CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE D'ÉLECTROTECHNIQUE

B1 - Puissance mécanique nécessaire à la marche du train

Q1.1 :

$$F_{rj} = F_a + M_t.g.\sin\alpha \approx F_a + M_t.g.i$$

Q1.2 :

$$F_a = A + B.V + C.V^2$$

avec : A = 250 ; B = 3,3 ; C = 0,051

Document réponse DR1 : tableau 1

V (km/h)	**0**	**50**	**100**	**200**	**300**	**320**
F_a (kN)	**2,5**	**5,4**	**10,9**	**29,5**	**58,3**	**65,3**

Q1.3 :

$$F_i = M_t . g . i$$

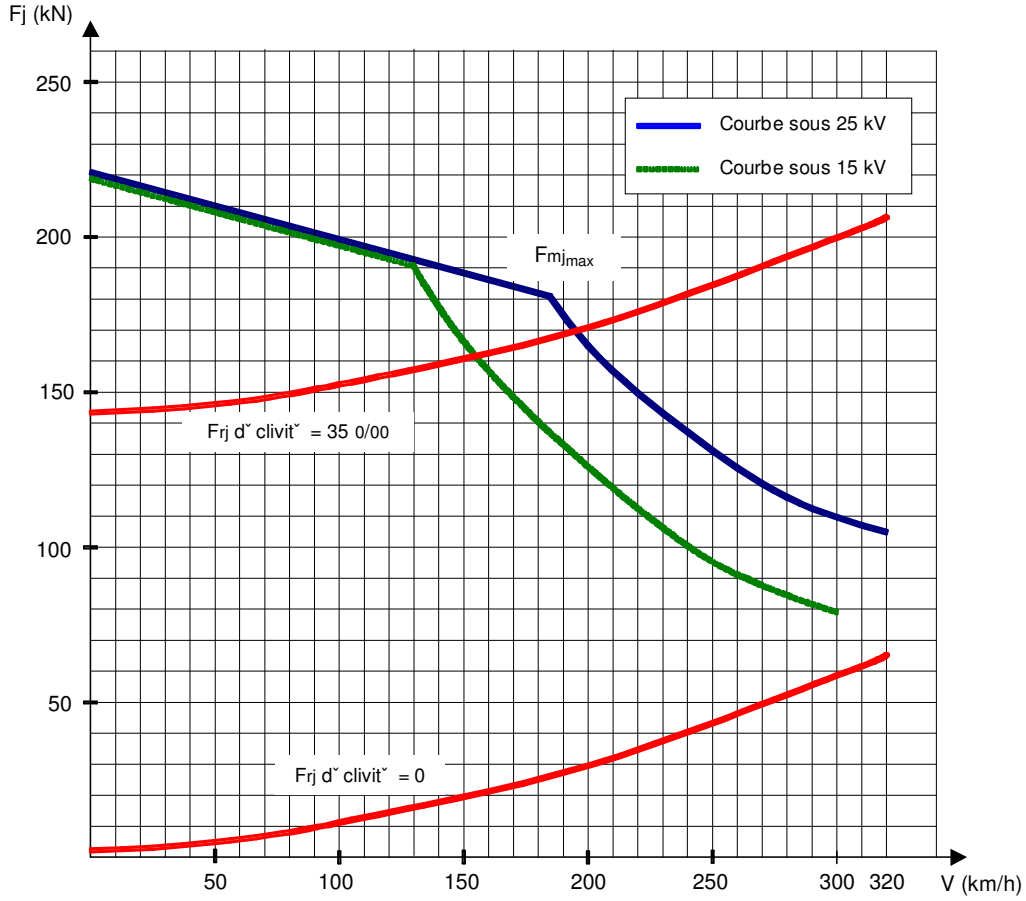
$$\left.\begin{array}{l} M_t = 416 \text{ t} \\ g = 9{,}81 \text{ m/s}^2 \\ i = 0{,}035 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{F_i = 143 \text{ kN}}$$

Document réponse DR1 : tableau 2

V (km/h)	**0**	**50**	**100**	**200**	**300**	**320**
F_{rj} (kN)	**145**	**148**	**154**	**172**	**201**	**208**

Q1.4 :

Document réponse DR1 : effort résistant à la jante



Q1.5 :

- A faible vitesse :
  contrôle à V/f = constante ⇒ couple quasi-constant ;
- A vitesse élevée (à partir de 185 km/h sur le réseau français) :
  contrôle à V = constante ⇒ puissance constante

Q1.6 :

$$F_{mj} = F_a + F_i + k \,.\, M_t \,.\, \gamma$$

Q1.7 :

$$\gamma_0 = \frac{F_{mj} - F_a}{k \,.\, M_t} \qquad (F_i = 0)$$

$$\left.\begin{array}{l} F_{mj} = 220 \text{ kN} \\ F_a = 2{,}5 \text{ kN} \\ k = 1{,}04 \\ M_t = 416 \text{ t} \end{array}\right\} \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\gamma_0 = 0{,}5 \text{ m/s}^2}$$

Q1.8 :

$$v = \gamma_{moy} \cdot t + v_0$$

$$x = \frac{1}{2}\gamma_{moy} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

$$v_0 = 0 \; ; \; x_0 = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{v^2}{2 \cdot \gamma_{moy}}$$

$$v\,(m/s) = \frac{V\,(km/h)}{3{,}6}$$

$$\gamma_{moy} = \frac{\gamma_0 + \gamma_{100}}{2} = \frac{0{,}5 + 0{,}437}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} V = 100 \text{ km/h} \\ v = 27{,}78 \text{ m/s} \\ \gamma_{moy} = 0{,}468 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{x = 825\ m}$$

Q1.9 :

$$\gamma_r = \frac{F_{mj} - F_a}{k \cdot M_t}$$

- Sous 15 kV, à V = 300 km/h :

$$\left.\begin{array}{l} F_{mj} = 80 \text{ kN} \\ F_a = 58{,}3 \text{ kN} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma_r = 0{,}05\ m/s^2}$$

- Sous 25 kV, à V = 320 km/h :

$$\left.\begin{array}{l} F_{mj} = 105 \text{ kN} \\ F_a = 65{,}3 \text{ kN} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \boldsymbol{\gamma_r = 0{,}09\ m/s^2}$$

La spécification concernant l'accélération résiduelle en palier à vitesse maximale est donc respectée sur le réseau français et le réseau allemand.

Q1.10 :

Couple total à la jante : $C_j = \dfrac{F_{mj} \cdot d}{2}$

• Couple développé par chaque moteur : $C_{dem} = \dfrac{C_j}{8 \cdot R \cdot \eta_t} = \dfrac{F_{mj} \cdot d}{16 \cdot R \cdot \eta_t}$

$$\left.\begin{array}{l} F_{mj} = 220 \text{ kN} \\ d = 0{,}9 \text{ m} \\ R = 1{,}977 \\ \eta_t = 0{,}97 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{C_{dem} = 6453\ Nm}$$

Q1.11 :

$$N_{roue}(tr/mn) = \frac{60 \,.\, v}{\pi \,.\, d} = \frac{60 \,.\, V}{3{,}6 \,.\, \pi \,.\, d}$$

$$N_{mot}(tr/mn) = \frac{60 \,.\, V \,.\, R}{3{,}6 \,.\, \pi \,.\, d}$$

$$\left.\begin{array}{l} V = 320 \text{ km/h} \\ R = 1{,}977 \\ d = 0{,}9 \text{ m} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{N_{mot} = 3729 \text{ tr/mn}}$$

Q1.12 :

Puissance totale à la jante : $P_j = F_{mj} \,.\, v$

• Puissance fournie, par moteur : $P_{mot} = \dfrac{F_{mj} \,.\, V}{3{,}6 \,.\, 8 \,.\, \eta_t}$

- Sur le réseau français, à 320 km/h :

$$\left.\begin{array}{l} V = 320 \text{ km/h} \\ F_{mj} = 105 \text{ kN} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{P_{mot} = 1200 \text{ kW}}$$

- Sur le réseau allemand, à 300 km/h :

$$\left.\begin{array}{l} V = 300 \text{ km/h} \\ F_{mj} = 80 \text{ kN} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{P_{mot} = 860 \text{ kW}}$$

B2 – Étude de l'équipement électrique d'une motrice

Q2.1 :

Document réponse DR2 : fonctionnement de l'appareillage

ON = fermé ; OFF = ouvert

Appareil		Q1	Q2	KM1	KM2	KM3	KM4
Réseau	25kV–50 Hz	ON	OFF	OFF	ON	ON	OFF
	15kV–16,7 Hz	ON	OFF	ON	OFF	OFF	OFF
	1500V–CC	OFF	ON	OFF	OFF	ON	ON

Q2.2 : *Document réponse DR2*

• Courant d'alimentation d'un moteur : $I_m = \dfrac{P_u}{\sqrt{3}\,.\,U_m\,.\,\cos\varphi\,.\,\eta_m}$

$$\left.\begin{array}{l} P_u = 1200\ \text{kW} \\ U_m = 1390\ \text{V} \\ \cos\varphi = 0{,}88 \\ \eta_m = 0{,}95 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{I_m = 596\ A}$$

• Courant dans le bus continu : $I_{DC} = \dfrac{P_u}{\eta_m\,.\,\eta_o\,.\,U_{DC}}$

$$\left.\begin{array}{l} P_u = 1200\ \text{kW} \\ \eta_o = 0{,}99 \\ U_{DC} = 1800\ \text{V} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{I_{DC} = 709\ A}$$

• Courant au secondaire du transformateur : $I_e = \dfrac{P_u}{\eta_m\,.\,\eta_o\,.\,\eta_r\,.\,V_e}$

$$\left.\begin{array}{l} P_u = 1200\ \text{kW} \\ \eta_r = 0{,}98 \\ V_e = 1000\ \text{V} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{I_e = 1302\ A}$$

Q2.3 :

Le filtre LC_2 est accordé à 2.f : $L\,.\,C_2 = \dfrac{1}{16\,.\,\pi^2\,.\,f^2}$

• Pour le réseau français, f_1 = 50 Hz : $L_2 = \dfrac{1}{16\,.\,\pi^2\,.\,f_1^{\,2}\,.\,C_2}$

