

Séminaire du département mécatronique

Pierre-Antoine Chantal

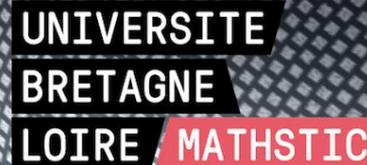
ATER – Chargé d'enseignement en électronique numérique

Doctorant en traitement du signal

Directrice de thèse: R. Le Bouquin Jeannès

Co-encadrant: A. Karfoul

Octobre 2020



Sommaire

I - Introduction

II - Outils mathématiques

III – Analyse dynamique de connectivité

IV - Résultats

Sommaire

I - Introduction

II - Outils mathématiques

III – Analyse dynamique de connectivité

IV - Résultats

Introduction

Contexte clinique - Epilepsie

- Maladie chronique **neurologique** affectant environ 1% de la population mondiale
- Caractérisée par l'apparition répétée de plusieurs crises
- Crise : résultat de fortes décharges électro-chimiques dans des groupes de neurones de manière subite, fréquente et brève.
- Une crise épileptique se découpe généralement en trois phases: **Pré-ictale**, **Ictale** et **Post-ictale**.

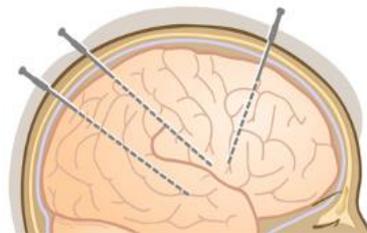


Image : AboutKidsHealth.ca

Présentation du problème

Epilepsies pharmaco-résistantes



Possibilité d'opération chirurgicale



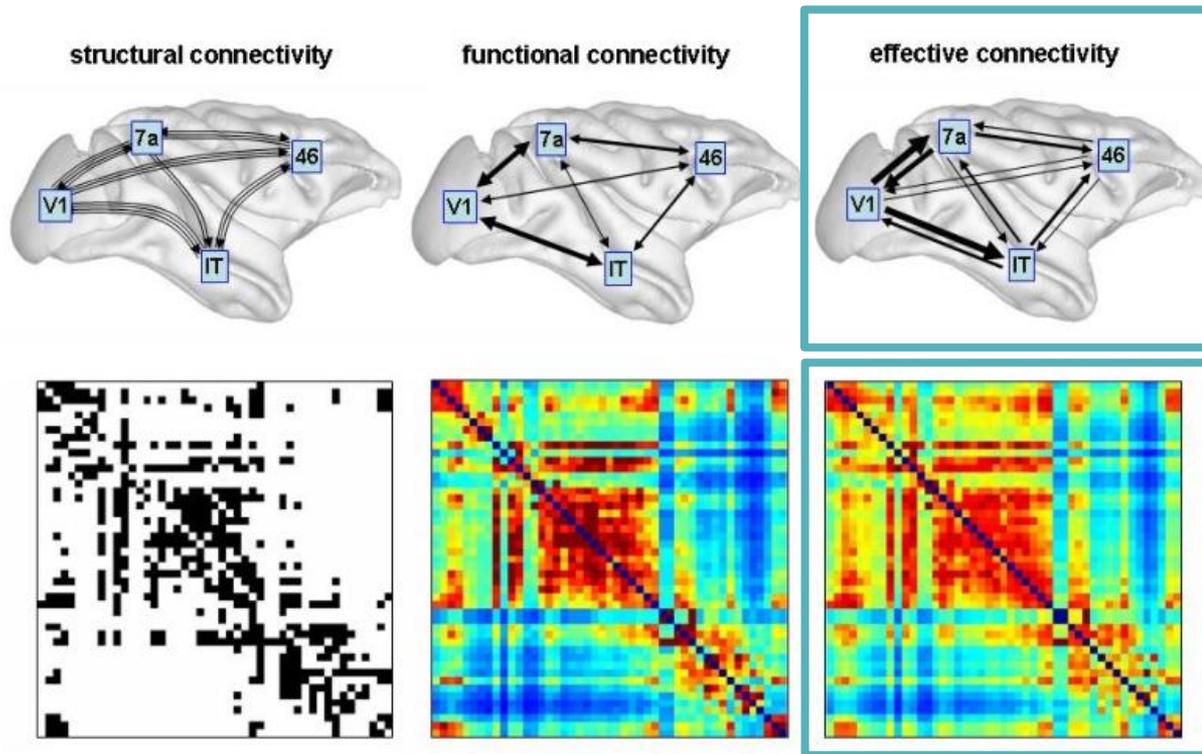
Question : déterminer la région du cerveau à réséquer pour empêcher l'apparition de crises ou atténuer grandement leurs effets.



