

La recherche en télécommunications

Optimisation combinatoire par algorithmes géométriques

Bastien Trotobas - IETR équipe SCEE

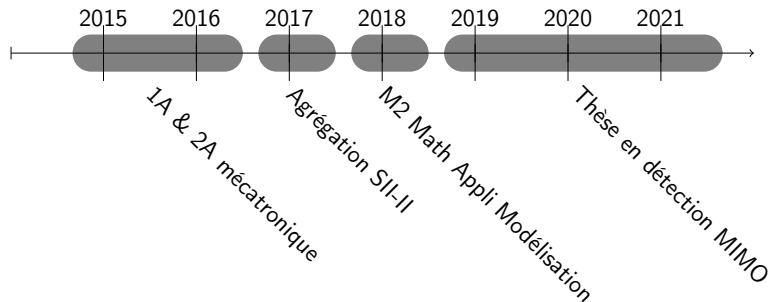
27 Janvier 2020



- 1 Contexte
 - Présentation générale
 - Les réseaux de communications MIMO
- 2 Les différentes classes d'algorithme
- 3 Résolution par algorithme géométrique
- 4 Le travail quotidien du doctorant

Contexte

Qui suis-je ?



IETR

- Institut d'Électronique et de Télécommunications de Rennes (UMR).

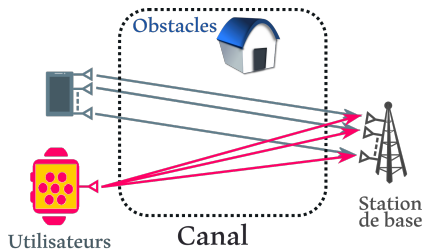


SCEE

- Signal, Communications, Électronique Embarquée.
- CentraleSupélec, campus de Beaulieu.
- Études larges centrées sur les couches basses :
 - formes d'onde,
 - implémentation matérielle,
 - réception,
 - échantillonnage...