C2 = 5 mF $\Rightarrow$ $\mathbf{L_2 = 0{,}5\ mH}$

• Pour le réseau allemand, f_2 = 16,7 Hz : $L_2 + L_3 = \dfrac{1}{16\,.\,\pi^2\,.\,f_2^{\,2}\,.\,C_2}$

$\Rightarrow$ $\mathbf{L_3 = 4\ mH}$

Q2.4 :

• Courant dans une phase rotorique (valeur efficace et phase) :

$$I_{12} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2.\omega_s)^2}} \quad ; \quad \cos\varphi_{12} = \frac{\frac{R_2}{g}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2.\omega_s)^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = 800\ V \\ R_2/g = 1{,}4545\ \Omega \\ N_2.\omega_s = 0{,}3317\ \Omega \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \mathbf{I_{12} = 536\ A\ ;} \\ \mathbf{\cos\varphi_{12} = 0{,}975 : \varphi_{12} = 12{,}8°} \end{array}$$

• Courant magnétisant : $I_0 = \frac{V_1}{L_m \,.\, \omega_s}$

$L_m.\omega_s = 5{,}322\ \Omega \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I_0 = 150\ A\ ;\ \varphi_0 = 90\ °}$

• Courant dans une phase du stator :

$$I_1 = \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1r}^2} \quad \text{avec : } I_{1a} = I_{12} \,.\, \cos\varphi_{12}$$
$$\text{et : } I_{1r} = I_{12} \,.\, \sin\varphi_{12} + I_0$$

$$\left.\begin{array}{l} I_{12} = 536\ A \\ \cos\varphi_{12} = 0{,}975 \\ I_0 = 150\ A \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{I_1 = 588\ A}$$

Q2.5 :

• Expression des puissances :

- pertes joules rotor : $P_{jr} = 3 \,.\, R_2 \,.\, I_{12}^2$
- puissance transmise au rotor : $P_{tr} = 3 \,.\, \frac{R_2}{g} \,.\, I_{12}^2$
- pertes joules stator : $P_{js} = 3 \,.\, R_1 \,.\, I_1^2$
- puissance absorbée sur le réseau : $P_a = P_{tr} + P_{js}$
- pertes mécaniques : $P_{m\check{}ca} = P_{tr} - (P_u + P_{jr})$

Application numérique :

$$\left.\begin{array}{l} R_2 = 32\ m\Omega \\ R_2/g = 1{,}4545\ \Omega \\ R1 = 22\ m\Omega \\ I_{12} = 536\ A \\ I_1 = 588\ A \\ Pu = 12000\ kW \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{P_{jr} = 27{,}58\ kW} \\ \mathbf{P_{tr} = 1253{,}6\ kW} \\ \mathbf{P_{js} = 22{,}8\ kW} \\ \mathbf{P_a = 1276{,}4\ kW} \\ \mathbf{P_{méca} = 26\ kW} \end{array}$$

• Rendement nominal du moteur : $\eta_m = \dfrac{P_u}{P_a}$: $\boldsymbol{\eta_m = 0{,}94}$

Q2.6 :

• Puissance réactive magnétisante : $Q_m = \dfrac{3 \cdot V_1^2}{L_m \cdot \omega_s}$

• Puissance réactive due au flux de fuite : $Q_f = 3 \cdot N_2 \cdot \omega_s \cdot I_{12}^2$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = 800\ V \\ I_{12} = 536\ A \\ L_m \cdot \omega_s = 5{,}32\ \Omega \\ N_2 \cdot \omega_s = 0{,}3317\ \Omega \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{Q_m = 360{,}9\ kVAr} \\ \mathbf{Q_f = 285{,}9\ kVAr} \end{array}$$

Q2.7 :

- Facteur de puissance : $\cos\varphi_n = \dfrac{P_a}{\sqrt{\left(P_a^2 + (Q_m + Q_f)^2\right)}}$

$$\left.\begin{array}{l} P_a = 1276{,}4\ kW \\ Q_m = 360{,}9\ kVAr \\ Q_f = 285{,}9\ kVAr \end{array}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{\cos\varphi_n = 0{,}89}$$

Q2.8 :

$$P_{tr} = C \,.\, \Omega_s \quad \Rightarrow \quad C = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} = p \,.\, \frac{P_{tr}}{\omega_s}$$

$$P_{tr} = 3 \,.\, \frac{R_2}{g} \,.\, I_{12}^{\,2} = 3 \,.\, \frac{R_2}{g} \,.\, \frac{V_1^{\,2}}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + \left(N_2.\omega_s\right)^2}$$

On en déduit : $C = \dfrac{3 \,.\, p \,.\, V_1^{\,2}}{\omega_s} \,.\, \dfrac{\frac{R_2}{g}}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + \left(N_2.\omega_s\right)^2}$ (1)

En écrivant : $g = \dfrac{\omega_r}{\omega_s}$, on établit l'expression du couple en fonction de ω_r et $\dfrac{V_1}{\omega_s}$:

$$C = 3 \,.\, p \,.\left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 .\, \frac{R_2}{\frac{R_2^{\,2}}{\omega_r} + N_2^{\,2} \,.\, \omega_r} \qquad (2)$$

Q2.9 :

Expression simplifiée du couple électromagnétique, autour du point de fonctionnement nominal (à faible glissement) :

$$g \to 0 \Rightarrow N_2^{\,2} \,.\, \omega_r << \frac{R_2^{\,2}}{\omega_r}$$

On en déduit : $C = \dfrac{3 \,.\, p}{R_2} \,.\left(\dfrac{V_1}{\omega_s}\right)^2 .\, \omega_r = k \,.\, \omega_r$ (3)

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = 800 \text{ V} \\ p = 3 \\ R_2 = 32 \text{ m}\Omega \\ \omega_s = 691{,}1 \text{ rd/s} \\ \omega_r = g.\omega_s = 15{,}2 \text{ rd/s} \end{array}\right\} \Rightarrow \qquad \mathbf{C_n = 5730 \text{ Nm}}$$

Q2.10 :

Dans l'expression (2), quand le glissement varie, le couple passe par un maximum quand la somme $\left(\dfrac{R_2^{\,2}}{\omega_r} + N_2^{\,2} \,.\, \omega_r\right)$ est minimale.

Le produit $\left(\dfrac{R_2^{\,2}}{\omega_r} \times N_2^{\,2} \,.\, \omega_r\right)$ est constant $(R_2 \cdot N_2)^2$ $\Rightarrow$ la somme est minimale quand les 2 termes sont égaux : $\dfrac{R_2^{\,2}}{\omega_r} = N_2^{\,2} \,.\, \omega_r$

On en déduit la valeur de la pulsation rotorique qui correspond au maximum du couple électromagnétique : $\omega_{r_{max}} = \dfrac{R_2}{N_2}$

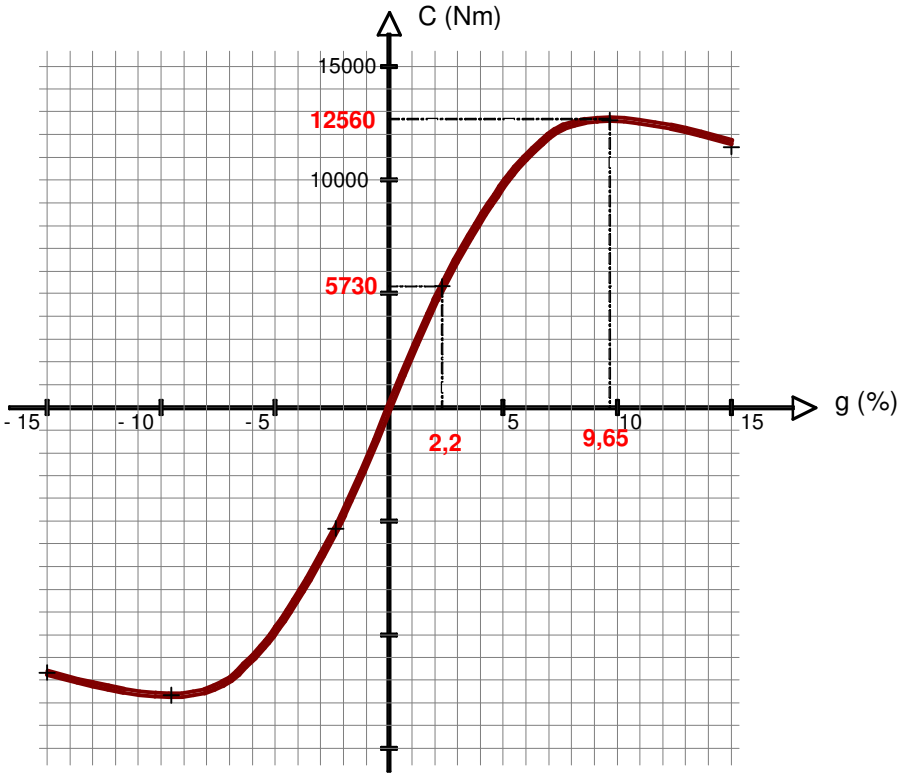
Alors (2) $\Rightarrow C_{max} = 3 \,.\, p \,.\left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 . \frac{1}{2 \,.\, N_2}$ pour $g_{max} = \frac{R_2}{N_2 \,.\, \omega_s}$

Application numérique :

$$\left.\begin{array}{l} p = 3 \\ V_1 = 800 \text{ V} \\ \omega_s = 691{,}1 \text{ rd/s} \\ N_2 = 480 \ \mu\text{H} \\ R_2 = 32 \text{ m}\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \text{pour} \quad \begin{array}{l} \mathbf{C_{max} = 12560 \text{ Nm}} \\ \mathbf{g_{max} = 9{,}65 \ \%} \end{array}$$

Q2.11 :

Document réponse DR3 : Allure de la caractéristique C (g) pour $|g| < 15$ %



Q2.12 :

• Couple utile sur l'arbre moteur : $C_u = \frac{P_u}{\Omega_n} = \frac{P_u}{\Omega_s \cdot (1 - g_n)}$

$$\left.\begin{array}{l} P_u = 1200 \text{ kW} \\ \Omega_s = \omega_s / p = 230 \text{ rd/s} \\ g_n = 2{,}2 \text{ \%} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{C_u = 5326 \text{ Nm}}$$

• Effort à la jante pour l'ensemble des 8 moteurs :

$$C_j = 8 \cdot C_u \cdot \eta_t \cdot R = \frac{F_{mj} \cdot d}{2} \quad \Rightarrow \quad F_{mj} = \frac{16 \cdot C_u \cdot \eta_t \cdot R}{d}$$