Objectif : identifier et caractériser la zone épileptogène en inférant des graphes de connectivité cérébrale

Connectivité cérébrale (3/3)

Connectivité effective



- Complète les notions de connectivités **structurelle** et **fonctionnelle**
- **Influences causales** entre différents neurones ou populations neuronales
- **Gaphe dirigé**
- Matrice de connectivité (**asymétrique**)
- Pour déterminer la zone épileptogène à opérer : inférer la **connectivité effective** et construire un **graphe de connectivité dirigé** du processus épileptogène

Sommaire

I - Introduction

II - Outils mathématiques

III – Analyse dynamique de connectivité

IV - Résultats

Outils mathématiques

- ▶ **Notations tensorielles**
 - **Produit externe**
 - **Décomposition polyadique canonique**
- ▶ **Modèles Vectoriels AutoRégessifs (VAR)**
- ▶ **Cohérence Dirigée Partielle (PDC)**

Notations tensorielles (1/2)

- Le produit externe de N vecteurs $(\mathbf{u}^{(n)})_{1 \leq n \leq N}$, $\mathbf{u}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n}$, est un tenseur de rang 1 \mathcal{A} de taille $(I_1 \times \dots \times I_N)$ [Bro 1997]

$$\mathcal{A} = \mathbf{u}^{(1)} \circ \dots \circ \mathbf{u}^{(N)} \Leftrightarrow \mathcal{A}_{i_1, \dots, i_N} = u_{i_1}^{(1)} \dots u_{i_N}^{(N)}$$

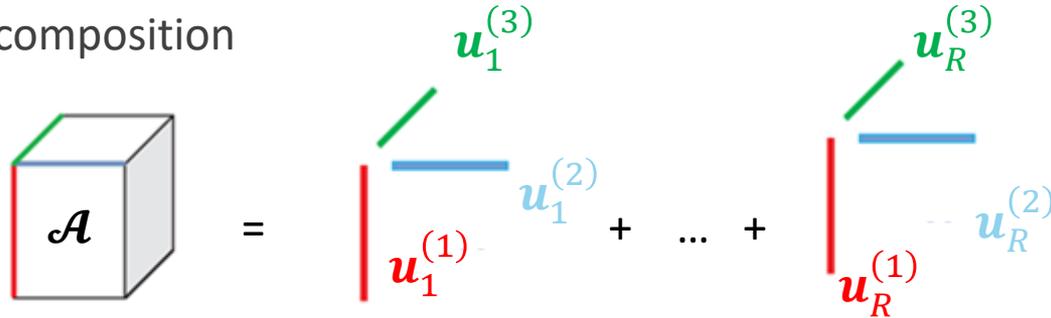
$$\mathbf{u}^{(1)} \circ \mathbf{u}^{(2)} \circ \mathbf{u}^{(3)} = \begin{array}{|c} \mathbf{u}^{(3)} \\ \hline \mathbf{u}^{(2)} \\ \hline \mathbf{u}^{(1)} \end{array} = \begin{array}{c} \text{Cube } \mathcal{A} \end{array}$$

Notations tensorielles (2/2)

- ▶ La Décomposition Canonique Polyadique (CPD) d'un tenseur de dimension N et de rang R est la somme minimale de R tenseurs de rang 1 :

$$\mathcal{A} = [\mathbf{U}^{(1)}, \dots, \mathbf{U}^{(N)}] = \sum_{r=1}^R \mathbf{u}_r^{(1)} \circ \dots \circ \mathbf{u}_r^{(N)}$$

- ▶ R : rang de la décomposition



Modèle Vectoriel Autorégressif (VAR)

- Le modèle VAR(L) d'un vecteur à N -dimensions $\mathbf{x}(t)$ de signaux temporels $x_1(t), \dots, x_n(t)$ est donné par

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{\tau=1}^L \mathbf{A}_{\tau} \mathbf{x}(t - \tau) + \mathbf{w}(t)$$

