traitées et la démarche de résolution. Cette dernière doit être exposée avec rigueur, les hypothèses doivent être explicitées clairement et les notations doivent être précises, claires et respecter scrupuleusement celles imposées dans le sujet.

De plus, les expressions littérales doivent être impérativement présentées de la façon suivante :

- l'expression littérale, sans aucune application numérique, est présentée encadrée ;
- l'expression est ensuite donnée en remplaçant les termes littéraux par leurs valeurs numériques, dans le même ordre que l'expression littérale ;
- le résultat numérique est ensuite indiqué avec l'unité, encadré.

$$R_{fr,ai} = \frac{1}{h_{moy} \cdot \frac{L}{D} \cdot \pi \cdot D^2 \cdot 12}$$
$$R_{fr,ai} = \frac{1}{31.6 \cdot 11.2 \cdot \pi \cdot (24 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 12}$$
$$R_{fr,ai} = 130,2 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

Le jury apprécie les candidats qui justifient, ou même simplement expliquent, les démarches adoptées pour répondre aux questions posées.

Les réponses aux questions de synthèse doivent être argumentées et concises.

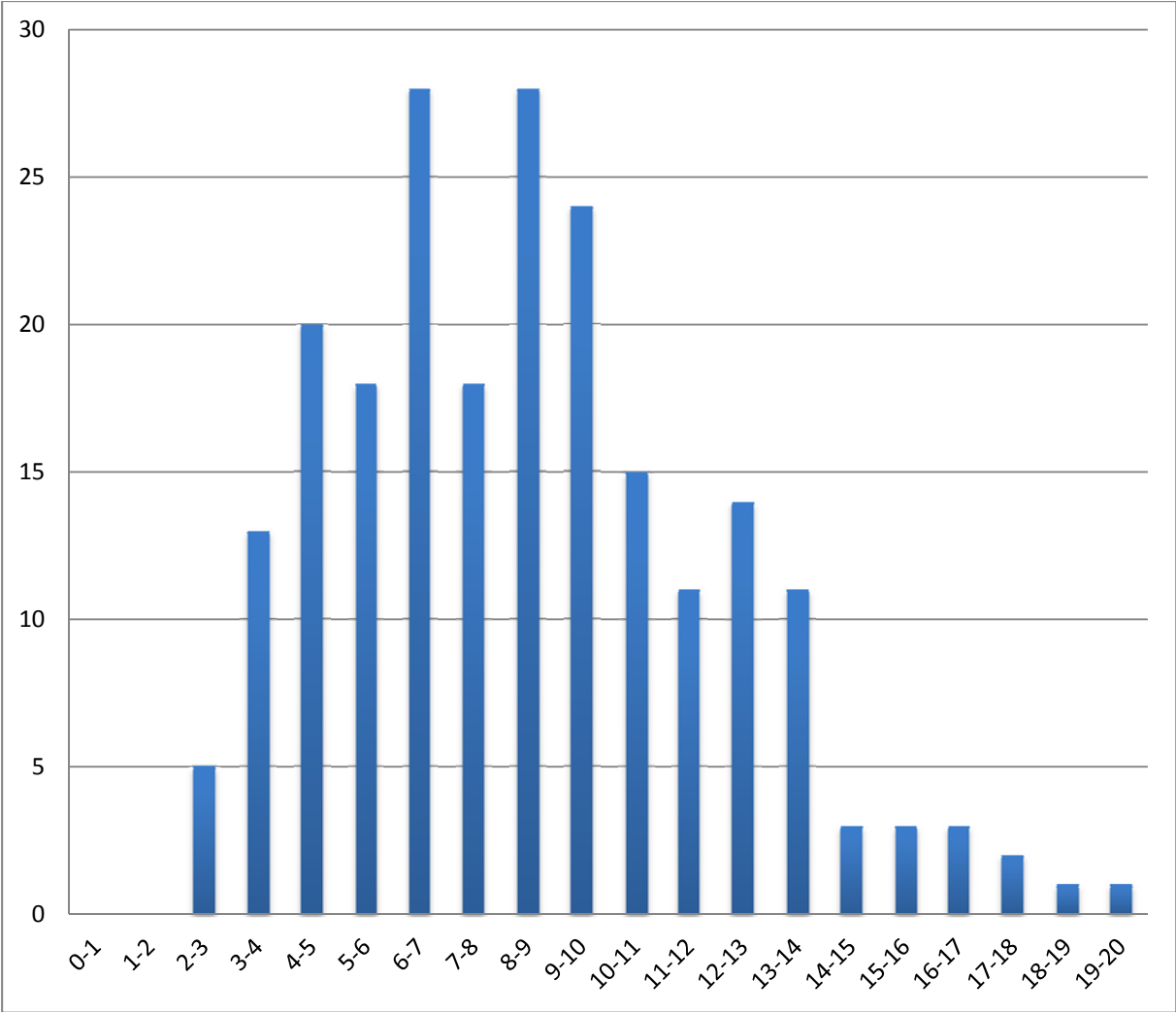
4. Conclusion

Le sujet a été conçu pour permettre aux candidats d'exprimer au mieux leurs compétences dans le cadre de cette nouvelle épreuve transversale. Toutes les questions du sujet ont été abordées par les candidats quelle que soit l'option choisie. Le jury engage fortement les futurs candidats à se préparer conformément aux attendus (arrêté du 25/11/2011).

5. Résultats

218 candidats, dont 29 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,4/20 et l'écart-type 3,6/20 avec :

- 19,4 comme meilleure note ;
- 1,9 comme note la plus basse.



Éléments de correction de l'épreuve de modélisation d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

Partie 1

Question 1 : déterminer les conditions de sortie (p_s , T_s et ρ_s) du gaz et déduire du premier principe la puissance fournie par l'arbre.

Le gaz est considéré comme parfait, satisfaisant la relation $p \cdot v = r \cdot T$, où la constante spécifique du gaz vaut $r = 332 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$p_e \cdot v_e = r \cdot T_e$$

Pression du gaz en entrée, $p_e = 140 \text{ bar}$, température d'entrée du gaz, $T_e = 40^\circ\text{C}$.

$$\rho_e = \frac{1}{v_e} = \frac{p_e}{r \cdot T_e} = \frac{140 \cdot 10^5}{332 \cdot 313} = 134,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

La chaleur spécifique à pression constante vaut $c_p = 660 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et la chaleur spécifique à volume constant vaut $c_v = 412 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, le rapport étant égal à $\gamma = c_p/c_v = 1,6$.

Nous sommes dans le cas idéal de référence d'une compression adiabatique isentropique, nous

avons donc la relation : $p \cdot v^\gamma = \frac{p}{\rho^\gamma}$

$$\frac{\rho_s}{\rho_e} = \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{1/\gamma} ; \rho_s = \rho_e \cdot \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{1/\gamma} = 134,7 \cdot \left(\frac{380}{140} \right)^{1/1,6} = 251,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$T_s = \frac{p_s}{r \cdot \rho_s} ; T_s = \frac{380 \cdot 10^5}{332 \cdot 251,5} = 455,2 \text{ K} = 182,2^\circ\text{C}$$

Pour calculer la puissance fournie sur l'arbre, on utilise la relation exprimant le premier principe entre l'entrée (e) et la sortie (s) : $\Delta k_{es} + \Delta h_{es} = w_{es} + q_{es}$.

La variation d'énergie cinétique entre l'entrée (e) et en sortie d'étage (s) est négligeable $\Delta k_{es} \approx 0$, l'évolution est adiabatique $q_{es} = 0$.

$$w_{es} = \Delta h_{es} = c_p \cdot (T_s - T_e)$$

$$w_{es} = 660 \cdot (455,2 - 313) = 93,8 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P_{\text{arbre}} = w_{es} \cdot Q_m = 93,8 \cdot 10^3 \cdot 90,3 = 8,47 \text{ MW}$$

Question 2 : montrer que dans le cas où il n'y a pas de glissement, $w_{es} = U^2$, et en déduire le diamètre du disque D_e permettant d'assurer cette transformation en un seul étage.

On utilise le théorème d'Euler entre l'entrée (e) et la sortie du disque (i)

$$w_{ei} = U_i \cdot V_{\theta i} - U_e \cdot V_{\theta e}$$

La vitesse de fluide en entrée de disque est faible devant la vitesse en sortie de disque, $V_e \ll V_i$.

$$w_{ei} = U_i \cdot V_{\theta i}$$

Si on néglige le glissement $\mu_G = 1$ donc $V_{\theta i} = U_i = U$

D'où $w_{ei} = w_{es} = U^2$; $w_{is} = 0$ (pas de partie mobile dans le diffuseur)

$$U = R \cdot \Omega$$

Donc $w_{es} = R^2 \cdot \Omega^2$; $N = 11000 \text{ tr} \cdot \text{mn}^{-1}$; $\Omega = N \cdot \pi / 30 = 1152 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$

$$R = \frac{W_{es}}{\Omega^2} = \frac{93826}{1152^2} = 0,266 \text{ m} = 266 \text{ mm}$$

D'où le diamètre du disque capable d'assurer cette transformation en un seul étage $D_e = 531 \text{ mm}$.

Question 3 : à partir de ces résultats, conclure sur les critères de température maximale en sortie, de vitesse périphérique maximale et de nombre de Mach maximal imposés.

Critère de température maximale (Température de sortie du gaz : $T_{s,max} = 250 \text{ °C}$) :
 $T_s (182 \text{ °C}) < T_{s,max} (250 \text{ °C}) \rightarrow$ critère VÉRIFIÉ.

Critère de vitesse périphérique maximale : $U_{max} = 250 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
 $U = R \cdot \Omega = 0,266 \cdot 1152 = 306,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} > U_{max} \rightarrow$ critère NON VÉRIFIÉ.

Critère du nombre de Mach maximal imposé : $0,3 < M_a < 0,5$
 $V_{son} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_i}$

Où T_i est la température de sortie de disque.

On applique le premier principe dans une veine de fluide entre l'entrée du diffuseur (i) et sa sortie (s)

$$\Delta k_{is} + \Delta h_{is} = w_{is} + q_{is}$$

$q_{is} = 0$ (évolution adiabatique) ; $w_{is} = 0$ (pas de partie mobile dans le diffuseur)

$$\Delta h_{is} = c_p \cdot (T_s - T_i) \text{ et } \Delta k_{is} = 0 - \frac{1}{2} \cdot V^2 \approx -\frac{1}{2} \cdot U^2$$

On peut montrer que W est petit devant U .

D'après la composition des vitesses relatives et d'entraînement dans le cas du non glissement, on a la relation $V^2 = U^2 + W^2$ et $W^2 = W_\theta^2 + W_r^2 = 0 + W_r^2$ car les aubes sont radiales. L'ordre de grandeur de W_r peut être approché à partir du débit : $Q_m = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h \cdot W_r$. La grandeur h est l'épaisseur en sortie de disque qui est voisine de quelques mm, $10 \text{ mm} < h < 25 \text{ mm}$. Avec ces valeurs, l'ordre de grandeur de W_r est de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On peut donc remplacer U par V dans l'expression de Δh_{is} .

D'où l'expression de T_i :

$$T_i = T_s - \frac{1}{2 \cdot c_p} \cdot U^2$$

Application numérique :

$$T_i = 455 - \frac{1}{2 \cdot 660} \cdot 306^2 = 384 \text{ K}$$

D'où la vitesse du son à la sortie du disque :

$$V_{son} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_i} = \sqrt{1,6 \cdot 332 \cdot 384} = 451 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Ce qui fait un nombre de Mach $M_a = 0,67 \rightarrow$ critère NON VÉRIFIÉ.

Question 4 : pourquoi l'hypothèse isentropique ne conduit-elle pas à un modèle représentatif de la compression réelle ? Pourquoi l'hypothèse adiabatique est quant à elle raisonnable ?

L'hypothèse isentropique conduit à un modèle réversible (donc sans perte), ce qui est assez loin de la réalité pour un compresseur avec un fort taux de compression. Par contre, l'hypothèse adiabatique est acceptable, car en régime établi, on peut négliger les échanges de chaleur avec les parois pour un gaz à cette vitesse.

Question 5 : reprendre les calculs de la partie précédente et déterminer les conditions de sorties, la puissance fournie par l'arbre et en déduire le rendement isentropique (rapport des puissances fournies par l'arbre dans le cas idéal isentropique et dans le cas polytropique).

Nous sommes dans le cas réel d'une compression polytropique, nous avons donc la relation :

$$p \cdot v^k = \frac{p}{\rho^k} = \text{cte}$$

$$\frac{\rho_s}{\rho_e} = \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{1/k} ; \rho_s = \rho_e \cdot \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{1/k} = 134,7 \times \left(\frac{380}{140} \right)^{1,8} = 234,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$T_s = \frac{p_s}{r \cdot \rho_s} ; T_s = \frac{380 \cdot 10^5}{332 \cdot 234,6} = 487,2 \text{ K} \approx 215 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$w_{es} = 660 \cdot (487,2 - 313) = 115 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P_{\text{arbre}} = w_{es} \cdot Q_m = 115 \cdot 10^3 \cdot 90,3 = 10,4 \text{ MW}$$

D'où le rendement de la compression : $\rho = \frac{8,47}{10,4} = 0,8$

Question 6 : déterminer la vitesse périphérique du disque U et le diamètre du disque D_e (en tenant compte du glissement) puis conclure au regard des contraintes technologiques et du cahier des charges.

On utilise le théorème d'Euler entre l'entrée (e) et la sortie du disque (i),

$$w_{ei} = U_i \cdot V_{\theta i} - U_e \cdot V_{\theta e}$$

La vitesse en entrée de disque est faible devant la vitesse en sortie de disque, V_e << V_i

$$w_{ei} = U_i \cdot V_{\theta i} = U \cdot V_{\theta}$$

En tenant compte du glissement V_θ = μ · U

$$w_{ei} = U \cdot V_{\theta} = \mu \cdot U^2$$

En appliquant le premier principe entre l'entrée (e) et la sortie du disque (i) et l'entrée du diffuseur (i) et la sortie (s), on obtient :

$$\Delta k_{ei} + \Delta h_{ei} = w_{ei} + q_{ei} = w_{ei} \text{ (adiabatique)}$$

$$\Delta k_{is} + \Delta h_{is} = w_{is} + q_{is} = 0 \text{ (adiabatique et pas de partie mobile)}$$

La variation d'énergie cinétique en entrée (e) et en sortie d'étage (s) est négligeable, donc Δk_{ei} + Δk_{is} = Δk_{es} ≈ 0 d'où w_{ei} = Δh_{es} = c_p · (T_s - T_e)

Donc

$$U = \sqrt{\frac{w_{ei}}{\mu}} = \sqrt{\frac{c_p \cdot (T_s - T_e)}{\mu}}$$

Application numérique :

$$U = \sqrt{\frac{660 \cdot (487 - 313)}{0,5}} = 480 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$w_{ei} = 660 \cdot (487 - 313) = 115 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$R = \frac{U}{\Omega} = \frac{480}{1152} = 0,42 \text{ m d'où le diamètre du disque } D_e \text{ en tenant compte du glissement } D_e = 840 \text{ mm.}$$

Conclusion

Critère de température maximale (Température de sortie du gaz : T_{smax} = 250 °C :

$$T_s (215 \text{ } ^\circ\text{C}) < T_{s\text{max}} (250 \text{ } ^\circ\text{C}) \rightarrow \text{critère VÉRIFIÉ.}$$

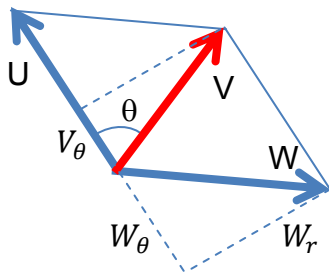
Critère de vitesse périphérique maximale : U_{max} = 250 m · s⁻¹

$$U = 480 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} > U_{\text{max}} \rightarrow \text{critère NON VÉRIFIÉ}$$

Critère du nombre de Mach maximal imposé : 0,3 < M_a < 0,5

$$V_{\text{son}} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_i}$$

Pour le calcul de T_i, on procède comme à la question 3.



$$V_{\theta} = \mu \cdot U$$

$$W_r \ll U$$

$$\text{d'où } V = V_{\theta}$$

$$\frac{1}{C_p} \cdot \mu^2 \cdot U^2$$

Application numérique :

$$T_i = 487 - \frac{1}{2 \cdot 660} \cdot 0,5^2 \cdot 480^2 = 443 \text{ K}$$

D'où la vitesse du son à la sortie du disque :

$$V_{\text{son}} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_i} = \sqrt{1,6 \cdot 332 \cdot 400} = 485 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ce qui fait un nombre de Mach $M_a \approx 1$ → critère NON VÉRIFIÉ.

Question 7 : en supposant que, dans une machine multi-étagée, chaque étage assure la même variation d'enthalpie, déterminer le nombre d'étages permettant de respecter la condition de vitesse maximale $U < 250 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, ainsi que le nombre d'étages permettant de respecter la condition sur la vitesse d'écoulement $M_a = V/V_{\text{son}} < 0,5$. En déduire le nombre d'étages à adopter et le diamètre des disques D_e (utiliser la vitesse du son dans les conditions d'entrée, ainsi que la vitesse périphérique du disque U pour le calcul du nombre de Mach).

Condition sur la vitesse périphérique : $U < 250 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $U = R \cdot \Omega$

Application numérique :

$$R \leq \frac{250}{1152} = 0,217 \text{ m} ; \text{ soit } D_e < 434 \text{ mm}$$

Variation d'entropie sur un seul étage : $\Delta h_{\text{es,max}} = \mu \cdot U^2 = 0,5 \cdot 250^2 = 31250 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$\text{Nombre d'étages } N \geq \frac{\Delta h_{\text{es}}}{\Delta h_{\text{es,max}}} = \frac{115000}{31250} = 3,7$$

Il faut avec ce critère au minimum 4 étages.

Remarque : T_s n'est pas modifiée par le nombre d'étages, $T_s = 214 \text{ }^\circ\text{C}$.

Condition sur le nombre de Mach : $M_a = \frac{U}{V_{\text{son}}} \leq 0,5$

La vitesse du son à la sortie du disque : $V_{\text{son}} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_i}$

Pour calculer cette expression, il faut disposer de T_i (ou d'un minorant de T_i), c'est pour cela que l'on vous demande d'utiliser la vitesse du son en entrée T_e .

$$V_{\text{son}} = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_i} \geq \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_e} = \sqrt{1,6 \cdot 332 \cdot 313} = 407 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Donc $U \leq 0,5 \cdot V_{\text{son}} = 0,5 \cdot 407 = 203 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Application numérique :

$$R < \frac{203}{1152} = 0,176 \text{ m} ; \text{ soit } D_e < 354 \text{ mm}$$

Variation d'entropie sur un seul étage : $\Delta h_{\text{es,max}} = \mu \cdot U^2 = 0,5 \cdot 203^2 = 20783 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$\text{Nombre d'étages } N \geq \frac{\Delta h_{\text{es}}}{\Delta h_{\text{es,max}}} = \frac{115000}{20783} = 5,5$$

Il faut avec ce critère au minimum 6 étages.

Question 8 : à partir de la puissance fournie par l'arbre et la vitesse de rotation, déterminer le diamètre de l'arbre assurant la tenue en torsion avec un coefficient de sécurité de 4 (l'arbre est en

acier, de limite élastique $R_e = 180$ MPa). Utiliser le critère de Tresca : la contrainte tangentielle maximale ne doit pas dépasser $R_e/2$.

Expression de la contrainte maximale en torsion

$$\tau_{maxi} = \frac{C_{max}}{I_0} \leq \frac{R_e}{2 \cdot s} \quad I_0 = \frac{\pi \cdot D^4}{32} ; s = 4 ; R_e = 180 \text{ MPa}$$

$$D_{min} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot C \cdot s}{\pi \cdot R_e}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 9046 \cdot 1000 \cdot 4}{3,14 \cdot 180}} = 127 \text{ mm}$$

Question 9 : déterminer les états du gaz (P et T) en 1, 2 et s.

La transformation e-1 est adiabatique polytropique, $\Delta h_{e1} = c_p \cdot (T_1 - T_e)$ (eq1)

La transformation 1-2 est isobare avec retour à 40 °C, $T_2 = T_e = 40$ °C, $P_1 = P_2$

La transformation 2-s est adiabatique polytropique, $\Delta h_{2s} = c_p \cdot (T_s - T_2) = \Delta h_{e1}$ (eq2)

$$\Delta h_{12} = w_{12} + q_{12} = 0 + q_{12} = c_p \cdot (T_2 - T_1) = c_p \cdot (T_e - T_1) = -\Delta h_{e1}$$

On déduit de (eq1) et (eq2) que $T_s = T_1$

En utilisant la loi polytropique entre (2) et (s) et entre (e) et (1)

$$P_s = P_2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_s}\right)^{\frac{k}{1-k}} ; P_1 = P_e \cdot \left(\frac{T_e}{T_1}\right)^{\frac{k}{1-k}}$$

Comme $P_1 = P_2$; $T_2 = T_e$ et $T_s = T_1$

$$P_s = P_e \cdot \left(\frac{T_e}{T_s}\right)^{\frac{2k}{1-k}} ; T_s = T_e \cdot \left(\frac{P_e}{P_s}\right)^{\frac{1-k}{2k}} ; T_s = 313 \cdot \left(\frac{140}{380}\right)^{\frac{1-1,8}{2 \cdot 1,8}} = 390 \text{ K} = 117 \text{ °C}$$

$$P_1 = P_2 = P_e \cdot \left(\frac{T_e}{T_1}\right)^{\frac{k}{1-k}} = 140 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{313}{390}\right)^{\frac{1,8}{1-1,8}} = 231 \text{ bar}$$

Question 10 : déterminer la puissance fournie par l'arbre et conclure sur le choix à adopter.

Calcul du travail récupéré sur l'arbre

$$w_{es} = 2 \cdot c_p \cdot (T_s - T_e) = 2 \cdot 660 \cdot (390 - 313) = 103 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Calcul de la puissance sur l'arbre

$$P_{arbre} = w_{es} \cdot Q_m = 103000 \cdot 90,3 = 9,3 \text{ MW}$$

D'où le rendement de la compression : $\rho = \frac{9,3}{10,4} = 0,89$

Le gain sur le rendement global de l'installation est inférieur au seuil de rentabilité de 20 %, donc l'ajout d'un échangeur thermique n'est pas économiquement rentable.

Partie 2

Question 11 : justifier ou critiquer les hypothèses retenues pour l'étude du fretage du disque sur l'arbre et en particulier l'emploi d'un modèle en contraintes planes.

H1 : modélisation de la géométrie. Dans le cadre d'une étude analytique, on ne prend en compte que la partie massive du disque. Il est modélisé par un cylindre de diamètre intérieur r_1 , de diamètre extérieur r_2 , de longueur L. Une étude par la méthode des éléments finis permettrait de tenir compte de la géométrie réelle du disque.

H2 : modélisation du matériau. Les matériaux utilisés dans ce domaine sont en acier alliés, ce qui permet de poser l'hypothèse d'homogénéité et d'isotropie. On va en plus chercher à faire travailler le matériau dans le domaine élastique pour éviter les déformations permanentes, ce qui nous amène à adopter une loi de comportement est élastique linéaire.

H3 : modélisation des conditions aux limites. La géométrie est axisymétrique, de même que le chargement et les conditions aux limites. Ce qui nous amène à prendre un modèle axisymétrique qui va nous permettre de travailler en base cylindrique.

Le disque est libre de se dilater axialement (au frottement à l'interface prêt), il n'y a pas de contraintes aux extrémités, la longueur du cylindre est petite devant les autres dimensions du disque ($L = 100$ mm) ce qui nous permet de supposer que la variation des contraintes longitudinales sera faible, et que ces contraintes seront faibles par rapport aux autres contraintes radiales ou orthoradiales. Tous ces éléments nous permettent de faire l'approximation d'un problème en contraintes planes.

Question 12 : rappeler, sous une forme générale, l'ensemble des équations auxquelles doit satisfaire la solution $\vec{U}(M)$; $\vec{\varepsilon}(M)$; $\vec{\sigma}(M)$ du modèle de l'enveloppe épaisse.

L'équation d'équilibre statique d'un élément de volume $\text{div}(\vec{\sigma}) + \vec{f}_v = \vec{0}$ avec $\vec{f}_v = \vec{0}$ dans le cas de l'enveloppe épaisse

La loi de comportement sous forme de la loi de Hooke, $\vec{\varepsilon} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \vec{\sigma} - \frac{\nu}{E} \cdot \text{tr}(\vec{\sigma}) \cdot \vec{1}$

Relation entre déformations et déplacements linéarisée, $\vec{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\overline{\text{grad}}(\vec{U}) + \overline{\text{grad}}^T(\vec{U}))$

Conditions aux limites, $\vec{\sigma}(r_i) \cdot (-\vec{u}_r) = +p_i \cdot \vec{u}_r$ et $\vec{\sigma}(r_e) \cdot (+\vec{u}_r) = -p_e \cdot \vec{u}_r$

Compte tenu des hypothèses faites à la question 11, on peut proposer un champ de déplacement purement radial :

$$\vec{U}(r) = u(r) \cdot \vec{u}_r + w(z) \cdot \vec{u}_z$$

L'opérateur gradient, $\overline{\text{grad}}(\vec{U}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}_{(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)}$

Le tenseur de déformations, $\vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}_{(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)}$

La loi de comportement, $\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{rr} - \nu \cdot \sigma_{\theta\theta})$ et $\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{\theta\theta} - \nu \cdot \sigma_{rr})$; $\sigma_{r\theta} = 0$

Ou sous une autre forme, $\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_{rr} + \nu \cdot \varepsilon_{\theta\theta})$ et $\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_{\theta\theta} + \nu \cdot \varepsilon_{rr})$; $\sigma_{r\theta} = 0$

L'équation d'équilibre, $\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + f_v = 0$

En injectant la loi de comportement et la définition du tenseur des déformations, avec $f_v = 0$, on obtient :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} u(r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} u(r) - \frac{u(r)}{r^2} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{\partial r} u(r) + \frac{u(r)}{r} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot u(r)) \right) = 0$$

D'où

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot u(r)) = 2 \cdot \alpha$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot u(r)) = 2 \cdot \alpha \cdot r$$

$$u(r) = \alpha \cdot r + \frac{\beta}{r}$$

On obtient un champ de déformation, $\varepsilon_{rr}(r) = \alpha - \frac{\beta}{r^2}$ et $\varepsilon_{\theta\theta}(r) = \alpha + \frac{\beta}{r^2}$

Et un champ de contraintes, $\sigma_{rr} = A - \frac{B}{r^2}$; $\sigma_{\theta\theta} = A + \frac{B}{r^2}$

Les conditions aux limites permettent de calculer les deux constantes A et B, $\sigma_{rr}(r_i) = -p_i$ et $\sigma_{rr}(r_e) = -p_e$
La résolution de ces équations, donne les expressions du tenseur des contraintes, déformations et du champ de déplacements de l'annexe A1.

Question 13 : en tenant compte des conditions limites, exprimer le champ de contraintes pour les deux pièces frettées en fonction de la pression à l'interface p.

Les quantités liées à l'arbre sont notées avec exposant a et celles liées au disque sont notées avec exposant b.

Pour l'arbre, en utilisant les équations du formulaire avec $r_i = 0$, $p_e = p$, $\sigma_{\theta\theta}^a = \sigma_{rr}^a = -p$

Pour le disque en utilisation les équations du formulaire avec $r_i = r_1$, $r_e = r_2$, $p_i = p$, $p_e = 0$

$$\sigma_{rr}^b = +p \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \left[1 - \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 \right] ; \sigma_{\theta\theta}^b = +p \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \left[1 + \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 \right]$$

Question 14 : à partir de la relation de compatibilité cinématique à l'interface, déterminer littéralement l'expression de la pression d'interface p.

Le rayon de l'arbre à l'état initial est $r_1 + s/2$, le rayon de l'alésage à l'état initial est r_1 .

Sous la pression d'interface p, ils vont prendre la même valeur

$$(2 \cdot r_1 + s) \cdot (1 + \varepsilon_{\theta\theta}^a(r_i)) = 2 \cdot r_1 \cdot (1 + \varepsilon_{\theta\theta}^b(r_i))$$

en négligeant le terme $s \cdot \varepsilon_{\theta\theta}^a(r_i)$ devant les autres termes on obtient la relation $\frac{s}{2 \cdot r_1} = \varepsilon_{\theta\theta}^b(r_i) - \varepsilon_{\theta\theta}^a(r_i)$

En utilisant les équations de comportement, on obtient l'expression de la pression $p = \frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2}$

D'où pour l'arbre :

$$\sigma_{rr}^a = \sigma_{\theta\theta}^a = - \frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2} < 0$$

Et pour l'alésage :

$$\sigma_{rr}^b = + \frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \left[1 - \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 \right] < 0 ; \sigma_{\theta\theta}^b = + \frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \left[1 + \left(\frac{r_2}{r} \right)^2 \right] > 0$$

Question 15 : à partir du critère de Tresca, déterminer le rayon pour lequel le matériau est le plus sollicité et en déduire l'expression et la valeur numérique du serrage maximal s_{max} admissible sans déformation plastique.

Le serrage maximal est obtenu lors de l'opération de frettage. On doit vérifier que la limite élastique n'est pas atteinte. Le matériau étant de l'acier, on adoptera le critère de Tresca afin de simplifier les calculs.

La contrainte équivalente de Tresca est : $\sigma_e = \max_{i \neq j} |\sigma_i - \sigma_j| \leq R_e$

Le tenseur des contraintes est :
$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Soit $\sigma_e = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}$ le cas le plus défavorable est obtenu pour le rayon $r = r_1$

$$\sigma_e = + \frac{E \cdot s}{2 \cdot r_1} < R_e$$

D'où l'expression du serrage maxi :

$$s \leq s_{\max} = 2 \cdot r_1 \cdot \frac{R_e}{E}$$

Application numérique :

$E = 210 \text{ GPa}$; $\nu = 0,3$; Limite élastique $R_e = 180 \text{ MPa}$; $r_1 = 63,5 \text{ mm}$;

$$s \leq s_{\max} = 2 \cdot 63,5 \cdot \frac{180}{210 \cdot 10^3} = 0,109 \text{ mm}$$

Question 16 : indiquer quelles modifications aux équations de la question 12 sont à apporter pour tenir compte des accélérations centripètes dans le modèle de l'enveloppe épaisse.