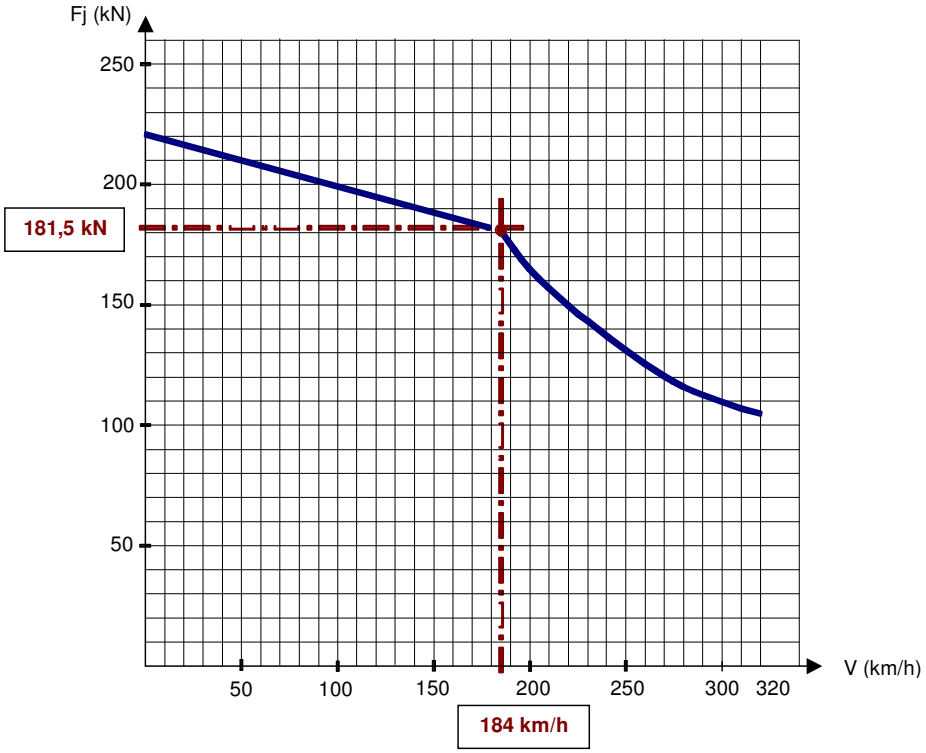
$$\left.\begin{array}{l} C_u = 5326 \text{ Nm} \\ \eta_t = 0{,}97 \\ R = 1{,}977 \\ d = 0{,}9 \text{ m} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{F_{mj} = 181{,}5 \text{ kN}}$$

• Vitesse de déplacement du train :

$$\Omega_{roue} = \frac{\Omega_s \cdot (1 - g_n)}{R} = \frac{2 \cdot V}{3{,}6 \cdot d} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{3{,}6 \cdot \Omega_s \cdot (1 - g_n) \cdot d}{2 \cdot R}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Omega_s = 230 \text{ rd/s} \\ g_n = 2{,}2 \text{ \%} \\ R = 1{,}977 \\ d = 0{,}9 \text{ m} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{V = 184{,}3 \text{ km/h}}$$

Document réponse DR3 : Point de fonctionnement nominal



Q2.13 :

Relation (3) : $C = \frac{3 . p}{R_2} . \left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 . \omega_r$

$$\omega_r = g . \omega_s = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} . \omega_s = p . (\Omega_s - \Omega)$$

On en déduit l'expression de C en fonction de la vitesse angulaire Ω :

$$C = \frac{3 . p^2 . V_1^2}{R_2 . \omega_s^2} . (\Omega_s - \Omega)$$

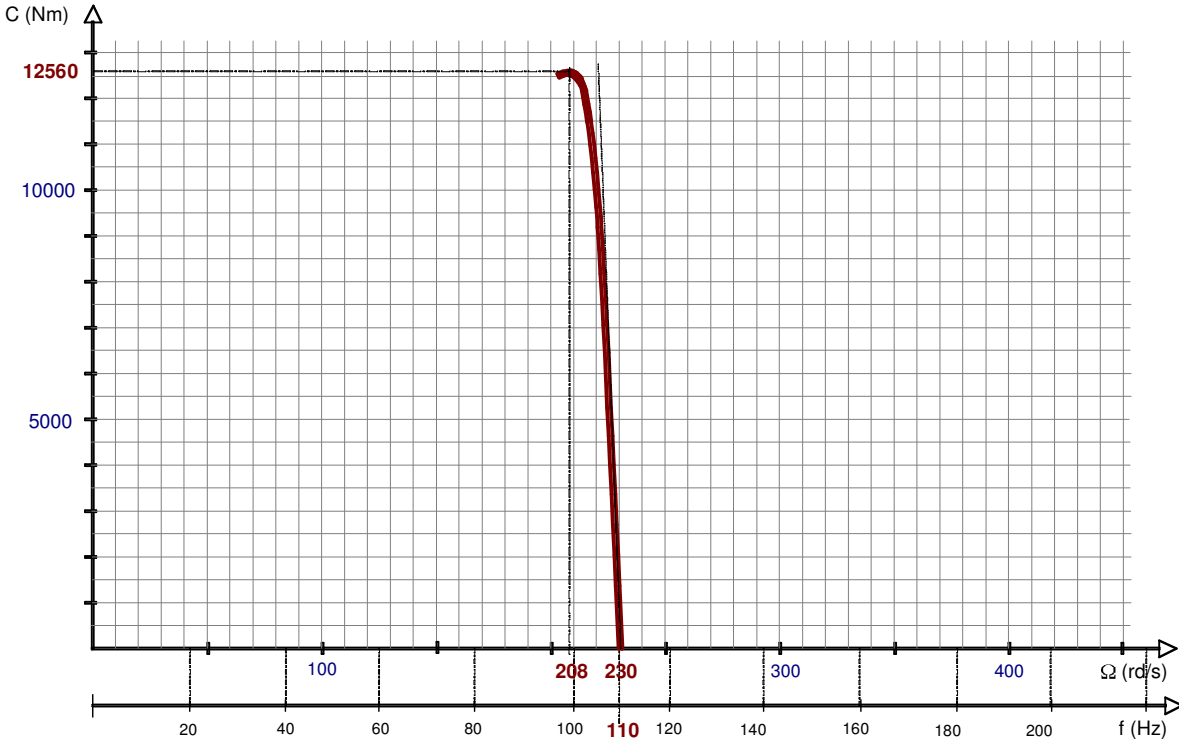
Pour tracer la caractéristique C (Ω), on calcule les valeurs des paramètres :

- $\left|\frac{\Delta C}{\Delta \Omega}\right| = \frac{3 . p^2 . V_1^2}{R_2 . \omega_s^2}$ $\Rightarrow$ $\frac{\Delta C}{\Delta \Omega} =$ **- 1130**

- $C_{max} = 3 . p . \left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 . \frac{1}{2 . N_2}$ $\Rightarrow$ **C_{max} = 12560 Nm**

- $\Delta\Omega_m = \frac{\omega_{r_{max}}}{p} = \frac{R_2}{p . N_2}$ $\Rightarrow$ **$\Delta\Omega_m$ = 22,2 rd/s**

Document réponse DR4 : allure de la caractéristique C = f(Ω), pour f = 110 Hz



Q2.14 :

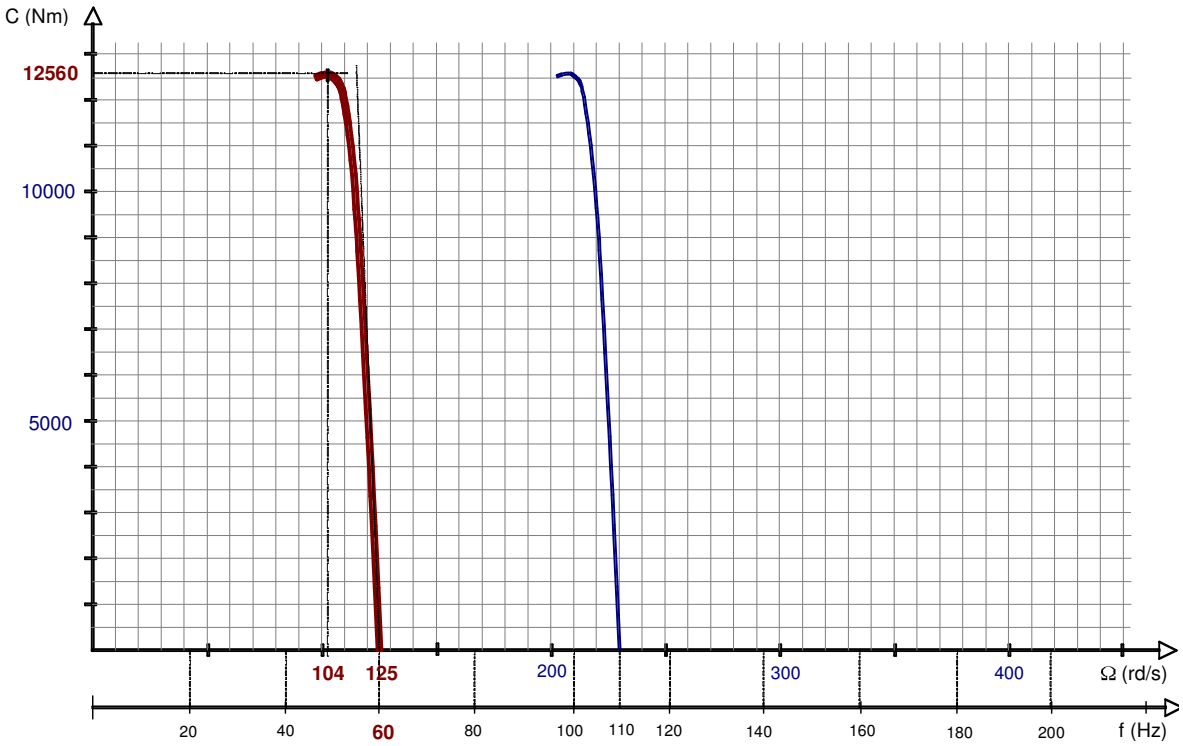
Pour $f < f_n$, on règle la vitesse en agissant simultanément sur f et V :

- $\left|\frac{\Delta C}{\Delta \Omega}\right| = \frac{3 . p^2 . V_1^2}{R_2 . \omega_s^2}$ $\Rightarrow \frac{\Delta C}{\Delta \Omega}$ ne varie pas : $\frac{\Delta C}{\Delta \Omega} =$ **- 1130**

- $C_{max} = 3 . p . \left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 . \frac{1}{2 . N_2}$ = constante : $\mathbf{C_{max}}$ **= 12560 Nm**

- $\Delta\Omega_m = \frac{\omega_{r_{max}}}{p} = \frac{R_2}{p . N_2}$, ne dépend pas de la fréquence : $\mathbf{\Delta\Omega_m}$ **= 22,2 rd/s**

Document réponse DR4 : allure de la caractéristique C = f(Ω), pour f = 60 Hz



Q2.15 :

Pour f > f_n , on règle la vitesse en agissant sur f , avec V = V_n :

$$C = \frac{3 . p^2 . V_1^2}{R_2} . \frac{(\Omega_s - \Omega)}{\omega_s^2} = \frac{3 . V_1^2}{R_2} . \frac{(\Omega_s - \Omega)}{\Omega_s^2}$$

- $\left|\frac{\Delta C}{\Delta \Omega}\right| = \frac{3 . V_1^2}{R_2} \times \frac{1}{\Omega_s^2} = \frac{3 . p^2 . V_1^2}{4 . \pi^2 . R_2} \times \frac{1}{f^2}$ $\Rightarrow \frac{\Delta C}{\Delta \Omega}$ diminue quand f augmente.