L : ordre du modèle (retard maximal)

τ : valeurs possibles de retard

\mathbf{A}_{τ} ($N \times N$) : coefficients du modèle matriciel

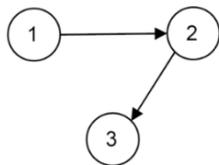
$\mathbf{w}(t)$: vecteur d'innovation

Exemple

$$x_1(t) = 0.95\sqrt{2}x_1(t-1) - 0.9025x_1(t-2) + w_1(t)$$

$$x_2(t) = -0.5x_1(t-1) + 0.25\sqrt{2}x_2(t-1) + w_2(t)$$

$$x_3(t) = -0.5x_2(t-2) - 0.25\sqrt{2}x_3(t-2) + w_3(t)$$



Matrix \mathbf{A}_1 ($\tau = 1$)

$0.95\sqrt{2}$	0	0
-0.5	$0.25\sqrt{2}$	0
0	0	0

Matrix \mathbf{A}_2 ($\tau = 2$)

-0.9025	0	0
0	0	0
0	-0.5	$-0.25\sqrt{2}$

Cohérence Dirigée Partielle (PDC)

Domaine temporel

$$x(t) - \sum_{\tau=1}^L A_{\tau} x(t - \tau) = w(t)$$



Domaine fréquentiel

$$X(f) \left[\text{Id} - \underbrace{\sum_{\tau=1}^L A_{\tau} e^{-2i\pi f \tau}}_{\mathbf{B}(f)} \right] = \mathbf{W}(f)$$

$$\mathcal{P}_{i \leftarrow j}(f) = \frac{|b_{i,j}(f)|}{\sqrt{\sum_{d=1}^N |b_{d,j}(f)|^2}} \in [0,1], \quad i \neq j$$

avec $b_{i,j}(f)$: coefficients en (i,j) de $\mathbf{B}(f)$

Sommaire

I - Introduction

II - Outils mathématiques

III – Analyse dynamique de connectivité

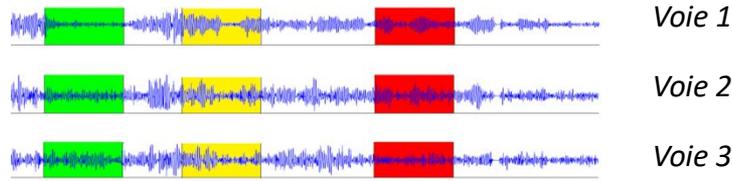
IV - Résultats

Méthode d'analyse dynamique de connectivité

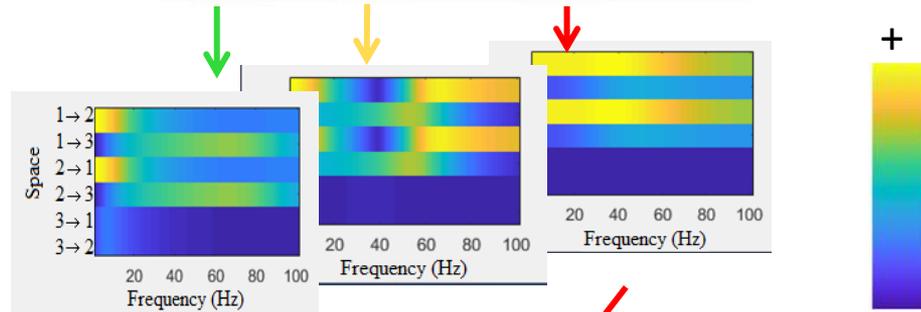
- ▶ **Méthode : analyse espace × temps × fréquence de graphe dirigé de connectivité**
- ▶ **Evaluation**
 - ▶ Sur simulations de données cérébrales
 - ▶ Sur enregistrements de crises par électrodes intracrâniennes

Construction du tenseur basé PDC à 4D (1/3)