En utilisant le modèle de la question Q12, il faut superposer un champ de contraintes dû aux effets d'inertie qui se traduit par une quantité d'accélération volumique radiale $-\rho \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \vec{u}_r$, ρ est la masse volumique de matériaux et ω la vitesse de rotation du disque plein.

Élément complémentaire non demandé

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot u(r)) \right) = - \frac{1-\nu^2}{E} \rho \cdot \omega^2 \cdot r$$

La résolution de ces équations permet de calculer le champ de contraintes donné en annexe A1.

$$\sigma_{rr} = A + \frac{B'}{r^2} - \frac{3+\nu}{8} \cdot \rho \cdot (\omega \cdot r)^2 ; \sigma_{\theta\theta} = A - \frac{B'}{r^2} - \frac{1+3 \cdot \nu}{8} \cdot \rho \cdot (\omega \cdot r)^2$$

Pour un arbre plein et une roue de même matériau, les conditions aux limites sont :

Pour la bague $\sigma_{rr}(r_2) = 0$

Pour l'arbre la contrainte doit être finie en $r = 0$ ce qui impose $B = 0$

On obtient pour le champ de contrainte dû à l'effet d'inertie seul : $\sigma_{rr} = \frac{3+\nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot [r_2^2 - r^2]$

Question 17 : à partir du critère à respecter pour le serrage minimal, déterminer la pression minimale p_{\min} à assurer au contact.

On note p la pression à l'interface. Le couple transmissible par la liaison est noté C_{\max} , le couple transmis par la liaison C_{nom}

$$C_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot L \cdot f \cdot p \geq C_{\text{nom}}$$

D'où la relation sur la pression

$$p \geq p_{\min} = \frac{C_{\text{nom}}}{2 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot L \cdot f} ; p_{\min} = 6,1 \text{ MPa}$$

Question 18 : expliquer comment les modèles des questions 12 et 16 peuvent permettre de déterminer la pression p à l'interface puis exprimer cette pression en fonction du serrage s et de la vitesse de rotation Ω .

Il faut superposer le champ de contrainte dû à la pression de frettage p obtenu à la question Q14, la zone critique étant obtenue pour le rayon $r = r_1$ avec le champ de contraintes dû aux effets d'inertie $\rho \cdot \omega^2 \cdot r$ obtenu à la question Q16.

$$\sigma_{rr}^a = \sigma_{\theta\theta}^a = -\frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2}$$

Ce qui donne une contrainte radiale pour le rayon $r = r_1$;

$$\sigma_{rr}^a(r_1) = -\frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2} + \frac{3 + \nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot [r_2^2 - r_1^2]$$

Question 19 : en déduire la valeur du serrage minimal s_{\min} et conclure sur un encadrement de l'ajustement du frettage.

La condition de transmission du couple s'écrit :

$$C_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot L \cdot f \cdot \left[\frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2} - \frac{3 + \nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot [r_2^2 - r_1^2] \right] \geq C_{\text{nom}}$$

$$\left[\frac{C_{\text{nom}}}{2 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot L \cdot f} + \frac{3 + \nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot [r_2^2 - r_1^2] \right] \leq \frac{E \cdot s}{4 \cdot r_1} \cdot \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2}$$

$$s_{\min} = \left[\frac{C_{\text{nom}}}{2 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot L \cdot f} + \frac{3 + \nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot [r_2^2 - r_1^2] \right] \cdot \frac{r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \cdot \frac{4 \cdot r_1}{E} \leq s$$

Applications numériques :

$E = 210 \text{ GPa}$; $\nu = 0,3$; $\rho = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; coefficient de frottement mini à l'interface $f = 0,1$; limite élastique $R_e = 180 \text{ MPa}$; $r_1 = 63,5 \text{ mm}$; $r_2 = 100 \text{ mm}$; $L = 100 \text{ mm}$; $C_{\text{nom}} = 1550 \text{ N} \cdot \text{m}$ par étage ; $N_{\max} = 11000 \text{ tr} \cdot \text{mn}^{-1}$; $\Omega_{\max} = \omega = 1150 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$; $s_{\min} = 0,064 \text{ mm}$

Question 20 : donner sous forme littérale l'expression permettant de calculer la température minimale de chauffe T_c nécessaire pour pouvoir monter le disque sur l'arbre sans presse. Faire l'application numérique avec les données ci-dessus. Conclure sur la pertinence de ce procédé de fabrication. Le rayon de l'alésage à l'état initial est r_1 à la température T_0 .

Le serrage diamétral qui doit être installé est au maximum de $s_{\max} = 0,109 \text{ mm}$.

Le coefficient de dilatation du matériau de l'alésage est $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

On adopte pour jeu diamétral de montage, un jeu $j = 2 \cdot r_1 \cdot 10^{-3}$

Portons le moyeu à une température T_c , le diamètre se dilate de $\Delta d_1 = 2 \cdot r_1 \cdot \alpha \cdot (T_c - T_0)$

Le montage est possible si $\Delta d_1 \geq +j$

Soit une température de chauffe T_c de

$$T_c \geq T_0 + \frac{j + s_{\max}}{\alpha \cdot d_1}$$

Application Numérique :

$J = 0,127 \text{ mm}$; $s_{\max} = 0,109 \text{ mm}$; $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $d_1 = 127 \text{ mm}$; $T_c = 175 \text{ }^\circ\text{C} < 350 \text{ }^\circ\text{C}$

Partie 3

Question 21 : appliquer le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble 3 {arbre + disque} et déterminer les équations différentielles linéarisées du mouvement en x, y, α et β .

Vitesse du point G de 3/0

$$\overline{A_0G} = \overline{A_0O} + \overline{OG} = L \cdot \overline{z_0} = x \cdot \overline{x_0} + y \cdot \overline{y_0}$$

$$\overline{V}(G,3/0) = \dot{x} \cdot \overline{x_0} + \dot{y} \cdot \overline{y_0}$$

Vitesse de rotation instantanée de 3/0

$$\overline{\Omega}(3/0) = \dot{\alpha} \cdot \overline{x_0} + \dot{\beta} \cdot \overline{y_1} + \dot{\varphi} \cdot \overline{z_2}$$

Soit dans le repère R_2

$$\overline{\Omega}(3/0) = \dot{\alpha} \cdot \cos(\beta) \cdot \overline{x_2} + \dot{\beta} \cdot \overline{y_2} + (\dot{\varphi} + \dot{\alpha} \cdot \sin(\beta)) \cdot \overline{z_2}$$

$$\overline{\Omega}(3/0) = \dot{\alpha} \cdot \cos(\beta) \cdot \overline{x_2} + \dot{\beta} \cdot \overline{y_2} + (\Omega + \dot{\alpha} \cdot \sin(\beta)) \cdot \overline{z_2}$$

Moment cinétique du rotor en G dans le repère B_2

$$\overline{\sigma}(G,3/0) = \overline{I}_{(G,3)} \cdot \overline{\Omega}(3/0) = \overline{I}_{(G,2)} \cdot \overline{\Omega}(3/0)$$

$$\overline{\sigma}(G,3/0) = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(G,B_2)} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \cdot \cos(\beta) \\ \dot{\beta} \\ \Omega + \dot{\alpha} \cdot \sin(\beta) \end{pmatrix}_{B_2}$$

Soit après linéarisation pour α et β petits devant 1 :

$$\overline{\sigma}(G,3/0) = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(G,B_2)} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \Omega \end{pmatrix}_{B_2} = \begin{pmatrix} A_3 \cdot \dot{\alpha} \\ A_3 \cdot \dot{\beta} \\ C_3 \cdot \Omega \end{pmatrix}_{B_2}$$

$$\left(\frac{d\overline{x_2}}{dt} \right)_{R_0} = \left(\frac{d\overline{x_2}}{dt} \right)_{R_2} + \overline{\Omega}(2/0) \wedge \overline{x_2} = -\dot{\beta} \cdot \overline{z_2}$$

$$\left(\frac{d\overline{y_2}}{dt} \right)_{R_0} = +\dot{\alpha} \cdot \overline{z_2}$$

$$\left(\frac{d\overline{z_2}}{dt} \right)_{R_0} = +\dot{\beta} \cdot \overline{x_2} - \dot{\alpha} \cdot \overline{y_2}$$

Calcul du moment dynamique en G dans R_0

$$\overline{\sigma}(G,3/0) = A_3 \cdot \dot{\alpha} \cdot \overline{x_2} + A_3 \cdot \dot{\beta} \cdot \overline{y_2} + C_3 \cdot \Omega \cdot \overline{z_2}$$

$$\overline{\Delta}(G,3/0) = \left[\frac{d\overline{\sigma}(G,3/0)}{dt} \right]_0 = A_3 \cdot \ddot{\alpha} \cdot \overline{x_2} + A_3 \cdot \ddot{\beta} \cdot \overline{y_2} + C_3 \cdot \dot{\Omega} \cdot (\dot{\beta} \cdot \overline{x_2} - \dot{\alpha} \cdot \overline{y_2})$$

$$\overline{\Delta}(G,3/0) = \begin{pmatrix} A_3 \cdot \ddot{\alpha} + C_3 \cdot \dot{\Omega} \cdot \dot{\beta} \\ A_3 \cdot \ddot{\beta} - C_3 \cdot \dot{\Omega} \cdot \dot{\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}_{B_2}$$

Calcul préparatoire au calcul des réactions aux paliers

$$\overline{A_0A} = \overline{A_0O} + \overline{OG} + \overline{GA} = L \cdot \overline{z_0} + x \cdot \overline{x_0} + y \cdot \overline{y_0} - L \cdot \overline{z_3}$$

$$\overline{A_0A} = L \cdot \overline{z_0} + x \cdot \overline{x_0} + y \cdot \overline{y_0} - L \cdot (\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) \cdot \overline{z_0} - \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \cdot \overline{y_0} + \sin(\beta) \cdot \overline{x_0})$$

$$\text{Soit après linéarisation pour } \alpha \text{ et } \beta \text{ petits devant 1 : } \overline{A_0A} = x \cdot \overline{x_0} + y \cdot \overline{y_0} + L \cdot \alpha \cdot \overline{y_0} - L \cdot \beta \cdot \overline{x_0}$$

Torseur des actions mécaniques transmis au palier A :

$$\{\overline{\mathcal{S}}_A\} = \{\overline{R}_A \quad \overline{M}_A(A_0)\} = \begin{pmatrix} -k_x \cdot (x - L \cdot \beta) & 0 \\ -k_y \cdot (y + L \cdot \alpha) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{A_0, R_0}$$

Torseur des actions mécaniques transmis au palier B (on remplace L par -L dans l'expression précédente) :

$$\{\vec{\tau}_B\} = \{\vec{R}_B \quad \vec{M}_B(B_0)\} = \begin{pmatrix} -k_x \cdot (x + L \cdot \beta) & 0 \\ -k_y \cdot (y - L \cdot \alpha) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B_0, R_0}$$

$$\vec{A}_0 \vec{G} = \vec{A}_0 \vec{O} + \vec{OG} = L \cdot \vec{z}_0 + x \cdot \vec{x}_0 + y \cdot \vec{y}_0$$

Torseurs des actions mécaniques transmis aux paliers A et B, réduits au point G :

$$\vec{M}_{A,G} = \vec{M}_{A,A_0} + \vec{R}_A \wedge \vec{A}_0 \vec{G}$$

$$\vec{M}_{A,G} = \begin{pmatrix} -k_y \cdot L \cdot (y + L \cdot \alpha) \\ + k_x \cdot L \cdot (x - L \cdot \beta) \\ 0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

$$\{\vec{\tau}_A\} = \begin{pmatrix} -k_x \cdot (x - L \cdot \beta) & -k_y \cdot L \cdot (y + L \cdot \alpha) \\ -k_y \cdot (y + L \cdot \alpha) & + k_x \cdot L \cdot (x - L \cdot \beta) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G, R_0}$$

$$\{\vec{\tau}_B\} = \begin{pmatrix} -k_x \cdot (x + L \cdot \beta) & k_y \cdot L \cdot (y - L \cdot \alpha) \\ -k_y \cdot (y - L \cdot \alpha) & -k_x \cdot L \cdot (x + L \cdot \beta) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G, R_0}$$

Torseur des actions mécaniques dues au balourd en G :

$$\{\vec{\tau}_{bal}\} = \{\vec{R}_{bal} \quad \vec{M}_{bal}(G)\} = \{F_0 \cdot \vec{x}_3 \quad M_0 \cdot \vec{x}_3\}_{G, R_0}$$

$$\vec{x}_3 = \cos(\varphi) \cdot \vec{x}_2 + \sin(\varphi) \cdot \vec{y}_2$$

$$\vec{x}_3 = \cos(\varphi) \cdot \cos(\beta) \cdot \vec{x}_0 + \cos(\varphi) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\alpha) \cdot \vec{y}_0 + (-\cos(\varphi) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\alpha)) \cdot \vec{z}_0$$

Soit après linéarisation pour α et β petits devant 1 :

$$\vec{x}_3 = \cos(\varphi) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\varphi) \cdot \vec{y}_0 + (-\beta \cdot \cos(\varphi) + \alpha \cdot \sin(\varphi)) \cdot \vec{z}_0 \approx \cos(\varphi) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\varphi) \cdot \vec{y}_0$$

Le dernier terme étant du premier ordre par rapport aux deux précédents.

Pour simplifier les calculs, on pose pour la suite :

$$\vec{R}_{bal} = F_x \cdot \vec{x}_0 + F_y \cdot \vec{y}_0 = F_0 \cdot \cos(\varphi) \cdot \vec{x}_0 + F_0 \cdot \sin(\varphi) \cdot \vec{y}_0$$

$$\vec{M}_{bal,G} = M_x \cdot \vec{x}_0 + M_y \cdot \vec{y}_0 = M_0 \cdot \cos(\varphi) \cdot \vec{x}_0 + M_0 \cdot \sin(\varphi) \cdot \vec{y}_0$$

On néglige l'action de la pesanteur devant les autres actions mécaniques.

Principe fondamental de la dynamique du rotor / R_0

$$\text{Résultante en projection sur } \vec{x} : M \cdot \ddot{x} = -k_x \cdot (x - L \cdot \beta) - k_x \cdot (x + L \cdot \beta) + F_x = -2 \cdot k_x \cdot x + F_x$$

$$\text{Résultante en projection sur } \vec{y} : M \cdot \ddot{y} = -k_y \cdot (y + L \cdot \alpha) - k_y \cdot (y - L \cdot \alpha) + F_y = -2 \cdot k_y \cdot y + F_y$$

$$\text{Moment en projection sur } \vec{x} : A_3 \cdot \ddot{\alpha} + C_3 \cdot \Omega \cdot \dot{\beta} = -k_y \cdot L \cdot (y + L \cdot \alpha) + k_y \cdot L \cdot (y - L \cdot \alpha) + M_x = -2 \cdot k_y \cdot L^2 \cdot \alpha + M_x$$

$$\text{Moment en projection sur } \vec{y} : A_3 \cdot \ddot{\beta} - C_3 \cdot \Omega \cdot \dot{\alpha} = k_x \cdot L \cdot (x - L \cdot \beta) - k_x \cdot L \cdot (x + L \cdot \beta) + M_y = -2 \cdot k_x \cdot L^2 \cdot \beta + M_y$$

Soit en écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +C_3 \cdot \Omega \\ 0 & 0 & -C_3 \cdot \Omega & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \cdot k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot k_y \cdot L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot k_x \cdot L^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ M_x \\ M_y \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec } [M] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix}; [C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +C_3 \cdot \Omega \\ 0 & 0 & -C_3 \cdot \Omega & 0 \end{bmatrix};$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2 \cdot k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot k_y \cdot L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot k_x \cdot L^2 \end{bmatrix}$$

Question 22 : déterminer le polynôme caractéristique. En déduire, pour chaque mode, la forme de la réponse temporelle et la valeur numérique de la pulsation propre du rotor.

On recherche le régime libre (pas de second membre) et des solutions de la forme :

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \alpha(t) \\ \beta(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ A \\ B \end{pmatrix} \cdot e^{rt} = Q \cdot e^{rt}; (r^2 \cdot [M] + r \cdot [C] + [K]) \cdot Q = 0$$

Qui admet une solution non triviale si $\det(r^2 \cdot [M] + r \cdot [C] + [K]) = 0$

$$\begin{vmatrix} M \cdot r^2 + 2 \cdot k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M \cdot r^2 + 2 \cdot k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \cdot r^2 + 2 \cdot k_y \cdot L^2 & +C_3 \cdot \Omega \cdot r \\ 0 & 0 & -C_3 \cdot \Omega \cdot r & A_3 \cdot r^2 + 2 \cdot k_x \cdot L^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(M \cdot r^2 + 2 \cdot k_x)(M \cdot r^2 + 2 \cdot k_y) \left((A_3 \cdot r^2 + 2 \cdot k_y \cdot L^2) \cdot (A_3 \cdot r^2 + 2 \cdot k_x \cdot L^2) + (C_3 \cdot \Omega \cdot r)^2 \right) = 0$$

On trouve les deux premiers modes de translation $r_1 = \pm i \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k_x}{M}}$; $r_2 = \pm i \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k_y}{M}}$

En réarrangeant le dernier terme

$$\text{eq1: } (A_3 \cdot r^2 + 2 \cdot k_y \cdot L^2)(A_3 \cdot r^2 + 2 \cdot k_x \cdot L^2) + (C_3 \cdot \Omega \cdot r)^2 = 0$$

$$\text{eq1: } A_3^2 \cdot r^4 + (2 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) + C_3^2 \cdot \Omega^2) \cdot r^2 + 4 \cdot k_x \cdot k_y \cdot L^4 = 0$$

Discriminant :

$$\Delta = (2 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) + C_3^2 \cdot \Omega^2)^2 - 16 \cdot A_3^2 \cdot k_x \cdot k_y \cdot L^4$$

$$\Delta = 4 \cdot A_3^2 \cdot L^4 \cdot (k_x - k_y)^2 + 4 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) \cdot C_3^2 \cdot \Omega^2 + C_3^4 \cdot \Omega^4 > 0$$

On pose $R = r^2$; $a \cdot R^2 + b \cdot R + c = 0$

Avec $a = A_3^2 > 0$; $b = 2 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) + C_3^2 \cdot \Omega^2 > 0$; $c = 4 \cdot k_x \cdot k_y \cdot L^4 > 0$

$$R = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \text{ avec } \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0$$

La somme des racines est toujours négative, le produit des racines est toujours positif, donc les racines sont négatives. Les r_i seront donc imaginaires purs. $r = i \cdot \sqrt{-R}$

$$R_1 = \frac{-(2 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) + C_3^2 \cdot \Omega^2) + \sqrt{4 \cdot A_3^2 \cdot L^4 \cdot (k_x - k_y)^2 + 4 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) \cdot C_3^2 \cdot \Omega^2 + C_3^4 \cdot \Omega^4}}{2 \cdot A_3^2}$$

$$R_2 = \frac{-(2 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) + C_3^2 \cdot \Omega^2) - \sqrt{4 \cdot A_3^2 \cdot L^4 \cdot (k_x - k_y)^2 + 4 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) \cdot C_3^2 \cdot \Omega^2 + C_3^4 \cdot \Omega^4}}{2 \cdot A_3^2}$$

Application numérique :

$k_x = 30 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $k_y = 23 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $A_3 = 52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $C_3 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $L = 0,65 \text{ m}$; $M = 223,5 \text{ kg}$; $\Omega = 1152 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1}$

On trouve :

- deux modes rigides de translation
 $r_1 = 4947 \text{ tr.mn}^{-1}$
 $r_2 = 4332 \text{ tr.mn}^{-1}$
- deux modes rigides de rotation
 $r_3 = 5825 \text{ tr.mn}^{-1}$
 $r_4 = 6681 \text{ tr.mn}^{-1}$

Question 23 : déterminer littéralement les amplitudes X, Y, A et B des modes de vibration de l'arbre et justifier à partir de vos expressions la présence ou non de résonances et d'anti-résonances sur la courbe donnée figure 8.

En reprenant le résultat de la question 21, on a :

$$\vec{R}_{\text{bal}} = F_0 \cdot \cos(\varphi) \cdot \vec{x}_0 + F_0 \cdot \sin(\varphi) \cdot \vec{y}_0$$

$$\vec{M}_{\text{bal,G}} = M_0 \cdot \cos(\varphi) \cdot \vec{x}_0 + M_0 \cdot \sin(\varphi) \cdot \vec{y}_0$$

On pose :

$$\{Q\} = \begin{pmatrix} X \cdot \cos(\varphi) \\ Y \cdot \sin(\varphi) \\ A \cdot \cos(\varphi) \\ B \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix}; \{F\} = \begin{pmatrix} F_0 \cdot \cos(\varphi) \\ F_0 \cdot \sin(\varphi) \\ M_0 \cdot \cos(\varphi) \\ M_0 \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix}; \{\dot{Q}\} = \begin{pmatrix} -X \cdot \Omega \cdot \sin(\varphi) \\ +Y \cdot \Omega \cdot \cos(\varphi) \\ -A \cdot \Omega \cdot \sin(\varphi) \\ +B \cdot \Omega \cdot \cos(\varphi) \end{pmatrix}; \{\ddot{Q}\} = \begin{pmatrix} -X \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\varphi) \\ -Y \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\varphi) \\ -A \cdot \Omega^2 \cdot \cos(\varphi) \\ -B \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix}$$

$$\text{Équation 1 : } (-M \cdot \Omega^2 + 2 \cdot k_x) \cdot X = F_0$$

$$\text{Équation 2 : } (-M \cdot \Omega^2 + 2 \cdot k_y) \cdot Y = F_0$$

$$\text{Équation 3 : } (2 \cdot K_y \cdot L^2 - A_3 \cdot \Omega^2) \cdot A + C_3 \cdot \Omega^2 \cdot B = M_0$$

$$\text{Équation 4 : } C_3 \cdot \Omega^2 \cdot A + (2 \cdot K_x \cdot L^2 - A_3 \cdot \Omega^2) \cdot B = M_0$$

La solution des équations 1 et 2 est triviale.

$$X = \frac{F_0}{-M \cdot \Omega^2 + 2 \cdot k_x}; Y = \frac{F_0}{-M \cdot \Omega^2 + 2 \cdot k_y}$$

Qui donne les courbes de la figure 8 avec une résonance autour de 4300 tr.mn^{-1} et 5000 tr.mn^{-1} .

La résolution de l'équation 3 et 4 donne :

$$A = M_0 \cdot \frac{2 \cdot k_x \cdot L^2 - (A_3 + C_3) \cdot \Omega^2}{(A_3^2 - C_3^2) \cdot \Omega^4 - 2 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) \cdot \Omega^2 + 4 \cdot k_x \cdot k_y \cdot L^4}$$

$$B = M_0 \cdot \frac{2 \cdot k_y \cdot L^2 - (A_3 + C_3) \cdot \Omega^2}{(A_3^2 - C_3^2) \cdot \Omega^4 - 2 \cdot A_3 \cdot L^2 \cdot (k_x + k_y) \cdot \Omega^2 + 4 \cdot k_x \cdot k_y \cdot L^4}$$

Question 24 : quelles sont les conséquences de la présence d'une part de fréquences de résonance et d'autre part de fréquences d'anti-résonance sur la montée en vitesse du compresseur.

Pour éviter les problèmes liés aux vitesses critiques, beaucoup de machines industrielles sont dimensionnées pour que la première vitesse critique soit nettement supérieure à la vitesse d'entraînement. L'arbre est alors qualifié *d'arbre rigide*. Lorsque la vitesse d'entraînement du rotor est très élevée, une telle condition conduirait à des sections d'arbre très importantes. Le dimensionnement est alors réalisé pour que la vitesse de fonctionnement de la machine soit entre la première et la seconde vitesse critique, et l'arbre est dit *flexible*. Cette vitesse de fonctionnement est suffisamment éloignée de la première vitesse critique pour éviter l'excitation forcée de ce premier mode, et permet de bénéficier de l'auto centrage de l'arbre en présence d'un balourd. Toutefois, dans ce cas, des précautions doivent être prises dans la phase de démarrage:

- la montée en vitesse se fait hors charge ;

- pour que la zone de fréquence proche de la première vitesse critique soit dépassée rapidement, il est nécessaire d'assurer une accélération angulaire importante (démarrage rapide) ;
- pour éviter une trop grande amplitude de vibration au passage de la première vitesse critique, on a intérêt à assurer un équilibrage très précis du rotor.

La présence d'anti résonance ne pose pas de problème.

Question 25 : montrer que les énergies cinétiques E_{cd} du disque et E_{ca} de l'arbre par rapport au bâti s'écrivent, dans l'hypothèse où les angles α et β restent petits.

On utilise les fonctions de forme suivantes pour étudier le second mode propre de vibration flexible.

$$x(z,t) = q_x(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) ; y(z,t) = q_y(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right)$$

Calcul de l'énergie cinétique de l'arbre E_{ca} .

$$E_{ca} = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2L} (\vec{V}(M/R_0))^2 \cdot dm ;$$

M est un point courant de la ligne moyenne. Avec $\vec{OM} = x(z,t) \cdot \vec{x}_0 + y(z,t) \cdot \vec{y}_0$

$$\vec{V}(M/R_0) = \dot{x}(z,t) \cdot \vec{x}_0 + \dot{y}(z,t) \cdot \vec{y}_0 = \dot{q}_x(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot \vec{x}_0 + \dot{q}_y(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot \vec{y}_0$$

$$E_{ca} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \int_0^{2L} \left(\dot{q}_x(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot \vec{x}_0 + \dot{q}_y(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot \vec{y}_0 \right)^2 \cdot dz$$

$$E_{ca} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \left[\int_0^{2L} \dot{q}_x^2(t) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot dz + \int_0^{2L} \dot{q}_y^2(t) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot dz \right]$$

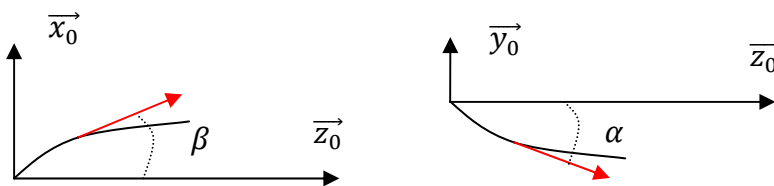
$$\int_0^{2L} \sin^2\left(\frac{\pi \cdot z}{L}\right) \cdot dz = L$$

$$E_{ca} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot L \cdot \left[\dot{q}_x^2(t) + \dot{q}_y^2(t) \right]$$

Calcul de l'énergie cinétique du disque E_{cd} , on reprend les résultats de la question 21.

$$\vec{V}(G(z=L), R_0) = \dot{x}_G \cdot \vec{x}_0 + \dot{y}_G \cdot \vec{y}_0 = \dot{q}_x(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot L}{L}\right) \cdot \vec{x}_0 + \dot{q}_y(t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot L}{L}\right) \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}_{d,0} = \dot{\alpha} \cdot \cos(\beta) \cdot \vec{x}_2 + \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2 + (\Omega + \dot{\alpha} \cdot \sin(\beta)) \cdot \vec{z}_2$$



Soit après linéarisation pour α et β petits devant 1 :

$$\tan(\beta) = \frac{dx}{dz} \approx \beta ; \tan(\alpha) = -\frac{dy}{dz} \approx \alpha$$

$$E_{cd} = \frac{1}{2} M_d \cdot [\vec{V}(G/R_0)]^2 + \frac{1}{2} \cdot \vec{\Omega}_{d,0} \cdot \vec{I}_{G,d} \cdot \vec{\Omega}_{d,0}$$

$$E_{cd} = 0 + \frac{1}{2} \cdot A_d \cdot [\beta^2 + \alpha^2 \cdot \cos^2(\beta)] + \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot [\Omega + \dot{\alpha} \cdot \sin(\beta)]^2$$

$$E_{cd} = \frac{1}{2} \cdot A_d \cdot [\beta^2 + \alpha^2] + \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot [\Omega^2 + 2 \cdot \Omega \cdot \dot{\alpha} \cdot \beta]$$

$$E_{cd} = \frac{1}{2} \cdot A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[\dot{q}_x^2(t) + \dot{q}_y^2(t) \right] + \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \left[\Omega^2 - 2 \cdot \Omega \cdot \dot{q}_y(t) \cdot q_x(t) \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \right]$$

Question 26 : vérifier que les expressions de $x(z, t)$ et $y(z, t)$ proposées vérifient les conditions aux limites du problème puis retrouver l'expression de l'énergie de déformation de l'arbre E_{da} .

Vérification des conditions aux limites

$$\text{Pour } z = 0 : \quad x(0,t) = 0 ; y(0,t) = 0$$

$$\text{Pour } z = 2 \cdot L : \quad x(2 \cdot L,t) = 0 ; y(2 \cdot L,t) = 0$$

Les conditions aux limites sont donc cinématiquement admissibles.

Calcul de l'énergie de déformation de l'arbre

$$E_{da} = \frac{1}{2} \cdot E \cdot I \cdot \int_0^{2 \cdot L} \left(\frac{d^2 x(z,t)}{dz^2} + \frac{d^2 y(z,t)}{dz^2} \right) \cdot dz$$

$$E_{da} = \frac{1}{2} \cdot E \cdot I \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^4 \cdot (q_x^2(t) + q_y^2(t)) \cdot \int_0^{2 \cdot L} \left(\sin^2 \left(\frac{\pi \cdot z}{L} \right) \right) \cdot dz$$

$$E_{da} = \frac{1}{2} \cdot E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3} \cdot (q_x^2(t) + q_y^2(t))$$

Question 27 : déterminer, à l'aide des équations de Lagrange issues des paramètres q_x et q_y , un système de deux équations différentielles en $q_x(t)$ et $q_y(t)$.