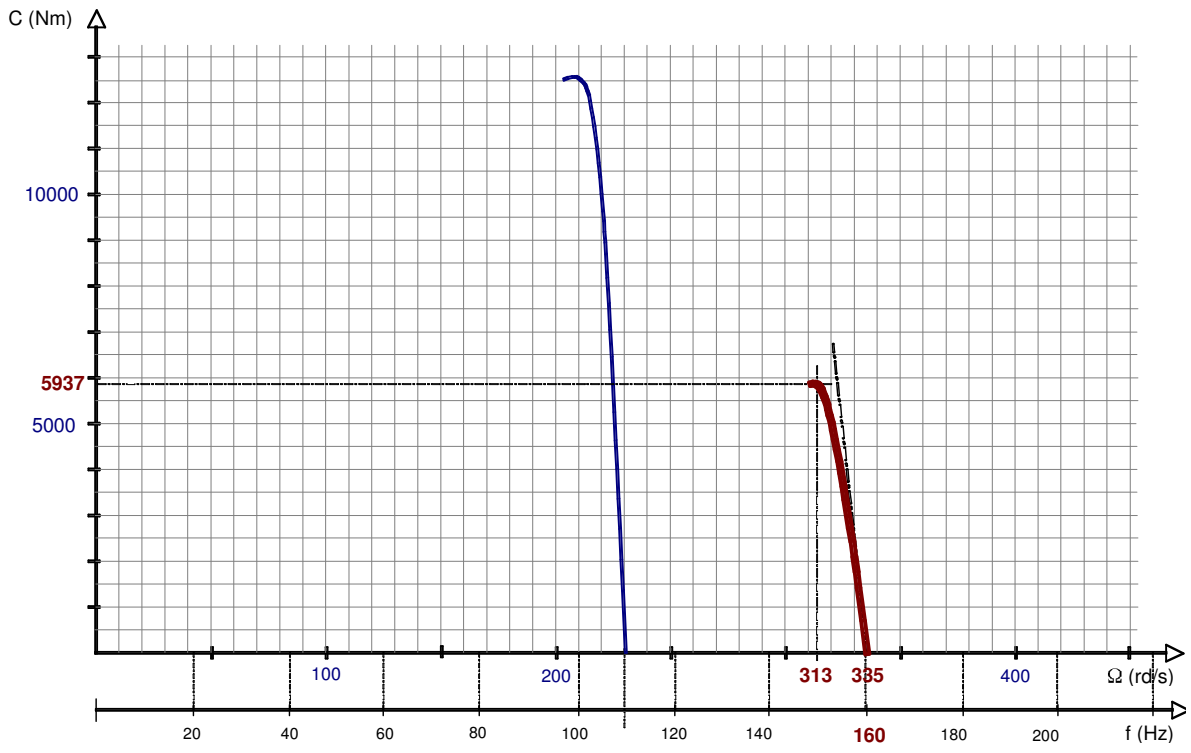
  • Pour f = 160 Hz : $\frac{\Delta C}{\Delta \Omega}$ = **- 534**

- $C_{max} = \frac{3 . p . V_1^2}{2 . N_2 . \omega_s^2} = \frac{3 . p . V_1^2}{8 . \pi^2 . N_2} \times \frac{1}{f^2}$ $\Rightarrow C_{max}$ diminue quand f augmente.

  • Pour f = 160 Hz : **C_{max} = 5937 Nm**

- $\Delta\Omega_m = \frac{\omega_{r_{max}}}{p} = \frac{R_2}{p . N_2}$, ne dépend pas de la fréquence : **$\Delta\Omega_m$ = 22,2 rd/s**

Document réponse DR4 : allure de la caractéristique C = f(Ω), pour f = 160 Hz



Q2.16 :

- A V_{max} = 320 km/h, l'effort moteur à la jante est : **F_{mj} = 105 kN**.

- Vitesse angulaire sur l'arbre moteur : $\Omega_{mot} = R \,.\, \Omega_{roue} = \dfrac{2 \,.\, R \,.\, V}{3{,}6 \,.\, d}$

$$\left.\begin{array}{l} V = 320 \text{ km/h} \\ R = 1{,}977 \\ d = 0{,}9 \text{ m} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\Omega_{mot} = 390 \text{ rd/s}}$$

- Couple sur l'arbre d'un moteur : $C_u = \dfrac{F_{mj} \,.\, d}{16 \,.\, R \,.\, \eta_t}$

$$\left.\begin{array}{l} F_{mj} = 105 \text{ kN} \\ d = 0{,}9 \text{ m} \\ R = 1{,}977 \\ \eta_t = 97 \,\% \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{C_u = 3080 \text{ Nm}}$$

- A partir de l'expression du couple établie en Q2.13 :

$C = \dfrac{3 \,.\, p^2 \,.\, V_1^{\,2}}{R_2} \,.\, \dfrac{(\Omega_s - \Omega)}{\omega_s^{\,2}} = \dfrac{3 \,.\, V_1^{\,2}}{R_2} \,.\, \dfrac{(\Omega_s - \Omega)}{\Omega_s^{\,2}}$, on écrit l'équation permettant de calculer Ω_s et d'en déduire la fréquence.

$$\Omega_s^{\,2} - \frac{3 \,.\, V_1^{\,2}}{R_2 \,.\, C} \,.\, \Omega_s + \frac{3 \,.\, V_1^{\,2} \,.\, \Omega}{R_2 \,.\, C} = 0$$

Résolution de l'équation du 2ème degré :

$$\Omega_s^{\,2} - 19{,}48.10^3 \times \Omega_s + 7597{,}4.10^3 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 18{,}68.10^3$$

On retient la solution qui donne une valeur de Ω_s proche de Ω_{mot}.

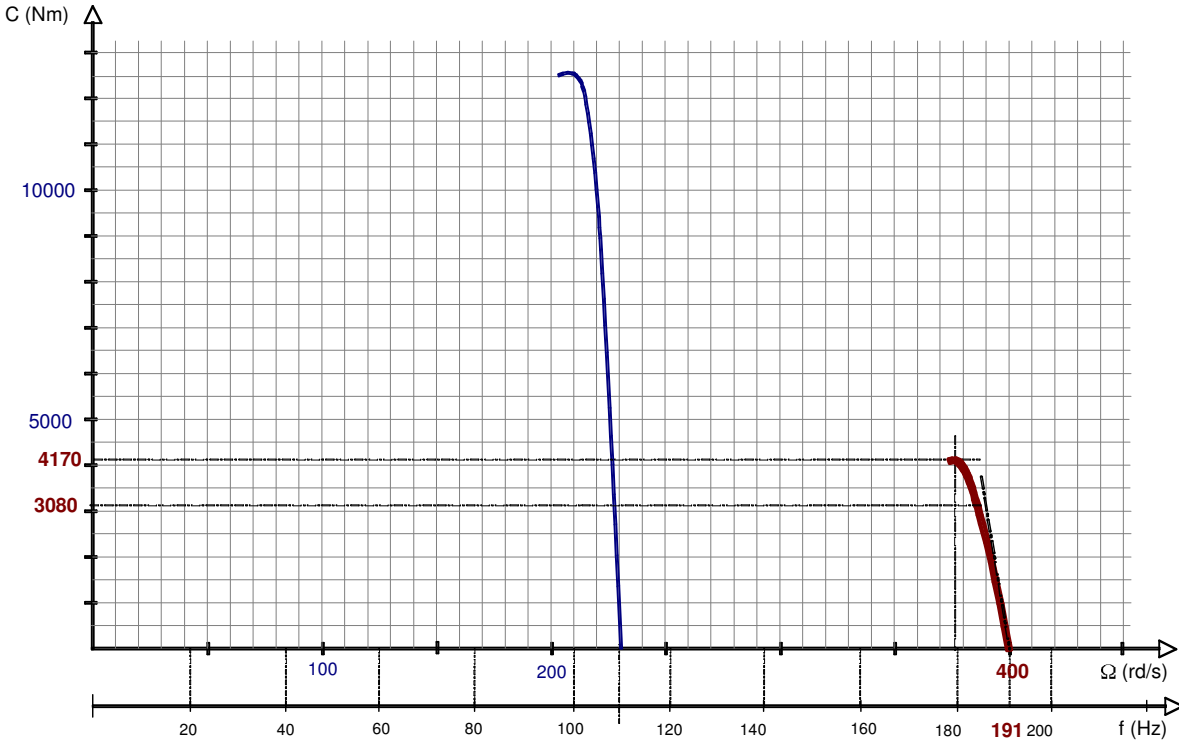
$$\Omega_s = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2.a} = 400 \text{ rd/s} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{p \,.\, \Omega_s}{2 \,.\, \pi} = \mathbf{191 \text{ Hz}}$$

Pour f = 191 Hz, on calcule :

- $\left|\dfrac{\Delta C}{\Delta \Omega}\right| = \dfrac{3 \,.\, p^2 \,.\, V_1^{\,2}}{4 \,.\, \pi^2 \,.\, R_2} \times \dfrac{1}{f^2} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\Delta C}{\Delta \Omega} = \mathbf{375}$

- $C_{max} = \dfrac{3 \,.\, p \,.\, V_1^{\,2}}{8 \,.\, \pi^2 \,.\, N_2} \times \dfrac{1}{f^2} \quad \Rightarrow \quad C_{max} = \mathbf{4170 \text{ Nm}}$

Document réponse DR4 : allure de la caractéristique C = f(Ω), pour f = 191 Hz



B3 ÉTUDE DES PONTS MONOPHASÉS A COMMUTATION FORCÉE.

