

# Simulation des systèmes de solides rigides polyarticulés

## Examen 2020-2021

Le sujet est composé de deux parties distinctes. La première est un QCM qui compte pour 7 points dans la note finale et qui doit être répondu en 30 minutes à compter de son lancement. La seconde partie porte sur l'analyse du comportement dynamique d'un robot de pick-and-place type RPR.

La seconde partie fera l'objet d'un document réponse numérique à rendre avec l'ensemble des fichiers de simulation au format .zip.

Le barème est donné à titre indicatif et peut changer en fonction de la réussite générale de la promotion ^^

### A. QCM (noté sur 13)

Le QCM, une fois lancé, doit être réalisé dans les 30 minutes qui suivent (il est automatiquement sauvé et envoyé à l'issue des 30 minutes). Un seul essai autorisé. Le QCM représente 7 points de la note de l'examen sur 20. **Attention, les mauvaises réponses peuvent entraîner des points négatifs.**

### B. Robot RPR (noté sur 34)

L'objectif de cette partie est l'étude du comportement dynamique d'un robot. La partie représente 13 points de la note finale et doit faire l'objet d'un document réponse en plus des fichiers de simulation à compléter.

Le robot choisi pour cette étude est un robot de pick-and-place type RPR. Ce type d'architecture (rotoïde-prismatique-rotoïde) est peu courante mais peut présenter un intérêt dans des espaces encombrés du fait du bras télescopique central (axe 2 prismatique). La tâche de pick-and-place, comme son nom l'indique, est une tâche de prise/dépose nécessitant de la précision, de la vitesse et de la répétabilité de la part du robot. Le paramétrage du robot a été réalisé selon les règles de Denavit-Hartenberg modifié :

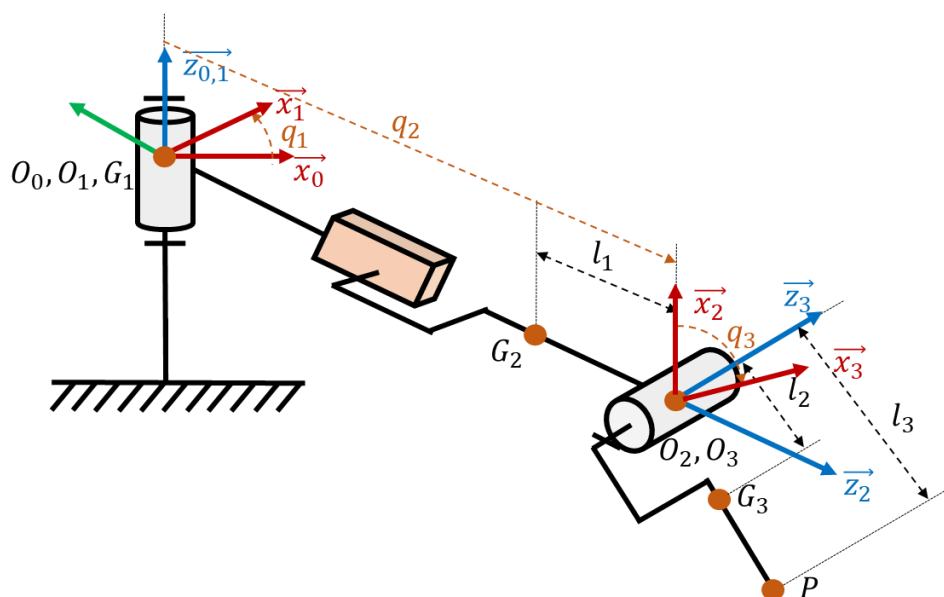


Figure 1 - Robot RPR et son paramétrage

Afin de minimiser les paramètres géométriques, l'origine du repère « monde »  $O_0$  est confondue avec l'origine du repère du premier segment du robot  $O_1$ . L'origine du repère associé au second segment  $O_2$  est confondue avec l'origine du repère associé au troisième segment.

Le tableau des paramètres de Denavit-Hartenberg a été rempli de la manière suivante :

$j$	$\alpha_j$	$d_j$	$r_j$	$\theta_j$
1	0	0	0	$q_1$
2	$\pi/2$	0	$q_2$	$\pi/2$
3	$\pi/2$	0	0	$q_3$

Table 1 – Paramètres de Denavit-Hartenberg

Ces paramètres ont permis d'établir le modèle géométrique direct du robot en exploitant les matrices de transformation homogènes associées à chacun des repères de segments :

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & d_i \\ \cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) & -r_i\sin(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \cos(\alpha_i) & r_i\cos(\alpha_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La pince du robot est positionnée sur le troisième segment au point  $P$ , défini tel que  $\overrightarrow{O_3P} = -l_3\vec{y}_3$ .

Les propriétés de masse et d'inertie ont été définies de la manière suivante :

Solide	Masse	Inertie au centre de masse et dans le repère associé au segment	Centre de masse
1	$m_1$	$I(S_1, G_1) = I_1 = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$	$\overrightarrow{O_1G_1} = \vec{0}$
2	$m_2$	$I(S_2, G_2) = I_2 = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$	$\overrightarrow{O_2G_2} = -l_1\vec{z}_2$
3	$m_3$	$I(S_3, G_3) = I_3 = \begin{bmatrix} I_{xx3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz3} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$	$\overrightarrow{O_3G_3} = -l_2\vec{y}_3$

Table 1 – Paramètres inertiels du robot

### B.1. Obtention du modèle dynamique du robot (19 points)

#### Etapas préliminaires :

- dézippez le fichier dans lequel se trouve ce sujet ainsi que les fichiers de simulation Matlab
- Sauvez les fichiers dans vos documents
- Ouvrez Matlab
- Ajoutez l'ensemble des dossiers de travail de l'examen au path de matlab
- Ouvrez le fichier nommé « **analytique\_RPR.mlx** »

**Question 1 (2 pts) :** Commentez le fichier que vous venez d'ouvrir. A quoi servent les lignes de code 1 à 35 ?

A partir de maintenant, les questions 2 à 10 sont à répondre directement dans le fichier.