Application du PFD avec les équations de Lagrange

$$\frac{\partial U}{\partial q_x} = \frac{\partial E_{da}}{\partial q_x} = E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3} \cdot q_x(t) ; \quad \frac{\partial U}{\partial q_y} = \frac{\partial E_{da}}{\partial q_y} = E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3} \cdot q_y(t)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial q_x} = \frac{\partial E_{ca}}{\partial q_x} + \frac{\partial E_{cd}}{\partial q_x} = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \left[2 \cdot \Omega \cdot \dot{q}_y(t) \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_x} = \frac{\partial E_{ca}}{\partial \dot{q}_x} + \frac{\partial E_{cd}}{\partial \dot{q}_x} = \rho \cdot S \cdot L \cdot \dot{q}_x(t) + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot \dot{q}_x(t)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_y} = \frac{\partial E_{ca}}{\partial \dot{q}_y} + \frac{\partial E_{cd}}{\partial \dot{q}_y} = \rho \cdot S \cdot L \cdot \dot{q}_y(t) + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot \dot{q}_y(t) - C_d \cdot \left[\Omega \cdot q_x(t) \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_x} \right) = \rho \cdot S \cdot L \cdot \ddot{q}_x(t) + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot \ddot{q}_x(t)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_y} \right) = \rho \cdot S \cdot L \cdot \ddot{q}_y(t) + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot \ddot{q}_y(t) - C_d \cdot \left[\Omega \cdot \dot{q}_x(t) \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \right]$$

$$\rho \cdot S \cdot L \cdot \ddot{q}_x(t) + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot \ddot{q}_x(t) + C_d \cdot \Omega \cdot \dot{q}_y(t) \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 + E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3} \cdot q_x(t) = F_x$$

$$\rho \cdot S \cdot L \cdot \ddot{q}_y(t) + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot \ddot{q}_y(t) - C_d \cdot \Omega \cdot \dot{q}_x(t) \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 + E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3} \cdot q_y(t) = F_y$$

Que l'on peut mettre sous une forme matricielle

$$\mathbb{M} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{q}_x(t) \\ \ddot{q}_y(t) \end{pmatrix} + \mathbb{C} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_x(t) \\ \dot{q}_y(t) \end{pmatrix} + \mathbb{K} \cdot \begin{pmatrix} q_x(t) \\ q_y(t) \end{pmatrix} = \mathbf{F}$$

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} \rho \cdot S \cdot L + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 & 0 \\ 0 & \rho \cdot S \cdot L + A_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \end{bmatrix} ; \quad \mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & C_d \cdot \Omega \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \\ -C_d \cdot \Omega \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{K} = \begin{bmatrix} E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3} & 0 \\ 0 & E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$$

Les conditions aux limites sont cinématiquement admissibles (cf. question 25), donc les efforts aux paliers ne travaillent pas, $F_x = F_y = 0$.

On pose :

$$M = \rho \cdot S \cdot L + A_d \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 ; C = C_d \cdot \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 ; K = E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{L^3}$$

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} ; \mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & C \cdot \Omega \\ -C \cdot \Omega & 0 \end{bmatrix} ; \mathbb{K} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$$

Question 28 : par une démarche similaire à la partie précédente, déterminer la forme de la réponse en régime libre et calculer les pulsations propres des modes souples (dans le cas où $N = 11000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$).

Comme dans la question 21 on va chercher des solutions sous la forme :

$$q_x(t) = Q_x \cdot e^{r \cdot t} \text{ et } q_y(t) = Q_y \cdot e^{r \cdot t}$$

$$\dot{q}_x(t) = r \cdot Q_x \cdot e^{r \cdot t} ; \dot{q}_y(t) = r \cdot Q_y \cdot e^{r \cdot t} ; \ddot{q}_x(t) = r^2 \cdot Q_x \cdot e^{r \cdot t} ; \ddot{q}_y(t) = r^2 \cdot Q_y \cdot e^{r \cdot t}$$

On obtient le système de deux équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} M \cdot r^2 + K & C \cdot \Omega \cdot r \\ -C \cdot \Omega \cdot r & M \cdot r^2 + K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Qui admet une solution non triviale si :

$$\begin{vmatrix} M \cdot r^2 + K & C \cdot \Omega \cdot r \\ -C \cdot \Omega \cdot r & M \cdot r^2 + K \end{vmatrix} = 0$$

$$(M \cdot r^2 + K)^2 + C^2 \cdot \Omega^2 \cdot r^2 = 0$$

$$M^2 \cdot r^4 + (C^2 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot M \cdot K) \cdot r^2 + K^2 = 0$$

$$a = M^2 ; b = C^2 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot M \cdot K ; c = K^2$$

$$\text{avec } \Delta = (C^2 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot M \cdot K)^2 - 4 \cdot M^2 \cdot K^2 = C^4 \cdot \Omega^4 + 4 \cdot M \cdot K \cdot C^2 \cdot \Omega^2 > 0$$

La somme des racines est toujours négative, le produit des racines est toujours positif, donc les racines sont négatives. Les r_i seront donc imaginaires purs.

On pose $R = r^2$

$$R_1 = \frac{-(C^2 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot M \cdot K) + \sqrt{C^4 \cdot \Omega^4 + 4 \cdot M \cdot K \cdot C^2 \cdot \Omega^2}}{2 \cdot M^2}$$

$$R_2 = \frac{-(C^2 \cdot \Omega^2 + 2 \cdot M \cdot K) - \sqrt{C^4 \cdot \Omega^4 + 4 \cdot M \cdot K \cdot C^2 \cdot \Omega^2}}{2 \cdot M^2}$$

Application Numérique :

Pour la première vitesse critique, nous trouvons :

$$N_1 = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{16 \cdot L^3 \cdot (M_d + \rho \cdot L \cdot S)}}$$

$$E = 200 \text{ MPa} ; I = 128 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 ; L = 0,65 \text{ m} ; M_d = 46 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; \rho = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} ; S = 127 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$N_1 = 6847 \text{ tr} \cdot \text{mn}^{-1}$$

Pour la deuxième vitesse critique, nous trouvons :

$$A_d = 3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; C_d = 0,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; E = 200 \text{ MPa} ; I = 128 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 ; S = 127 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 ; \rho = 7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} ; L = 0,65 \text{ m} ; \Omega = 1152 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1} ; M = 148,4 \text{ kg} ; C = 14,0 \text{ kg} ; K = 9,08 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$a = 2,20 \cdot 10^4 ; b = 2,69 \cdot 10^{11} ; c = 8,24 \cdot 10^{17} ; \Delta = 1,40 \cdot 10^{20}$$

$$R_1 = -6,39 \cdot 10^6 ; R_2 = -5,85 \cdot 10^6$$

$$N_2 = 23100 \text{ tr} \cdot \text{mn}^{-1} ; N'_2 = 24140 \text{ tr} \cdot \text{mn}^{-1}$$

Question 29 : les courbes figures 10 et 11 montrent un résultat de simulation et un relevé expérimental réalisé sur un compresseur. Confronter les résultats analytiques, les résultats de simulation et les mesures afin de discuter des écarts.

Notre modèle simplifié étant plus rigide, nous trouvons des vitesses critiques beaucoup plus élevées que celle fournie sur la figure 10 (4000 et 15000 tr·mn⁻¹) qui provient d'un modèle plus fin sur un logiciel de simulation par éléments finis. On note une bonne concordance entre la figure 10 (simulation) et la figure 11 (expérimentation) sur la première vitesse critique. La mesure est limitée à 11000 tr·mn⁻¹ et ne montre évidemment pas la seconde vitesse critique, calculée par simulation.

Partie 4

Question 30 : donner, dans le cas général, les expressions des équations locales de conservation de la masse et de Navier-Stokes.

Équation de continuité (conservation de la masse) : $\frac{D(\rho)}{Dt} = \frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \vec{V}) = 0$

Équation de Navier – Stokes : $\text{div}(\vec{\sigma}) + \vec{f}_d = \rho \cdot \vec{\gamma}$

Avec pour un fluide Newtonien $\vec{\sigma} = -p \cdot \vec{1} + 2 \cdot \eta \cdot \vec{D}$

Et pour l'accélération en coordonnées Eulériennes

$$\vec{\gamma} = \frac{D(\vec{V})}{Dt} = \frac{\partial(\vec{V})}{\partial t} + \overline{\text{grad}}(\vec{V}) \cdot \vec{V} = \frac{\partial(\vec{V})}{\partial t} + \overline{\text{grad}}\left(\frac{V^2}{2}\right) + \overline{\text{rot}}(\vec{V}) \wedge \vec{V}$$

Ce qui donne comme équation de Navier-Stokes

$$-\overline{\text{grad}}(p) + 2 \cdot \eta \cdot \text{div}(\vec{D}) + \vec{f}_d = \rho \cdot \left[\frac{\partial(\vec{V})}{\partial t} + \overline{\text{grad}}\left(\frac{V^2}{2}\right) + \overline{\text{rot}}(\vec{V}) \wedge \vec{V} \right]$$

Question 31 : traduire analytiquement les hypothèses proposées par l'énoncé. Compléter par les différentes hypothèses qui vous paraissent pertinentes dans le cadre du problème posé. Définir précisément les conditions aux limites du problème.

H1 : l'écoulement est supposé stationnaire $\rightarrow \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} = 0$

H2 : le fluide est supposé incompressible $\rightarrow \rho = \text{cte}$

H3 : le fluide est supposé parfait $\rightarrow \eta = 0$

H4 : écoulement plan entre deux disques $\rightarrow V_z = 0 ; \frac{\partial(\cdot)}{\partial z} = 0$

H5 : écoulement axisymétrique : $\rightarrow \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} = 0$

Ce qui donne pour l'équation de continuité H1 + H2 :

$\text{div}(\vec{V}) = 0$ (eq1)

$$\overline{\text{grad}}(p) = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \overline{\text{rot}}(\vec{V}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} \end{pmatrix}$$

$$\overline{\text{rot}}(\vec{V}) \wedge \vec{V} = \begin{pmatrix} \frac{V_\theta}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} \\ \frac{V_r}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix} ; \overline{\text{grad}}\left(\frac{V^2}{2}\right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} \cdot V_r + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \cdot V_\theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Conditions aux limites en $r = R_i$: $Q_i = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_i \cdot h \cdot V_r(R_i)$

Question 32 : sachant que la vitesse du fluide dans le diffuseur est comprise entre environ $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $130 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, déterminer à l'aide de l'abaque de Moody (figure 15) l'expression du frottement visqueux f_d en précisant les applications numériques.

Calcul du nombre de Reynolds

Pour $V = 50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu}$$

Application numérique :

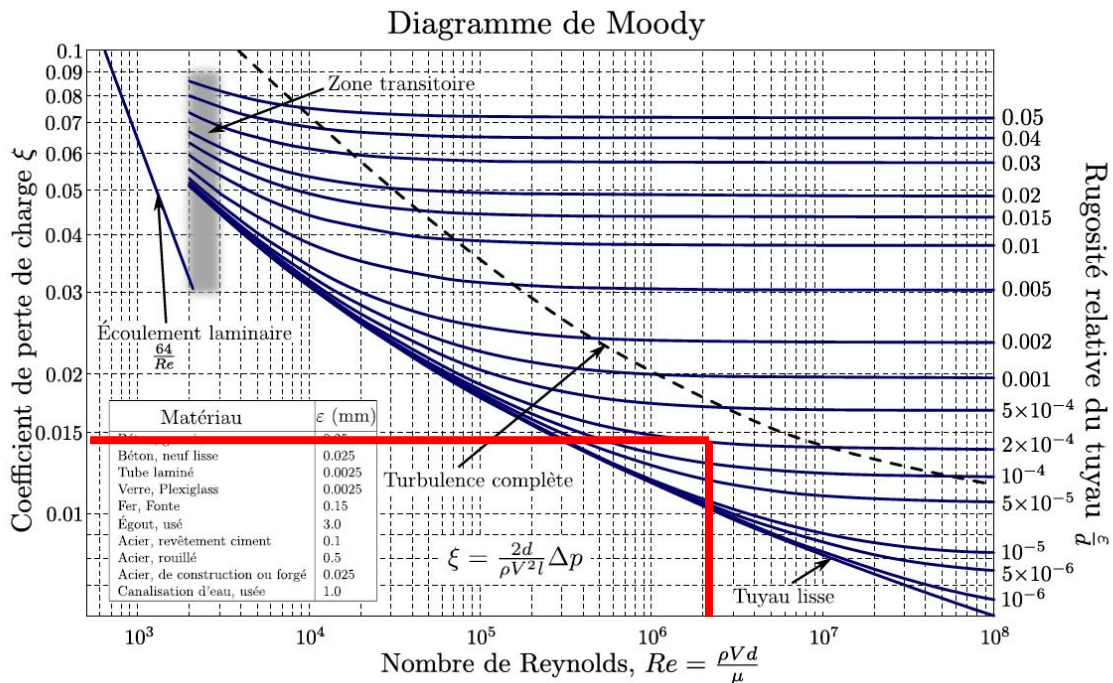
avec $\rho = 150 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $d = h = 0,007 \text{ m}$; $\mu = 0,00001027 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $Re = 5,1 \cdot 10^6$

Pour une vitesse plus élevée que $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ le nombre de Reynolds augmente, mais cela ne change pas le coefficient de frottement qui est stable à partir de cette vitesse.

Pour une rugosité relative de $\frac{\varepsilon}{h} = 2 \cdot 10^{-4}$, on trouve un coefficient de frottement de $\xi = 0,014$.

Soit une perte de charge linéaire de :

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \xi \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2 \cdot h} = 0,014 \cdot \frac{150 \cdot 50^2}{2 \cdot 0,007} = 0,375 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{-1}$$



Expression de la force volumique du frottement visqueux, par identification avec :

$$\vec{f}_d = -\frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \vec{V} ; \vec{f}_d = -\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot \frac{\rho \cdot \|\vec{V}\|}{h} \cdot \vec{V}$$

AN : $\xi = 0,014$; $\rho = 150 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $V = 50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $h = 0,007 \text{ m}$; on trouve un coefficient $\lambda = 15000 \text{ Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$

Question 33 : traduire les équations de conservation de la masse et de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques puis simplifier ces équations à l'aide des hypothèses formulées, de façon à obtenir un système de trois équations les plus simples possibles.

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (r \cdot V_r) = 0 \text{ (éq 1)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_r = \rho \cdot \left[-\frac{V_\theta}{r} \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial r} \cdot V_r + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \cdot V_\theta \right] \text{ (éq 2)}$$

$$-\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_\theta = \rho \cdot \left[\frac{V_r}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} \right] \text{ (éq 3)}$$

Ce qui donne après simplification :

$$r \cdot V_r = k_1 \text{ (éq 1)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_r = \rho \cdot \left[-\frac{(V_\theta)^2}{r} + \frac{\partial V_r}{\partial r} \cdot V_r \right] \text{ (éq 2)}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_\theta = \rho \cdot \left[\frac{V_r \cdot V_\theta}{r} + V_r \frac{\partial(V_\theta)}{\partial r} \right] \text{ (éq 3)}$$

Question 34 : résoudre analytiquement le problème pour déterminer le champ de vitesses ainsi que la variation de pression radiale. En déduire la vitesse en sortie du diffuseur puis conclure sur le critère de conversion de l'énergie cinétique en pression du cahier des charges proposé.

Résolution de l'équation 1

$$V_r = \frac{k_1}{r}$$

On calcule la valeur numérique de k_1 avec l'équation des conditions aux limites.

En $r = R_i$: $Q_i = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_i \cdot h \cdot V_r(R_i)$

$$k_1 = \frac{Q}{\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot h}$$

AN : $Q = 90,3 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-3}$; $\rho = 150 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $h = 0,007 \text{ m}$; on trouve $k_1 = 13,68 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$

Résolution de l'équation 3

$$-\frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_\theta = \rho \cdot \left[\frac{V_r \cdot V_\theta}{r} + V_r \cdot \frac{\partial(V_\theta)}{\partial r} \right]$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_\theta = \rho \cdot \left[\frac{k_1 \cdot V_\theta}{r^2} + \frac{k_1}{r} \cdot \frac{\partial(V_\theta)}{\partial r} \right]$$

$$\frac{\partial(V_\theta)}{\partial r} = - \left[\frac{\lambda \cdot r}{2 \cdot \rho \cdot k_1} + \frac{1}{r} \right] \cdot V_\theta$$

$$\frac{d(V_\theta)}{V_\theta} = - \left[\frac{\lambda \cdot r}{2 \cdot \rho \cdot k_1} + \frac{1}{r} \right] \cdot dr$$

$$\ln\left(\frac{V_\theta}{k_2}\right) = -\ln(r) - \frac{\lambda \cdot r^2}{4 \cdot \rho \cdot k_1} = \ln\left(\frac{e^{\left(\frac{\lambda \cdot r^2}{4 \cdot \rho \cdot k_1}\right)}}{r}\right)$$

$$V_\theta = \frac{k_2}{r} \cdot e^{\left(\frac{\lambda \cdot r^2}{4 \cdot \rho \cdot k_1}\right)}$$

On calcule le coefficient k_2 à partir de la donnée du coefficient de glissement du disque $\mu = V_\theta/U$

Application numérique :

$$N = 11000 \text{ tr}\cdot\text{mn}^{-1} ; R_i = 0,173 \text{ m} ; \rho = 150 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} ; k_1 = 13,68 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1} ; \lambda = 27000 \text{ Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$$

On trouve $k_2 = 19 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$

Question 35 : dans le cas où $f_d = 0$, intégrer le gradient de pression et déterminer l'augmentation de pression à travers le diffuseur.

Résolution de l'équation 2

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \cdot \left[\frac{(V_\theta)^2}{r} - \frac{\partial V_r}{\partial r} \cdot V_r \right] - \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_r$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \cdot \left[\frac{k_2^2}{r^3} e^{\left(\frac{\lambda \cdot r^2}{2 \cdot \rho \cdot k_1}\right)} + \frac{k_1^2}{r^3} \right] - \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \frac{k_1}{r}$$

Cette expression ne s'intègre pas analytiquement à cause du terme en exponentielle. Si on néglige le terme en exposant qui est proche de un entre les deux rayons, l'expression devient intégrable à la main pour donner :

$$\Delta p = -\frac{\lambda}{2} \cdot k_1 \cdot \ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right) - \frac{\rho}{2} \cdot (k_1^2 + k_2^2) \cdot \left(\frac{1}{R_e^2} - \frac{1}{R_i^2}\right)$$

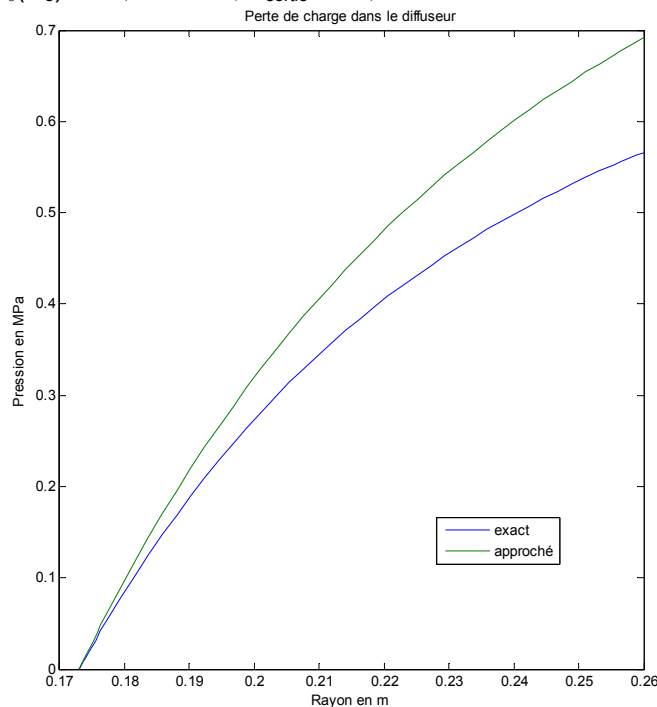
Question 36 : conclure sur le critère de perte de charge du cahier des charges proposé.

Application numérique :

$$R_i = 0,173 \text{ m} ; R_e = 0,260 \text{ m} ; \rho = 150 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} ; k_1 = 13,68 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1} ; k_2 = 19,02 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1} ; \lambda = 27000 \text{ Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$$

On trouve $\Delta p = 0,69 \text{ MPa}$ (on tenant compte du terme en exponentiel on trouverait par une résolution numérique $\Delta p = 0,56 \text{ MPa}$).

$$V_r(R_e) = 52,64 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} ; V_\theta(R_e) = 58,57 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} ; V_{\text{sortie}} = 78,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$



Question 37 : conclure sur cette étude en dégagant les principaux critères dimensionnants pour un compresseur centrifuge. Présenter votre synthèse sous forme d'un tableau faisant apparaître les

critères de performance, les contraintes technologiques, les modèles utilisables et les principaux paramètres dimensionnant.

Fonctions techniques	Critères de dimensionnement / Contraintes technologiques	Paramètres d'ajustement de la solution technique	Modèles pertinents pour valider le critère
Comprimer le gaz	Rendement Nombre de Mach Vitesse périphérique Couple moteur	Diamètre de l'arbre Diamètre des disques Nombre d'étages Échangeur thermique	Modèle thermodynamique de la compression
Transmettre le couple entre les disques et l'arbre	Couple maximal transmissible Limite élastique Tolérances d'usinage Limite de température	Intervalle de tolérance de l'assemblage Température de frettage Possibilité de changer de solution technique	Modèle de mécanique des milieux continus en hypothèse plane
Entraîner les disques en rotation	Balourd admissible Fréquence et amplitude des modes de résonance Position de la plage d'utilisation entre les modes de résonances	Diamètre de l'arbre et des disques Position et raideur des paliers Vitesse de rotation du compresseur	Modèle dynamique de type solide rigide ou de type arbre souple
Convertir l'énergie cinétique en énergie potentielle	Rendement Encombrement	Diamètre extérieur du diffuseur Épaisseur du diffuseur	Modèle de mécanique des fluides, en hypothèse plane

Rapport du jury de l'épreuve de modélisation d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

1. Présentation du sujet

Les auteurs du sujet remercient la société Thermodyn (GE – Oil & Gas) du Creusot et particulièrement monsieur Pierre Laboube, responsable R&D, pour son accueil chaleureux et les précieux renseignements qu'elle a bien voulu leur communiquer.

Le sujet portait sur le dimensionnement partiel d'un compresseur centrifuge de forte puissance, utilisé dans l'industrie pétrolière pour la réinjection de gaz dans les puits. Le thème s'inscrit dans le contexte de l'énergie, stratégique d'un point de vue économique et sociétal, et qui par ailleurs constitue l'un des piliers de l'industrie.

Quatre parties indépendantes permettaient progressivement de dimensionner les paramètres principaux du compresseur, en soulignant les compromis entre les contraintes technologiques, les critères du cahier des charges et les performances atteintes. Pour cela, quatre modélisations étaient proposées de manière à couvrir l'ensemble du programme, ce qui permettait aux candidats de choisir les entrées qui permettaient de mettre en valeur leurs compétences :

- partie 1 - dimensionnement de la géométrie du compresseur ;
- partie 2 - spécification de la solution d'assemblage des disques ;
- partie 3 - validation du comportement vibratoire du compresseur ;
- partie 4 - validation de l'encombrement radial du compresseur.

2. Analyse globale des résultats

Globalement les résultats ne sont pas conformes aux attentes du jury. Le jury attendait une réflexion sur la justification de la modélisation. Dans cet esprit, toutes les formules utiles étaient données. Mais trop peu de candidats réussissent à les exploiter correctement.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Partie 1 : dimensionnement de la géométrie du compresseur

Le questionnement proposait aux candidats de modéliser la compression du gaz dans un étage du compresseur de façon à déterminer le nombre d'étages nécessaires et les diamètres interne et externe des disques permettant de valider le cahier des charges (taux de compression) tout en respectant certaines contraintes technologiques (température, nombre de mach du gaz et vitesse en périphérie du disque, tenue de l'arbre en torsion). Deux modèles sont envisagés : le cas théorique (de référence) d'une compression isentropique sans glissement, puis la prise en compte des irréversibilités par un modèle polytropique avec glissement. Ces deux niveaux d'approximation permettent de déterminer s'il est rentable d'installer un échangeur thermique intermédiaire en vue d'améliorer le rendement du compresseur.

Les premières questions relatives au cas de référence permettent aux candidats de s'appropriier la démarche dans une situation idéale proche du cours. Les parties suivantes suivent la même démarche et prennent en compte des phénomènes plus complexes de la transformation réelle, pour

déboucher sur les critères dimensionnants. Les expressions des principes et théorèmes utiles sont rappelées en début de partie, de façon à donner aux candidats tous les moyens de s'exprimer.

Un quart des candidats a largement abordé cette partie et quelques-uns l'ont traitée entièrement, en obtenant presque la totalité des points. Seule la question 10 a été particulièrement peu abordée, probablement par sa situation en fin de partie, car elle ne présente pas de difficulté particulière.

Partie 2 : spécification de la solution d'assemblage des disques

Cette partie visait à déterminer l'ajustement de l'assemblage fretté (serrage minimal et maximal) des disques sur l'arbre, permettant de transmettre le couple par frottement en phase de rotation sans dépasser la limite élastique en phase d'arrêt. L'étude se termine par la validation du procédé de frettage par dilatation du disque, en s'assurant que la température requise ne modifie pas la structure de l'acier.

Le questionnaire proposait de justifier les hypothèses, formuler les équations générales du problème puis de les simplifier au regard des hypothèses. La résolution n'est pas demandée et le questionnaire se poursuit à partir d'un formulaire précisant la forme de la solution.

La relation traduisant la compatibilité des dilatations de l'arbre et du disque a été trouvée par très peu de candidats. Cette constatation doit interroger sur la faculté des candidats à exploiter les équations fondamentales de l'élasticité et à en comprendre leur signification physique.

Les candidats ont bien abordé le début de la partie, lorsqu'il s'agit de poser le problème, mais aboutissent plus rarement au résultat sur le serrage. La question 20 est très souvent abordée, généralement avec le seul jeu j pris en compte.

Partie 3 : validation du comportement vibratoire du compresseur

Les vibrations constituent une menace critique pour le compresseur. L'étude proposait de déterminer les fréquences et les amplitudes des premiers modes de vibration, susceptibles d'être proches de la fréquence de rotation du compresseur. Les modes aux plus basses fréquences sont d'une part des modes de corps rigide (impliquant essentiellement un déplacement aux paliers) et d'autre part les premiers modes souples (impliquant essentiellement une déformation de l'arbre). Ces modes dépendent de la vitesse de rotation de l'arbre.

La partie 3.1 développe un modèle de type corps rigide par l'application classique du principe fondamental de la dynamique. Les équations linéarisées sont mises sous forme matricielle et débouchent sur la caractérisation des modes.

La partie 3.2 développe un modèle de type arbre souple par une méthode énergétique (équations de Lagrange, dont la forme était rappelée dans l'énoncé). À nouveau les équations obtenues sont mises sous forme matricielle et débouchent sur la caractérisation des modes.

La partie se conclut sur une comparaison entre un résultat de simulation (issue du logiciel métier utilisé chez Thermodyn, donc plus précis que les résultats obtenus analytiquement) et un résultat de mesure.

La première question assez calculatoire a été très mal traitée par de nombreux candidats entraînant de nombreux abandons pour cette partie.

Les candidats ont souvent abordé la partie 3.1 sans une exploitation judicieuse des approximations, ce qui a impliqué dans beaucoup de cas des calculs fastidieux et des erreurs. La mise sous forme matricielle est généralement réussie, mais peu de candidats parviennent à amorcer l'étude vibratoire et la caractérisation des modes. Il est dommage de découvrir des candidats qui mélangent les relations vectorielles et scalaires bien que celles-ci soient fournies.

Le calcul des énergies cinétiques et de déformation est rarement bien abordé. Les résultats étaient donnés, ce qui a permis aux candidats de poursuivre (les candidats partant d'une expression fautive et aboutissant au résultat donné dans l'énoncé n'ont trompé personne ; les correcteurs conseillent aux candidats la plus grande honnêteté scientifique). L'approche par les équations de Lagrange est étonnamment bien abordée (mieux que l'approche par le PFD).

Partie 4 : validation de l'encombrement radial du compresseur

La partie 4 s'intéressait au dimensionnement du diffuseur, dont le diamètre extérieur doit répondre à un compromis entre rendement et encombrement. Le questionnaire proposait de poser les équations puis de les simplifier au regard des hypothèses sur le fluide et l'écoulement. La viscosité, prise en compte comme une force de volume évaluée à l'aide de l'abaque de Moody, permet après calcul de déboucher sur une évaluation de la perte de charge et de la diminution de la vitesse en fonction du diamètre extérieur, et d'évaluer les compromis entre efficacité du diffuseur, rendement et encombrement.

Les candidats ont moins souvent abordé cette partie. Généralement, les équations sont posées, les hypothèses sont prises en compte, le coefficient de perte de charge est déterminé à l'aide de l'abaque, mais le calcul de la solution n'est pas mis en œuvre.

Partie 5 : conclusions

La dernière question du sujet visait à élaborer un tableau de synthèse des paramètres dimensionnants, des contraintes technologiques et des modèles permettant leur évaluation.

Peu de candidats ont abordé cette question, probablement par manque de temps. Certains tableaux réalisés trop rapidement ne constituaient qu'une liste anarchique sans structure, tandis que d'autres permettaient de rendre compte des liens entre paramètres, critères et modèles.