Q3.1 :

$$v_{emoy} = v_{1moy} - v_{2moy} = (2.\alpha - 1).E$$

$$v_{emoy} = m_a.E.\sin(\omega.t - \psi)$$

Q3.2 :

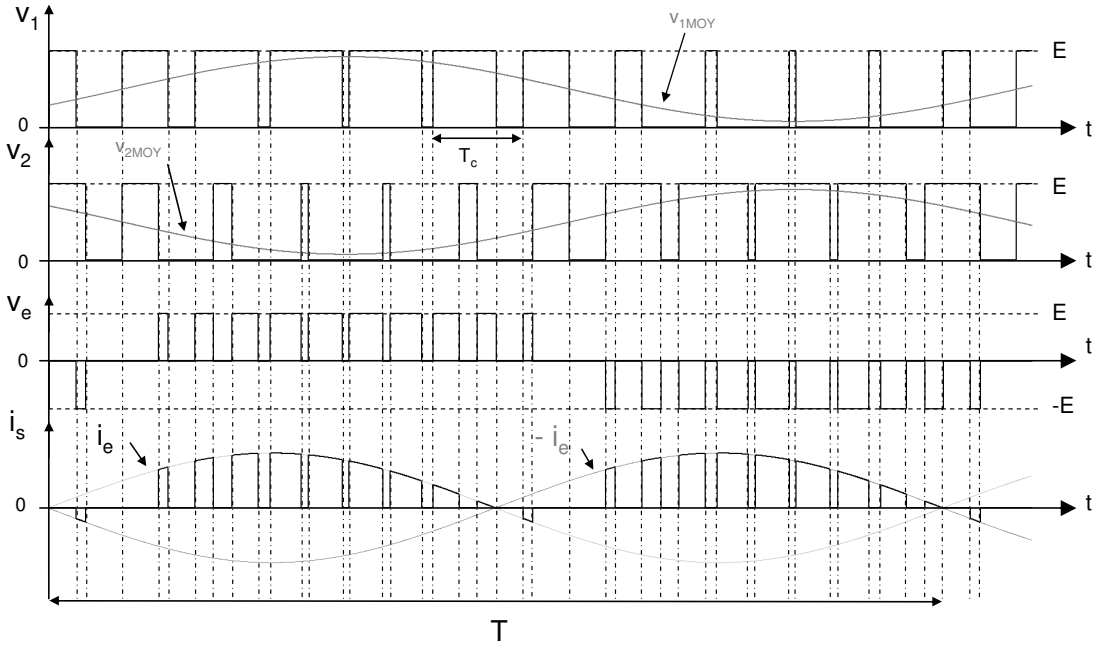
$P_e = \dfrac{m_a.E.\hat{I}_e}{2}\cos\psi$; le sens de transfert de la puissance active dépend de ψ.

Q3.3 :

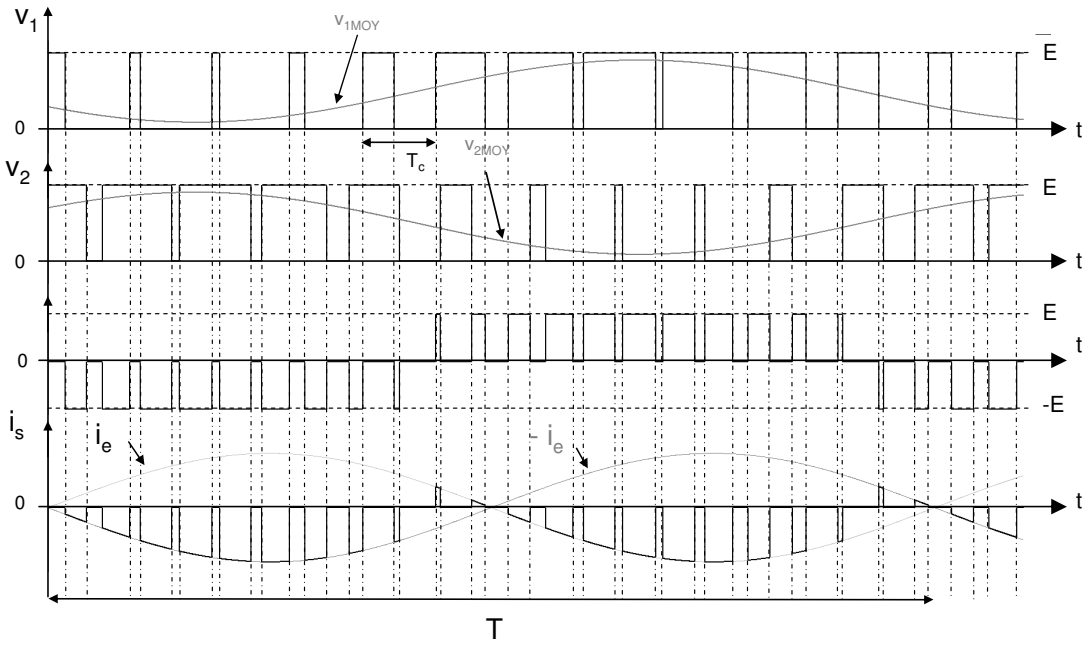
$p_e = v_e.i_e = E.i_s$ d'où $i_s = i_e \dfrac{v_e}{E}$

$i_s = +i_e$ si $v_e = E$; $i_s = 0$ si $v_e = 0$; $i_s = -i_e$ si $v_e = -E$

DR5. PMCF – Formes d'ondes idéales pour ψ = 30°



DR6. PMCF – Formes d'ondes idéales pour ψ = 150°



Q3.4 :

$f_{a\text{-}dec} = 2.f_c$.

Q3.5 :

Le PMCF est un onduleur de tension et un redresseur de courant.

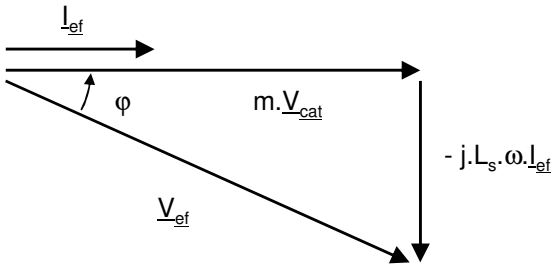
Q3.6 :

$P_e = 1250$ kW ; $P_e = m.V_{cat}.I_{ef}$; $I_{ef} = 1250$ A

Q3.7 :

$$m.\underline{V_{cat}} = \underline{V_{ef}} + j.L_s\omega.\underline{I_{ef}}$$

$m.V_{cat} = 1000$ V ; $L_s.\omega = 352$ m Ω ; $I_{ef} = 1250$ A



Q3.8 :

$$V_{ef} = \sqrt{(m.V_{cat})^2 + (L_s.\omega.I_{ef})^2} = 1092 \text{ V}$$

$$m_a = \frac{V_{ef}.\sqrt{2}}{E} = 0{,}86 \;\; ; \;\; \cos\varphi = \frac{m.V_{cat}}{V_{ef}} = 0{,}91$$

Q3.9 :

$$v_{ef} = m_a.E.\sin(\omega.t - \varphi)$$

$$i_{ef} = \hat{I}_{ef}.\sin\omega.t \;\; \text{d'où} \;\; p_e = \frac{m_a.E.\hat{I}_{ef}}{2}.(\cos\varphi - \cos(2.\omega.t - \varphi))$$

$$p_e = E.i_{smoy} \;\; \text{d'où} \;\; i_{smoy} = \frac{m_a.\hat{I}_{ef}}{2}.(\cos\varphi - \cos(2.\omega.t - \varphi))$$

Terme constant : $\frac{m_a.\hat{I}_{ef}}{2}\cos\varphi = 694{,}4$ A

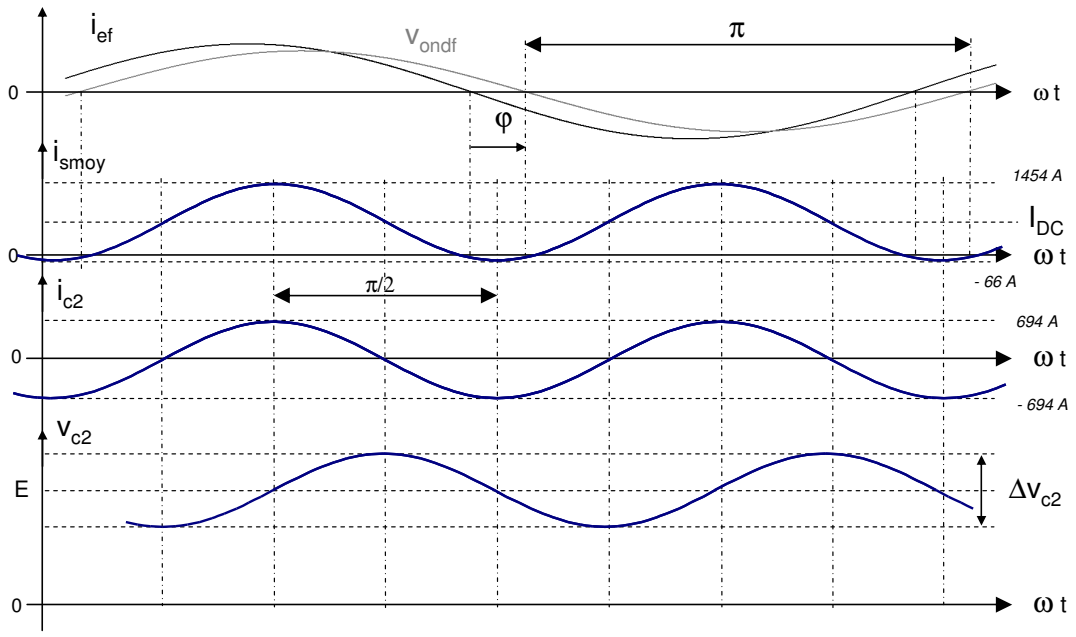
Terme fluctuant : $\frac{m_a.\hat{I}_{ef}}{2} = 760$ A

Q3.10 :

à la fréquence 2.f, le circuit L_2C_2 est un court circuit, c'est lui qui va conduire la composante fluctuante du courant i_{smoy}.