**Question 2 (2 pts) :** Ecrire le code permettant d'obtenir les positions des centres de masse des solides 1, 2 et 3 dans le repère 0.

**Question 3 (2 pts) :** Ecrire le code permettant d'obtenir les vitesses des centres de masse des solides 1, 2 et 3 dans le repère 0.

**Question 4 (3 pts) :** Ecrire le code permettant de calculer l'énergie cinétique des solides 1, 2 et 3, puis l'énergie cinétique totale du robot.



*Attention à bien projeter les vitesses angulaires de chacun des solides dans leurs repères locaux (dans lesquels sont exprimées les matrices d'inerties).*

**Question 5 (2 pts) :** Ecrire le code permettant de calculer l'énergie potentielle des solides 1, 2, et 3, puis l'énergie potentielle totale du robot.



*La pesanteur est dirigée selon  $-\vec{z}_0$ . Elle est nulle dans le plan  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .*

**Question 6 (1 pt) :** Ecrire le code permettant d'obtenir la matrice de masse du robot.

**Question 7 (1 pt) :** Ecrire le code permettant d'obtenir la matrice des effets coriolis/centrifuges du robot.



*Testez régulièrement votre code afin de vérifier qu'il compile.*

**Question 8 (1 pt) :** Ecrire le code permettant d'obtenir le vecteur des actions de pesanteur.

**Question 9 (2 pts) :** Ecrire le code permettant d'obtenir le modèle dynamique inverse du robot.

**Question 10 (2 pts) :** Ecrire le code permettant d'obtenir le modèle dynamique direct du robot.



*Ne réutilisez pas les efforts d'actionnement obtenus à la question 9 dans la question 10...*

**Question 11 (1 pt) :** Quelle est la particularité de l'effort d'actionnement  $\tau_2$ , vis-à-vis de  $\tau_1$  et  $\tau_3$  ?

## **B.2. Mise en œuvre de la dynamique inverse et caractérisation de l'axe 2 (15 points)**

### **Etapes préliminaires :**

- Ouvrez le fichier nommé « **main\_RPR.mlx** »
- Exécutez le fichier

Dans cette étape, on cherche à étudier une tâche de pick-and-place représentative des mouvements que devra effectuer le robot lors de sa mise en service. On va chercher en particulier à quantifier les besoins en efforts sur l'axe prismatique (axe 2).

**Question 12 (3 pts) :** Commentez le script que vous avez devant les yeux. Expliquez les étapes nécessaires à la définition de la tâche de pick-and-place, notamment comment la loi de mouvement articulaire à appliquer sur chacun des axes est obtenue.

**Question 13 (2 pts) :** Créez une fonction de dynamique inverse prenant en entrée les positions, vitesses et accélérations articulaires du robot à un instant donné ainsi que ses caractéristiques géométriques et inertielles, et donnant en sortie les efforts d'actionnement appliqués sur les axes du robot.



*L'entête de la fonction devrait ressembler à*

**function** [Tau]=ID\_RPR(t,q,dq,ddq,specs,g)

**Question 14 (2 pts):** Mettre en œuvre la fonction créée à la question 13 sur la trajectoire définie dans le script principal. Tracer les efforts d'actionnement, en particulier  $\tau_2$ .

Afin de se rapprocher des conditions réelles de fonctionnement du robot, on décide de simuler la l'objet transporté pendant la tâche de pick-and-place. On considère que l'objet transporté peut être considéré comme une masse ponctuelle  $m_4$  positionnée au point  $P$ . Cette masse est définie à 1kg dans les données numériques associées au modèle.

**Question 15 (2 pts):** Expliciter la démarche permettant d'obtenir le modèle dynamique complété par cette masse ponctuelle.

**Question 16 (2 pts):** Mettre en œuvre cette démarche et obtenir le nouvel effort d'actionnement  $\tau_2$ .

**Question 17 (2 pts):** Réaliser le bilan des informations connues pour le choix de l'actionneur de l'axe 2.

**Question 18 (2 pts):** Quelles sont les limites de la démarche réalisée dans cette partie ? Quelles sont notamment les limites du modèle utilisé ?

### B.3. Mise en œuvre de la dynamique directe et asservissement (BONUS)

Ces questions sont hors barème, néanmoins leur traitement vous permettra d'augmenter votre note en cas de réussite.

**Question 19 :** Créez une fonction de dynamique directe prenant en entrée les efforts d'actionnement et l'état courant du robot ainsi que ses caractéristiques géométriques et inertielles, et donnant en sortie l'accélération articulaire du robot à cet instant.

Une méthode de Runge-Kutta est fournie avec le code de l'examen.

**Question 20 :** Expliquer en quelques mots la nécessité de cette méthode pour simuler le comportement dynamique du robot en dynamique directe.

**Question 21 :** Faire appel à cette fonction pour simuler le comportement du robot en dynamique directe, en appliquant les efforts obtenus lors de l'étape de dynamique inverse . Expliquer les différents ajustements nécessaires à cette simulation.

**Question 22 :** Réaliser un asservissement proportionnel sur l'ensemble des axes du robot et simuler le système en dynamique directe pour lui faire suivre la trajectoire de pick-and-place.