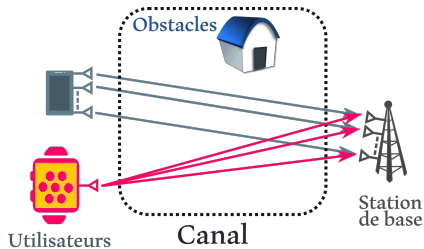


La liaison montante dans un réseau MIMO



Copyright : Glogger

La liaison montante dans un réseau MIMO



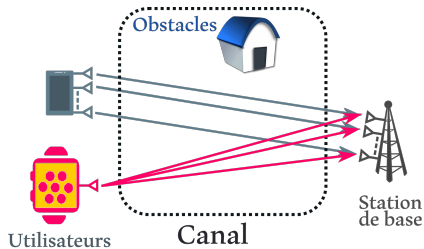
111111011000



11|11|11|01|10|00

Copyright : Glogger

La liaison montante dans un réseau MIMO



$$I\cos(\omega t) + Q\sin(\omega t)$$



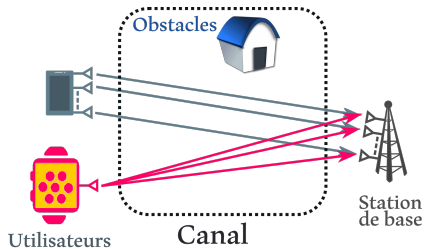
111111011000



11|11|11|01|10|00

Copyright : Glogger

La liaison montante dans un réseau MIMO



Copyright : Glogger



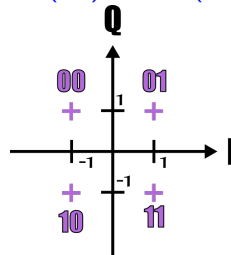
111111011000



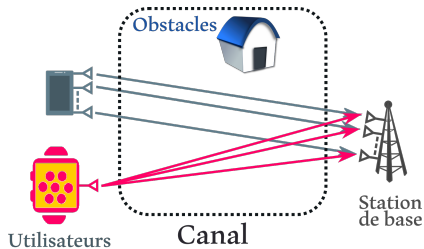
11|11|11|01|10|00



$$I \cos(\omega t) + Q \sin(\omega t)$$



La liaison montante dans un réseau MIMO



Copyright : Glogger



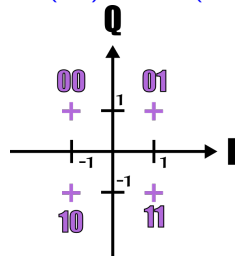
111111011000



11|11|11|01|10|00

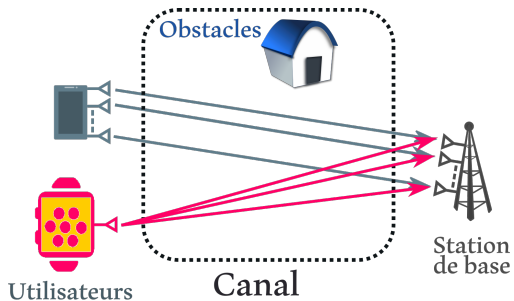


$$I \cos(\omega t) + Q \sin(\omega t)$$



$$\tilde{Q} = \{\pm 1 \pm j\}$$

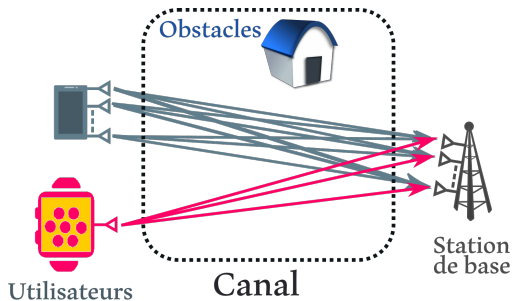
Pourquoi est-ce si complexe ?



Difficultés

- Réseau MIMO massif

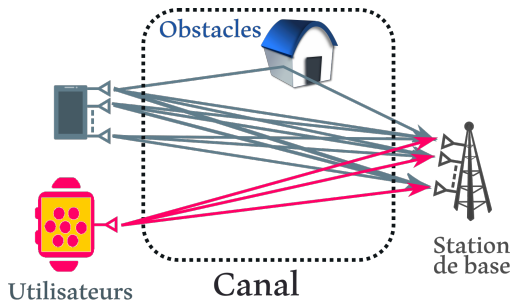
Pourquoi est-ce si complexe ?



Difficultés

- Réseau MIMO massif
- Interférences

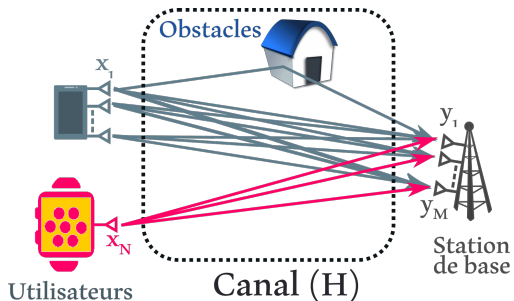
Pourquoi est-ce si complexe ?



Difficultés

- Réseau MIMO massif
- Interférences
- Trajets multiples

Pourquoi est-ce si complexe ?



Difficultés

- Réseau MIMO massif
- Interférences
- Trajets multiples

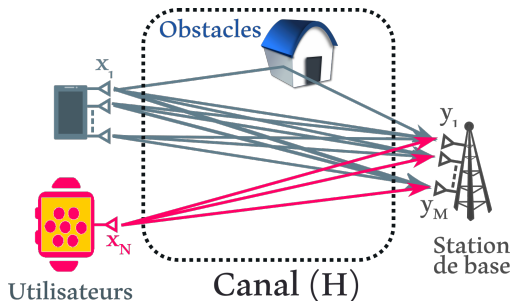
Modélisation

- $\tilde{\mathbf{x}} \in \tilde{\mathcal{Q}}^N$ les symboles émis
- $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^M$ les symboles reçus
- $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ la matrice du canal

Problème de détection

- $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}}$

Pourquoi est-ce si complexe ?