Q3.11 :

DR7. PMCF – Tracé des formes d'ondes à la fréquence fondamentale



Q3.12 :

$$i_{C2} = -\frac{m_a.\hat{I}_{ef}}{2}.\cos(2.\omega.t - \varphi)$$

$$v_{C2} = E - \frac{1}{2.C_2.\omega}\frac{m_a.\hat{I}_{ef}}{2}.\sin(2.\omega.t - \varphi)$$

$$\Delta v_{C2} = 2.\frac{1}{2.C_2.\omega}\frac{m_a.\hat{I}_{ef}}{2} = \frac{m_a.\hat{I}_{ef}}{2.C_2.\omega}$$

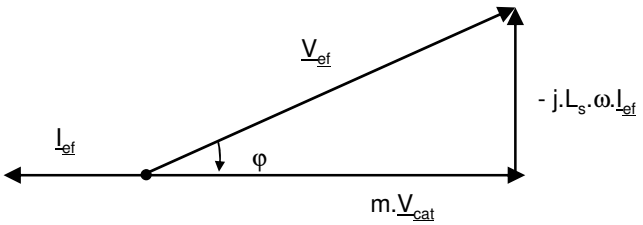
$$\Delta v_{C2} = \frac{E}{4} \rightarrow C_2 = 5{,}4 \text{ mF}$$

Pour réaliser l'accord à 100 Hz : L_2 = 469 µH.

Q3.13 :

P_{jante} = 1100 kW ; $P_{restituée}$ = 1013,6 kW → I_{ef} = 1013,6 A

Q3.14 :



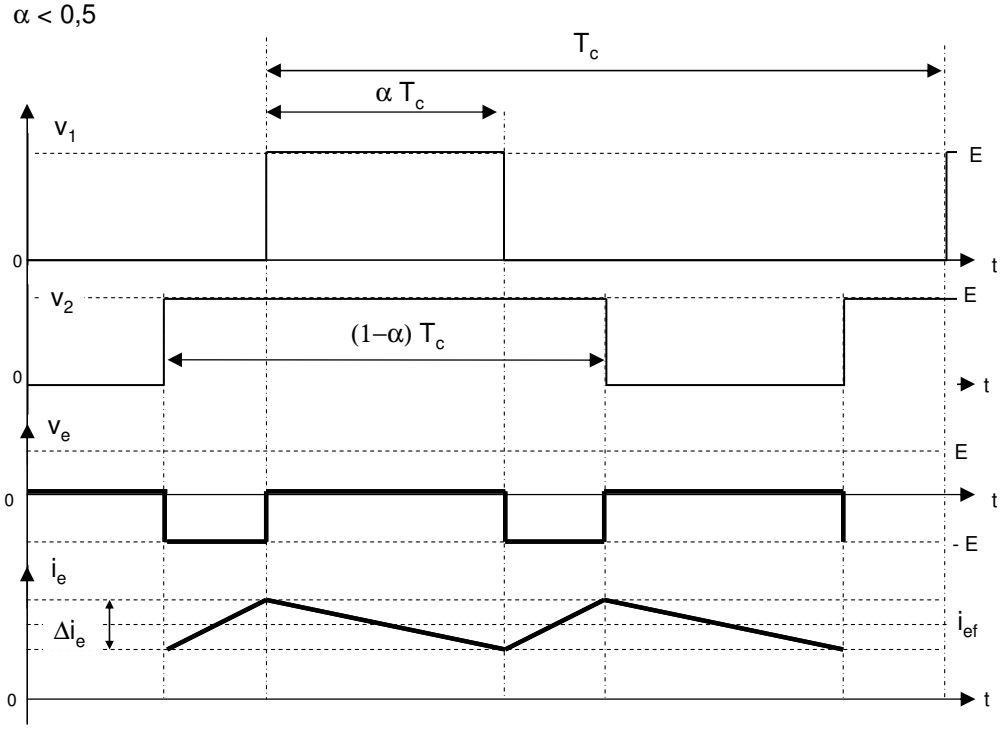
Q3.15 :

$$V_{ef} = \sqrt{(m.V_{cat})^2 + (L_s.\omega.I_{ef})^2} = 1061{,}6 \text{ V}$$

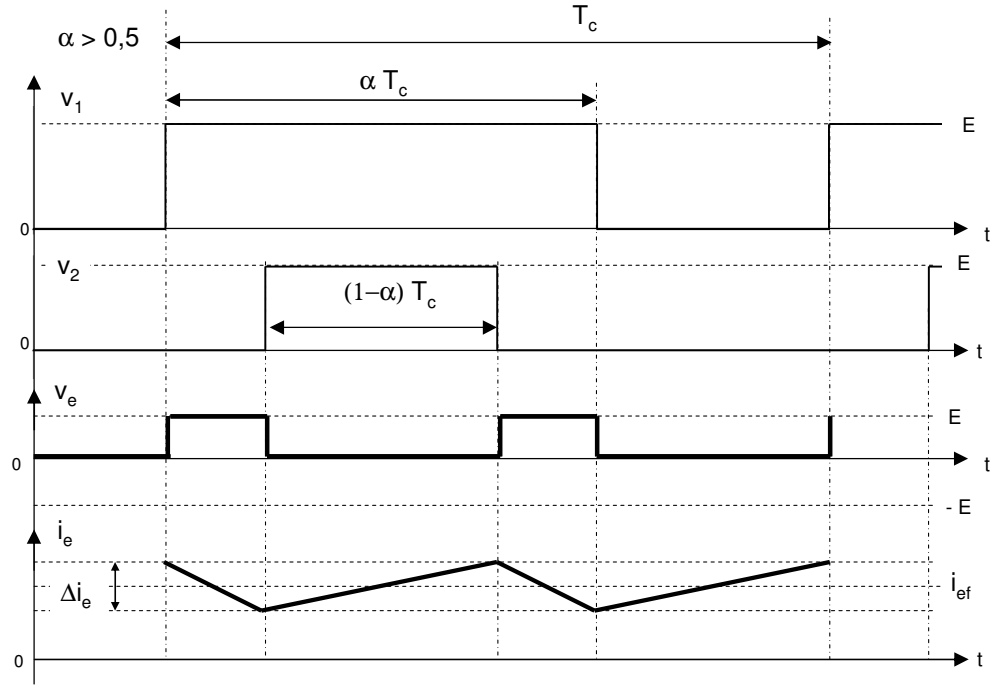
$$m_a = \frac{V_{ef}.\sqrt{2}}{E} = 0{,}83 \;\; ; \;\; \cos\varphi = \frac{m.V_{cat}}{V_{ef}} = 0{,}94 \;\; ; \; \varphi = -19{,}6°$$

Q3.16 :

DR8. PMCF – Tracé des formes d'ondes à la fréquence de découpage
Ondulation du courant d'entrée pour α < 0,5



DR9. PMCF – Tracé des formes d'ondes à la fréquence de découpage
Ondulation du courant d'entrée pour α > 0,5



Q3.17 :

$0 < \alpha < \frac{1}{2}$: sur l'intervalle de durée $\alpha.T_c$, on peut écrire

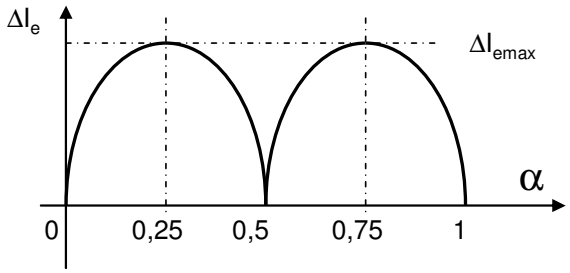
$$\frac{L_s.\Delta I_e}{\alpha.T_c} = (2.\alpha - 1).E \rightarrow |\Delta I_e| = \frac{\alpha.|(2.\alpha - 1)|.E}{L_s.f_c}$$

Cette ondulation est maximale pour $\alpha = \frac{1}{4}$: $\Delta I_{e\,max} = \frac{E}{8.L_s.f_c}$

$\frac{1}{2} < \alpha < 1$: sur l'intervalle de durée $(1-\alpha).T_c$, on peut écrire

$$\frac{L_s.\Delta I_e}{(1-\alpha).T_c} = (2.\alpha - 1).E \rightarrow \Delta I_e = \frac{(1-\alpha).(2.\alpha - 1).E}{L_s.f_c}$$

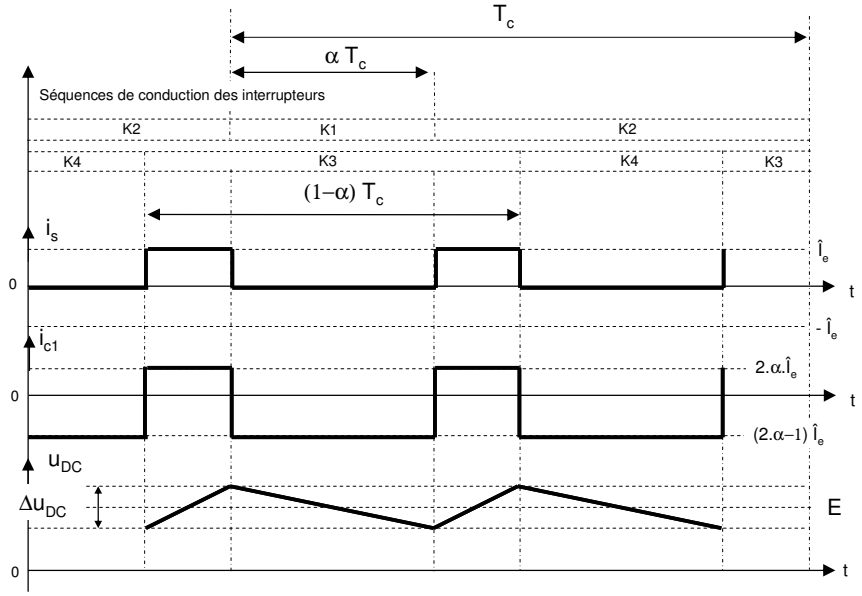
Cette ondulation est maximale pour $\alpha = \frac{3}{4}$: $\Delta I_{e\,max} = \frac{E}{8.L_s.f_c}$