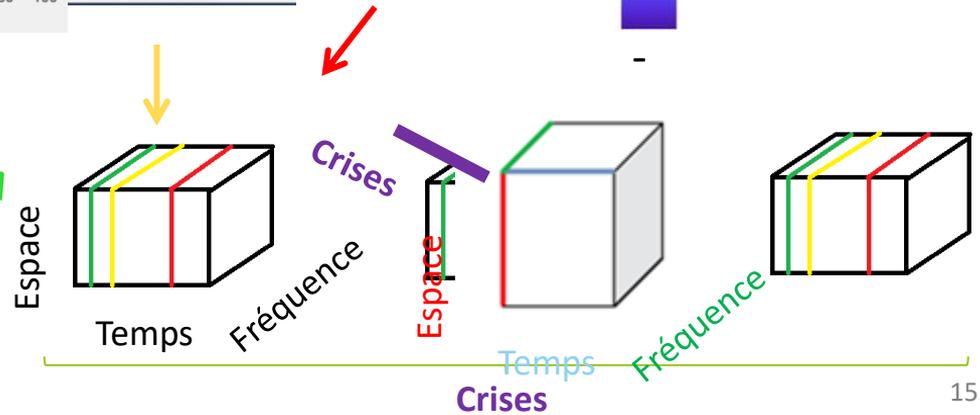
Signaux iEEG



Calcul de PDC



Tenseur basé PDC d'ordre 4
Espace × Temps × Fréquence × Crise



Construction d'un tenseur basé PDC à 4D (3/3)

$$\mathcal{P} = [\mathbf{S}, \mathbf{T}, \mathbf{F}, \mathbf{C}] \Leftrightarrow \mathcal{P}_{i,j,k,l} = \sum_{r=1}^R S_{i,r} T_{j,r} F_{k,r} C_{l,r}$$

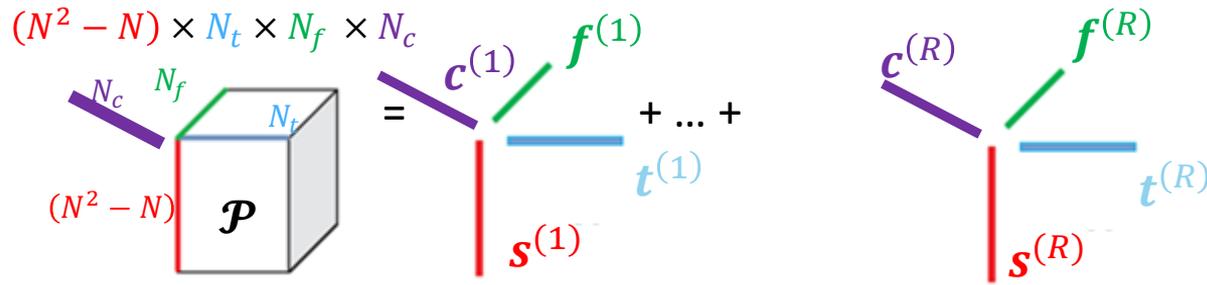
R : rang de la décomposition CPD

$\mathbf{S}_{((N^2-N) \times R)} = [\mathbf{s}^{(1)} \dots \mathbf{s}^{(R)}]$: matrice facteur spatiale

$\mathbf{T}_{(N_t \times R)} = [\mathbf{t}^{(1)} \dots \mathbf{t}^{(R)}]$: matrice facteur temporelle

$\mathbf{F}_{(N_f \times R)} = [\mathbf{f}^{(1)} \dots \mathbf{f}^{(R)}]$: matrice facteur fréquentielle

$\mathbf{C}_{(N_c \times R)} = [\mathbf{c}^{(1)} \dots \mathbf{c}^{(R)}]$: matrice facteur des crises



N : Nombre de voies

N_t : Nombre de fenêtres temporelles

N_f : Nombre de fréquences

N_c : Nombre de crises

Problème d'optimisation (1/2)

- Problème d'optimisation basé sur une CPD de rang faible du tenseur PDC :

$$\min_{\mathbf{S}, \mathbf{T}, \mathbf{F}, \mathbf{C}} \alpha_S \|\mathbf{S}\|_{2,1} + \alpha_T \|\mathbf{T}\|_{2,1} + \alpha_F \|\mathbf{F}\|_{2,1} + \alpha_C \|\mathbf{C}\|_{2,1} + \delta_S \|\mathbf{S}\|_1$$
$$\text{s.t. } \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{T} \geq 0, \mathbf{F} \geq 0, \mathbf{C} \geq 0, \mathbf{P} = \sum_{r=1}^R \mathbf{s}_r \circ \mathbf{t}_r \circ \mathbf{f}_r \circ \mathbf{c}_r$$