Difficultés

- Réseau MIMO massif
- Interférences
- Trajets multiples

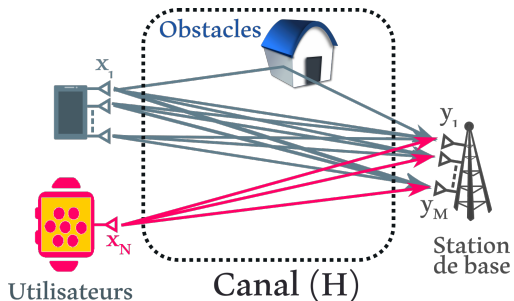
Modélisation

- $\tilde{\mathbf{x}} \in \tilde{\mathcal{Q}}^N$ les symboles émis
- $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^M$ les symboles reçus
- $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ la matrice du canal
- $\tilde{\mathbf{z}}$ le bruit gaussien

Problème de détection

- $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}}$

Pourquoi est-ce si complexe ?



Difficultés

- Réseau MIMO massif
- Interférences
- Trajets multiples

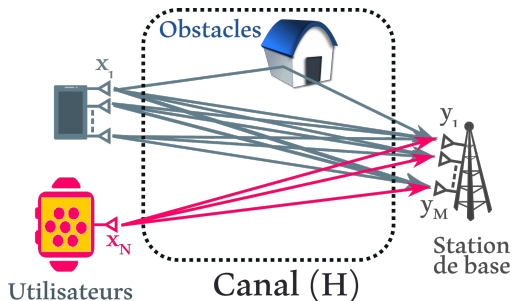
Modélisation

- $\tilde{\mathbf{x}} \in \tilde{\mathcal{Q}}^N$ les symboles émis
- $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^M$ les symboles reçus
- $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ la matrice du canal
- $\tilde{\mathbf{z}}$ le bruit gaussien

Problème de détection

- $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}}$
- $\arg \min_{\tilde{\mathbf{x}} \in \tilde{\mathcal{Q}}^N} \|\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}}\|^2$

Pourquoi est-ce si complexe ?



Difficultés

- Réseau MIMO massif
- Interférences
- Trajets multiples
- Ensemble discret grand

Modélisation

- $\tilde{\mathbf{x}} \in \tilde{\mathcal{Q}}^N$ les symboles émis
- $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^M$ les symboles reçus
- $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ la matrice du canal
- $\tilde{\mathbf{z}}$ le bruit gaussien

Problème de détection

- $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}}$
- $\arg \min_{\tilde{\mathbf{x}} \in \tilde{\mathcal{Q}}^N} \|\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}}\|^2$

On pose :

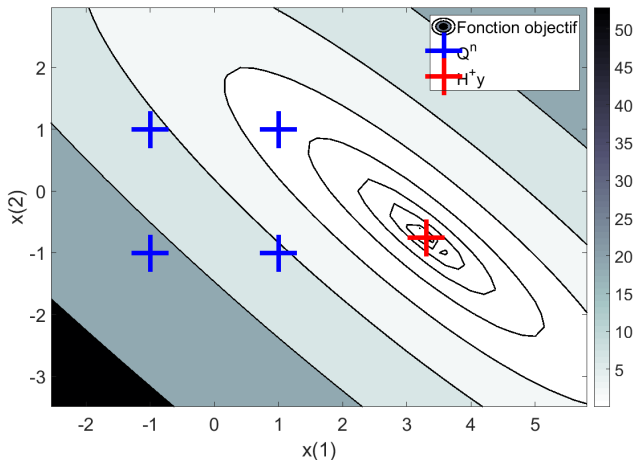
- $\mathbf{y} \triangleq \begin{pmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{y}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{y}}) \end{pmatrix}$
 - $\mathbf{H} \triangleq \begin{pmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{H}}) & -\text{Im}(\tilde{\mathbf{H}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{H}}) & \text{Re}(\tilde{\mathbf{H}}) \end{pmatrix}$
 - $\mathbf{x} \triangleq \begin{pmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{x}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{x}}) \end{pmatrix}$
 - $\mathbf{z} \triangleq \begin{pmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{z}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{z}}) \end{pmatrix}$
- $n \triangleq 2N$
 - $m \triangleq 2M$
 - $\mathcal{Q}^n \triangleq \{\pm 1\}$