Application numérique : L_s = 1,12 mH , f_c = 550 Hz , E = 1800 V → $\Delta I_{e\,max}$ = 365A

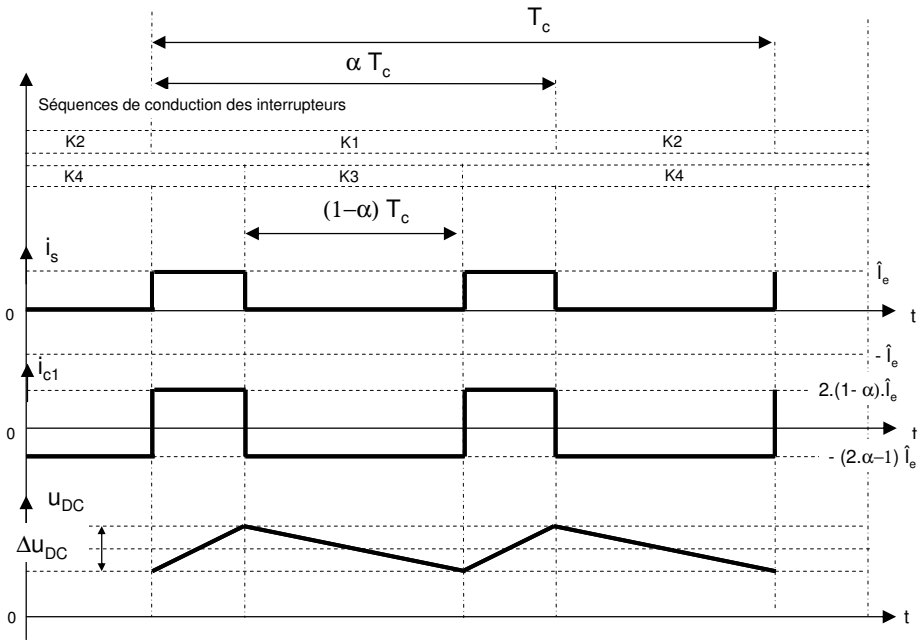
Q3.18 :

DR10. PMCF – Tracé des formes d'ondes à la fréquence de découpage
Ondulation de tension du bus DC pour α < 0,5 et ie = - Îe



Q3.19 :

DR11. PMCF – Tracé des formes d'ondes à la fréquence de découpage
Ondulation de tension du bus DC pour α > 0,5 et ie = + Îe



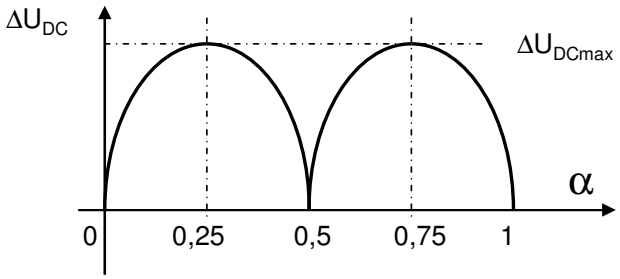
Q3.20 :

$$0 < \alpha < \frac{1}{2} \ : \ \left|\Delta U_{DC}\right| = \frac{\alpha.\left|(2.\alpha - 1)\right|.\hat{I}_e}{C_1.f_c}$$

Cette ondulation est maximale pour $\alpha = \frac{1}{4}$: $\Delta U_{DCmax} = \frac{\hat{I}_e}{8.C_1.f_c}$

$$\frac{1}{2} < \alpha < 1 \ : \ \Delta U_{DC} = \frac{(1-\alpha).(2.\alpha - 1).\hat{I}_e}{C_1.f_c}$$

Cette ondulation est maximale pour $\alpha = \frac{3}{4}$: $\Delta U_{DCmax} = \frac{\hat{I}_e}{8.C_1.f_c}$



□U_{DCmax} = 5%.E = 90 V → C_1 = 4,4 mF.

Q3.21 :

Pour v_1 : $v_1 = A_{01} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{n1}.\cos(n.\omega_c.t)$

$A_{01} = \alpha.E$; $A_{n1} = \frac{2.E}{\pi}\int_0^{\alpha\pi} \cos n.\theta_c.d\theta_c$; $A_{n1} = \frac{2.E}{\pi}.\frac{1}{n}.\sin(n.\alpha.\pi)$

De même pour v_2 : $v_2 = A_{02} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{n2}.\cos(n.\omega_c.t)$

$A_{02} = (1-\alpha).E$; $A_{n2} = \frac{2.E}{\pi}.\frac{1}{n}.\sin(n.(1-\alpha).\pi)$

Q3.22 :

$v_e = v_1 - v_2$; $v_e = A_{01} - A_{02} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{n1} - A_{n2}).\cos(n.\omega_c.t)$

Si n = 2.k $(k \in \mathbb{N}^*)$: $A_{n1} - A_{n2} = \frac{4.E}{\pi}.\frac{1}{2.k}.\sin(2.k.\alpha.\pi) = A_{2k}$

Si n = 2.k +1 $(k \in \mathbb{N}^*)$: $A_{n1} - A_{n2} = A_{2k+1} = 0$

$A_{01} - A_{02} = A_0 = (2.\alpha - 1).E$

Q3.23 :

Vu du primaire du transformateur de traction, les 4 PMCF sont en parallèle.

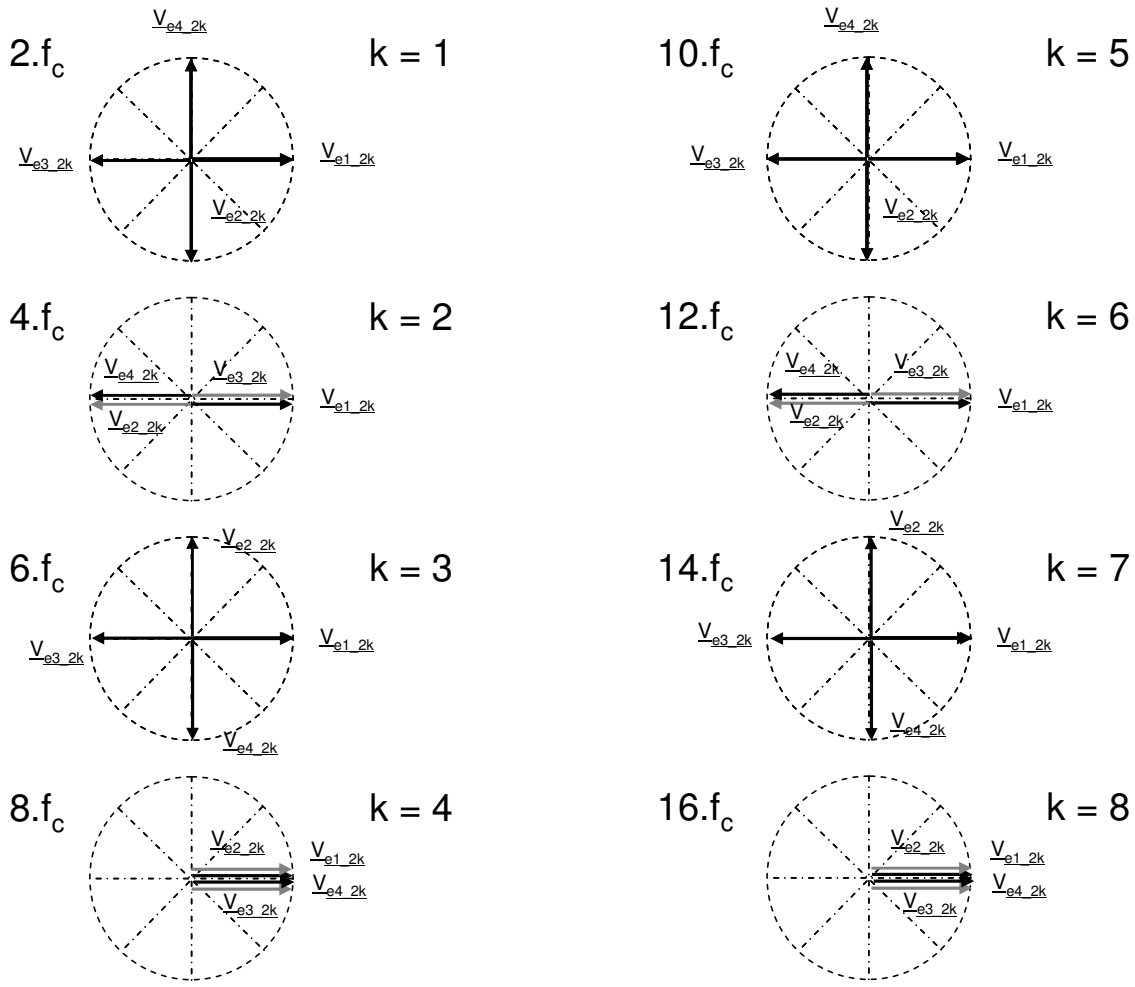
Ainsi : $L_a = \frac{L_s}{4.m^2}$

Q3.24 :