4. Conclusion

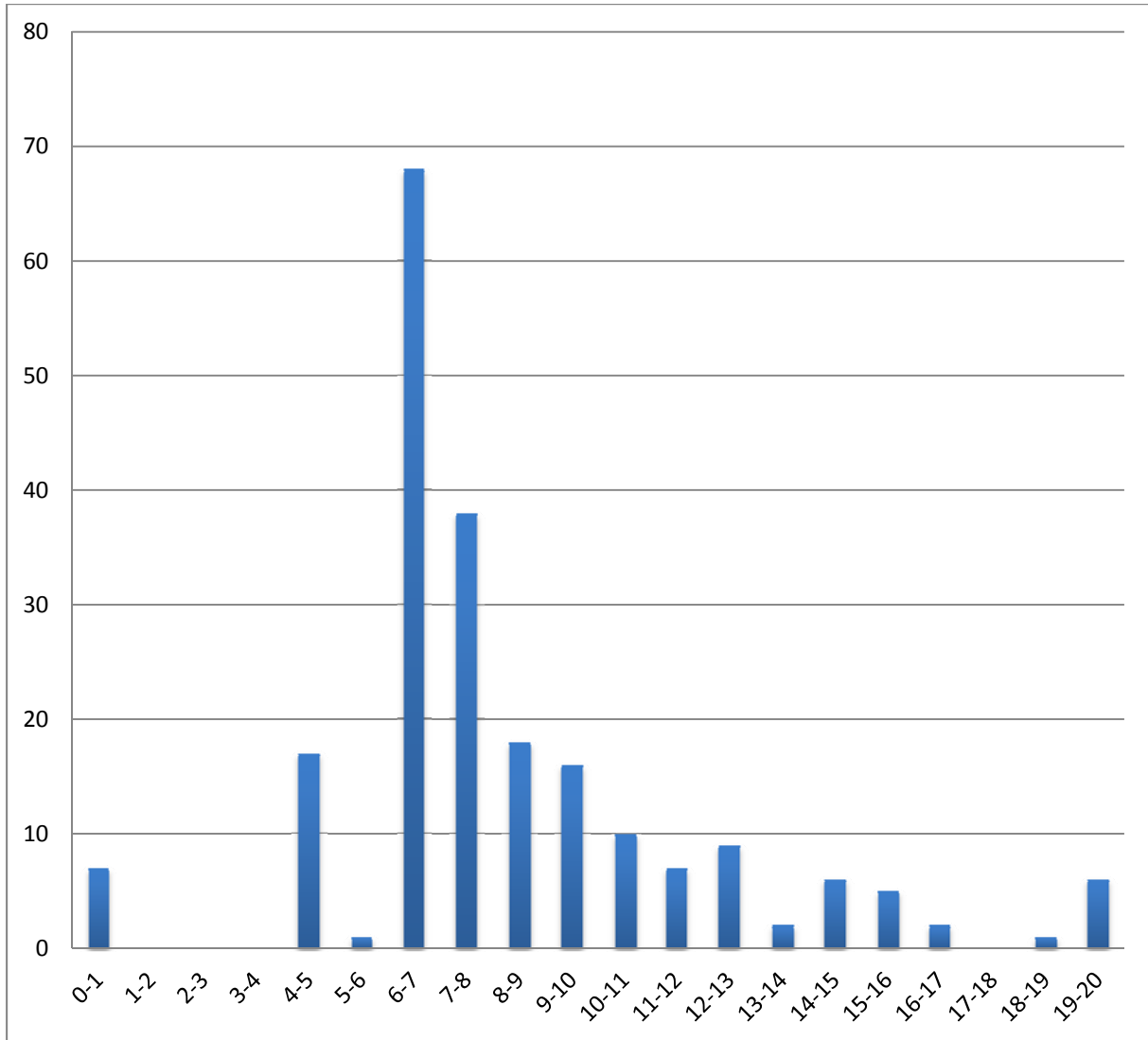
Cette année, première session de l'agrégation externe section sciences industrielles de l'ingénieur, option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique, l'épreuve de modélisation était nouvelle. L'accent a été mis tout particulièrement sur les aspects modélisation qui doivent être de plus en plus présents dans les préoccupations des formateurs des disciplines de sciences industrielles de l'ingénieur. Le champ couvert était large, thermodynamique, mécanique du solide non déformable et déformable, mécanique des fluides. Certaines parties restaient classiques et en continuité avec l'ancienne épreuve de mécanique générale et des milieux déformables de l'agrégation de mécanique et dans ces domaines, on aurait pu s'attendre à de meilleurs résultats. Comme les années précédentes, on observe que de nombreux candidats semblent faire des impasses sur des parties importantes des disciplines fondamentales des sciences de l'ingénieur.

Si la majorité des candidats présente des copies claires, proprement rédigées, aux résultats encadrés bien apparents, certains rendent des copies comportant de nombreuses ratures, ce qui est inadmissible pour un futur enseignant.

5. Résultats

213 candidats, dont 25 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,3/20 et l'écart-type 3,7/20 avec :

- 20 comme meilleure note ;
- 0 comme note la plus basse.



Éléments de correction de l'épreuve de conception préliminaire d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

PARTIE A – ÉTUDE DU RENDEMENT DU MOTEUR DE LA POMPE EN FONCTIONNEMENT

A-1 : étude et optimisation du rendement du moteur de la pompe

Question 1 : proposer un ou des éléments légitimant cette simplification.

La réactance X_s modélise la réactance de fuite statorique. La MAS est alimentée au stator par des tensions élevées (plusieurs centaines de volt), le rendement d'une MAS est élevée (>70 %) ; la chute de tension $X_s \cdot I_s$ est donc faible devant la tension d'alimentation donc négligeable.

Question 2 : déterminer numériquement les différentes pertes dissipées par la MAS, à savoir les pertes fer P_{fe} représentées par l'effet de R_{fe} , les pertes joules rotoriques P_{Rr} représentées par l'effet de R'_r , les pertes joules statoriques P_{Rs} représentées par l'effet de R_s .

$$P_{fe} = 3 \cdot V_m^2 / R_{fe} = 3 \cdot 226,7 / 438^2 = 352,0 \text{ W}$$

$$P_{Rr} = 3 \cdot R'_r \cdot I_r'^2 = 3 \cdot 1,61 \cdot 9,26^2 = 414,2 \text{ W}$$

$$P_{Rs} = 3 \cdot R_s \cdot I_s^2 = 3 \cdot 0,36 \cdot 10,30^2 = 114,6 \text{ W}$$

Question 3 : déterminer le rendement η de la MAS et préciser dans quelle classe de rendement IE se trouve cette MAS, IE1 (rendement standard $\eta \geq 84,7\%$) ou IE2 (haut rendement $\eta \geq 87,7\%$) ou IE3 (rendement Premium $\eta \geq 89,6\%$).

$$g = (N_s - N) / N_s = (1500 - 1395) / 1500 = 7\%$$

$$\eta = P_u / P_s = (P_{em} - P_{Rr}) / (P_{em} + P_{fe} + P_{Rs}) = (P_{Rr} \cdot (1 - g) / g) / (P_{Rr} \cdot (1 - g) / g + P_{fe} + P_{Rs})$$

$$\eta = (414,2 \cdot (1 - 0,07) / 0,07) / (414,2 / 0,07 + 352,0 + 114,6) = 86,2 \%$$

MAS en IE1

Question 4 : déterminer le rendement de la MAS avec les valeurs de puissance proposées. Déterminer la valeur des pertes à compenser par modification de cette MAS pour passer en IE2 et IE3.

$$\eta = P_u / P_s = P_u / (P_u + P_{fe} + P_{fw} + P_{Rs} + P_{Rr} + P_{LL} + P_{Lr}) = 5500 / (5500 + 350 + 50 + 110 + 410 + 60) = 84,88 \%$$

Pour IE2, on désire un rendement = 87,7 % soit un gain à obtenir de $5500 / 0,8488 - 5500 / 0,877 = 208,4 \text{ W}$

Pour IE3, on désire un rendement = 89,6 % soit un gain à obtenir de $5500 / 0,8488 - 5500 / 0,896 = 341,3 \text{ W}$

Question 5 : déterminer le gain des pertes joules en watt, dans la cage d'écurie du rotor si l'entreprise KSB substitue un alliage de cuivre à l'alliage d'aluminium.

Les dimensions ne changent pas donc la résistance rotorique est linéairement liée à la résistivité du matériau ($R = \rho \cdot L/S$).

Les pertes sont linéairement liées à la résistance.

$$\text{Gain} = P_{Rr} - P_{Rr} \cdot \rho_{Cu} / \rho_{Alu} = 410 - 410 \cdot 16 \cdot 10^{-9} / 26 \cdot 10^{-9} = 157,7 \text{ W}$$

Question 6 : déterminer le pourcentage de la section des enroulements statoriques que devra rajouter l'entreprise KSB pour obtenir un gain en pertes joules statoriques de 37W (matériau et courants non modifiés au stator).

La résistance dépend de l'inverse de la section des conducteurs ($R = \rho \cdot L/S$), la résistivité et la longueur sont les mêmes (on ne change pas le matériau et les dimensions géométriques de la MAS).

On désire passer de 110 W de pertes à 73 W donc augmentation de la section de 50 %.

Question 7 : en reprenant les gains sur les pertes joules statoriques et rotoriques obtenus précédemment, déterminer les gains que doit obtenir l'entreprise KSB sur les pertes fer de sa MAS pour obtenir une MAS de classe IE2 et IE3.

En IE2 :

$$\text{Gain en perte fer} = \text{gain à obtenir} - \text{gain en pertes joules rotoriques} - \text{gain en pertes joules statoriques} \\ = 208,4 \text{ W} - 157,7 \text{ W} - 37 \text{ W} = 13,7 \text{ W}$$

En IE3 :

$$\text{Gain en perte fer} = \text{gain à obtenir} - \text{gain en pertes joules rotoriques} - \text{gain en pertes joules statoriques} \\ = 341,3 \text{ W} - 157,7 \text{ W} - 37 \text{ W} = 146,6 \text{ W}$$

Question 8 : déterminer, s'il existe dans le tableau du document ressource DR2, le matériau qui permettrait d'obtenir une MAS en classe IE2 et IE3. Proposer le matériau ayant les pertes massiques les plus élevées.

$$\text{Pertes fer dans les tôles avec le matériau actuel (P800-100A)} = 30 \cdot 6,59 = 197,7 \text{ W}$$

$$\text{En IE2 : Choix du M600-65A} = 119,1 \text{ W compense les } 13,7 \text{ W}$$

$$\text{En IE3 : } 197,7 \text{ W} - 146,6 \text{ W} = 51,1 \text{ W} = \text{pertes dans les tôles à compenser.}$$

$$\text{Pertes massiques} = 51,1 \text{ W} / 30 \text{ kg} = 1,70 \text{ W/kg ; n'existe pas chez ce fournisseur actuellement.}$$

Question 9 : conclure quant aux résultats des questions précédentes et argumenter, du point de vue du développement durable sur les impacts liés à l'augmentation de la section des enroulements. Dans le cas d'impossibilité d'obtenir une MAS en classe IE2 ou/et IE3 avec les éléments fournis dans ce sujet proposer les moyens à envisager pour atteindre cet objectif.

Obtention d'une MAS IE2, on peut même supprimer la modification de la section des enroulements statoriques (critère coût matière/coût facture énergétique à déterminer).

Dans l'état, pas de possibilité d'obtenir une MAS en IE3.

Voir des tôles chez d'autres fournisseurs.

Minimiser les pertes magnétiques dans les autres éléments de la MAS.

Augmenter les sections de conducteurs statoriques et/ou rotoriques.

Améliorer la qualité de bobinage (réduction des chignons).

A-2 : étude de la valeur de l'entrefer (e)

Question 10 : en analysant l'équation donnant le couple électromagnétique C_{em} en fonction des courants et des inductances, montrer que celui-ci dépend de la valeur de l'entrefer (e). Préciser sous quelle forme (linéaire, quadratique, autre...). Conclure.

Seules les mutuelles inductances reliant stator-rotor dépendent de θ .

$$C_{em} = \underline{I}_s^T \left\{ \frac{d}{d\theta} [M_{sr}(\theta)] \right\} \underline{I}_r$$

$$C_{em} = \begin{bmatrix} i_{s1} & i_{s2} & i_{s3} \end{bmatrix} \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta) & M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta + \frac{2 \cdot \pi}{3}) & M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta - \frac{2 \cdot \pi}{3}) \\ M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta - \frac{2 \cdot \pi}{3}) & M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta) & M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta + \frac{2 \cdot \pi}{3}) \\ M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta + \frac{2 \cdot \pi}{3}) & M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta - \frac{2 \cdot \pi}{3}) & M_{sr} \cdot \cos(p \cdot \theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix}$$

C_{em} dépendra donc linéairement de M_{sr} avec :

$$M_{sr} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{LR}{e} k_s n_s k_r n_r$$

Donc C_{em} dépend de l'inverse de l'entrefer e. Il est donc important de minimiser cette valeur.

Question 11 : déterminer le couple électromagnétique nominal C_{emn} que peut fournir cette MAS et en déduire la valeur de l'entrefer (e) à respecter prenant en compte le coefficient numérique de $0,0116 \text{ kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$.

La vitesse de synchronisme d'une MAS tétrapolaire est $\Omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s / p = 2 \cdot \pi \cdot 50 / 2$

$$P_{emn} = P_{sn} - (100\% - (0,86 + 0,09)) \cdot P_{sn} = P_{sn} - 5\% \cdot P_{sn} = P_{un} \cdot 0,95 / 0,86 = 5500 \cdot 0,95 / 0,86 = 6075,6 \text{ W}$$

$$C_{emn} = P_{emn} / \Omega_s = 38,7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$C_{emn} = 0,0116 / e = 38,7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$e = 0,3 \text{ mm}$$

Question 12 : comparer la valeur recherchée par le constructeur (e = 0,2 mm) avec la valeur déterminée. Préciser quels sont les éléments qui ont amené le constructeur à cette valeur.

Le modèle de la MAS utilisé dans cette partie est un modèle simple linéaire.

On ne tient pas compte de l'effet de saturation magnétique.

Le fait de limiter l'entrefer permet de limiter le magnétisant nécessaire au fonctionnement de la MAS (limitation du courant absorbé, amélioration du rendement).

Le fait de limiter l'entrefer assure un rendement minimum suite à la variabilité des MAS.

Une valeur trop faible de e augmente par contre les contraintes mécaniques de construction (cf. suite de ce sujet).

PARTIE B - ÉTUDE DU GUIDAGE EN ROTATION DE L'ARBRE DE POMPE

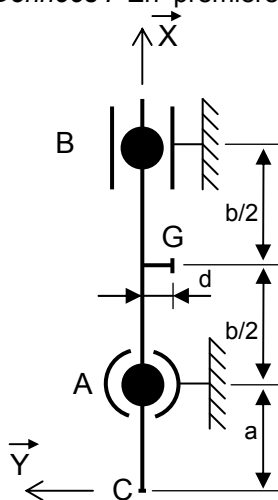
Le contexte : pour obtenir un couple électromagnétique et donc un rendement moteur satisfaisant, l'entreprise KSB a décidé que l'entrefer (e) du moteur à respecter devrait être au maximum de 0,2 mm.

Problème à résoudre : les efforts hydrauliques ainsi que les résultantes dynamiques liées à la conception du guidage en rotation de l'arbre moteur ont-ils des effets sur la valeur de l'entrefer (e), sur le comportement énergétique de l'ensemble tournant (pertes) et donc sur le rendement attendu ? Les solutions technologiques actuelles sont-elles satisfaisantes ?

L'objectif de cette étude consiste à justifier que les solutions technologiques et constructives retenues par le constructeur vis à vis de la conception du guidage en rotation de l'ensemble tournant (arbre moteur et composants), garantissent un entrefer maximal de 0,2 mm. Il s'agit de vérifier que les conditions d'étanchéité et de durée de vie prévues par le constructeur sont respectées et d'évaluer les effets de ces choix technologiques constructifs sur les pertes énergétiques induites.

B-1 : estimation des effets dynamiques et hydrauliques sur l'entrefer e

Données : En première approximation, l'ensemble tournant est assimilé à un modèle poutre ci-dessous.



Caractéristique du modèle :

- E, module d'Young - 203 000 MPa ;
- G, centre de gravité de l'ensemble tournant ;
- D, diamètre moyen de l'arbre - 60 mm ;
- A, distance roue palier - 250 mm ;
- B, distance inter palier - 400 mm ;
- D, distance de G à l'axe de rotation : d=0,02 mm ;
- m_G, masse de l'ensemble tournant - 10 kg ;
- N, fréquence de rotation de l'arbre - 1 500 tr/min ;
- P_m, puissance motrice en régime établi - 4 kW.

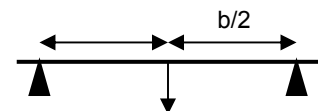
L'action du poids est négligée et les actions hydrauliques (F_h) du fluide sur la roue sont modélisées par une résultante au point C : $\vec{F}_h = F_h \cdot \vec{Y}$ avec F_h = 5 000 N.

Question 13 : déterminer la flèche maximale de la poutre due aux effets dynamiques liés à l'excentration du centre de gravité. Déterminer la flèche maximale de la poutre due aux actions hydrauliques. Conclure quant aux conséquences de cette flèche sur l'entrefer. Sur quels paramètres est-il possible d'agir pour diminuer cette flèche ?

Estimation de l'effet des résultantes dynamiques sur l'entrefer :

Soit R_D la résultante dynamique : R_D = m.e.ω²

Le modèle est un modèle de RdM classique :

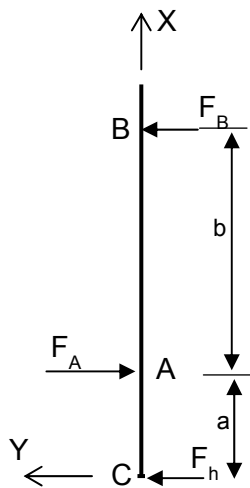


La flèche est donc : $y_D = \frac{R_D \cdot b^3}{48 \cdot E \cdot I_{GZ}}$ avec $I_{GZ} = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$ soit $y_D = 5 \cdot 10^{-5}$ mm

Pour diminuer la flèche il est possible d'agir sur l'équilibrage de l'ensemble tournant (e), sur la rigidité des deux roulements jumelés en A (non pris en compte ici), sur le diamètre de l'arbre (D).

Estimation de l'effet des efforts hydrauliques sur l'entrefer.

La masse est négligée et les actions hydrauliques du fluide sur la roue sont modélisées par une résultante au point C : $\vec{F}_h = F_h \cdot \vec{Y}$ avec F_h = 5000 N



Étude statique : $F_A = \frac{a+b}{b} \cdot F_h$ et $F_B = \frac{a}{b} \cdot F_h$

Calcul du moment fléchissant m_{fz}

$x \in]0, a[$ $m_{fz} = x \cdot F_h$

$x \in]a, a+b[$ $m_{fz} = (a+b-x) \cdot \frac{a}{b} F_h$

$x \in]0, a[$

$E \cdot I_{Gz} \cdot y_1'' = x \cdot F_h$

$E \cdot I_{Gz} \cdot y_1' = \frac{x^2}{2} \cdot F_h + A_1$

$E \cdot I_{Gz} \cdot y_1 = \frac{x^3}{6} \cdot F_h + A_1 \cdot x + B_1$

$x \in]a, a+b[$

$E \cdot I_{Gz} \cdot y_2'' = (a+b-x) \cdot \frac{a}{b} F_h$

$E \cdot I_{Gz} \cdot y_2' = -\frac{(a+b-x)^2}{2} \cdot \frac{a}{b} F_h + A_2$

$E \cdot I_{Gz} \cdot y_2 = \frac{(a+b-x)^3}{6} \cdot \frac{a}{b} F_h + A_2 \cdot x + B_2$

Conditions aux limites

$y_1(a) = 0$

$y_2(a) = 0$

$y_1'(a) = y_2'(a)$

$y_2(a+b) = 0$

donc :

$A_2 = \frac{a \cdot b}{6} \cdot F_h$ et $B_2 = -\frac{a \cdot b \cdot (a+b)}{6} \cdot F_h$

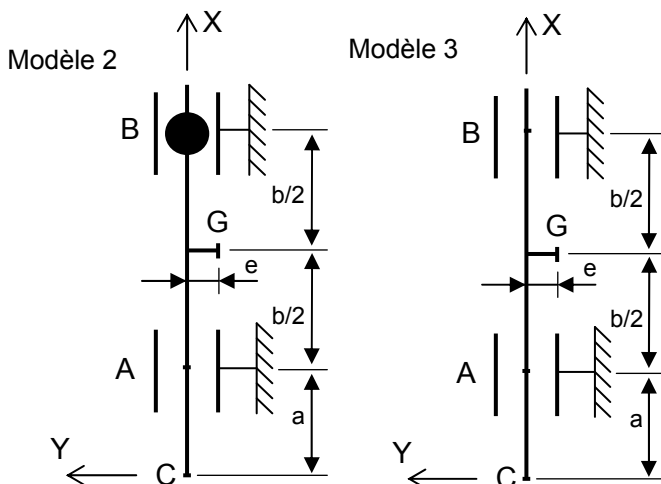
Calcul de x_m pour laquelle la flèche est maximale : $y_2'(x_m) = 0$ soit $x_m = a+b - \frac{b}{\sqrt{3}}$

Calcul de la flèche maximale y_m : $y_m = -\frac{a \cdot b^2}{9\sqrt{3} \cdot E \cdot I_{Gz}} \cdot F_h = -\frac{64 \cdot a \cdot b^2}{9\sqrt{3} \cdot E \cdot \pi \cdot D^4} \cdot F_h = 0,1 \text{ mm}$

Question 14 : analyser le guidage en rotation de l'arbre, justifier le choix des roulements jumelés près de la roue, critiquer le modèle retenu et proposer un modèle plus pertinent.

La modélisation des roulements jumelés en A par une rotule est problématique ici. Le rôle de ces roulements jumelés est justement de rigidifier le montage en encaissant un couple de renversement.

Deux modèles simples sont possibles



Le modèle 2 fait l'hypothèse que le roulement à rouleaux ne supporte pas de couple de renversement.

Le modèle 3 fait l'hypothèse que les roulements jumelés et le roulement à rouleaux supportent des couples de renversement.

Quel que soit le modèle, l'entrefer ne dépend plus de l'effort hydraulique F_h .

Question 15 : avec le modèle proposé à la question précédente, expliquer la démarche (équations et données nécessaires) de calcul qui permettrait de déterminer la déformée et d'en déduire la flèche.

Stratégie de calcul si prise en compte du double roulement en A

Stratégie de calcul de la flèche due aux effets dynamiques

Modèle 2 :

Idem que précédemment mais le problème étant hyperstatique d'ordre 1 (en 2D) il faut une équation supplémentaire, c'est une condition aux limites supplémentaire : $y_1'(a) = y_2'(a) = 0$

Modèle 3 :

Idem que précédemment mais le problème étant hyperstatique d'ordre 2 (en 2D) il faut 2 équations supplémentaires, ce sont 2 conditions aux limites supplémentaires : $y_1'(a) = y_2'(a) = 0$ $y_2'(a+b) = 0$
 Au regard des résultats précédents, il est inutile de mener ces calculs.

B-2 : estimation des pertes énergétiques dans le guidage en rotation de l'arbre

Données :

- documents ressources DT1 et DR4.

En moyenne les actions radiales dans les roulements sont :

- $F_A = 2\,000\text{ N}$ sur les deux roulements jumelés (6 211N) ;
- $F_B = 1\,200\text{ N}$ sur le roulement à rouleaux (NJ209EG15).

Question 16 : calculer la durée de vie des roulements à 99% en heure.

Calcul de la durée de vie des roulements à 99% de fiabilité :

$$L_{Ah99\%} = a_1 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot N} \left(\frac{C}{F_A} \right)^n = 64\,300\text{h} \qquad L_{Bh99\%} = a_1 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot N} \left(\frac{C}{F_A} \right)^n = 1.35 \cdot 10^6\text{h}$$

Question 17 : calculer les pertes énergétiques dans chaque roulement et en déduire le rendement sur le guidage en rotation de l'arbre. Conclure quant à la valeur de ces pertes et de leurs influences sur le rendement de la pompe.

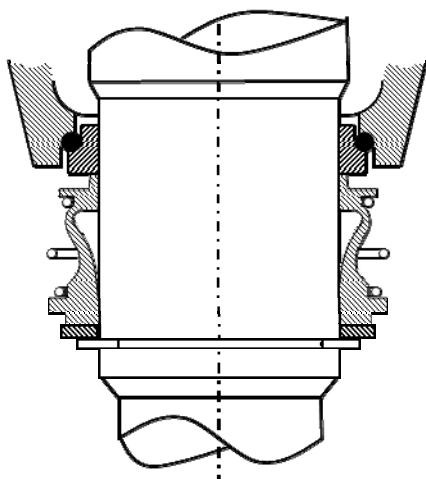
Couple perdu au niveau des roulements en A : $MRA = \mu_A \cdot F_A \cdot (D + d) / 2 = 130,5\text{ N}\cdot\text{mm}$

Couple perdu au niveau des roulements en B : $MRB = \mu_B \cdot F_B \cdot (D + d) / 2 = 171\text{ N}\cdot\text{mm}$

Puissance perdue totale : $PR = (MRA + MRB) \cdot 1500 \cdot 2\pi / 60 = 47,35\text{ W}$

Soit un rendement de 98.8% avec une puissance moteur de 4 000 W

B-3 : étude des pertes énergétiques dans le système d'étanchéité (voir DT1)



Caractéristiques mécaniques du joint à garniture

- F_{res} , effort du ressort presseur ;
- f , coefficient de frottement entre surfaces frottantes : 0,08 ;
- P , pression à étanchéifier ;
- P_c , pression de contact entre surfaces frottantes : 0,1 MPa ;
- R_e , rayon extérieur de la surface frottante : 27 mm ;

R_i , rayon intérieur de la surface frottante : 29 mm ;
N, fréquence de rotation de l'arbre : 1500 tr/min ;
 P_m , puissance motrice en régime établi : 4 kW.

Question 18 : proposer plusieurs critères (4 minimum) pour dimensionner la surface de contact du joint, le ressort, et les matériaux du joint à garniture.

Critères de dimensionnement de la surface de contact (dimension et matériau) :

- la pression à étanchéfier donne une surface maximale en fonction de F_{res} ;
- la pression maximale admissible au contact donne une surface minimale en fonction de F_{res} ;
- le produit (P.V) admissible donne une surface minimale en fonction de F_{res} ;
- la minimisation des pertes donne un coefficient de frottement le plus faible possible (matériau) ;
- ...

Question 19 : expliquer le double rôle du joint torique dans le joint à garniture. Expliquer le rôle du joint à garniture supérieur. Expliquer les différents rôles de l'huile autour de ce joint.

Rôle du joint torique dans le joint à garniture :

- assurer l'étanchéité statique ;
- laisser la mise en position de la pièce fixe sur la pièce mobile pour que la pièce fixe s'adapte à la pièce mobile et assurer ainsi l'étanchéité dynamique.

Rôle du joint à garniture supérieur :

- limiter le débit de fuite du joint à garniture inférieur.

Rôle de l'huile autour du joint à garniture supérieur :

- diminuer le coefficient de frottement ;
- évacuer la chaleur dissipée par frottement ;
- utiliser le caractère hydrophobe de l'huile.

Question 20 : en expliquant les hypothèses réalisées, calculer les pertes énergétiques dans la garniture. En déduire le rendement du joint. Conclure quant à la valeur de ces pertes et leurs influences sur le rendement de la pompe.

Calcul des pertes dans ce joint :

$$\text{Couple résistant : } C_R = \frac{2\pi}{3} \cdot p \cdot f \cdot (R_e^3 - R_i^3) \quad \text{Puissance perdue : } P_R = C_R \cdot \omega \quad \text{rendement : } \eta = \frac{P_R}{P_e}$$

Données :

- le joint à garniture supérieur tourne dans une chambre à huile de paraffine ;
- le constructeur propose en option un capteur d'humidité placé dans la partie basse du moteur ;
- afin de valider l'étanchéité dynamique globale de la pompe, le constructeur utilise les éléments d'analyse des modes de défaillance et criticité (AMDEC) suivants :

Éléments de fiabilité probabiliste des systèmes d'étanchéité dynamique

Pourcentage de composants n'atteignant pas la durée de vie nominale :

Chicanes	0 %
Joint à lèvres	5 %
Joint à garniture	10 %
Joint 4 lobes	12 %
Joint V-ring	16 %

Classification des probabilités de défaillance par l'indice de fréquence P

P=10	proba > $3/10^3$
P=8	$6/10^4 < \text{proba} < 3/10^3$
P=4	$6/10^6 < \text{proba} < 6/10^4$
P=1	proba < $6/10^6$

Classification simplifiée de la gravité des défauts par le facteur G

G=3	Défaut mineur
G=6	Arrêt de moins de 10 min
G=8	Arrêt de plus de 10 min sans coût important
G=10	Arrêt de plus de 10 min impliquant coût important

Question 21 : au travers de cette AMDEC, préciser le rôle de la chambre de récupération.

Le constructeur met en place une chambre d'environ 10l vide au montage de la pompe.

Le rôle de cette chambre est de faire apparaître une probabilité que la cause n'engendre pas forcément l'effet. Les joints peuvent être défaillants sans que de l'eau entre dans le moteur avant l'entretien périodique de la pompe.

Question 22 : sans prendre en compte le capteur d'humidité, calculer l'indice de fréquence P de la pompe et en déduire l'indice de probabilité des risques (IPR) réduit ici au produit de l'indice de probabilité et de l'indice de gravité (P · G).

Calcul de la probabilité afin qu'aucun joint n'empêche l'eau d'entrer dans le moteur (probabilité d'apparition de la cause) :

$$F = \frac{10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 5}{100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100} = \frac{25}{100000} \text{ donc } P = 4 \qquad \text{Calcul de la gravité : } G = 10$$

$$IPR = P \cdot G = 80$$

Question 23 : justifier l'utilisation d'un capteur d'humidité. Recalculer le nouvel indice de prévention des risques (IPR) en prenant en compte ce capteur.

Le constructeur met en place un capteur d'humidité dans le bas moteur :

Le rôle de ce capteur est de détecter un défaut d'étanchéité des joints et de préserver le moteur. Cela agit sur l'effet c'est-à-dire sur G en le faisant passer de G = 10 à G = 8. Soit un IPR de 64.