Dans ce cas $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z}$

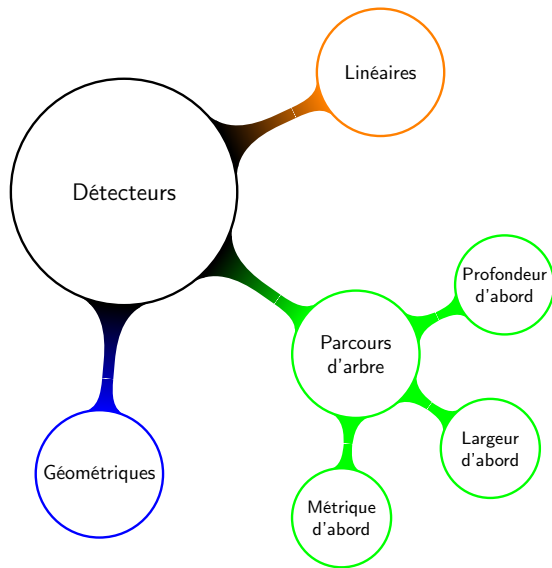
On résout toujours $\arg \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{Q}^n} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2$.

Représentation graphique du problème de détection

$$\arg \min_{x \in Q^n} \|y - Hx\|^2$$



Les différentes classes d'algorithme



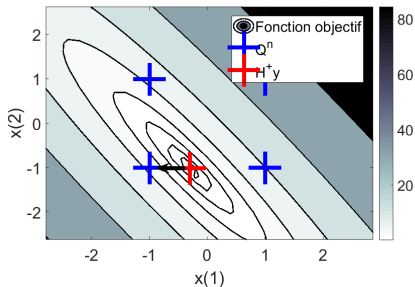
Décodeur *Zero-Forcing*

- 1 $\mathbf{x}_0 = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2$ en résolvant le système.
- 2 Plus proche élément de \mathbf{x}_0 dans \mathcal{Q}^n .

Le détecteur naïf linéaire : *Zero-Forcing*

Décodeur *Zero-Forcing*

- 1 $\mathbf{x}_0 = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2$ en résolvant le système.
- 2 Plus proche élément de \mathbf{x}_0 dans \mathcal{Q}^n .

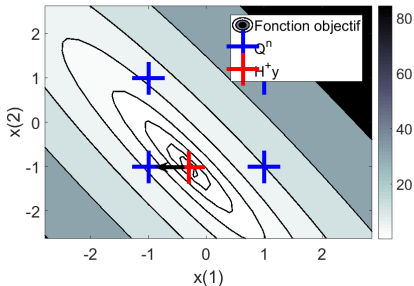


OK

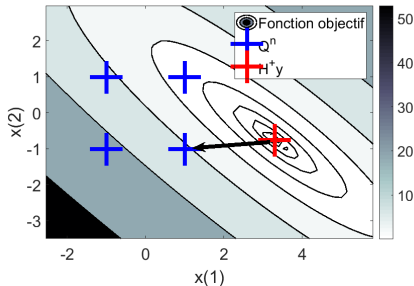
Le détecteur naïf linéaire : *Zero-Forcing*

Décodeur *Zero-Forcing*

- 1 $x_0 = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \|y - \mathbf{H}x\|^2$ en résolvant le système.
- 2 Plus proche élément de x_0 dans \mathcal{Q}^n .



OK



Erreur

Résolution par algorithme géométrique

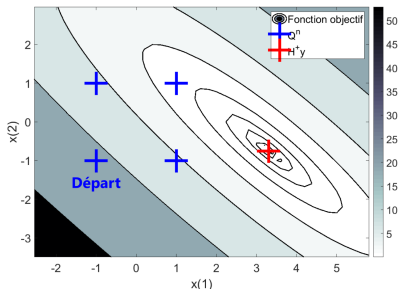
Utiliser une opération très simple et parallélisable

- 1 On part d'un point de la constellation.
- 2 On choisit le meilleur point entre le point courant et les adjacents.
- 3 On recommence jusqu'à converger.