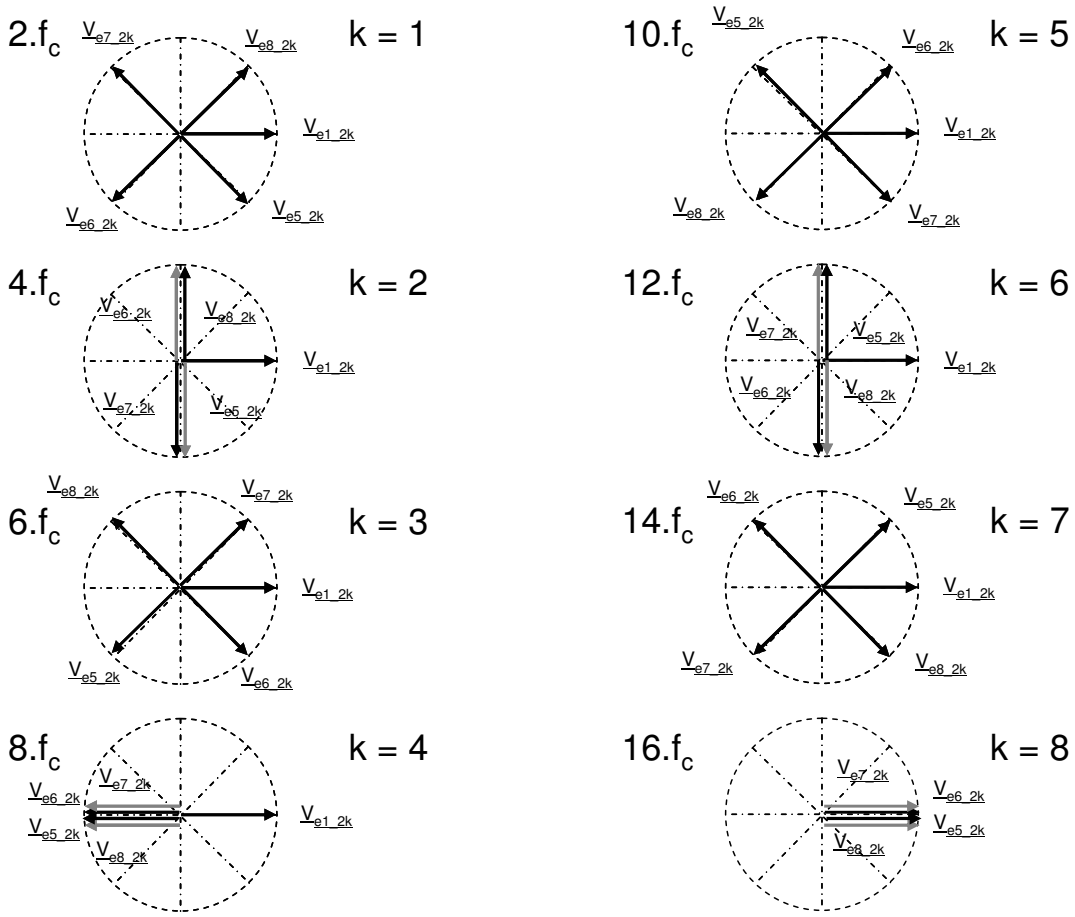
$v_{a1} = \frac{v_{e1} + v_{e2} + v_{e3} + v_{e4}}{4.m}$ et $v_{a2} = \frac{v_{e5} + v_{e6} + v_{e7} + v_{e8}}{4.m}$

Q3.25 :

DR12. Étude de l'entrelacement des PMCF
1er groupe de PMCF – Motrice 1



DR13. Étude de l'entrelacement des PMCF
2eme groupe de PMCF – Motrice 2



Q3.26 :

$v_{a1\_2k} \neq 0$ pour 2.k = 8 et 2.k = 16 ; $\hat{V}_{a1\_2k} = \frac{4.E}{\pi.m}.\frac{1}{2.k}.\sin(2.k.\alpha.\pi)$

$v_{a2\_2k} \neq 0$ pour 2.k = 8 et 2.k = 16 ; $\hat{V}_{a2\_2k} = \frac{4.E}{\pi.m}.\frac{1}{2.k}.\sin(2.k.\alpha.\pi)$

Q3.27 :

Pour 2.k = 8 et 2.k = 16 :

$$\hat{I}_{motri1\_2k} = \frac{\hat{V}_{a1\_2k}}{L_a.2.k.\omega_C} = \frac{4.E}{\pi.m}.\frac{1}{4.k^2}.\frac{4.m^2}{L_s.\omega_c}.\sin(2k.\alpha.\pi) = \frac{4.E}{\pi}.\frac{m}{k^2}.\frac{1}{L_s.\omega_c}.\sin(2k.\alpha.\pi)$$

De même, pour la motrice 2 :

$$\hat{I}_{motri2\_2k} = \frac{4.E}{\pi}.\frac{m}{k^2}.\frac{1}{L_s.\omega_c}.\sin(2k.\alpha.\pi)$$

Q3.28 :

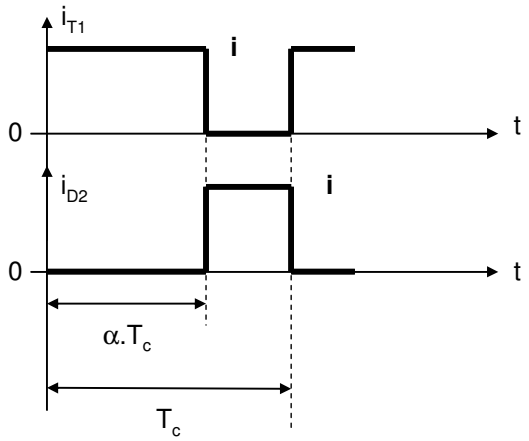
Les tracés des systèmes de vecteurs montrent que, pour k = 4 ($8.\omega_c$), les systèmes de vecteurs des deux groupes de PMCF sont en opposition de phase. L'harmonique de courant absorbé sur la caténaire pour k = 4 est donc nul. Il ne restera donc que l'harmonique de pulsation $16.\omega_c$ (k = 8).

Ainsi : $\hat{I}_{cat\_2k} = \frac{8.E}{\pi}.\frac{m}{k^2}.\frac{1}{L_s.\omega_c}.\sin(2k.\alpha.\pi)$ pour k = 8.

Application numérique : $\hat{I}_{cat\_2k} = 740mA$ à $f = 16.f_c = 8800$ Hz.

B4 ÉTUDE THERMIQUE DES MODULES PALIX.

Q4.1 :



$i_{T1moy} = \alpha.i$; $i^2_{T1eff} = \alpha.i^2$; $i_{D2moy} = (1-\alpha).i$; $i^2_{D2eff} = (1-\alpha).i^2$

Q4.2 :

$$P_{cond\_T1} = V_{T0}.i_{T1moy} + r_T.i^2_{T1eff}$$

$$P_{cond\_T1} = V_{T0}.\alpha.i + r_T.i^2.\alpha$$

De même : $P_{cond\_D2} = V_{D0}.(1-\alpha).i + r_D.i^2.(1-\alpha)$

Q4.3 :

$$P_{com\_T1} = f_c.E_{sw} = f_c.(a_{sw}.i^2 + b_{sw}.i + c_{sw})$$

$$P_{com\_D2} = f_c.E_{rec} = f_c.(a_{rec}.i^2 + b_{rec}.i + c_{rec})$$

Q4.4 :

Le transistor T1 et la diode D2 n'ont des pertes qu'à l'échelle d'une demi-période basse fréquence, lorsque le courant $i_s(t)$ est positif. En posant $\theta = \omega.t$, cela correspond à l'intervalle $[\varphi, \pi+\varphi]$.

Ainsi : $P_{cond\_T1} = \frac{1}{2.\pi}\int_{\varphi}^{\pi+\varphi}\left[V_{T0}.\alpha(\theta).i_s(\theta) + r_T.\alpha(\theta).i_s^2(\theta)\right]$

avec $i_s(\theta) = \hat{I}_s.\sin(\theta-\varphi)$ et $\alpha = \frac{1}{2}(1+m_a.\sin\theta)$

En utilisant les valeurs des intégrales données dans le sujet :

$$P_{cond\_T1} = \frac{1}{2.\pi}\left[\frac{V_{T0}.\hat{I}_s}{2}\left(2+m_a.\frac{\pi}{2}.\cos\varphi\right) + \frac{r_T}{2}.\hat{I}_s^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{4}{3}m_a.\cos\varphi\right)\right]$$

Q4.5 :

Pour la diode D2, le calcul est similaire, il faut remarquer que $1-\alpha(\theta) = \frac{1}{2}(1-m_a.\sin\theta)$ et il vient : $P_{cond\_D2} = \frac{1}{2.\pi}\left[\frac{V_{D0}.\hat{I}_s}{2}\left(2-m_a.\frac{\pi}{2}.\cos\varphi\right) + \frac{r_D}{2}.\hat{I}_s^2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{4}{3}m_a.\cos\varphi\right)\right]$

Q4.6 :

$$P_{com\_T1} = \frac{f_c}{2.\pi}\int_{\varphi}^{\pi+\varphi}\left[a_{sw}.i_s^2(\theta) + b_{sw}.i_s(\theta) + c_{sw}\right]d\theta$$

$$P_{com\_T1} = f_c\left(\frac{a_{sw}}{4}.\hat{I}_s^2 + \frac{b_{sw}}{\pi}.\hat{I}_s + \frac{c_{sw}}{2}\right)$$

Q4.7 :

L'expression des pertes en commutation pour la diode est analogue à celle du transistor :

$$P_{com\_D1} = f_c\left(\frac{a_{rec}}{4}.\hat{I}_s^2 + \frac{b_{rec}}{\pi}.\hat{I}_s + \frac{c_{rec}}{2}\right)$$

Q4.8 :

$P_{cond\_T1} = 639$ W ; $P_{com\_T1} = 518$ W ; $P_{Trans} = 1157$ W

Q4.9 :

$P_{cond\_D2} = 86$ W ; $P_{com\_D2} = 260$ W ; $P_{Diode} = 346$ W

Q4.10 :

$$\theta_{semelle} = \theta_{eau} + 6.(P_{Trans} + P_{Diode}).R_{th2} + (R_{th1} + R_{thcontact}).(P_{Trans} + P_{Diode}) = 91°C$$

Q4.11 :

$$\theta_{j\_transistor} = \theta_{semelle} + R_{thjb\_transistor}.P_{Trans} = 100{,}8°C$$

$$\theta_{j\_diode} = \theta_{semelle} + R_{thjb\_diode}.P_{Diode} = 95{,}3°C$$

Q4.12 :

Dans un fonctionnement en mode redresseur, compte tenu du sens de transfert de l'énergie, les diodes sont plus sollicitées que les transistors. Les courants moyen et efficace dans les diodes seront plus élevés que dans les transistors.

Q4.13 :

Il n'y a que 4 modules sur la plaque PALIX.

$$\theta_{semelle} = \theta_{eau} + 4.(P_{Trans} + P_{Diode}).R_{th2} + (R_{th1} + R_{thcontact}).(P_{Trans} + P_{Diode}) = 89{,}2°C$$

Q4.14 :

$$\theta_{j\_transistor} = \theta_{semelle} + R_{thjb\_transistor}.P_{Trans} = 95{,}5°C$$

$$\theta_{j\_diode} = \theta_{semelle} + R_{thjb\_diode}.P_{Diode} = 99{,}5°C$$