PARTIE C - ÉTUDE D'UNE ÉCO-INDUSTRIALISATION

Description du contexte de production

À partir d'un lopin d'acier inoxydable, l'arbre (cf. DT2) est usiné en plusieurs phases :

- mise à longueur et usinage des trous de centre ;
- usinage ébauche, ½ finition, finition des diamètres et longueurs ;
- rectification des portées de roulement ;
- nettoyage.

L'arbre est mis en position à l'aide d'un outillage spécifique (entraîneur frontal, voir DR5.1 à DR5.2), du côté du nez de broche et à l'aide d'une contrepointe tournante à l'autre extrémité. Le maintien en position est assuré par la poussée axiale de la contrepointe à l'extrémité de l'arbre. Le déplacement du fourreau recevant la contrepointe est réalisé par un vérin pneumatique piloté.

C-1 : industrialisation de l'arbre de la pompe (phase d'ébauche)

Problème à résoudre : en ébauche, l'utilisation d'un entraîneur frontal qui contraint l'environnement de production et qui limite les possibilités offertes par la machine, permet-il d'atteindre la qualité attendue, ne pénalise-t-il pas la productivité ?

Objectif de l'étude : dans cet environnement de production contraint par les capacités de la machine et des outillages, déterminer les conditions d'usinage optimales, en ébauche, qui permettent à la fois de respecter les spécifications portées sur le dessin de définition (qualité) et de garantir un usinage dans de bonnes conditions (sécurité, productivité).

Données :

- dessin de définition de l'arbre (DT2) ;
- documentation technique sur le tour à commande numérique (DR5.1) ;
- description de l'outillage spécifique ROHM® (DR5.1 à DR5.2) ;
- formulaire pour la détermination des efforts de coupe en tournage (DR6) ;
- nuances de plaquettes recommandées en tournage d'ébauche (DR7) ;
- désignation des plaquettes outils et conditions de coupe recommandées en ébauche (DR7).

Données fournies pour l'usinage en ébauche de l'arbre de pompe :

- acier inoxydable «austéno-ferritique», X5CrNiMo 18-10, norme EN 10027 ou Z6CND 17-11 norme NFA 35 573 ;
- résistance = f(dureté HB de la pièce) $\approx 100 \text{ daN/mm}^2$;
- effort spécifique de coupe, $K_s = 200 \text{ daN/mm}_2$;
- coefficient de frottement copeau-plaquette outil $\varphi \approx 50^\circ$;
- angle de coupe $\gamma = -6^\circ$ en ébauche.

À l'aide des documents ressources et données techniques fournies, à partir de l'étude du contexte de production

Question 24 : justifier le tolérancement géométrique indiqué sur la portée cylindrique de l'arbre qui recevra le rotor. Préciser la gamme et les moyens de contrôle de ce tolérancement.

Le tolérancement indiqué est à mettre en relation avec les fonctions et attentes attendues de l'arbre de pompe. À la lecture du sujet, on identifie la stratégie de l'entreprise d'améliorer l'efficacité énergétique de ses pompes. Cette efficacité suppose la réduction de l'ensemble des pertes ainsi qu'une dimension d'entrefer fixe et optimale, objets d'études de la première partie.

La cotation indiquée sur la portée cylindrique de l'arbre qui recevra le rotor prend en compte la nécessité de monter le rotor sur l'arbre : emmanchement à force (par frettage le plus souvent), d'où la nécessité d'un diamètre tolérancé (75s7) et d'une bonne qualité de surface (Ra 0,8). Le frettage du rotor sur l'arbre nécessite un calcul d'effort d'emmanchement ainsi qu'une vérification de la qualité de

l'emmanchement, non demandé mais qui justifie les 2 dégagements évitant ainsi d'obtenir une qualité sur l'ensemble de la portée

La cotation prend en compte la limitation du battement au niveau de l'entrefer lors de la rotation de l'arbre, d'où la tolérance de battement total axial (0,05 / B-C), avec comme référence B-C, l'axe passant par les 2 portées de roulement. Le concepteur a souhaité limiter par une tolérance de cylindricité la forme de la surface à 0,02 mm

Les cotations respectent le principe de l'enveloppe, les tolérances de position > tolérance de forme ;

Question 25 : en analysant les spécifications indiquées sur le dessin de définition de l'arbre moteur, réaliser l'inventaire des problèmes soulevés par l'industrialisation de l'arbre en ébauche. Indiquer les conditions de mise en œuvre du porte-pièce permettant de réaliser l'usinage dans de bonnes conditions.

Compte tenu des spécifications serrées indiquées, il faut pouvoir usiner un maximum de surfaces sans démontage ni reprises de pièce. L'industriel a fait le choix d'usiner l'arbre entre pointes et en utilisant un entraîneur frontal qui permet d'usiner les surfaces de portées des roulements, de portée du rotor : problèmes d'industrialisation à résoudre :

- en ébauche, on recherche une productivité maximale - profondeur de passe maxi, avance maxi → efforts de coupe au maximum. Il est nécessaire de vérifier ces conditions de coupe avec la capacité machine ;
- la matière à usiner (acier inoxydable) est à prendre en compte, copeaux « collants », on privilégiera des profondeurs de passe importantes, une avance importante, des vitesses de coupe réduites ;
- la longueur et le diamètre de l'arbre, les efforts de coupe sont à prendre en compte car risques de flexion. Vérifier que les déformations induites par l'usinage sont compatibles avec les tolérances de forme, d'orientation. Il faut donc privilégier des outils de coupe avec un Kr proche de 90°.
- l'usinage (efforts axiaux dans le sens Z-) vers le nez de broche augmente les efforts du vérin de la contre pointe : risque de flambage, à vérifier ;
- l'usinage vers la contre pointe (efforts axiaux dans le sens Z+) diminue les efforts du vérin de contre pointe : risque de perte d'entraînement, de recul de la contre pointe, risques pour la pièce, la machine, l'opérateur. Il faut donc limiter les efforts de coupe ;
- l'usinage crée un couple (à droite comme à gauche) auquel l'entraîneur frontal doit résister : risques de friction au niveau de l'entraîneur frontal, risques pour la pièce, l'outillage, la machine, l'opérateur. Il faut donc limiter les efforts de coupe.

Question 26 : déterminer, pour les opérations d'ébauche, les conditions de coupe compatibles avec l'outillage spécifique retenu, avec les caractéristiques et spécifications de l'arbre de la pompe. Préciser les hypothèses, les données mobilisées dans la démarche de résolution de ce problème et ayant abouti à une prise de décision.

Il faut déterminer dans un premier temps les conditions de coupe compatibles avec l'environnement de production.

Pour déterminer les conditions de coupe en ébauche, on se place dans le cas défavorable des efforts d'usinage s'opposant aux efforts de la contre pointe.

Les documents ressources orientent vers le choix d'un outil d'ébauche de nuance GC2015.

Avec différentes avances f (0,2, 0,4, 0,6 mm/tr) et différentes vitesses de coupe V_c (220, 185, 145 m/min).

En se limitant à 80 % de la puissance machine disponible, à l'aide des données fournies ($K_s = 2000 \text{ N/mm}^2$), à l'aide de la formule de la puissance de coupe, on détermine la profondeur de passe pour ces 3 propositions ainsi que les couples $a \times f = (1,09, 1,29, 1,65)$.

En prenant en compte le diamètre brut de 85 mm, le plus petit diamètre usiné, 45 mm, on détermine un rapport de 1,9. Sur l'abaque de l'outillage, en admettant les données du constructeur de l'outillage qui fixe la dureté d'un acier inoxydable (15CrNi6) à 100 daN/mm^2 , les 3 valeurs de $(a \times f)$ permettent de déterminer les 3 charges axiales à régler au niveau du vérin actionnant la contre poupée, soit 400, 500, 630 daN.

Les relations fournies permettent de déterminer les efforts de coupe liés à l'avance de l'outil.

- pour $(a \times f) = 1,6$, $F_f = 722,5 \text{ daN} > 630 \text{ daN}$;
- pour $(a \times f) = 1,3$, $F_f = 385 \text{ daN} < 500 \text{ daN}$; c'est la solution retenue.

On retiendra finalement en première approche, les conditions de coupe suivant pour cet usinage : $V_c = 185 \text{ m/min}$, $f=0,4 \text{ mm/tr}$, $a = 3,25 \text{ mm}$. On remarque qu'avec le produit $a \cdot f = 1,3$, l'usinage risque de ne pas produire de copeaux fragmentés.

Question 27 : à l'aide du document ressource DR8, vérifier l'absence de risque de flambage de l'arbre pendant la phase d'ébauche.

Pour vérifier l'absence de flambage, on se place dans le cas de l'usinage d'ébauche où les efforts de coupe $F_f = 385 \text{ daN}$ et l'effort de la contrepointe $F_{cp} = 500 \text{ daN}$ s'additionnent, soit 885 daN .

On faisant l'hypothèse que la prise de pièce (entre pointes) lors de l'usinage peut être modélisée par une poutre encastrée aux 2 extrémités, en prenant un diamètre moyen de 75 mm, en relevant la longueur L de l'arbre de 610 mm, en calculant la valeur de I_z , on détermine la charge critique très supérieure aux efforts résultants (coupe et contre pointe). La pièce est donc soumise à de la compression, non au risque de flambage. Dans ces conditions, dans cette direction d'usinage, on peut envisager, tout en restant à la limite de puissance machine, d'augmenter les conditions de coupe

C-2 : augmentation de la productivité par la suppression d'une phase de production

Problème à résoudre : les spécifications géométriques et dimensionnelles imposent, en l'état actuel, de réaliser une phase de rectification, opération longue, couteuse. Peut-on envisager d'augmenter la productivité en supprimant cette phase de rectification par l'optimisation des conditions de coupe en finition ?

Objectif de l'étude : déterminer si l'utilisation d'une technologie de plaquette outil WIPER® en tournage de finition permet de supprimer la phase de rectification, tout en garantissant le respect des spécifications attendues.

Données :

- extrait du catalogue décrivant la technologie Wiper (DR9) ;
- abaque associant l'avance par tour (f) à la rugosité R_a et R_t (DR10) ;
- formulaire pour la détermination des flèches dans le cas de différents systèmes de poutres (DR10).

Question 28 : justifier l'intérêt de supprimer la phase de rectification.

La phase de rectification engendre une reprise de pièce donc un défaut de reprise.

La phase de rectification est une opération longue et coûteuse, (hors temps de suivi de la qualité des meules) qui mobilise un moyen de production spécifique ainsi que généralement un opérateur au poste de travail. Ajoutée à la phase de production (ébauche, finition) cette phase de production induit des coûts énergétiques importants.

Généralement la phase de rectification s'apparente à un poste « goulet » compte tenu que les cadences de production ne sont pas les mêmes que pour un poste de production à CN.

La rectification est un procédé qui nécessite un traitement des fluides de coupe, qui met également dans l'atmosphère immédiate du poste de travail des particules fines en suspension qui peuvent être néfastes pour la santé des personnels.

Question 29 : par l'utilisation d'une technologie de plaquette Wiper®, déterminer les conditions de coupe en finition. Vérifier que les spécifications fonctionnelles associées à la portée du double roulement peuvent être obtenues. Lors de l'usinage, proposer une solution technologique qui garantirait le respect des spécifications attendues.

La technologie wiper (plaquette dite de planage ou disposant d'une surface plane sur le rayon de bec) permet d'obtenir des états de surface compatibles avec ceux obtenus en rectification. On cherche à obtenir une rugosité Ra de 0,8 μm .

La plaquette envisagée dispose d'un rayon de bec de 0,4 mm, L'abaque associant Ra, Rt, R ϵ et f nous indique, pour obtenir un Ra de 0,8, un Rt de 4,5 et donc une avance f entre 0,1 et 0,15 mm/tr. On peut donc envisager une avance jusqu'à 0,22 mm/tr pour obtenir une rugosité suffisante, valeur recommandée pour la plaquette proposée.

Pour diminuer encore la rugosité, l'entreprise a d'autres choix encore : augmenter l'angle de coupe, lubrifier de façon plus efficace, augmenter les vitesses de coupe, augmenter si besoin les rayons de bec. Pour le respect des autres spécifications, l'entreprise réalise l'ébauche de ses arbres à l'aide de l'outillage spécifique décrit dans le sujet. En finition la reprise des arbres s'effectue en mors doux et contre pointe. Une lunette est installée sur le plus gros diamètre afin de limiter la flexion de l'arbre.

C-3 : augmentation de la productivité par l'introduction d'un moyen de production plus performant

Contexte : l'ingénieur de production envisage d'investir dans un moyen de production plus performant (caractéristiques machines, capacité, impact environnemental, ...).

Proposition technique et financière, configuration envisagée : investissement dans un tour TCN de plus grosse capacité, équipé d'une broche permettant un passage de barre, d'un axe C, équipé d'une contre pointe programmable, d'une lubrification haute pression, d'un convoyeur à copeaux, avec filtration de la lubrification, extension de garantie, installation et mise en service durant les 2 jours de formation.

Code article	Désignation	Prix Unitaire
Machine de base		
	Courses X 215 mm, Z 905 mm	
	Nez de broche A2-6, mandrin diam. 210 mm, sans contre pointe	
	VDI-40-1 Tourelle VDI 40 - 10 positions	
	Ports USB, Capacité mémoire 1 MB	
	R-TAP Taraudage rigide, l'ensemble au prix de	41 995 €
	Broche 5000 tr/min, 22 kW, mandrin diamètre 165 mm	1 795 €
	Axe C et outils tournants	16 995 €
	Contre pointe entièrement programmable CM4	4 295 €
	Arrosage haute pression (jusqu'à 69 bar) ; inclut un filtre auxiliaire de liquide d'arrosage	8 595 €
	Système de filtration du lubrifiant (filtre 25 microns)	9995 €
	Ravitailleur de barres courtes ou longues	9 995 €
	Extension de garantie pièces d'un an	4 295 €
	Transport	2 500 €
	Mise à niveau, branchements et tests de fonctionnement	1 000 €
	Formation à la conduite de la machine (forfait 2 jours)	2 600 €

Problème à résoudre : cet investissement permettra-t-il de baisser les couts de revient de l'arbre (augmentation de la cadence de production et usinage de plusieurs familles d'arbres ou roues) et de prolonger la démarche environnemental de l'entreprise durant la phase de production du cycle de vie de ses produits ? L'ingénieur de production de l'entreprise peut-il avoir une idée précise de la rentabilité de cet investissement ?

Objectif de l'étude : dans le cas du renouvellement du moyen de production actuel par ce Tour à Commande Numérique jugé plus performant, déterminer la quantité d'arbres à produire pour atteindre un seuil de rentabilité raisonnable (retour sur investissement de moins ou égal à 2 ans).

Données :

- prix de revient à considérer pour l'étude - **7 euros / arbre usiné** ;
- durée d'utilisation de la nouvelle unité de production envisagée - **5 ans** ;
- au terme de ces 5 ans, la valeur résiduelle ou valeur à la fin de la durée d'amortissement du moyen est **négligée** ;
- charges d'exploitations supplémentaires (matières, main d'œuvre, charges) dues à l'investissement réalisé - **30 000 euros / an / 5 ans** ;
- taux d'imposition des bénéfices - **33,33%** ;
- mode d'amortissement **linéaire** retenu sur les 5 années de durée de vie estimée.

Étapes de calcul, pour une année :

- flux nets de trésorerie = résultat après impôt + dotation aux amortissements ;
- résultats après impôt = résultats avant impôt – impôts sur les bénéfices ;
- résultats avant impôt = Chiffre d'affaire – charge d'exploitation – dotation aux amortissements.

Question 30 : argumenter sur le choix de cet investissement. Déterminer la quantité annuelle d'arbres à produire pour atteindre le seuil de rentabilité envisagé.

L'investissement envisagé est à rapprocher de la politique environnementale de l'entreprise : acquisition d'un moyen de production permettant de réduire les temps d'usinage (puissance disponible à la broche, passage de barre automatique, arrosage performant, usinage d'une famille

d'arbres avec la possibilité d'usiner différents diamètres et longueurs), Le système de filtration des fluides de coupe participe à la politique environnementale et donc de consommation d'énergie au global de l'entreprise.

Si on prend comme hypothèse un retour sur investissement sur 2 ans, pour que cet investissement soit rentable, il faut que les flux nets de trésorerie (FNT) en 2 ans soient supérieurs au montant des investissements, qui s'élèvent à 95 500 euros, soit 47 750 euros pour une année.

Flux nets de trésorerie (FNT) = résultat après impôt + dotation aux amortissements.

FNT = résultats avant impôt – impôts sur les bénéfices + dotation aux amortissements, soit FNT = [Chiffre d'affaire – Charges exploitations – Dotations aux amortissements] – [Chiffre d'affaire – Charges d'exploitations – Dotations aux amortissements] x 0,33 + [dotations aux amortissements].

FNT = 0,66 x [Chiffre d'affaire – Charges exploitations – Dotations aux amortissements] + [dotation aux amortissements], sachant que le Chiffre d'affaire = Q à produire x 7 euros.

Dotations aux amortissements = Montant investit / durée d'amortissement = 19 100 euros.

FNT = 0,7 x 7 x Q – 0,7 x 30 000 + 0,3 x 19 100

Soit Q = 12 861 pièces à produire par an, soit un peu plus de 1000 pièces par mois, à rapprocher du carnet de commande.

PARTIE D - OPTIMISATION DE LA RELATION PRODUIT (ROUE D) MATÉRIAU (FONTE) PROCÉDÉ (MOULAGE)

Contexte : la conception et la réalisation des roues hydrauliques (cf. DT3) participent à l'obtention du point de fonctionnement optimal des pompes AMAREX KRT. Lorsque les pompes sont utilisées de façon continue, en présence de fluides fortement chargés, les roues ayant atteint leur durée de vie ou présentant des anomalies ou un niveau d'usure avancé doivent être remplacées dans les plus brefs délais. Dans le processus d'obtention des roues par moulage, l'opération de modelage reste une opération longue, peu productive. Les conditions de moulage et de traitement thermique appliquées aux roues hydrauliques ont une incidence directe sur la santé de la pièce et sa durée de vie.

D-1 : optimisation de la relation PRODUIT (ROUE D) – PROCÉDÉ (MODELAGE par FRITTAGE LASER de SABLE CRONING®)

Problème à résoudre : l'entreprise KSB propose de substituer le modelage conventionnel par un procédé de fabrication du moule par « frittage au laser de sables Croning® » (Direct Croning®). L'introduction de cette innovation au sein de l'entreprise comporte-t-elle des avantages, lesquels ?

Objectif de l'étude : en tant qu'aide à la décision, rédiger un argumentaire (avantages, inconvénients, impacts économiques, environnementaux, qualitatifs) qui compare le procédé de modelage actuel et le procédé envisagé.

Données :

- le dessin de la roue, cf. DT3 ;
- le matériau de la roue est une fonte ;
- le diamètre de la roue est de 220 mm pour une hauteur de 140 mm ;
- la masse de la pièce, brute de moulage, est de 11 kg ;

- la description du procédé de fabrication de moules et noyaux par « frittage au laser de sable Croning® », Document Ressource DR11 ;
- les paramètres de simulation, DR12 ;
- les résultats des simulations effectuées simultanément avec un moule réalisé en sable à vert et avec une carapace obtenue par laser Croning®
 - o résultat comparé sur la compacité de la pièce, DR12 ;
 - o résultat comparé sur le temps de solidification, DR12.

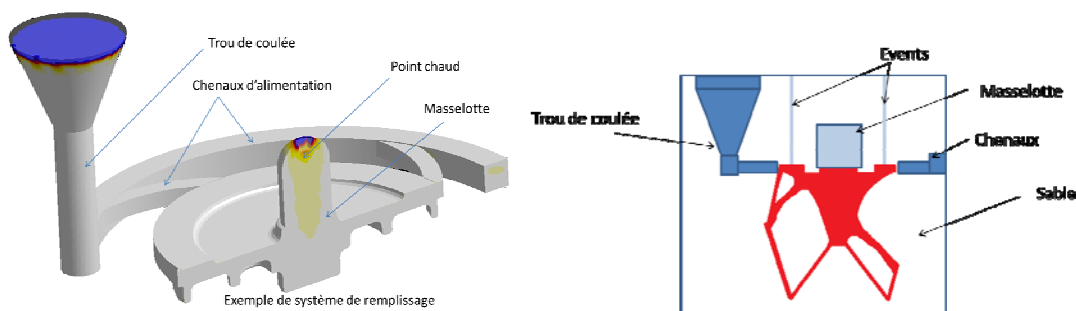
Pour cette partie D, le (ou la) candidat(e) utilisera les documents ressources fournis comme documents réponses (à découper et coller dans ses copies) pour répondre aux différentes questions.

Question 31 : par analogie avec un procédé de prototypage, par comparaison avec le procédé conventionnel de modelage et de moulage en sable, dégager les avantages, les inconvénients, les impacts économiques, environnementaux et qualitatifs de cette technique de modelage par frittage laser de sables Croning®.

	impacts		
	environnementaux	économiques	technologiques
Modelage classique	-Utilisation de machine à compacter (mécanique, vibration)	-Modelage en série -Automatisation moyenne -Personnel qualifié	-Faible complexité du modèle (contre-dépouille difficile) -Santé métallurgique moyenne
Modelage laser	-Utilisation de résine de polymérisation -Réduction volume de de sable propre utilisé	-Forte automatisation -Forte productivité de moule -Investissement en CFAO et machine -Série unitaire à moyenne	-Moule sans modèle obtenu directement avec contre dépouille et sans surface de joint (réalisation de pièce complexe) -Grande reproductibilité -Santé métallurgique excellente

Au bilan, l'emploi de cette nouvelle technique de modelage permet essentiellement de concevoir des modèles complexes des pièces complexes de manière reproductible. L'emploi de modèle en sable obtenu par laser Croning assure une santé pièce très satisfaisante. Néanmoins, les investissements sont importants (de l'ordre de 400 K€) et une appropriation des techniques de réalisation des moules sont à planifier. Par ailleurs, les épaisseurs de sables propres nécessaire à la réalisation du moule est moindre qu'en modelage classique.

Question 32 : proposer une conception du moule définissant le volume de la carapace englobant la roue et représentant le moule et les systèmes de remplissage et d'alimentation de la roue. Justifier la conception.



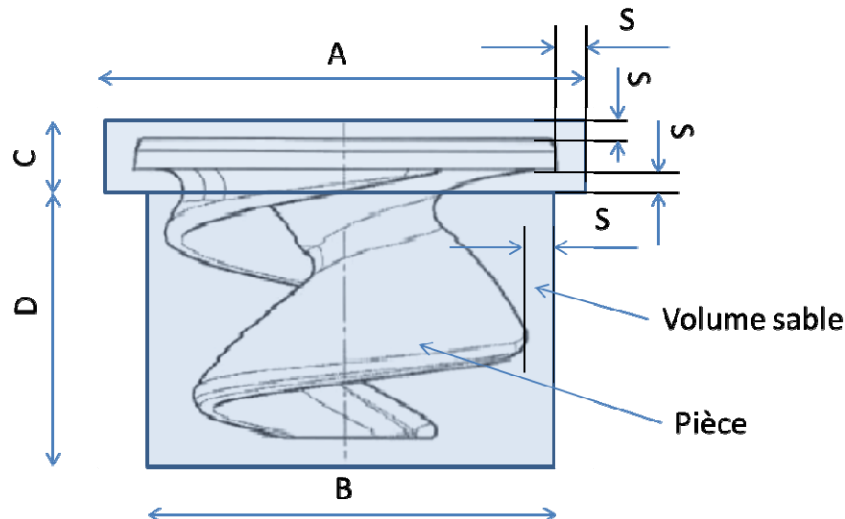
Le moule est directement obtenu par procédé de laser croning sans surface de joint avec des contre-dépouilles. L'épaisseur de sables polymérisés peut être optimisée pour éviter de consommer trop de sable neuf. Le système d'alimentation doit être conçu de façon que lors du remplissage la vitesse du fluide en fusion ne dépasse pas $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ afin de ne pas éroder le moule (apparition de défaut) et de respecter un écoulement laminaire. L'ajout d'une masselotte doit piéger les retassures majeures. Les évènements réduisent les défauts de porosités.

Question 33 : déterminer le temps unitaire de réalisation du moule par frittage laser de sables Croning® de la roue. Calculer la cadence horaire de moules pouvant être réalisée.

Des hypothèses sont à prédéfinir comme :

- la forme générale est un cylindre épaulé de sable auquel est retiré le volume de la pièce ;
- l'épaisseur minimale de sable est de 10 mm en pratique ;
- pour simplifier le calcul, l'alimentation et les chenaux ne sont pas pris en compte dans cette prédétermination de la cadence de fabrication du moule ;
- les coefficients de retrait de solidification et de refroidissement sont négligés.

Le schéma de principe pour le calcul du volume de sable est défini ci-après.



Volume de la pièce

Le poids de la pièce est de 11 kg. La masse volumique de la fonte est de $7800 \text{ kg} / \text{m}^3$.

Le volume est de 1410 cm^3 .

Volume du moule :

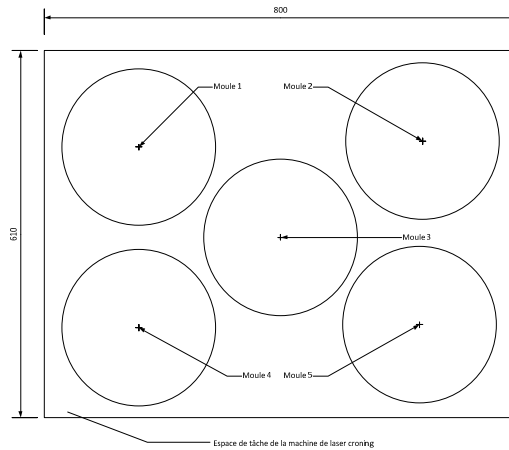
Les dimensions enveloppes sont prescrites dans le tableau ci-dessus (A = 240 mm, B = 110 mm, C = 35 mm, D = 152 mm) auxquelles est retiré le volume de la pièce.

Le volume du moule est de $12\,111 \text{ cm}^3$.

Cadence de fabrication

La vitesse de construction est de $2500 \text{ cm}^3 \text{ h}^{-1}$. Le volume à construire pour une pièce est de $12\,111 \text{ cm}^3$.

Il faut 4,18 minutes pour fabriquer un moule, soit environ $\frac{1}{4}$ de pièce par heure.



Il est possible de construire un ensemble de pièces dans l'espace de tâche de la machine (cf. figure ci-dessus).

Question 34 : expliquer la raison pour laquelle les capacités thermiques du sable à vert et celle obtenue par laser de sables Croning® évoluent brutalement vers 100°. À la température de 600°C, pour le procédé de moulage par frittage laser de sables Croning®, expliquer l'évolution brutale de la valeur de la capacité thermique du sable Croning®.

La capacité thermique du sable est une caractéristique importante lors du processus de refroidissement. Il est impératif que la chaleur latente dégagée lors de la solidification soit évacuée rapidement vers le moule. Cette valeur est fonction du type de matériau du moule.

À température ambiante (20°C) :

- Cp sable à vert 750 J / kg·K ;
- Cp sable obtenu par laser Croning 1300 J / kg·K.

En conséquence, le processus de refroidissement est plus lent pour le moule en sable obtenu en laser Croning.

La capacité thermique du sable à vert comme celle du sable obtenu au laser Croning subissent une augmentation brutale vers 100°C. Cette augmentation est due au changement de phase de l'eau contenu dans le sable (évaporation).

- À 100°C° Cp sable à vert 90000 J / kg·K
- Cp sable obtenu par laser Croning 3500 J / kg·K

Cependant cette augmentation est moins importante dans le cas du sable laser Croning car moins il y a moins d'eau contenu dans le sable. Dans ces configurations, des gaz sont présents.

Une élévation de la capacité thermique de 3500 J / kg·K vers 600 °C est provoquée par combustion des résines permettant la polymérisation par laser. Il y a donc des gaz libérés dans le moule en sable obtenu par laser Croning ce qui provoque des défauts de porosité.

Question 35 : à partir des résultats des simulations réalisées, expliquer l'influence des paramètres de simulation sur les écarts constatés au niveau des temps, durant et en fin de solidification entre ces deux procédés, localiser les zones de défauts potentiels, indiquer le type de défauts pouvant être rencontrés, les techniques de prévention et de détection à mettre en œuvre.

a) Comparaison des temps de simulation

La pièce est complètement refroidie au bout de 405 s pour un moule en sable à vert et de 1200 s pour le moule en sable obtenu en laser Croning. Cette différence est principalement due à la capacité thermique. En effet, la capacité thermique du moule en sable Croning absorbe moins vite l'énergie nécessaire à la solidification de la fonte.

b) Points chaud

Bien que n'ayant pas la capacité thermique de chacun des sables constituant les moules, le point chaud est localisé au même endroit (i.e. la partie la plus massive de la pièce). Ce lieu est donc solidifié en dernier.

c) Compacité

La compacité est un critère permettant d'évaluer en partie l'efficacité de la solidification et du refroidissement de la pièce. Elle est déterminée en pourcentage de matière. Pour ce qui nous concerne, les discontinuités de matière apparaissent en peau de pièce (40% de compacité).

d) Défauts et remèdes

Les défauts potentiels sont de trois ordres, l'un lié au point chaud, l'autre lié à compacité.

- le point chaud crée des retassures majeures (défauts volumiques). Pour éviter les retassures, le masselottage est une solution ;
- la compacité est l'image des soufflures et des porosités dues en partie aux gaz libérés par le moule (eau, résine) ainsi dissous. Pour supprimer ces gaz, il est possible de dégazer avant solidification ou d'utiliser un poteyage non réactifs. Pour évacuer ces gaz, il est nécessaire d'utilisation des événements, ou une meilleure perméabilité du moule voire de contrôler l'humidité des sables.

e) Contrôle

Deux types de défauts sont identifiables (i) les retassures majeures (ii) les soufflures et porosités. Ces défauts sont essentiellement d'ordre volumique. Les essais non destructifs, pouvant être employés en vue de contrôler la structure, sont la magnétoscopie, la radiographie, les ultra-sons.