Contrainte de parcimonie de groupe pour faciliter l'estimation du rang [Han 2017]

Contrainte de graphe parcimonieux (optionnel)

Attache aux données

Problème d'optimisation (2/2)

- Choix final du rang basé sur l'énergie des tenseurs de rang-1 estimés

$$h(r) = \frac{\sum_{n=1}^{N^2-N} \mathbf{S}(n,r) \sum_{t=1}^{N_t} \mathbf{T}(t,r) \sum_{f=1}^{N_f} \mathbf{F}(f,r) \sum_{c=1}^{N_c} \mathbf{C}(c,r)}{\sum_{n=1}^{N^2-N} \sum_{r_1=1}^R \mathbf{S}(n,r_1) \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{r_2=1}^R \mathbf{T}(t,r_2) \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{r_3=1}^R \mathbf{F}(f,r_3) \sum_{c=1}^{N_c} \sum_{r_4=1}^R \mathbf{C}(c,r_4)}$$

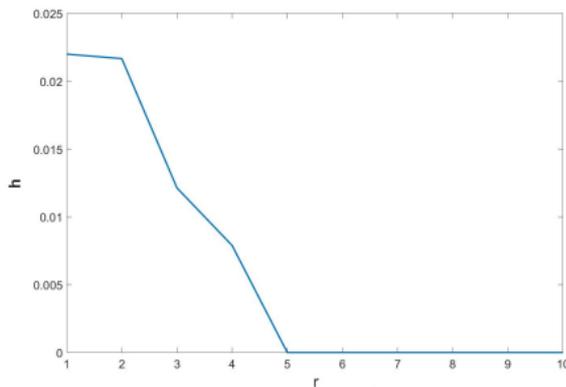


Figure 3: Normalized power of the 10 rank-1 tensors.

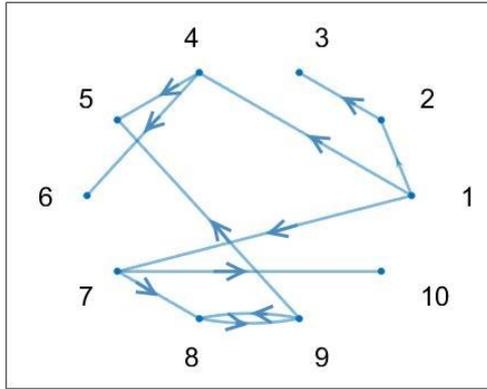
I - Introduction

II - Outils mathématiques

III – Analyse dynamique de connectivité

IV - Résultats

Résultats sur données simulées (1/2)



Génération de données simulant
une activité cérébrale et
évoluant au cours du temps.

10 000 points
Séquence 1

10 000 points
Séquence 2

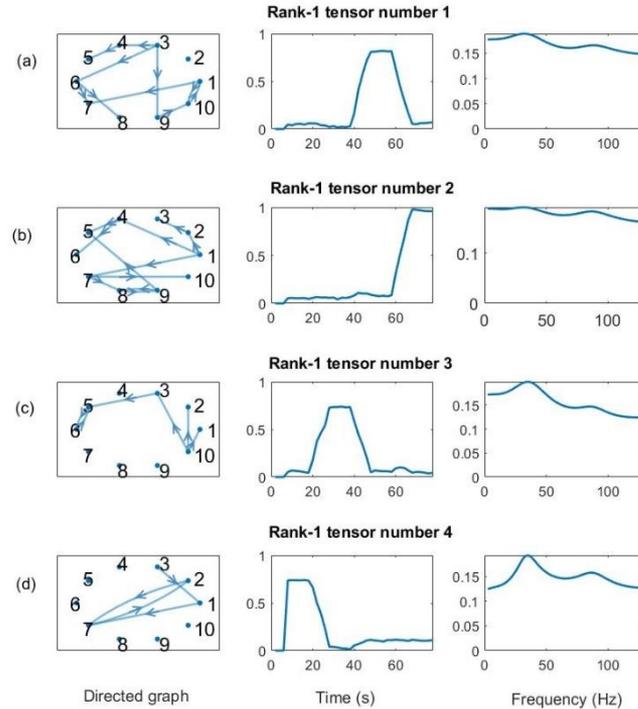
10 000 points
Séquence 3

10 000 points
Séquence 4

Simulation de 40 000 points

Résultats sur données simulées (2/2)