Descente de proche en proche

Utiliser une opération très simple et parallélisable

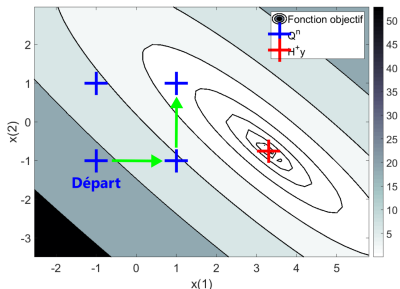
- 1 On part d'un point de la constellation.
- 2 On choisit le meilleur point entre le point courant et les adjacents.
- 3 On recommence jusqu'à converger.



Descente de proche en proche

Utiliser une opération très simple et parallélisable

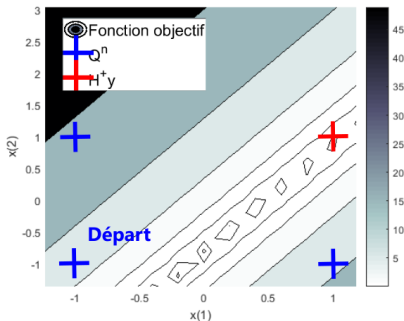
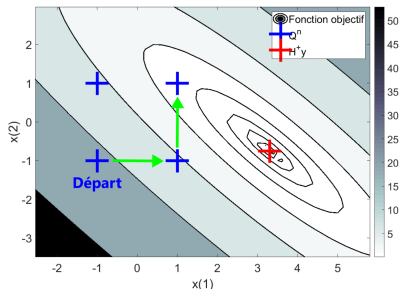
- 1 On part d'un point de la constellation.
- 2 On choisit le meilleur point entre le point courant et les adjacents.
- 3 On recommence jusqu'à converger.



Descente de proche en proche

Utiliser une opération très simple et parallélisable

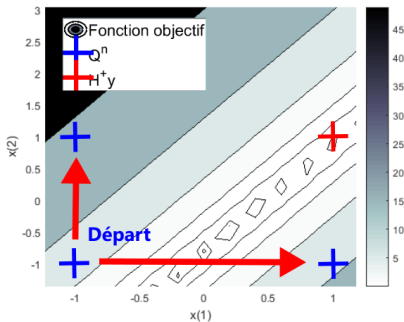
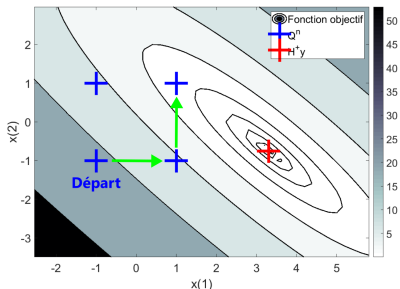
- 1 On part d'un point de la constellation.
- 2 On choisit le meilleur point entre le point courant et les adjacents.
- 3 On recommence jusqu'à converger.



Descente de proche en proche

Utiliser une opération très simple et parallélisable

- 1 On part d'un point de la constellation.
- 2 On choisit le meilleur point entre le point courant et les adjacents.
- 3 On recommence jusqu'à converger.



Nécessité d'une diversification en amont

Problème : La descente n'atteint pas toujours l'optimum.

Solution : Réaliser plusieurs descentes à partir de $\xi \subset \mathcal{Q}^n$.

Problème : La descente n'atteint pas toujours l'optimum.

Solution : Réaliser plusieurs descentes à partir de $\xi \subset \mathcal{Q}^n$.

Critère d'un bon ensemble de points ξ

- Peu de descentes \Rightarrow cardinal faible.
- Une descente au moins atteint l'optimum \Rightarrow suffisamment diversifié.

Problème : La descente n'atteint pas toujours l'optimum.

Solution : Réaliser plusieurs descentes à partir de $\xi \subset \mathcal{Q}^n$.