Question 36 : rédiger, en quelques lignes, un argumentaire sur l'opportunité d'introduire cette nouvelle technique de réalisation de moules. Conclure.

Ce procédé de réalisation de moule directement par frittage laser de sable permet de réaliser de pièce de formes complexes en contre dépouille. Ce dispositif est intégré à une chaîne numérique de la conception à la fabrication de la pièce. La perte d'information est due au maillage STL de moindre précision mais suffisant pour la réalisation de pièce de fonderie. Par ailleurs, ce dispositif est digne d'intérêt car il est flexible, polyvalent pouvant fonctionner en temps masqué.

D-2 : optimisation de la relation PRODUIT (ROUE D) – MATÉRIAU (FONTE)

Contexte : La société KSB a observé pour les roues hydrauliques des niveaux d'usure importants, usure due à des fluides fortement chargés en particules abrasives (relevage de boues) et/ou à un phénomène de cavitation. L'usure (abrasive et écaillage) diminue les performances de la pompes entraînant ainsi une perte significative en termes d'efficacité énergétique. Pour garantir la longévité de la roue, l'entreprise KSB envisage d'utiliser une fonte alliée EN-JN3029 à 20% de Chrome-Molybdène et qui dispose d'une excellente résistance à l'abrasion. Par ailleurs, le groupe KSB souhaiterait supprimer l'opération de traitements thermiques, opération énergivore, longue et coûteuse.

Problème à résoudre : pour garantir la longévité de la roue, la dureté à obtenir pourra-t-elle être proche de 850 HV (dureté Vickers) ? Dans cette perspective, la solution, qui consisterait à effectuer un décochage du moule, à une certaine température (qui reste à déterminer) du moule, pour ensuite imposer un refroidissement, permettrait-elle d'atteindre cette dureté exigée ?

Objectif de l'étude : vérifier que le matériau envisagé est capable de garantir le niveau de dureté spécifié et que les cinétiques de refroidissement et de transformation de la fonte soient compatibles avec l'obtention de la dureté et la composition attendues.

Hypothèses et données :

- la géométrie de la roue n'est pas remise en cause ;
- fiche Matière - Fonte EN-JN1039, Document ressource DR13 ;
- diagramme en Transformation à Refroidissement Continu (TRC) – Fonte alliée Cr-Mo, Document Ressource DR14 ;
- détermination du pourcentage d'austénite résiduelle à température ambiante, Document Ressource DR14.

Question 37 : justifier l'intérêt de l'emploi du chrome dans cette fonte alliée.

Cette fonte fait partie de la famille des fontes blanches alliées en chrome et molybdène ayant une forte aptitude à résister à l'abrasion.

Pour ce faire, il est nécessaire d'ajuster le taux de carbone à celui du chrome de façon à éviter la formation de carbures hyper eutectiques grossiers et peu tenace. La composition de carbone doit impérativement être comprise entre 1,8 et 3,6 % pour une fonte au chrome entre 14 et 18 % (Cf. DR13) pour favoriser la création de carbures (primaires, eutectiques et secondaires). La microstructure de ces fontes consiste en un agrégat de carbures eutectiques discontinus ((FeCr)₇ C₃) et en carbures secondaires riches en chrome dans la matrice austénitique.

La morphologie des carbures dépend des volumes de l'austénite primaire. Si la fonte est eutectique, l'eutectique est lamellaire ou aciculaire selon les conditions de solidification (Cf. figure DR13 micrographie). Les carbures M₇C₃ ainsi formés sont alors stables.

Par ailleurs, cette composition permettant de respecter la spécification de résistance à l'usure possède un autre avantage celui d'assurer une composition eutectique. Cette composition permet d'avoir une meilleure coulabilité (croissance eutectique avec pas ou peu de ségrégation à l'échelle macroscopique).

De plus, pour des pièces moulées, on retrouve souvent de la perlite, martensite et de l'austénite dépendant de l'épaisseur de la pièce et de la vitesse de refroidissement. Il est préconisé de mouler ce type de fontes pour des épaisseurs inférieures à 75 mm. À l'état brut de fonderie, il est difficile d'obtenir une structure austénitique. Il faut faire appel à des éléments gammagènes tels que le nickel, le manganèse et le molybdène (Cf. DR 13 – composition chimique) Ces éléments sont associés aux fontes au chrome. Un refroidissement trop lent provoque la solubilité du carbone dans l'austénite, diminuant ainsi le niveau de dureté en provoquant la précipitation de carbures de chrome sur le carbure eutectique ou les joints de grain austénitique. L'austénite, étant alors moins riche en éléments d'alliage, se transforme plus aisément en perlite et en bainite. Dans le cas où le refroidissement n'est pas assez rapide dans le moule de fonderie, il est possible de décocher la pièce à chaud ou de réaliser un traitement thermique.

Enfin, les fontes blanches au chrome associé au silicium permettent de résister à la corrosion.

Question 38 : déterminer la vitesse de refroidissement compatible pour une dureté 850 HV. Déterminer le pourcentage d'austénite transformée en martensite pour cette vitesse critique de refroidissement. Indiquer le traitement thermique après trempe permettant de réduire l'austénite résiduelle.

La vitesse de refroidissement correspond à une vitesse moyenne où les phénomènes de diffusion sont importants à partir du point de Ac1 (700°C par exemple) et avant le début de la transformation martensitique (200°C par exemple). L'intervalle de temps, $\Delta t_{200^{\circ}\text{C}}^{700^{\circ}\text{C}}$, exprimé en seconde, entre ces deux températures est :

$$\Delta t_{200^{\circ}\text{C}}^{700^{\circ}\text{C}} = t_{300^{\circ}\text{C}} - t_{400^{\circ}\text{C}}$$

Application numérique :

$$\Delta t_{200^{\circ}\text{C}}^{700^{\circ}\text{C}} = 14 - 6 = 8 \text{ s}$$

La vitesse de refroidissement s'écrit alors :

$$Vr_{200^{\circ}\text{C}}^{700^{\circ}\text{C}} = \frac{dT}{dt} = \frac{\theta_{AC1} - \theta_{Ms}}{t_{300^{\circ}\text{C}} - t_{700^{\circ}\text{C}}}$$

Application numérique :

$$Vr_{200}^{700} = \frac{700 - 200}{14 - 6} = 62,5^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette vitesse de refroidissement permettra de choisir le fluide de refroidissement et son pouvoir de drastité.

Le pourcentage de martensite résiduelle est déterminé par la formulation de Koistinen et Murrer. Dans un premier temps, il convient de déterminer au travers de la loi de refroidissement la valeur μ , tel que :

$$\mu = 0,41 \left[1 - e^{-0,03 (\Delta t_{200^{\circ}\text{C}}^{700^{\circ}\text{C}})^{0,6}} \right]$$

Application numérique :

$$\Delta t_{200^{\circ}\text{C}}^{700^{\circ}\text{C}} = 8 \text{ s}$$

$$\mu = 0,41 \left[1 - e^{-0,03 (8)^{0,6}} \right] = 0,0406$$

L'austénite résiduelle est déterminée à partir de la fraction massique d'austénite transformée en martensite à la température de refroidissement. Pour ce qui nous concerne, seule 10% d'austénite est transformée en martensite. La formulation s'écrit comme :

$$Y_{austenite\ résiduelle} = (1 - X) e^{\{-k (Ms - Ti) (1 - \mu)\}}$$

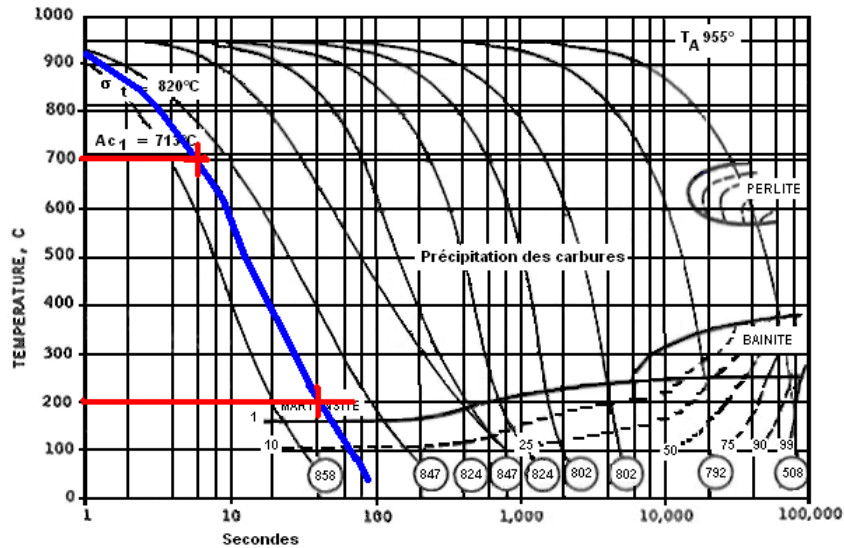
Application numérique :

Ms = 180°C ; Ti = 20°C ; k = 0,011 ; μ = 0,046 ; X = 0,1

$$Y_{austenite\ résiduelle} = (1 - 0,1) e^{\{-0,011 (180 - 20) (1 - 0,0406)\}} = 0,16$$

Il reste 16% d'austénite résiduelle qui ne s'est pas transformée lors de la trempe et qui est présent à l'ambient (20°C).

Après la trempe à 950°C (Cf. DR14) de cette fonte, il est indispensable d'appliquer un revenu à l'issu. Deux températures de revenu sont proposées. Une température de revenu à 120°C stabilisant l'austénite résiduelle ou bien une température de revenu vers 510°C. La dureté n'est pas modifiée, seule la résistance à l'usure est réduite à haute température de revenu.



Question 39 : proposer un traitement de surface qui permettrait de générer des contraintes résiduelles de compression pour obtenir une dureté superficielle équivalente. Justifier votre proposition en termes de respect des spécifications attendues et en termes d'impact environnemental.

Le choix du traitement de surface dépend des conditions de service (nature du milieu, mode d'exposition, des conditions climatiques et des sollicitations mécaniques) et du matériau, des formes et dimensions de la pièce. Une contrainte supplémentaire est imposée par l'entreprise « prendre en compte l'impact environnemental dans la fabrication ».

Pour respecter cette dernière condition, il n'est pas admissible de traiter la surface à l'aide d'un traitement de diffusion (dépôt thermochimique de métalloïdes ou d'éléments métalliques) et de conversion (électrolytique, chimique). Ces précédents traitements de surface sont excessivement polluants.

Le traitement superficiel pouvant répondre aux critères techniques, économiques et environnementaux est le grenailage de précontraintes appelé aussi shot-peening assurant une transformation structurale exclusivement mécanique. La projection à grande vitesse (50 à 120 m/s) de billes (aciers, céramiques) permet d'introduire une déformation plastique (écrouissage) à la surface pour produire des contraintes superficielles de compression (augmentation de la durabilité en service) et d'améliorer l'état de surface (la résistance à la corrosion sous contraintes, la fatigue sous corrosion et la corrosion de contact).

Ce traitement ne doit pas être confondu avec le grenailage ou sablage (préparation de surface comme décapage).

Par ailleurs, ces fontes sont particulièrement adaptées car elles comportent de l'austénite résiduelle importante à la température ambiante à l'issue du traitement thermique (DR 14 – diagramme de transformation à refroidissement continu). Ainsi, cette austénite résiduelle possède une aptitude à l'écrouissage favorisant le traitement de surface de type grenailage de précontraintes.

PARTIE E - CONCLUSION

À partir des éléments de contexte présentés au travers des quatre études proposées, par comparaison et en reprenant les critères indiqués sur les figures 1 et 2 du sujet, à partir de vos propres conclusions :

Question 40 : évaluer les bénéfices (impacts environnementaux, bilan carbone, analyse de cycle de vie) de ces quatre études. Rédiger, en quelques lignes, une conclusion sur la capacité de l'entreprise à répondre aux enjeux et défis sociétaux et environnementaux en mettant à la disposition de ses clients et fournisseurs cette pompe AMAREX KRT. Identifier pour les différentes phases de vie du produit, d'autres possibilités d'amélioration.

Ces 4 études permettent de comprendre les pistes suivies par l'entreprise pour améliorer l'efficacité énergétique de ses pompes et optimiser également les énergies mobilisées dans le cycle de vie du produit.

Les études A et B permettent de comprendre les possibilités d'optimiser le rendement et la performance énergétique de la pompe. La partie C permet de réaliser cette optimisation énergétique au niveau du processus d'industrialisation. La partie D permet de la faire au niveau de l'utilisation des matières premières et la production des pièces brutes. L'entreprise poursuit donc bien son projet de réduction d'impacts au niveau des différentes étapes de cycle de vie de ses pompes : impacts écologiques, énergétiques, prise en charge des déchets. Reste des marges de progrès et d'études sur le recyclage et la fin de vie des produits.

Rapport du jury de l'épreuve de conception préliminaire d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

1. Présentation du sujet

Le sujet portait sur l'étude d'une pompe submersible ayant fait l'objet d'une éco conception et d'une analyse de cycle de vie par les services de l'entreprise qui la conçoivent, la fabriquent et la commercialisent. Face à l'évolution des marchés, de la réglementation et de la normalisation, l'entreprise est engagée dans une démarche d'amélioration continue des performances de ses pompes ainsi que dans une démarche d'optimisation de la conception et des processus de production des différentes pièces constitutives. Le sujet était proposé en 4 parties, la plupart des questions était indépendante. La dernière partie permettait de faire la synthèse des parties traitées.

La première partie était à associer aux problèmes d'amélioration des performances de la pompe et à l'optimisation de sa performance énergétique. La deuxième partie explorait les solutions technologiques du constructeur qui garantissait un bon fonctionnement de la pompe et l'efficacité de l'entraînement en rotation du rotor. La troisième partie, s'intéressait au processus de réalisation de l'arbre de pompe et au respect des contraintes géométriques et économiques. La quatrième partie abordait l'optimisation de la relation produit (roue) - matériau (fonte) - procédé d'obtention (moulage laser de sables cironing) et les traitements associés pour garantir une plus grande durée de vie de la roue immergée dans des fluides fortement chargés.

2. Analyse globale des résultats

Les 4 parties permettaient d'aborder la globalité d'une démarche de conception et pré-industrialisation d'un produit. De nombreux candidats n'ont traité qu'une ou deux parties. Les quatre parties étaient pourtant indépendantes et dans chaque partie, de nombreux résultats intermédiaires ou questions indépendantes, permettaient aux candidats de poursuivre l'épreuve. Un bon résultat ne peut être obtenu en négligeant une partie.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

3.1. PARTIE A – ÉTUDE DU RENDEMENT DU MOTEUR DE LA POMPE EN FONCTIONNEMENT

A-1 - étude et optimisation du rendement du moteur de la pompe : *cette étude consistait à étudier et déterminer les moyens permettant d'améliorer le rendement de la machine asynchrone (MAS).*

Pour l'actionneur étudié, machine électrique alimentée en alternatif, les tensions et courants devaient être traités comme tels (pas comme de simples grandeurs continues). Les puissances mises en jeu ne se résument pas à un simple produit de valeurs efficaces tension-courant. Certains candidats ont, hélas, aussi déterminé des puissances actives consommées par des réactances. La dernière question de cette partie demandait aux candidats de conclure quant aux objectifs et impacts des solutions étudiées. Bien souvent les candidats qui ont compris le fil conducteur de cette partie, même lorsque leurs résultats numériques étaient faux, ont démontré une bonne capacité d'analyse. En dehors des compétences et connaissances de base en électrotechnique, les candidats doivent être capables de

remettre en question leurs résultats : des pertes évaluées à 40 % de la puissance absorbée alors que l'étude s'intéressait à des rendements supérieurs à 80 % devaient interpellier les candidats. Pour cette partie, la correction montre des compétences très parcellaires sur la maîtrise des circuits électriques modélisant les convertisseurs électrotechniques et sur le manque de connaissances quant à la modélisation, à la construction, au fonctionnement d'une MAS. Beaucoup de candidats ont considéré que cette MAS n'avait qu'une phase, or le sujet insistait sur le concept de circuit monophasé équivalent. La notion de glissement (machine asynchrone) est très rarement prise en compte.

A-2 - étude de la valeur de l'entrefer (e) : *cette étude consistait à déterminer la valeur maximale de l'entrefer permettant de garantir un niveau de rendement.*

La partie s'appuyait sur une modélisation aux inductances d'une MAS. Le formalisme matriciel n'a pas rebuté les candidats qui ont traité cette partie (utilisation du modèle proposé). En revanche, la distinction entre couple électromagnétique et couple utile sur l'arbre a été très aléatoire. La dernière question de cette partie demandait de conclure quant au choix réalisé par l'industriel. Les candidats qui ont compris le fil conducteur de cette partie, même avec des résultats numériques faux, ont démontré une bonne capacité d'analyse.

3.2. PARTIE B - ÉTUDE DU GUIDAGE EN ROTATION DE L'ARBRE DE POMPE

B-1 - estimation des effets dynamiques et hydraulique sur l'entrefer : *cette étude portait sur la prise en compte des déformations de l'arbre de pompe qui dégrade la performance du moteur.*

Sur un modèle poutre isostatique, il s'agissait d'estimer les déformations de l'arbre. Le sujet s'intéressait à la critique du modèle et aux méthodes d'évaluation de déformations dans le cas de modèles hyperstatiques. Les méthodes sont souvent mal maîtrisées, et lorsque le modèle poutre est connu les conditions aux limites sont généralement déterminées sans analyse, ce qui conduit à des aberrations. Les modèles proposés plus proches de la réalité de cette pompe ne sont généralement pas justifiés et leurs caractères hyperstatiques totalement passés sous silence au moment de proposer une méthode de résolution.

B-2 - estimation des pertes énergétiques dans le guidage en rotation : *cette partie permettait d'analyser le guidage en rotation sur roulement.*

L'analyse de la durée de vie et des pertes énergétiques dans ce guidage était réalisée à partir de documents constructeur. De nombreux candidats ont abordé cette partie en utilisant des méthodes parfois approximatives et ne prenant pas en compte l'ensemble des données du problème mais avec une démarche souvent cohérente. Il est cependant très pénalisant pour un candidat d'écrire des résultats dont l'ordre de grandeur est totalement absurde.

B-3 - étude des pertes énergétiques dans le système d'étanchéité : *cette partie consistait en la vérification des performances de l'étanchéité de la pompe.*

Une première analyse des technologies utilisées et la manière de les dimensionner introduisait cette partie. Une seconde analyse de type Amdec permettait d'identifier l'ensemble des moyens mis en œuvre pour réaliser cette étanchéité. L'analyse technologie de la majorité des candidats est trop faible. Peu sont capables de mener une analyse correcte des technologies mises en œuvre. La démarche d'analyse Amdec n'est visiblement pas connue de la majorité des candidats même si de très bonnes copies montrent une maîtrise de cet outil.

3.3. PARTIE C - ÉTUDE D'UNE ÉCO-INDUSTRIALISATION

C-1 - industrialisation de l'arbre de la pompe (phase d'ébauche) : *cette étude consistait à déterminer les conditions d'usinage optimales (respect des spécifications du dessin de définition, qualité, sécurité, productivité).*

Il s'agissait d'analyser le processus d'industrialisation de l'arbre de pompe en prenant en compte les données du sujet. Le questionnement sur le tolérancement devait permettre de comprendre les fonctions attendues par cet arbre et impactant le respect de l'entrefer. L'usinage contraint par l'outillage nécessitait de réaliser une démarche d'investigation des problèmes d'industrialisation pour ensuite, déterminer des conditions d'usinage et vérifier qu'il n'y avait pas de flambement. La majorité des candidats aborde et analyse les spécifications géométriques. En revanche, la relation avec les contraintes fonctionnelles que devait assurer cet arbre n'a pas toujours été abordée. Peu de candidats ont su aborder correctement l'étude du processus d'industrialisation de l'arbre (pas de prise en compte suffisante de l'ensemble des informations disponibles). Peu de candidats ont identifié le problème de l'usinage augmentant ou s'opposant aux efforts de la contre pointe. Le calcul de la vérification de non flambement a été bien abordé avec le constat que des candidats ne savent pas déterminer un moment quadratique.

C-2 - augmentation de la productivité par la suppression d'une phase de production : *l'étude consistait à déterminer si l'utilisation d'une technologie spécifique d'outil de coupe pouvait permettre la suppression d'une phase d'usinage (rectification).*

Cette partie a été traitée superficiellement. Sans faire le lien avec les premiers documents de présentation du contexte d'entreprise, l'ensemble des candidats indique juste le bénéfice de cette suppression en termes de réduction de délais et de coûts, alors que la réponse devait porter aussi sur la réduction du cycle de vie du processus d'industrialisation et des impacts environnementaux et énergétiques au niveau de l'entreprise.

C-3 - augmentation de la productivité par l'introduction d'un moyen de production plus performant : *cette étude consistait à déterminer la quantité d'arbres à produire pour atteindre un seuil de rentabilité raisonnable (retour sur investissement pour un nouvel équipement de production).*

Réaliser une étude de rentabilité est le lot quotidien des industriels. Peu de candidats justifient correctement le choix de l'industriel pour cet équipement. L'ensemble des données étant fourni, ainsi que la démarche, il s'agissait de mettre en équation le calcul de la quantité d'arbres à produire pour atteindre le retour sur investissement. La compréhension des termes économiques pose problème. De ce fait, la méthode de calcul de rentabilité, les résultats obtenus sont généralement faux.

3.4. PARTIE D - OPTIMISATION DE LA RELATION PRODUIT (ROUE D) MATÉRIAU (FONTE) PROCÉDÉ (MOULAGE).

D-1 - optimisation de la relation PRODUIT (ROUE D) – PROCÉDÉ (MODELAGE par FRITTAGE LASER de SABLE CRONING®) : *cette partie consistait à comparer selon différents critères le procédé de modelage actuel et le procédé de modelage par laser de sable pour obtenir la roue D.*

Le questionnement sur les caractéristiques physiques, les simulations numériques du refroidissement des deux solutions permettaient de répondre quant au respect de la santé du matériau à mouler. Par l'analyse des simulations numériques, il s'agissait d'identifier des sources de défauts et de proposer les moyens de contrôle. Ce questionnement devait conduire à des solutions de moules directement

obtenues par ce procédé. L'argumentaire sur l'introduction de cette innovation en modelage reposait sur les simulations et l'analyse des données fournies. Les candidats connaissent de manière livresque la technologie relative au procédé de moulage. Pour la majeure partie, il y a confusion entre moulage et modelage. Les candidats ne font que peu de liens entre la conception du moule et les phénomènes physiques mis en jeu, relatifs au procédé. Les candidats doivent, à l'avenir, dans le cadre d'une démarche d'optimisation, mieux appréhender les facteurs ou caractéristiques conduisant à la maîtrise d'un procédé de mise en forme quel qu'il soit. Les critères environnementaux et économiques font partie intégrante des démarches de résolution et de choix.

D-2 - optimisation de la relation PRODUIT (ROUE D) – MATÉRIAU (FONTE) : *cette partie consistait à vérifier que le matériau envisagé garantissait le niveau de dureté pour résister à l'usure, que les cinétiques (refroidissement et transformations structurelles) étaient compatibles avec l'obtention de cette dureté.*

Le questionnaire proposait une analyse des composants chimiques et l'effet sur la structure de la matière ainsi que l'impact sur le moulage tout en tenant compte de la spécification à résister à l'usure. L'étude des transformations structurelles dues aux traitements thermiques (trempe et le revenu), permettait de déboucher sur un traitement de surface moins énergivore et respectant l'environnement tel le grenailage de précontrainte. Les impacts des éléments d'addition dans la constitution d'un matériau et l'effet sur sa structure ont été partiellement traités par les candidats. La détermination de la vitesse de refroidissement a été peu traitée et entachée d'erreur sur l'unité utilisée. La question portant sur les traitements de surface a été traitée sous forme de liste de solutions techniques sans qu'il y ait un choix raisonné. La majeure partie des candidats a des lacunes en sciences des matériaux, en particulier sur les traitements thermiques et leurs impacts en vue d'une démarche d'optimisation. Seuls quelques candidats ont traité de manière satisfaisante ces questions.

3.5. PARTIE E – CONCLUSION : *cette dernière partie consistait à proposer une synthèse des quatre études proposées en fonction des contraintes imposées par les directives européennes dans le cadre du développement durable.*

Les candidats qui ont traité convenablement ce questionnaire de synthèse, sont ceux qui ont traité la totalité des parties. Certains candidats ont proposé des perspectives de traitement des contraintes intégrant l'environnement en précisant des études potentielles sur les aspects de maintenance et de traitement en fin de vie ou de recyclage des différents éléments de la pompe.

4. Conclusion

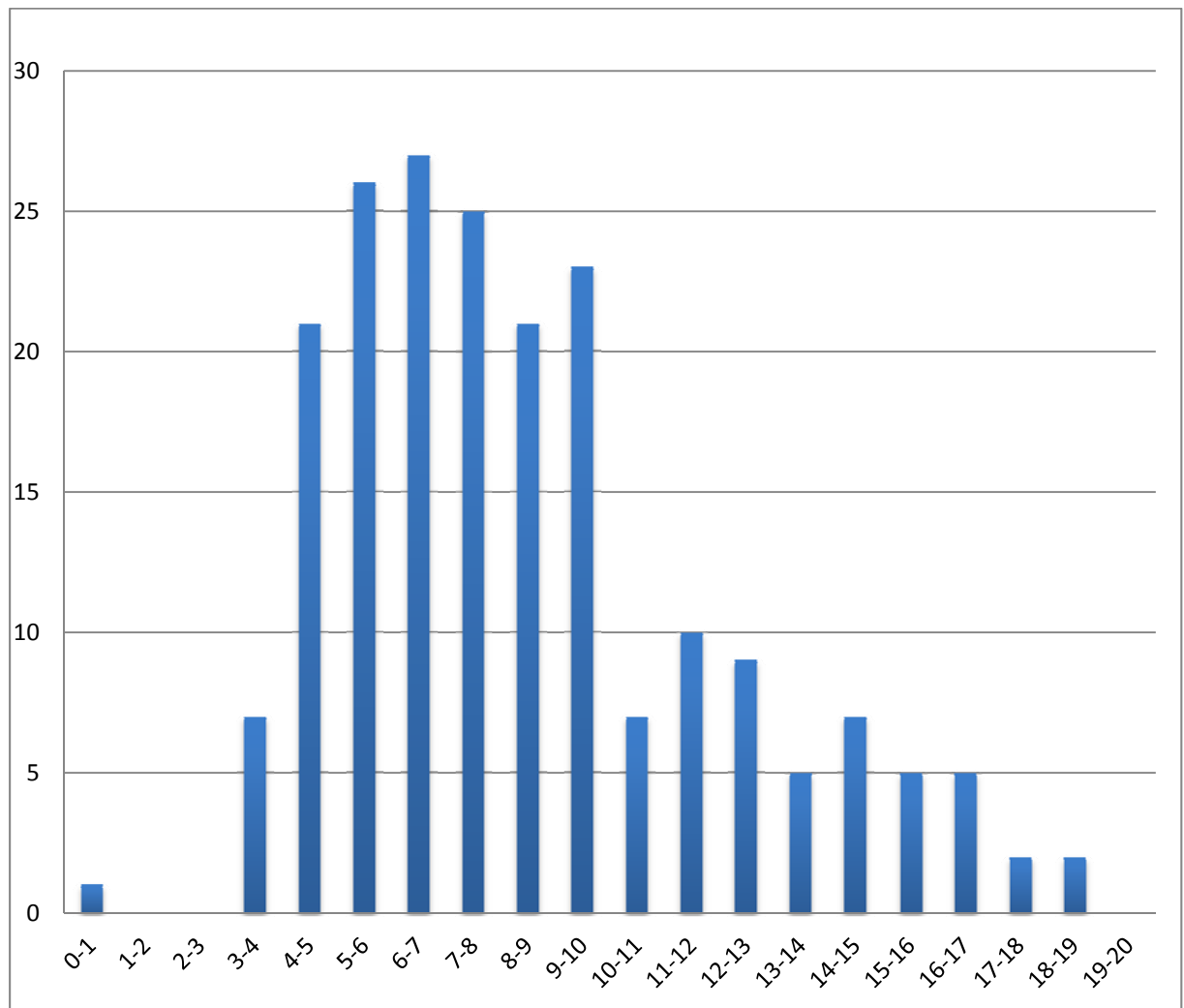
La démarche d'ingénierie suppose, pour les futurs candidats, de connaître et maîtriser les différentes connaissances et approches méthodologiques, les contraintes associées à un contexte industriel pour analyser, critiquer une démarche industrielle globale et intégrée car concurrente de conception, de pré-industrialisation et d'industrialisation de produits mécaniques ou pluri technologiques. Les membres de jury recommandent aux futurs candidats d'élargir, aux différents domaines des sciences industrielles de l'ingénieur, leurs champs de connaissances et capacités pour les mettre au service des démarches d'investigation et de résolution de problèmes.

5. Conclusions

203 candidats, dont 24 candidats à l'agrégation marocaine, ont composé pour cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 8,5/20 et l'écart-type 3,5/20 avec :

- 19 comme meilleure note ;

– 0 comme note la plus basse.



Rapport du jury de l'épreuve d'exploitation pédagogique d'une activité pratique relative à l'approche globale d'un système pluritechnique

1. Présentation de l'épreuve

L'épreuve « exploitation pédagogique d'une activité pratique relative à l'approche globale d'un système pluritechnique » permet au jury d'évaluer l'aptitude des candidats à :

- mettre en œuvre et conduire une expérimentation, une analyse de comportement d'un système réel ou d'un équipement, notamment à l'aide de systèmes informatiques associés à des logiciels de traitement, de simulation, de représentation ;
- analyser et vérifier ou comparer les performances de tout ou partie de ce système pluritechnique, notamment à partir de modèles de comportement et de mesures ;
- justifier ou critiquer les solutions constructives retenues et les choix relatifs à la réalisation (hypothèses, comparaison multicritère des choix techniques et des organisations, évaluations économiques, etc.) en regard du cahier des charges ;
- exploiter les résultats obtenus et formuler des conclusions ;
- concevoir et organiser le plan d'une séquence de formation pour un objectif pédagogique imposé à un niveau de classe donné. Elle prend appui sur les investigations et les analyses effectuées au préalable par le candidat au cours des activités pratiques.