Vérité terrain
retrouvée



← Séquence 3

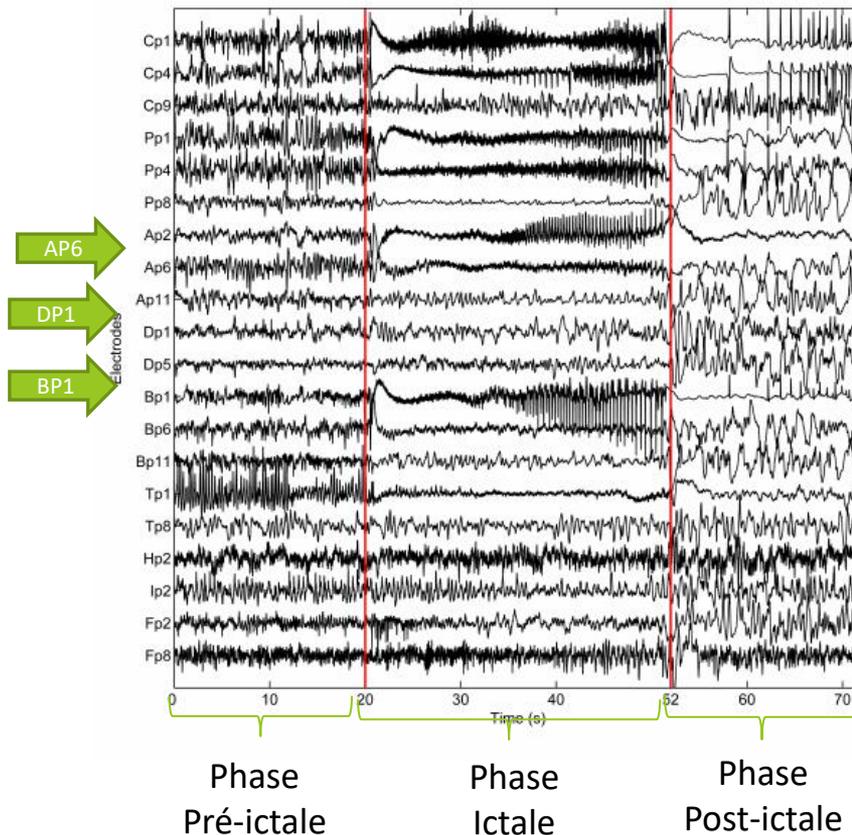
← Séquence 4

← Séquence 2

← Séquence 1

Application sur signaux réels (1/3)

- 3 Enregistrements de crises d'un même patient
- Epilepsie du lobe temporal
- Fréquence d'échantillonnage : 256 Hz
- Enregistrement sur les 32 premières secondes de la phase ictale
- 3 voies sélectionnées pour leur implication dans la crise
 - Voie 1 : BP1
 - Voie 2 : AP6
 - Voie 3 : DP1
- Groupe initiateur : AP6, BP1 (voies 1 et 2)
- Groupe de propagation : DP1 (voie 3)