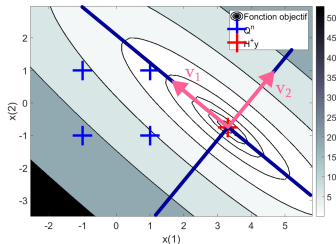
Critère d'un bon ensemble de points ξ

- Peu de descentes \Rightarrow cardinal faible.
- Une descente au moins atteint l'optimum \Rightarrow suffisamment diversifié.
- Conserver un bon débit \Rightarrow facile à calculer.

Construction de l'ensemble ξ

Observations

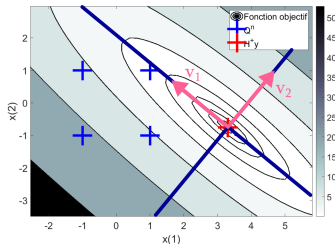
- L'ellipse est définie par les vecteurs singuliers de la matrice \mathbf{H} .
- Les bons points sont le long de la droite $\mathbf{x}_0 + \gamma \mathbf{v}_1$.



Construction de l'ensemble ξ

Observations

- L'ellipse est définie par les vecteurs singuliers de la matrice \mathbf{H} .
- Les bons points sont le long de la droite $\mathbf{x}_0 + \gamma \mathbf{v}_1$.



Solution : Rechercher des points le long des D premières directions singulières.

Plusieurs méthodes possibles.

Le travail quotidien du doctorant

“Qu’est-ce que tu fais quand tu te lèves le matin ?”

- Lecture de bibliographie.

“Qu’est-ce que tu fais quand tu te lèves le matin ?”

- Lecture de bibliographie.
- Implémentation d’algorithmes références --> bibliothèque libre en Python `scikit-commpy`.

“Qu’est-ce que tu fais quand tu te lèves le matin ?”

- Lecture de bibliographie.
- Implémentation d’algorithmes références --> bibliothèque libre en Python `scikit-commpy`.
- Amélioration d’algorithmes existants :
 - identifier les points faibles,
 - trouver des solutions,
 - évaluer les solutions.

“Qu’est-ce que tu fais quand tu te lèves le matin ?”

- Lecture de bibliographie.
- Implémentation d’algorithmes références --> bibliothèque libre en Python `scikit-commpy`.
- Amélioration d’algorithmes existants :
 - identifier les points faibles,
 - trouver des solutions,
 - évaluer les solutions.
- Implémentation sur FPGA des algorithmes étudiés.

“Qu’est-ce que tu fais quand tu te lèves le matin ?”

- Lecture de bibliographie.
- Implémentation d’algorithmes références --> bibliothèque libre en Python `scikit-commpy`.
- Amélioration d’algorithmes existants :
 - identifier les points faibles,
 - trouver des solutions,
 - évaluer les solutions.
- Implémentation sur FPGA des algorithmes étudiés.
- Rédaction d’articles et autres interventions scientifiques.

“Qu’est-ce que tu fais quand tu te lèves le matin ?”

- Lecture de bibliographie.
- Implémentation d’algorithmes références --> bibliothèque libre en Python `scikit-commpy`.
- Amélioration d’algorithmes existants :
 - identifier les points faibles,
 - trouver des solutions,
 - évaluer les solutions.
- Implémentation sur FPGA des algorithmes étudiés.
- Rédaction d’articles et autres interventions scientifiques.
- Enseignements.

Stage Youness Akourim (1A) : Détection MIMO sur canaux réalistes

- 1 Appréhender le contexte.
- 2 Implémentation diverses dans la bibliothèque libre (code, documentation, tests unitaire...).
- 3 Utilisation des ajouts pour des simulations
- 4 \Rightarrow Devrait déboucher sur une publication.

Stage Youness Akourim (1A) : Détection MIMO sur canaux réalistes

- 1 Appréhender le contexte.
- 2 Implémentation diverses dans la bibliothèque libre (code, documentation, tests unitaire...).
- 3 Utilisation des ajouts pour des simulations
- 4 ⇒ Devrait déboucher sur une publication.

Offres pour cette année

- Stages divers possiblement sur la détection MIMO.
- Thèses CIFRE en préparations avec Zodiaque (aéronotique) et Orange.

`bastien.trotobas@ens-rennes.fr` /
`bastien.trotobas@centralesupelec.fr`