L'exploitation pédagogique proposée, directement liée aux activités pratiques réalisées, est relative aux enseignements de technologie du collège ou aux enseignements technologiques transversaux du cycle terminal « sciences et technologies de l'industrie et du développement durable (STI2D) » et/ou sciences de l'ingénieur de la voie scientifique (SSI) du lycée et des classes préparatoires aux grandes écoles.

Déroulement de l'épreuve

Cette épreuve, de coefficient 2, dure 6 heures et comporte trois phases :

- phase 1 - mise en œuvre des équipements du laboratoire (durée 4 h) ;
- phase 2 - préparation dans la salle de mise en loge (durée 1 h) ;
- phase 3 - présentation des travaux devant un jury (durée 1 h).

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée (conformément à la circulaire n°99-186). Durant toute cette épreuve les candidats ont accès à Internet.

La phase 1 – Manipulation expérimentale au laboratoire. Cette première phase d'une durée totale de 4 h se déroule en trois parties.

Cette phase 1 se déroule dans le laboratoire où sont mis à disposition des candidats les différents supports étudiés. Ceux-ci permettent au candidat de proposer une séquence pédagogique.

L'exploitation pédagogique proposée est liée aux activités pratiques réalisées.

Première partie (durée ≈ 0h30)

Pour cette partie, les manipulations ainsi que les activités proposées ont pour objectif de faciliter la compréhension du fonctionnement global du système. À la fin de cette première partie, l'examinateur

s'assure que le candidat s'est bien approprié le support des activités pratiques ainsi que la problématique proposée.

Deuxième partie (durée ≈ 2h00)

Pour cette partie, après la présentation du système à l'examineur, le candidat doit répondre au questionnement proposé afin de répondre aux problématiques proposées. Cette partie permet au candidat, par la mobilisation de compétences caractéristiques du niveau de l'agrégation, de résoudre les problèmes posés puis d'en exploiter les résultats obtenus (hypothèses, modèles, valeurs numériques, ...).

Troisième partie (durée ≈ 1h30)

Pour cette partie, le candidat doit préparer la trame détaillée de sa séquence de formation, en s'aidant des manipulations nécessaires, en précisant et en validant un ou plusieurs protocoles de mesure permettant de répondre à la problématique.

La phase 1 se déroule dans le laboratoire dans lequel figurent des supports¹. Ceux-ci permettent de proposer des séquences pédagogiques. L'exploitation pédagogique proposée est liée aux activités pratiques réalisées.

Les candidats disposent de l'ensemble des moyens nécessaires à l'expérimentation et d'un poste informatique doté des logiciels courants de bureautique et des logiciels plus spécifiques liés au sujet qui leur est proposé.

La phase 2 se déroule dans la phase de mise en loge (durée 1 h).

Le candidat prépare, dans une salle, l'intervention qu'il effectuera devant le jury. Durant cette phase de préparation de l'exposé en salle, le candidat **n'a plus accès aux matériels, bancs et simulations**. Il dispose d'un poste informatique relié à Internet et doté des logiciels courants de bureautique. Il dispose des résultats obtenus lors de la phase 1 qu'il aura stockés dans un espace qui lui est dédié.

La phase 3 se déroule dans la salle d'exposé devant le jury.

L'exposé oral, d'une durée maximale de 40 minutes, comporte :

- la présentation du système (durée maximale 5 minutes) ;
- le compte-rendu des manipulations effectuées et l'analyse des résultats obtenus dans la deuxième partie de la première phase des activités pratiques (durée maximale 15 minutes) ;
- l'exploitation pédagogique (durée maximale 20 minutes).

L'entretien avec le jury est d'une durée maximale de 20 minutes.

Le candidat est amené au cours de sa présentation orale à expliciter sa démarche méthodologique, à mettre en évidence les informations, données et résultats issus des investigations conduites au cours des activités pratiques qui lui ont permis de construire sa séquence de formation, à décrire et à situer la séquence de formation qu'il a élaborée.

¹ systèmes réels distants ou non avec éventuellement sous-ensembles et composants industriels ; systèmes réels instrumentés ; systèmes didactisés ; systèmes sous forme de maquette et systèmes simulés.

Au cours de l'entretien, le candidat est interrogé plus particulièrement pour préciser certains points de sa présentation ainsi que pour expliquer et justifier les choix de natures didactique et pédagogique qu'il a opérés dans la construction de la séquence de formation présentée.

Pour la présentation devant le jury, les candidats ont à leur disposition un tableau, un ordinateur et un vidéoprojecteur. Ils disposent d'un poste informatique relié à Internet et doté des logiciels courants de bureautique, et des résultats obtenus lors des phases 1 et 2 qu'ils ont stockés dans l'espace qui leur est dédié.

Supports retenus pour la session 2013:

- banc d'étude sismique ;
- banc de transmission thermique ;
- barrière de péage ;
- monture de télescope ;
- panneau solaire asservi ;
- robot aspirateur.

Ces supports ont permis aux candidats de mettre en œuvre leurs compétences à haut niveau scientifique sur les activités suivantes :

- identification des comportements de constituants ou d'un système ;
- mesure de comportement de constituants ou d'un système ;
- détermination des paramètres significatifs d'une chaîne de mesure ;
- détermination des paramètres significatifs d'une chaîne d'énergie ;
- détermination des paramètres significatifs d'une modélisation ;
- recalage d'un modèle ;
- choix des modèles de comportement ou de connaissance ;
- validation de modèles ;
- simulation et prédiction de performances ;
- évaluation des écarts.

2. Analyse des résultats

Le jury observe une grande disparité dans les prestations des candidats.

Sur cette épreuve, trois populations ressortent :

- une partie des candidats est bien préparée à la conduite des expérimentations et à l'exploitation des résultats aux plus hauts niveaux d'expertise, mais n'aborde que partiellement l'exploitation pédagogique des manipulations (représentant pourtant près de 40% du temps alloué en laboratoire) ;
- une autre partie des candidats ne réalise que quelques rares manipulations liées généralement à une connaissance parcellaire des champs scientifiques et techniques à mobiliser. De plus, la qualité de raisonnement et la rigueur ne sont pas au niveau que l'on peut attendre d'un candidat à l'agrégation. L'exploitation pédagogique associée est souvent décevante : par exemple les séquences et séances sont souvent confondues ;
- une dernière partie mobilise à bon escient connaissances et compétences pour répondre à la problématique demandée en positionnant leur future exploitation pédagogique. Seuls ces derniers sont en rapport avec les attendus scientifiques et pédagogiques de candidats admissibles à l'agrégation et ont généralement produit une présentation orale de qualité.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Sur la compréhension du système

Pour cette partie, les manipulations proposées ainsi que les activités proposées ont pour objectif de faciliter la compréhension du fonctionnement global du système, de s'appropriier le support du travail pratique et de la problématique proposée. Les candidats disposent pour cette phase de compréhension du système d'un dossier technique, et d'un dossier ressource ainsi que diverses ressources numériques. Le système proposé au candidat peut être le système réel ou un système didactisé à partir du système réel.

Pour cette phase, le jury tient à porter à l'attention des candidats les points suivants :

- l'extraction des informations pertinentes dans les ressources mises à disposition constitue un préalable indispensable à l'appropriation du système et de la problématique ;
- la contextualisation des activités et supports proposés, souvent omise, permet de correctement appréhender le fil directeur des activités et manipulations proposées ;
- les analyses externes et internes des systèmes gagnent en pertinence lorsqu'elles sont appuyées sur des outils formalisés.

Sur les travaux pratiques de résolution des problèmes posés et d'exploitation des résultats

Pour cette partie de l'épreuve, le candidat peut être amené à :

- utiliser une instrumentation spécifique dédiée à la mesure de grandeurs physiques sur les systèmes instrumentés ;
- mettre en œuvre différents outils informatiques (logiciels de pilotage et/ou d'acquisition dédiés aux supports, logiciels de simulation, tableurs, traitements de textes, logiciels de calcul ou de visualisation...).

La maîtrise de ces logiciels n'est pas exigée. Une aide d'utilisation est fournie et le jury assiste le candidat en cas de difficultés matérielles ou de mise œuvre des différents outils informatiques.

Lors des travaux pratiques, les candidats doivent mobiliser l'ensemble des connaissances fondamentales des sciences de l'ingénieur de manière transversale.

Lors des manipulations, résolutions des problèmes et exploitations des résultats, le jury constate :

- une lecture et une analyse partielle du sujet proposé ;
- une maîtrise perfectible des outils d'analyse courants ;
- des analyses partielles et réductrices des résultats des expérimentations et des mesures ;
- une exploitation limitée des équipements due à des manipulations approximatives, des analyses superficielles et des interprétations peu rigoureuses des résultats obtenus, résultant d'une pratique insuffisante de la démarche à caractère expérimental ;
- de fortes difficultés à passer du modèle au réel, entraînant l'absence de corrélation entre les phénomènes physiques et les mesures effectuées par les logiciels d'acquisition.

Les candidats ayant réussi les travaux pratiques de résolution des problèmes posés et d'exploitation des résultats se sont attachés à :

- maîtriser la durée consacrée à chaque activité et à structurer l'exposé à partir d'un plan ;
- présenter la démarche de résolution du problème technique posé ;
- présenter et/ou justifier les protocoles et présenter les résultats de façon claire et précise ;
- faire une analyse critique de ces résultats.

Le jury tient à préciser que les supports de travaux pratiques sont principalement issus des laboratoires des filières S option sciences de l'ingénieur, STI2D, STS, CPGE et couvrent l'ensemble des champs disciplinaires transversaux des sciences industrielles de l'ingénieur.

Sur la réalisation d'une activité pédagogique à caractère expérimental

Une problématique pédagogique expérimentale étant proposée, le candidat doit préparer la trame détaillée de la globalité de sa séquence pédagogique dans laquelle il devra décrire plus particulièrement une séance pédagogique à caractère expérimental en s'aidant des manipulations nécessaires et en précisant et validant un ou plusieurs protocoles de mesure permettant de répondre à la problématique.

Le jury constate régulièrement que les candidats :

- ne définissent pas la place de la séquence proposée dans le plan de formation annuel pour le niveau proposé ;
- ne précisent pas de façon argumentée la place de l'exploitation pédagogique dans la séquence ;
- ne connaissent ni les horaires officiels, ni les épreuves du baccalauréat relatives aux classes de STI2D et S option sciences de l'ingénieur ;
- ne dégagent pas et ne formalisent pas suffisamment les objectifs et les connaissances à transmettre ;
- ont des difficultés à structurer une démarche cohérente conduisant à la transmission de compétences nouvelles au niveau imposé et à identifier les centres d'intérêt associés au système étudié ;
- proposent des protocoles expérimentaux qu'ils ne mettent pas en œuvre et ne valident pas ;
- réduisent leur temps consacré à la préparation de l'exploitation pédagogique ce qui les pénalise.

Le jury conseille aux futurs candidats d'étudier préalablement et attentivement les programmes et les objectifs de formation des baccalauréats S option sciences de l'ingénieur, STI2D, et des CPGE, ainsi que les commentaires associés. Cette étude, ainsi que la lecture des documents « Ressources pour faire la classe » et des guides d'équipement, leur permettra de proposer une exploitation pédagogique qui soit en adéquation avec le niveau imposé. Une réflexion pédagogique sur les objectifs de formation de ces séries et classes post bac est indispensable pour cette partie.

Sur la présentation orale devant un jury

Le jury attend lors de cette phase de restitution des investigations et de la réalisation de l'activité pédagogique menées durant la phase de préparation que le candidat soit capable :

- de décrire le système et de rappeler le contexte de l'étude réalisée ;
- de décrire les mesures effectuées en rappelant la problématique donnée et en précisant la démarche mise en œuvre et les conclusions obtenues ;
- de situer la séquence dans une progression pédagogique cohérente ;
- de situer l'activité expérimentale dans la séquence pédagogique ;
- d'explicitier les compétences, et les connaissances associées, visées par la séance, les moyens de leur évaluation et de s'assurer du respect des textes officiels en vigueur ;
- de définir l'enchaînement des activités réalisées par les élèves dans la séance ;
- de proposer, justifier et valider un ou des protocoles expérimentaux.

Le jury attend également du candidat qu'il mette en œuvre des compétences professionnelles en matière de communication :

- produire un discours clair, précis et rigoureux en sachant attirer l'attention son auditoire ;

- être pertinent et réactif aux questions posées ;
- être capable de dégager l'essentiel et de donner du sens aux connaissances développées.

Les candidats qui ont bien réussi dans cette présentation de l'exploitation pédagogique se sont attachés à :

- situer l'exploitation dans une séquence inscrite dans une progression pédagogique cohérente et en accord avec la philosophie générale des niveaux d'enseignement demandés ;
- construire leur exposé à partir des résultats expérimentaux obtenus dans la troisième partie de la première phase de l'épreuve ;
- présenter l'organisation pédagogique générale de la séance (objectifs opérationnels, pré requis, connaissances nouvelles, organisation matérielle pour un groupe d'élèves) ;
- proposer un plan de déroulement de la séance avec les points clés ;
- développer la partie expérimentale de la séance qui amène les compétences nouvelles, en présentant les manipulations, résultats expérimentaux et conclusions attendues ;
- préciser les travaux donnés aux élèves et les modes d'évaluation.

Sur le comportement des candidats

De trop nombreux candidats manquent de méthode et de rigueur pour appréhender un système pluri technologique dans sa globalité et dans sa complexité. Cette exploitation pédagogique d'une activité pratique relative à l'approche globale et transversale d'un système pluri technologique ne s'improvise pas. Elle doit se préparer tout au long de la formation post-baccalauréat conduisant à l'agrégation.

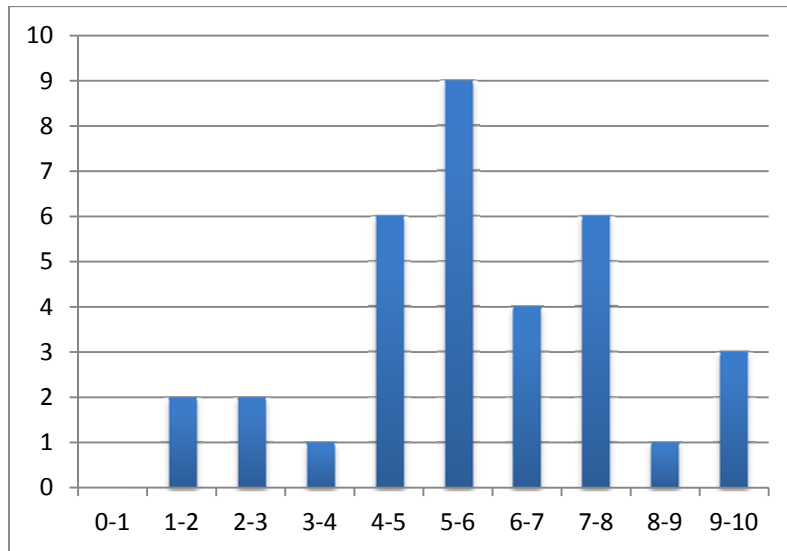
4. Conclusion

Cette première session marque une évolution forte par rapport aux épreuves antérieures, il semble nécessaire que les candidats s'approprient tous les champs disciplinaires transversaux des sciences de l'ingénieur portant sur la matière, l'énergie et l'information. Les candidats doivent également approfondir leurs connaissances des différents référentiels de formation et des objectifs généraux de ceux-ci.

5. Résultats

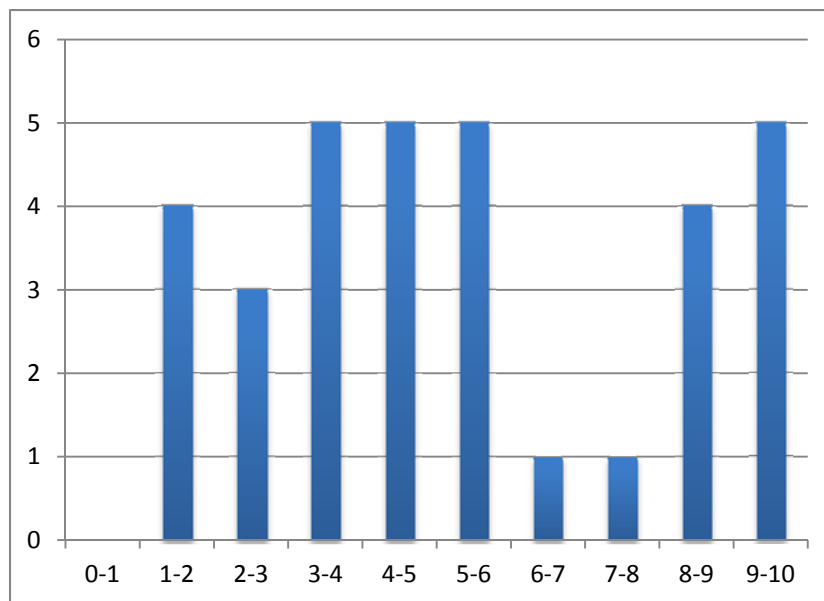
34 candidats ont composé pour la première partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 5,9/10 avec :

- 10 comme meilleure note ;
- 1,8 comme note la plus basse.



33 candidats ont composé pour la seconde partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 5,4/10 avec :

- 10 comme meilleure note ;
- 1,7 comme note la plus basse.



Rapport du jury de l'épreuve d'activité pratique et exploitation pédagogique relatives à l'approche spécialisée d'un système pluritechnique

1. Présentation de l'épreuve

L'épreuve d'activité pratique et d'exploitation pédagogique prend appui sur un système technologique du domaine de la spécialité. Il vise à évaluer les compétences que les candidats mettent en œuvre pour concevoir une activité pédagogique à caractère expérimental. Pour cela, ils sont amenés à résoudre un problème technique posé au niveau d'exigence de l'agrégation, à communiquer les démarches mises en œuvre et à analyser les résultats obtenus.

L'épreuve a pour but d'évaluer l'aptitude du candidat à :

- mettre en œuvre des matériels ou équipements, associés si besoin à des systèmes informatiques de pilotage, de traitement, de simulation, de représentation ;
- conduire une expérimentation, une analyse de fonctionnement d'une solution, d'un procédé, d'un processus, dans la spécialité du concours, afin d'analyser et vérifier les performances d'un système technique ;
- exploiter les résultats obtenus et formuler des conclusions ;
- concevoir et organiser une séquence de formation pour un objectif pédagogique imposé à un niveau de classe donné et présenter de manière détaillée un ou plusieurs points-clefs des séances de formation constitutives. Elle prend appui sur les investigations et les analyses effectuées au préalable par le candidat au cours d'activités pratiques relatives à un système technique.

Le support de l'activité pratique proposée permet, à partir d'une analyse systémique globale, l'analyse d'un problème technique particulier relatif à la spécialité du concours dans l'option choisie.

Cette épreuve d'activité pratique demande aux candidats de mobiliser compétences, et les connaissances associées, à mettre en œuvre dans le cadre d'un enseignement pouvant être confié à un professeur agrégé SII d'ingénierie mécanique. Pour répondre à cet objectif, les supports utilisés lors de cette épreuve sont relatifs aux champs du comportement mécanique des systèmes, de la conception, de la pré-industrialisation et de l'industrialisation des produits.

Déroulement de l'épreuve

Cette épreuve, de coefficient 2, dure 6 heures et comporte trois phases :

- phase 1 - mise en œuvre des équipements du laboratoire (durée 4 h) ;
- phase 2 - préparation dans la salle de mise en loge (durée 1 h) ;
- phase 3 - présentation des travaux devant un jury (durée 1 h).

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée (conformément à la circulaire n°99-186). L'utilisation d'une calculatrice est autorisée (conformément à la circulaire n°99-186). Durant toute cette épreuve les candidats ont accès à Internet.

La phase 1 – Manipulation expérimentale au laboratoire. Cette première phase d'une durée totale de 4 h se déroule en trois parties.

Cette phase 1 se déroule dans le laboratoire où sont mis à disposition des candidats les différents supports étudiés. Ceux-ci permettent au candidat de proposer une séquence pédagogique. **L'exploitation pédagogique proposée est liée aux activités pratiques réalisées.**

Première partie (durée ≈ 0h30)

Le candidat doit mettre en œuvre les matériels ou équipements, associés si besoin à des systèmes informatiques de pilotage, de traitement, de simulation, de représentation.

Pour cette partie, les manipulations ainsi que les activités proposées ont pour objectif de faciliter la compréhension du fonctionnement global du système. À la fin de cette première partie, l'examineur s'assure que le candidat s'est bien approprié le support des activités pratiques ainsi que la problématique proposée.

Deuxième partie (durée ≈ 2h00)

Le candidat doit conduire une expérimentation, une analyse de fonctionnement d'une solution, d'un procédé, d'un processus, dans la spécialité du concours, afin d'analyser et vérifier les performances d'un système technique ; exploiter les résultats obtenus et formuler des conclusions.

Pour cette partie, après la présentation du système à l'examineur, le candidat doit répondre au questionnement proposé afin de répondre aux problématiques proposées dans les activités pratiques. Cette partie permet au candidat, par la mobilisation de compétences caractéristiques du niveau de l'agrégation, de résoudre les problèmes posés puis d'en exploiter les résultats obtenus (hypothèses, modèles, valeurs numériques, ...).

Troisième partie (durée ≈ 1h30)

Pour cette partie, le candidat doit concevoir et organiser une séquence de formation pour un objectif pédagogique imposé à un niveau de classe donné et présenter de manière détaillée un ou plusieurs points-clefs des séances de formation constitutives. Elle prend appui sur les investigations et les analyses effectuées au préalable par le candidat au cours d'activités pratiques relatives à un système technique.

La phase 1 se déroule dans le laboratoire dans lequel figurent des supports². Ceux-ci permettent de proposer des séquences pédagogiques.

L'exploitation pédagogique proposée est liée aux activités pratiques réalisées.

Les candidats disposent de l'ensemble des moyens nécessaires à l'expérimentation et d'un poste informatique doté des logiciels courants de bureautique et des logiciels plus spécifiques liés au sujet qui leur est proposé.

La phase 2 se déroule dans la phase de mise en loge (durée 1 h).

Le candidat prépare dans une salle l'intervention qu'il effectuera devant le jury. Durant cette phase de préparation de l'exposé en salle, le candidat **n'a plus accès aux matériels, bancs et simulations**. Il dispose d'un poste informatique relié à l'internet doté des logiciels courants de bureautique. Il dispose des résultats obtenus lors de la phase 1 qu'il aura stockés dans un espace qui lui est dédié.

² systèmes réels distants ou non avec éventuellement sous-ensembles et composants industriels ; systèmes réels instrumentés ; systèmes didactisés ; systèmes sous forme de maquette et systèmes simulés.

La phase 3 se déroule dans la salle d'exposé devant le jury.

L'exposé oral, d'une durée maximale de 40 minutes, comporte :

- la présentation du système (durée maximale 5 minutes) ;
- le compte-rendu des manipulations effectuées et l'analyse des résultats obtenus dans la deuxième partie de la première phase des activités pratiques (durée maximale 15 minutes) ;
- l'exploitation pédagogique (durée maximale 20 minutes).

L'entretien avec le jury est d'une durée maximale de 20 minutes.

Le candidat est amené au cours de sa présentation orale à expliciter sa démarche méthodologique, à mettre en évidence les informations, données et résultats issus des investigations conduites au cours des activités pratiques qui lui ont permis de construire sa séquence de formation, à décrire et à situer la séquence de formation qu'il a élaborée.

Au cours de l'entretien, le candidat est interrogé plus particulièrement pour préciser certains points de sa présentation ainsi que pour expliquer et justifier les choix de natures didactique et pédagogique qu'il a opérés dans la construction de la séquence de formation présentée.

Pour la présentation devant jury, les candidats ont à leur disposition un tableau, un ordinateur et un vidéoprojecteur. Ils disposent d'un poste informatique relié à Internet et doté des logiciels courants de bureautique, et des résultats obtenus lors des phases 1 et 2 qu'ils ont stockés dans l'espace qui leur est dédié.

Compétences attendues par le jury

Lors de cette épreuve d'activité pratique, le jury évalue chez les candidats les compétences suivantes :

- s'approprier un support ;
- identifier une problématique pertinente par rapport au questionnement proposé ;
- mettre en œuvre des outils informatiques et logiciels métiers ;
- élaborer, conduire, justifier un protocole expérimental ;
- exploiter des résultats expérimentaux et formuler des conclusions ;
- élaborer, justifier, analyser de manière critique un modèle ;
- évoluer en autonomie en mobilisant toutes ses connaissances et ses compétences ;
- faire preuve d'ingénierie pédagogique en élaborant **une séance d'activités pratiques** dans une séquence cohérente, inscrite dans une progression pédagogique ;
- dégager l'essentiel de la problématique identifiée en s'appuyant sur les expériences menées et les modèles utilisés ;
- présenter oralement ses travaux (clarté, précision, rigueur) ;
- être réactif et pertinent dans les réponses aux questions posées.

Supports retenus et activités demandées

Pour la session 2013, les supports retenus pour cette épreuve d'activité pratique ont été les suivants :

- banc d'étude des sollicitations en RDM ;
- banc d'étude des vibrations de structures ;
- banc d'étude des treillis plans ;
- banc d'étude des vibrations des machines tournantes ;
- procédé d'injection ;
- procédé de coulée sous vide ;
- conception d'un produit industriel ;
- étude de pré-industrialisation d'un produit mécanique.

Ces supports ont permis aux candidats de mettre en œuvre leurs compétences à haut niveau scientifique sur les activités suivantes :

- détermination des caractéristiques d'une chaîne de mesure ;
- détermination des paramètres significatifs dans une modélisation ;
- identification du comportement de composants ;
- mesure du comportement d'un système ;
- modélisation d'un système ;
- optimisation d'une solution industrielle ;
- recalage d'un modèle ;
- simulation et prédiction de performances ;
- validation d'un modèle ;
- pré-industrialisation d'un produit ;
- industrialisation d'un produit.

2. Analyse globale des résultats

Les résultats pour cette première session sont encourageants. Les candidats avaient dans l'ensemble connaissance des modalités de cette nouvelle épreuve, certains y étaient manifestement préparés. Il semble indispensable que les futurs candidats s'imprègnent de l'idée que les activités pratiques peuvent constituer de véritables activités d'apprentissage et qu'elles constituent des modalités pédagogiques qui peuvent, dans certains cas, être très pertinentes pour la formation des élèves.

3. Commentaires et conseils aux futurs candidats

Sur l'appropriation du support (première partie de la phase 1)

Pour cette première partie, le questionnement est conçu pour permettre une compréhension globale du système et de son fonctionnement. Il doit permettre au candidat de montrer sa capacité à aborder le système de façon globale en identifiant sa structure, ses caractéristiques et son fonctionnement. Un dossier technique et des ressources documentaires numériques sont à sa disposition. Cette première phase est fondamentale pour permettre au candidat de dégager ou comprendre la problématique dans la suite des activités (deuxième et troisième partie de la phase 1). Le système proposé au candidat peut être le système réel ou un système didactisé à partir d'un système réel. Il est important que le candidat prenne en compte, dès la phase d'appropriation, les différences entre ces deux cas de figure.

Pour cette partie, le jury recommande :

- d'analyser et d'identifier les informations pertinentes pour s'approprier le support ;
- d'associer les observations du système à la consultation des ressources documentaires ;
- d'utiliser des outils d'analyse externe et interne pour décrire le fonctionnement et/ou la structure ;
- de resituer le système réel dans son contexte d'utilisation.

Sur les travaux pratiques à haut niveau scientifique (deuxième partie de la phase 1)

Pour cette partie de l'épreuve, le candidat peut être amené à utiliser une instrumentation spécifique dédiée à la mesure de grandeurs physiques sur les systèmes instrumentés. Une aide dans l'utilisation de ces instruments est fournie et le jury assiste le candidat en cas de difficultés matérielles. L'instrumentation peut être basique ou raccordée à un ordinateur.

Les candidats peuvent également être amenés à mettre en œuvre différents outils informatiques (logiciels de pilotage et/ou d'acquisition dédiés aux supports, modeleurs volumiques, logiciels de

simulation, logiciel d'assistance au choix de matériaux...). La maîtrise de ces logiciels n'est pas exigée et une aide est systématiquement fournie.

Les logiciels proposés peuvent, par leurs possibilités de simulation, faciliter la compréhension des phénomènes et permettent d'éviter tout calcul long et complexe. En revanche, ils ne dispensent pas les candidats de formuler l'ensemble des hypothèses et des justifications nécessaires.

Les logiciels d'acquisition de grandeurs physiques du système réel ne dispensent pas le candidat d'observer pendant la phase d'acquisition le comportement du système réel ou didactisé.

La maîtrise des connaissances fondamentales dans les domaines de la mécanique, de la conception, de la pré-industrialisation et de l'industrialisation des produits est indispensable pour mettre en œuvre les différents équipements proposés aux candidats et pour résoudre les problématiques auxquelles ils sont confrontés.

Les candidats ayant bien réussi la présentation de l'activité expérimentale se sont attachés à :

- analyser le sujet proposé en utilisant des méthodes courantes ;
- exploiter la problématique proposée ;
- exploiter les équipements, les manipulations et les interprétations des résultats obtenus, qui résultent d'une pratique affirmée de la démarche à caractère expérimental ;
- présenter rapidement le système proposé, la problématique posée, les données et l'environnement matériel ;
- structurer l'exposé à partir d'un plan ;
- présenter la démarche de résolution du problème technique posé ;
- confronter le modèle et le réel, dissocier le réel à l'échelle 1 de la maquette à échelle réduite ;
- présenter et/ou justifier les protocoles ;
- corrélérer les phénomènes physiques observables et les mesures effectuées par des logiciels d'acquisition ou des appareils de mesure ;
- présenter les résultats de façon claire et précise ;
- faire une analyse critique et organisée de ces résultats ;
- tirer les conclusions vis-à-vis du problème posé.