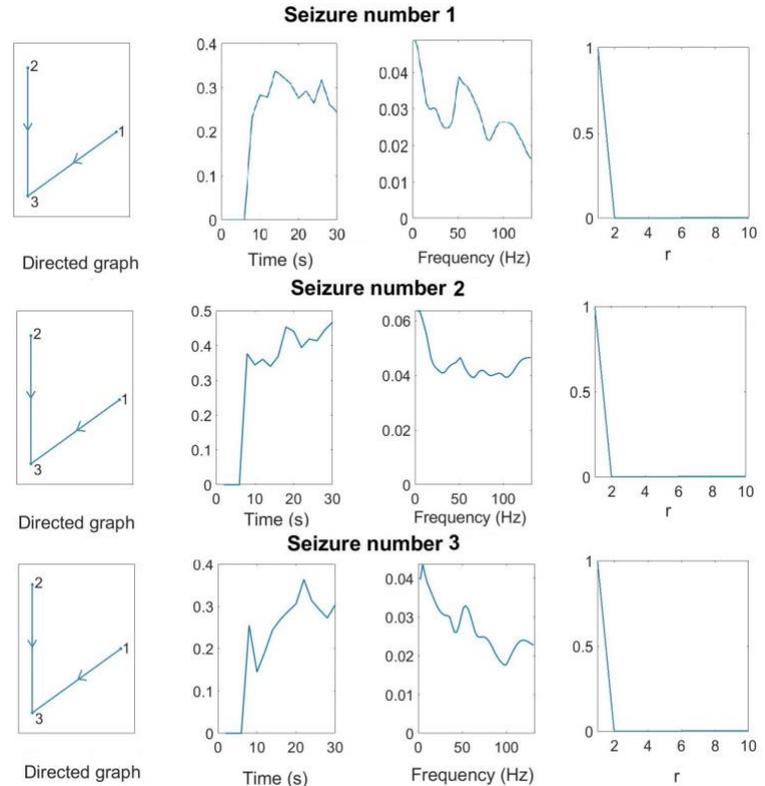


Application sur signaux réels (2/3)

Analyse par crise :

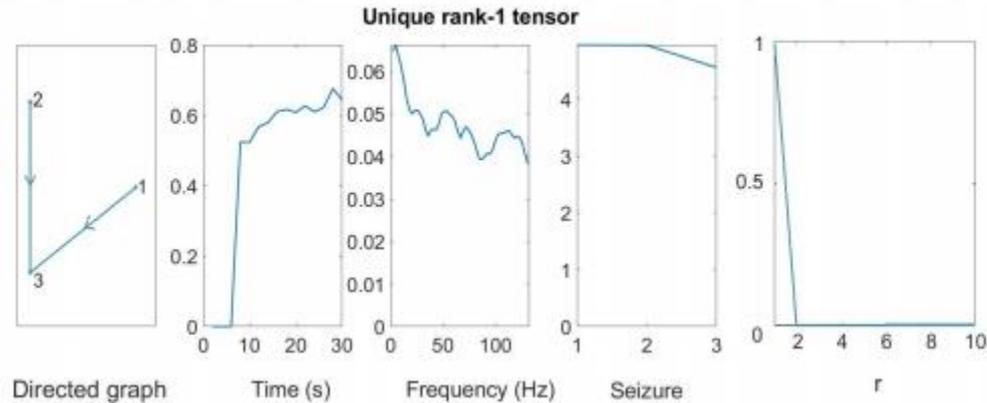
A priori clinique retrouvé

Un unique atome pour chaque crise



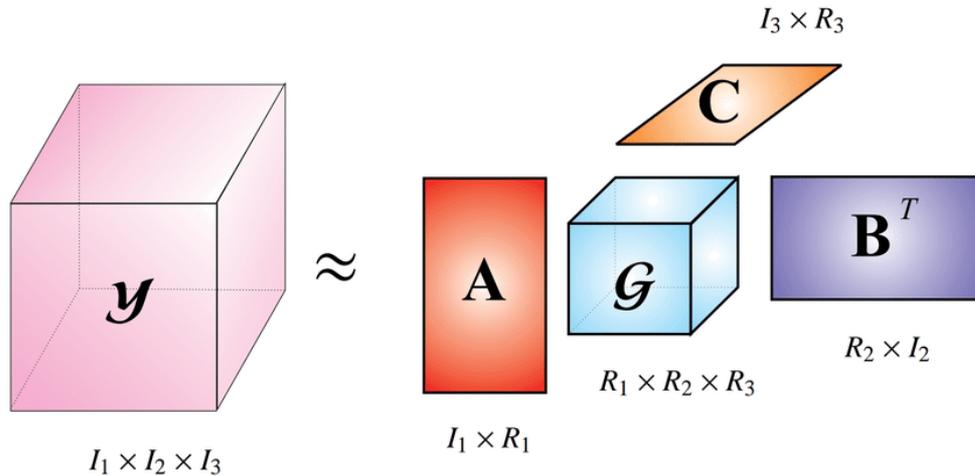
Application sur signaux réels (3/3)

Analyse multi-crises :



Un seul atome => réseau de crise bien identifié

Travail en cours : décomposition de Tucker



$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$: Matrices signatures

\mathcal{G} : Tenseur cœur

Objectif exploratoire :

- Tucker mieux adapté que CPD ?
- Intérêt du tenseur cœur pour relier les dimensions du problème
- Interprétabilité à comparer

Merci