Le jury tient à préciser que la mise en œuvre de supports équipant les laboratoires des filières STI2D, BTS, DUT peut aider certains candidats à s'inscrire dans la démarche souhaitée dans cette partie. Cette possibilité de mise en œuvre ne saurait néanmoins se substituer à une pratique expérimentale sur des systèmes industriels ou grands publics liés à la spécialité.

Sur la réalisation d'une activité pédagogique à caractère expérimental (troisième partie de la phase 1)

À partir de nouvelles expérimentations, complémentaires à celles qui sont menées lors de la deuxième partie de la phase 1, le candidat doit proposer une exploitation pédagogique à caractère expérimental en mettant en évidence l'apport spécifique des activités pratiques.

Le jury recommande aux candidats :

- de définir la place de leur séquence dans la progression pédagogique du niveau proposé ;
- de préciser de façon argumentée la place de l'activité pratique dans la séquence ;
- d'utiliser les horaires officiels du niveau d'enseignement demandé ;
- de connaître la structure des référentiels professionnels post baccalauréat et la façon de les exploiter ;
- de dégager les objectifs pédagogiques, les connaissances à transmettre et les points-clés de la séquence ;

- de structurer la démarche pédagogique permettant la transmission de compétences nouvelles au niveau imposé ;
- de proposer les protocoles expérimentaux à mettre en œuvre avec les élèves ;
- de définir et justifier l'évaluation des compétences visées ;
- d'utiliser la totalité du temps consacré à la présentation de l'exploitation pédagogique.

Le jury conseille aux futurs candidats d'étudier préalablement et attentivement les programmes et les objectifs de formation des baccalauréats STI2D, et des BTS et DUT, ainsi que les commentaires associés. Cette étude, ainsi que la lecture des documents « ressources ou repères pour faire la classe », leur permettra de proposer une exploitation pédagogique qui soit en adéquation avec le niveau imposé. Une réflexion pédagogique sur les objectifs de formation de ces séries et classes post baccalauréat est indispensable pour cette partie.

Sur la présentation orale devant un jury (phase 3)

Les candidats disposent de 40 minutes au maximum pour présenter les résultats des travaux et l'exploitation pédagogique qu'ils ont réalisés. Il s'agit d'un temps pendant lequel ils doivent présenter le support sur lequel ils ont travaillé, présenter les manipulations effectuées et les résultats obtenus et leur analyse, et présenter leur exploitation pédagogique à caractère expérimental. Le jury dispose ensuite de 20 minutes au maximum pour s'entretenir avec le candidat.

Le jury attend lors de cette phase de restitution des investigations menées durant la phase de préparation que le candidat soit capable :

- de décrire le système ;
- de décrire les mesures effectuées en rappelant la problématique ;
- de commenter la démarche mise en œuvre et les résultats obtenus ;
- d'analyser les résultats d'essai ;
- de situer la séquence dans une progression pédagogique cohérente ;
- de situer l'activité expérimentale dans la séquence pédagogique ;
- de proposer, justifier et valider un ou des protocoles expérimentaux ;
- d'explicitier les connaissances et compétences visées par la séance et les moyens de leur évaluation ;
- de définir l'enchaînement des activités réalisées par les élèves dans la séance ;
- de définir les documents qui seront proposés aux élèves.

Le jury attend également du candidat qu'il mette en œuvre des compétences professionnelles en matière de communication :

- produire un discours clair, précis et rigoureux en sachant attirer l'attention de son auditoire ;
- être pertinent et réactif dans les réponses aux questions posées ;
- être capable de dégager l'essentiel et de donner du sens aux connaissances développées.

Le jury constate que de nombreux candidats ne savent pas mettre à profit le temps qui leur est imparti (40 minutes au total) pour valoriser la réflexion, les analyses et les synthèses issues des travaux à caractères expérimentaux qu'ils ont menés.

Lors de la phase de présentation de l'activité pédagogique, il est important pour les candidats, d'aller à l'essentiel et de replacer la séquence proposée dans son contexte. Il n'est pas nécessaire qu'ils présentent de façon exhaustive l'organisation pédagogique générale de l'année de formation correspondante.

Les candidats qui ont bien réussi dans cette présentation de l'exploitation pédagogique se sont attachés à :

- situer l'exploitation dans une séquence inscrite dans une progression pédagogique cohérente ;
- construire leur exposé à partir des résultats expérimentaux obtenus dans la troisième partie de la première phase de l'épreuve ;
- présenter l'organisation pédagogique générale de la séance (objectifs opérationnels, prérequis, connaissances nouvelles, environnement matériel) ;
- proposer un plan de déroulement de la séance avec les points-clés ;
- développer la partie expérimentale de la séance qui amène les compétences nouvelles, en présentant les manipulations, résultats expérimentaux et conclusions attendues ;
- préciser les travaux donnés aux élèves et les modes d'évaluation.

Sur le comportement des candidats

De nombreux candidats manquent de méthode et de rigueur pour appréhender un système spécialisé dans sa globalité et dans sa complexité. Cette épreuve d'activités pratiques ne s'improvise pas et doit se préparer tout au long de la formation conduisant à l'agrégation.

Les candidats se réfèrent parfois avec une confiance aveugle aux modèles numériques et ont en revanche beaucoup de méfiance vis-à-vis des résultats expérimentaux. Même si c'est une évidence, il n'est pas inutile de le rappeler ici, qu'une épreuve d'activités pratiques est avant tout une épreuve expérimentale.

4. Conclusion

Le jury est conscient de la difficulté de cette épreuve exigeante mais fondamentale en SII. Pour cette première session de l'agrégation, les résultats de la deuxième épreuve d'admission sont encourageants. Les candidats des prochaines sessions de cette épreuve trouveront dans le rapport de cette épreuve les éléments relatifs à sa préparation.

La première et la deuxième partie de la phase 1 de cette épreuve s'appuient essentiellement sur les connaissances et compétences technologiques et scientifiques du candidat. Le candidat est guidé par un questionnaire.

Pour la troisième partie de la phase 1, il semble que de nombreux candidats aient de réelles difficultés à choisir rapidement un scénario pédagogique lorsque le niveau est imposé.

Le jury réaffirme que tous les choix sont possibles et évalue avec le même niveau d'exigence, à partir du moment où le scénario pédagogique développé de la séquence et de la séance est cohérent, pertinent et justifié.

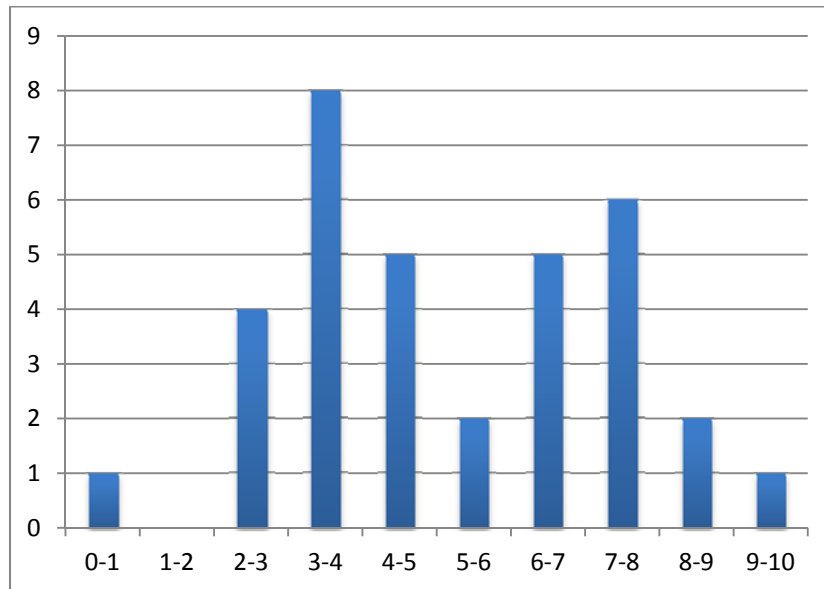
Lors de cette session, le jury a constaté et apprécié une réelle prise en compte des situations pédagogiques proposées. Une partie des candidats a réfléchi au scénario de formation proposé et s'est montrée capable de le justifier, d'en discuter et d'en proposer les limites ou les avantages.

Le jury conseille aux candidats de préparer cette épreuve en s'appropriant concrètement les différentes évolutions pédagogiques et didactiques proposées dans les référentiels et les documents d'accompagnement qui les complètent, ainsi que par la lecture des articles pédagogiques qui sont publiés régulièrement dans les revues disciplinaires. La connaissance et l'appropriation de ces réflexions dans l'enseignement quotidien d'un professeur lui permettront de mieux maîtriser ces concepts et d'éviter de faire des propositions didactiques irréalistes et inappropriées.

5. Résultats

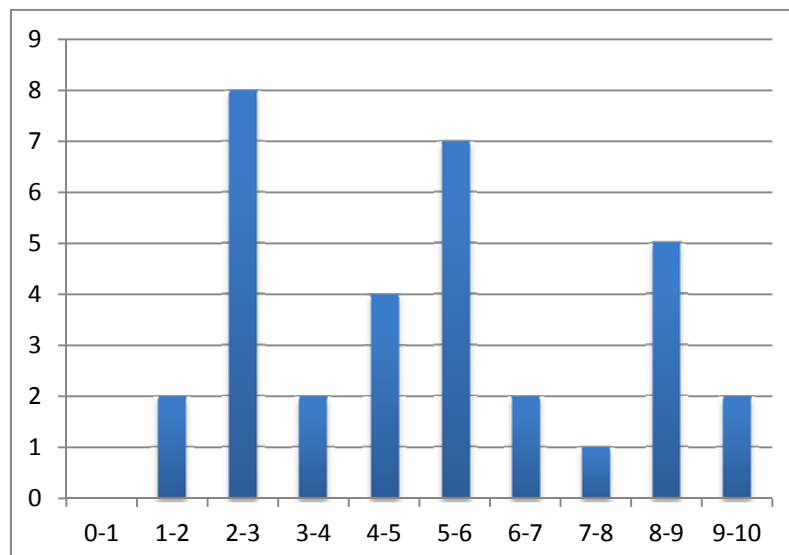
34 candidats ont composé pour la première partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 5,3/10 avec :

- 9,1 comme meilleure note ;
- 0,9 comme note la plus basse.



34 candidats ont composé pour la seconde partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 5,1/10 avec :

- 10 comme meilleure note ;
- 1,4 comme note la plus basse.



Rapport du jury de l'épreuve sur dossier comportant deux parties

1. Présentation de l'épreuve

Cette épreuve est constituée de deux parties distinctes, évaluées séparément.

La première impose aux futurs professeurs de s'engager, dès leur début de carrière, dans un processus de rapprochement avec le monde de l'entreprise. Elle doit amener le candidat à conduire personnellement une analyse technique et économique d'un problème industriel authentique. Pour cela, il est indispensable que les candidats prennent contact avec des responsables (ingénieurs, chercheurs, ..) au sein d'une entreprise. Un dossier élaboré à partir de ressources téléchargées sur Internet ne répond pas à l'esprit de cette épreuve.

Cette analyse peut être soit à l'initiative de l'entreprise soit à celle du candidat. Elle s'appuie sur la résolution d'un problème technique identifié. La justification de la solution à ce problème est conduite par le candidat.

La deuxième partie prend appui sur une problématique contextualisée, tirée au sort, qu'il s'agit pour le candidat d'analyser en fonction de textes et documents fournis.

Ce compte-rendu vise à mettre en évidence les caractéristiques de l'épreuve et les attentes du jury, afin de permettre aux candidats de conduire leur préparation dans les meilleures conditions.

Les textes réglementaires définissant l'épreuve

Le jury rappelle l'évolution des textes réglementaires concernant cette épreuve dans l'encadré ci-dessous et ayant pris effet à la session 2013.

Durée de la préparation : 1 heure 30

Durée de l'épreuve : 1 heure maximum

L'épreuve se déroule en deux parties. La première partie est notée sur 15 points, la seconde sur 5 points.

Première partie : soutenance devant le jury d'un dossier technique et scientifique réalisé par le candidat dans un des domaines de l'option préparée, suivie d'un entretien

Durée de la présentation : 20 minutes maximum

Durée de l'entretien avec le jury : 20 minutes

L'épreuve a pour but de vérifier que le candidat est capable de rechercher les supports de son enseignement dans le milieu économique et d'en extraire des exploitations pertinentes pour son enseignement en collège ou en lycée.

Le dossier présenté par le candidat est relatif à un système technique dont la dominante est choisie par le candidat. Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs.

L'exposé et l'entretien permettent d'apprécier l'authenticité et l'actualité du problème choisi par le candidat, sa capacité à en faire une présentation construite et claire, à mettre en évidence les questionnements qu'il suscite et à en dégager les points remarquables et caractéristiques. Ils permettent également au candidat de mettre en valeur la qualité de son dossier et l'exploitation pédagogique qu'il peut en faire dans le cadre d'un enseignement.

En utilisant les moyens courants de présentation (vidéoprojecteur et informatique associée, en particulier), le candidat présente le support technique qu'il a choisi pour l'épreuve ainsi que les investigations et développements qu'il a conduits pour s'en approprier le fonctionnement et les évolutions potentielles. Lors de la présentation, le candidat justifiera le choix du support d'étude et les investigations conduites qui pourraient, selon lui, donner lieu à des exploitations pertinentes en

collège ou en lycée.

Pendant l'entretien, le jury conduit des investigations destinées à se conforter dans l'idée que le dossier présenté résulte bien d'un travail personnel du candidat et s'en faire préciser certains points.

Les éléments constitutifs du dossier sont précisés par note publiée sur le site internet du ministère chargé de l'éducation nationale. Les dossiers doivent être déposés au secrétariat du jury cinq jours francs avant le début des épreuves d'admission.

Seconde partie : interrogation portant sur la compétence "Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable"

1. Durée de la présentation : 10 minutes

2. Durée de l'entretien avec le jury : 10 minutes

Le candidat répond pendant dix minutes à une question, à partir d'un document qui lui a été remis au début de l'épreuve, question pour laquelle il a préparé les éléments de réponse durant le temps de préparation de l'épreuve. La question et le document portent sur les thématiques regroupées autour des connaissances, des capacités et des attitudes définies, pour la compétence désignée ci-dessus, dans le point 1 de l'annexe de l'arrêté du 12 mai 2010 (MENH1012598A).

Arrêté du 12 mai 2010

L'exposé se poursuit par un entretien avec le jury pendant dix minutes.

Le déroulement de l'épreuve de la session 2013

Pour cette session, le candidat disposait d'une heure et trente minutes pour préparer le sujet relatif à l'interrogation portant sur la compétence « agir en fonctionnaire de l'État de façon éthique et responsable (AEFE) » et installer l'environnement matériel de son exposé sur le dossier industriel. Pour sa préparation, le candidat bénéficiait d'un poste informatique multimédia.

Les sujets « AEFE » comportaient tous les textes ou extraits de textes susceptibles d'être exploités comme ressources et le candidat pouvait formuler ses réponses aux questions posées sur un document numérique.

Avant la soutenance proprement dite, le candidat disposait de 30 minutes pour préparer l'environnement nécessaire à son exposé. Un poste informatique avec vidéo projecteur est mis à sa disposition.

À l'heure prévue pour la soutenance, le jury rejoint le candidat dans la salle ainsi préparée. Le candidat choisit alors l'ordonnancement des deux parties. À l'issue de chaque exposé, le jury s'entretient avec le candidat sur différents points qu'il aura pu exposer :

- vingt minutes sont consacrées au dossier. Le jury s'assure qu'il s'agit bien d'un travail personnel résultant d'un échange approfondi avec une entreprise industrielle sur un problème de production authentique ;
- dix minutes sont consacrées à l'épreuve « Agir en fonctionnaire de l'état de manière éthique et responsable ». Le jury s'assure de la connaissance des acteurs du système éducatif, de leur rôle, et de leurs comportements attendus selon la situation-problème proposée.

2. Analyse globale des résultats

Pour la première partie de l'épreuve, les candidats ont montré un investissement certain. Mais l'esprit de ce qui est attendu n'est pas toujours bien compris.

La deuxième partie a donné des résultats plus contrastés, mais globalement les prestations des candidats étaient qualifiées.

3. Première partie : soutenance du dossier industriel

3.1. Les attentes du jury, les critères d'évaluation

Le dossier présenté doit résulter d'un travail personnel du candidat ; le jury le vérifie. Le dossier est réalisé dans le cadre d'un échange avec une entreprise. Le candidat doit montrer les investigations et développements qu'il a conduits pour s'en approprier totalement le fonctionnement et les évolutions potentielles. Ces investigations doivent déboucher sur un travail personnel d'analyse sérieuse, de propositions de solutions techniques répondant aux problèmes posés, le tout démontrant la maîtrise d'une démarche scientifique pertinente complétée si cela est possible par des résultats d'expérimentation. Le niveau de confidentialité ne devra pas nuire à la constitution du dossier et au dialogue avec le jury. **Le travail personnel attendu du candidat prend sens par la présentation argumentée des conclusions et non par la liste des actions menées.**

Le dossier doit contenir les études conduites exploitant les connaissances attendues d'un professeur agrégé dans le domaine de la conception, de l'industrialisation et de la mécanique industrielle. Ceci ne doit pas être compris comme la nécessité d'une étude mécanique théorique lorsqu'elle ne se justifie pas.

Le support de l'étude doit permettre au candidat de **faire preuve de réelles connaissances en technologie dans un contexte industriel** choisi pour sa pertinence technique et pédagogique. Le candidat doit s'attacher à produire des documents techniques conformes aux normes en vigueur.

L'épreuve s'appuie sur un **dossier personnel de 40 pages au maximum** réalisé par le candidat. Le dossier est préparatoire à l'épreuve. Le jury demande au candidat de faire parvenir les **dossiers en deux exemplaires et un CD-ROM ou une clé USB**. Le CD-ROM ou la clé USB contient le fichier du dossier *a minima* au format Pdf, la maquette numérique 3D dont le fichier complet est fourni, les fichiers de simulation et tout document jugé utile par le candidat. Le CD-ROM ou la clé USB est à structurer en quatre répertoires : CAO, simulations, dossier, et éventuellement annexes. Les maquettes numériques sont en format natif **et en format neutre** (IGES ou STEP).

Les compétences évaluées

Parmi les compétences d'un futur enseignant, l'épreuve de soutenance d'un dossier industriel permet d'évaluer plus particulièrement celles décrites ci-après à l'aide des points d'observation précisés.

- Imaginer des activités pédagogiques pratiques à partir d'un système :
 - relation activités – référentiels visés ;
 - démarches pédagogiques ;
 - progression pédagogique ;
 - documents techniques fournis ;
 - environnement numérique lié à l'activité pédagogique.
- Construire un dossier technique du système :
 - choix du support ;
 - développements scientifiques et technologiques ;
 - problématiques techniques ;
 - relations partenariales ;
 - performances obtenues.
- Communiquer une idée, un principe, une solution technique ou un projet :
 - présentation écrite et orale ;
 - environnement de présentation ;
 - argumentation et réactivité.

3.2. Constats et recommandations du jury

Les dossiers, dans leur majorité, sont bien présentés et leur construction est assez souvent cohérente. Cependant, ils souffrent parfois d'une structure archétypique qui ôte trop de liberté aux développements. Il n'y a pas de modèle unique tant les préoccupations, et donc les poids relatifs des parties, peuvent être différentes. Le jury regrette principalement la pauvreté des développements technologiques et rappelle que l'aspect modélisation et calcul n'a de sens que pour aboutir à la validation puis à la définition d'une solution technologique cohérente vis-à-vis de l'agrégation présentée.

Les candidats doivent veiller à proposer des documents graphiques aux normes en relation avec l'étude menée. Le jury pourra toutefois être amené à demander les documents originaux de l'entreprise. En cas d'informations mentionnées « confidentielles », le jury s'engage à ne pas les reproduire ou les divulguer à des personnes extérieures pour que cet aspect ne constitue pas un obstacle pour le candidat.

Les candidats doivent veiller à ne pas rechercher de procédé ou de système technologique trop original conduisant à une prestation purement descriptive et sans apport personnel.

Quel que soit le sujet analysé, système, procédé ou processus, les éléments de définition du produit et de la pièce étudiée (cahier des charges fonctionnel du produit, dessin de définition, documents graphiques descriptifs du ou des outillages...) doivent être associés au dossier.

Les fichiers informatiques font partie du dossier. Ils ne peuvent donc pas se limiter au dossier proprement dit. S'ils peuvent aider à une présentation du contexte, ils doivent aussi contribuer à une bonne perception des études et des simulations avec les conditions de leur réalisation.

L'aspect technologique et scientifique

Le jury conseille au candidat :

- de rechercher un support moderne pluri technologique, attrayant et industrialisé dès la décision d'inscription au concours ;
- de choisir un support dont l'authenticité et l'actualité sont des éléments décisifs. Il se caractérise par une compétitivité reconnue, par la modernité de sa conception et par sa disponibilité réelle, qu'il soit de type « grand public » ou de type « équipement industriel » non unitaire ;
- de vérifier les potentialités du support au regard des développements scientifiques, technologiques et pédagogiques possibles ;
- d'utiliser une ou plusieurs problématiques techniques pour guider l'étude répondant à un cahier des charges précisé et explicite. L'expérience montre que sans problématique technique, il est difficile d'éviter le piège de la validation de l'existant ;
- de rechercher une pertinence et une authenticité des problèmes posés ;
- de mettre en œuvre de manière lisible les méthodes de résolution de problème et les outils associés. Il est utile de rappeler que les outils numériques ne doivent pas être utilisés comme des « boîtes noires ». En particulier, pour les codes « Éléments Finis », il convient de maîtriser la mise en données et les algorithmes de résolution ;
- d'utiliser des schémas (notamment des schémas cinématiques) pour expliquer le fonctionnement du système et ne pas se limiter à des photos annotées et légendées ou à une description textuelle ;
- de justifier les modèles d'étude, les solutions technologiques retenues et les méthodologies utilisées ; le développement des calculs associés au cours de l'exposé doit être réduit aux étapes essentielles (l'utilisation d'outils de simulation numérique est appréciée lorsqu'elle est pertinente) ;

- de s'appuyer sur une maquette numérique fonctionnelle, permettant l'utilisation d'outils de simulation de comportement pour la partie étudiée ;
- de placer l'étude d'une manière adaptée dans le cadre général d'une méthode moderne de développement de produit (ingénierie collaborative, simulation numérique, optimisation produit-matériau-procédé, spécifications ISO, utilisation d'une chaîne numérique intégrée, pré-industrialisation, industrialisation, réalisation...) sans voir dans chaque point un passage obligé ;
- de proposer un dessin d'ensemble et la définition ISO d'un composant respectant la normalisation ;
- de prendre un soin particulier à l'orthographe et à la typologie (notamment à l'écriture des unités de mesure).

Le jury rappelle aux candidats que le développement de **l'étude scientifique et technologique ne peut pas se résumer à l'élaboration d'outils d'analyse**. *In fine*, si ces outils sont nécessaires à l'étude, ils n'ont de sens que pour répondre à la conception ou reconception technique de tout ou partie du système étudié, objet de la problématique à résoudre.

L'aspect pédagogique

Dans sa partie pédagogique, le dossier doit présenter des propositions. Au moins une d'entre elles doit faire l'objet d'un développement conséquent, c'est une séquence complète qu'il s'agit de développer. Outre la situation calendaire et la conformité aux référentiels et programmes, il est impératif de mettre en situation la ou les activités proposées, leurs finalités pédagogiques et d'intégrer cette séquence dans une progression pédagogique formalisée.

La pertinence de l'application pédagogique au regard du support proposé et du problème technique associé est appréciée par le jury. La partie pédagogique ne peut pas être entièrement décorrélée de la problématique investiguée dans la partie étude scientifique et technique.

Le jury conseille au candidat :

- d'identifier des propositions d'exploitation pédagogique, pré et post baccalauréat pertinentes en relation avec les points remarquables du dossier. L'exhaustivité n'a pas à être recherchée ;
- de détailler les intentions pédagogiques ;
- de préciser les objectifs pédagogiques et d'être attentif à leur formulation ;
- d'identifier les difficultés prévisibles afin de scénariser la séquence et choisir la pédagogie la plus adaptée ;
- de privilégier les activités pédagogiques utilisant un problème technique réel posé par le support industriel ;
- d'envisager des travaux pratiques sur le réel lorsque le support et la problématique le permettent ;
- de proposer les exploitations pédagogiques dans le respect des référentiels et des directives pédagogiques ;
- de prendre en compte la réforme du lycée et particulièrement celles des séries STI2D et S SI.

L'expression et la communication dans le dossier

La qualité du dossier et le respect des règles qui lui sont imposées (nombre de pages, date d'envoi, CD-ROM) montrent la maîtrise par le candidat des outils de la communication écrite et la façon dont il s'inscrit dans une institution.

La prestation du candidat, à l'oral, permet au jury d'évaluer qu'il saura maîtriser la communication dans une classe et exercer de manière efficace et sereine sa fonction de professeur.

Les questions posées par le jury permettent d'approfondir quelques-unes des informations données par le candidat, dans le dossier autant que dans l'exposé, et de renforcer au sein du jury la conviction que le dossier présenté résulte bien d'un travail personnel.

Les réponses évasives relatives au contexte de la conception, l'industrialisation ou de la réalisation sont peu appréciées, car elles témoignent d'un réel manque d'investigation et de curiosité au sein de l'entreprise.

Les candidats doivent :

- profiter des temps de préparation, qui ne sont pas des temps d'attente ; en particulier, ouvrir les fichiers annexes (CAO, vidéo,...) qui peuvent être utiles pour répondre à certaines questions ;
- préparer des documents multimédias adaptés à une soutenance d'une durée de vingt minutes maximum ;
- préparer des animations aidant à comprendre le fonctionnement ;
- lors de la présentation, limiter le nombre de diapositives.

Pour conclure, le jury conseille aux candidats :

- de s'assurer de l'existence d'une problématique industrielle réelle dans le cadre d'un partenariat avec une entreprise ;
- de s'assurer que cette problématique permet des développements scientifiques et technologiques adaptés au niveau de l'agrégation. Une analyse simpliste est un écueil à éviter ;
- de conserver un regard critique par rapport au travail réalisé en lien avec l'entreprise ;
- pour ceux qui souhaitent présenter à nouveau un dossier élaboré pour une précédente session, de continuer à faire vivre le partenariat engagé, de faire évoluer le dossier et de prendre en compte les échanges avec le jury lors des entretiens précédents ;
- de s'assurer, pour les candidats issus des milieux de l'industrie ou de la recherche, que la constitution du dossier ne se réduit pas à une simple présentation de leurs expériences professionnelles. Un mémoire de M1 ne saurait constituer un fond de dossier suffisant.

4. Deuxième partie : interrogation portant sur la compétence « agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable »

Le jury constate globalement une bonne préparation de cette partie de l'épreuve par les candidats en amont du concours et observe que ces derniers ont su tirer profit des ressources mises à leur disposition.

Les synthèses présentées - à l'aide d'un diaporama - sont généralement bien formulées et font référence aux textes réglementaires. On peut cependant regretter un manque de clarté dans la définition des rôles et missions des différentes instances d'un EPLE (conseil d'administration, conseil pédagogique, conseil de discipline, commission permanente,...). Il en est de même pour ce qui concerne le comité de vie lycéenne.

Le jury a apprécié la volonté des candidats à prendre une position franche dans l'expression de leurs recommandations et conclusions.

Le jury conseille notamment aux futurs candidats :

- de s'informer du fonctionnement d'un EPLE afin de mieux connaître les rôles et missions des différentes instances qui s'y rattachent : conseil d'administration, CESC, conseil de discipline, conseil pédagogique, CHSCT, commission permanente, CVL, ... ;
- d'avoir une connaissance approfondie des droits et des devoirs d'un fonctionnaire de l'Éducation nationale ;

- de s'informer et d'approfondir « les compétences professionnelles des maîtres » du bulletin officiel N°29 du 22 juillet 2010 ;
- d'affirmer avec conviction leur point de vue en le fondant sur les droits et devoirs du fonctionnaire de l'Éducation nationale dans l'exercice de sa fonction.

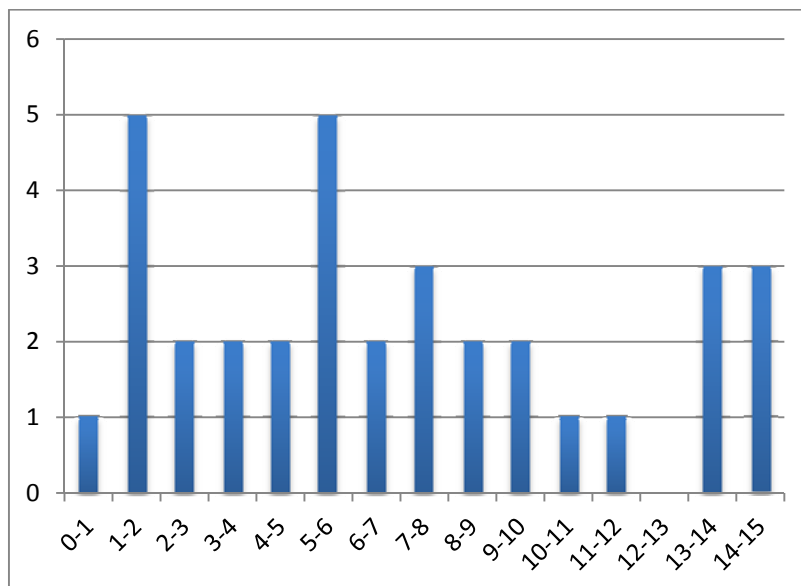
5. Conclusion

La forme et l'esprit de cette épreuve seront maintenus pour la session 2014. Le jury conseille aux futurs candidats de s'imprégner de ce rapport et de se préparer en conséquence.

6. Résultats

34 candidats ont participé à la première partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 7/15 avec :

- 15 comme meilleure note ;
- 0,8 comme note la plus basse.



34 candidats ont participé à la seconde partie de cette épreuve. La moyenne des notes obtenues est de 2,5/5 et avec :

- 5 comme meilleure note ;
- 0,4 comme note la plus basse.

