

Conception optimale d'un robot parallèle industriel pour une tâche de pick-and-place donnée

Coralie Germain

ENS Rennes, Mini Séminaire Mécatronique

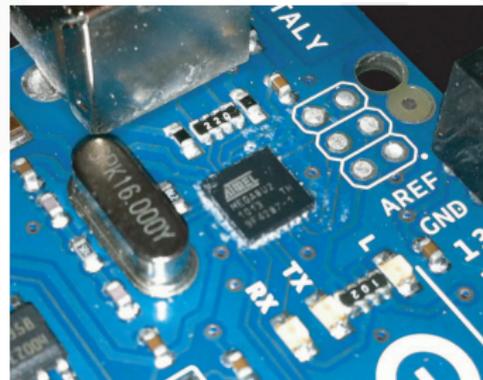
23 Mars 2015



Projet ANR ARROW



- Conception de robots rapides et précis (Accurate and Rapid Robots with a large Operational Workspace)



Projet ANR ARROW



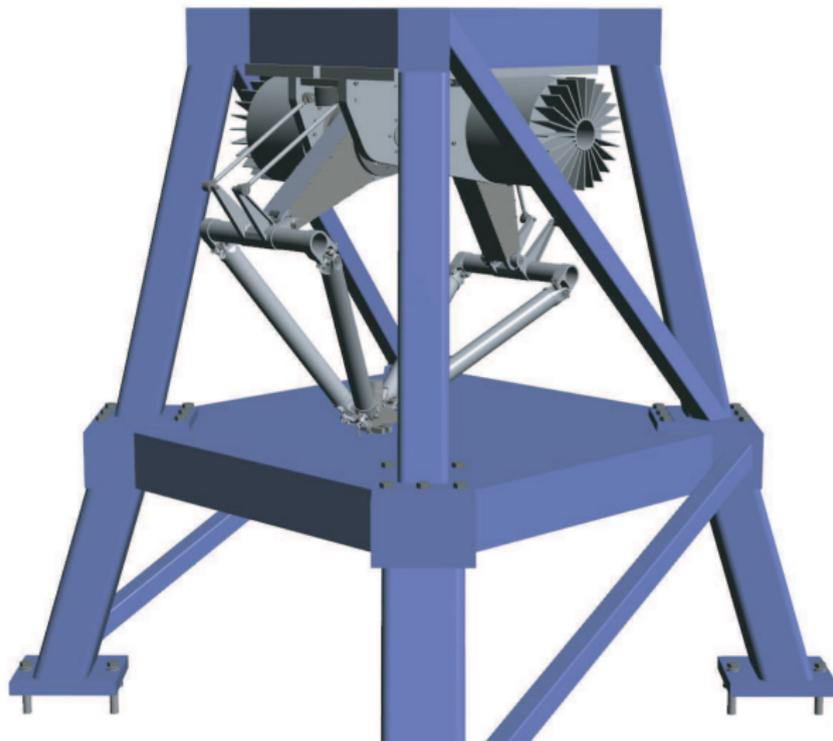
- Conception de robots rapides et précis (Accurate and Rapid Robots with a large Operational Workspace)



20 g
20 μm
1 m



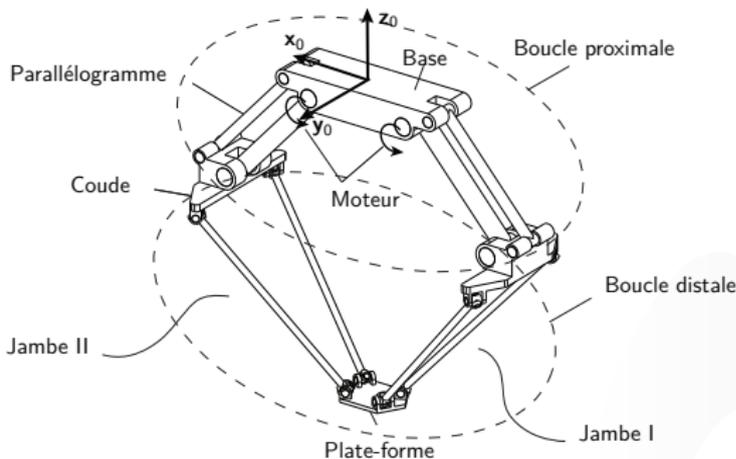
Prototype IRSbot-2



Prototype IRSbot-2

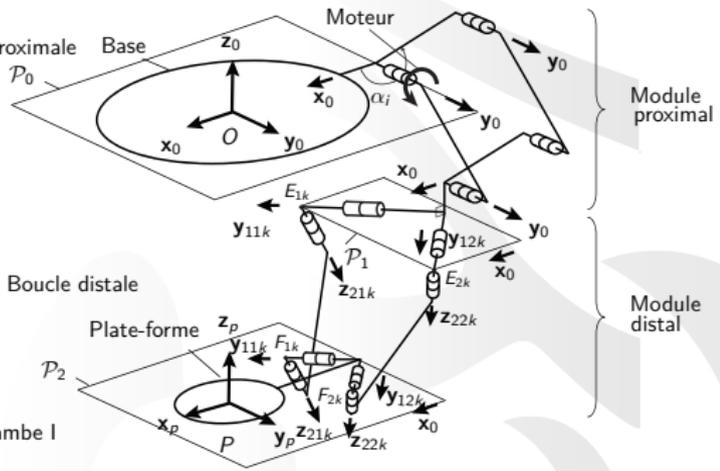
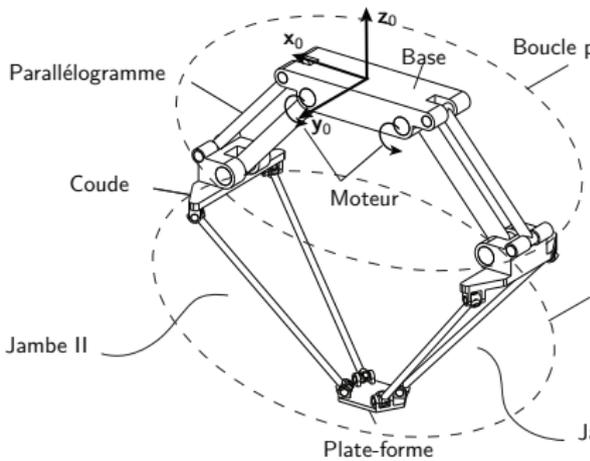


Architecture du manipulateur



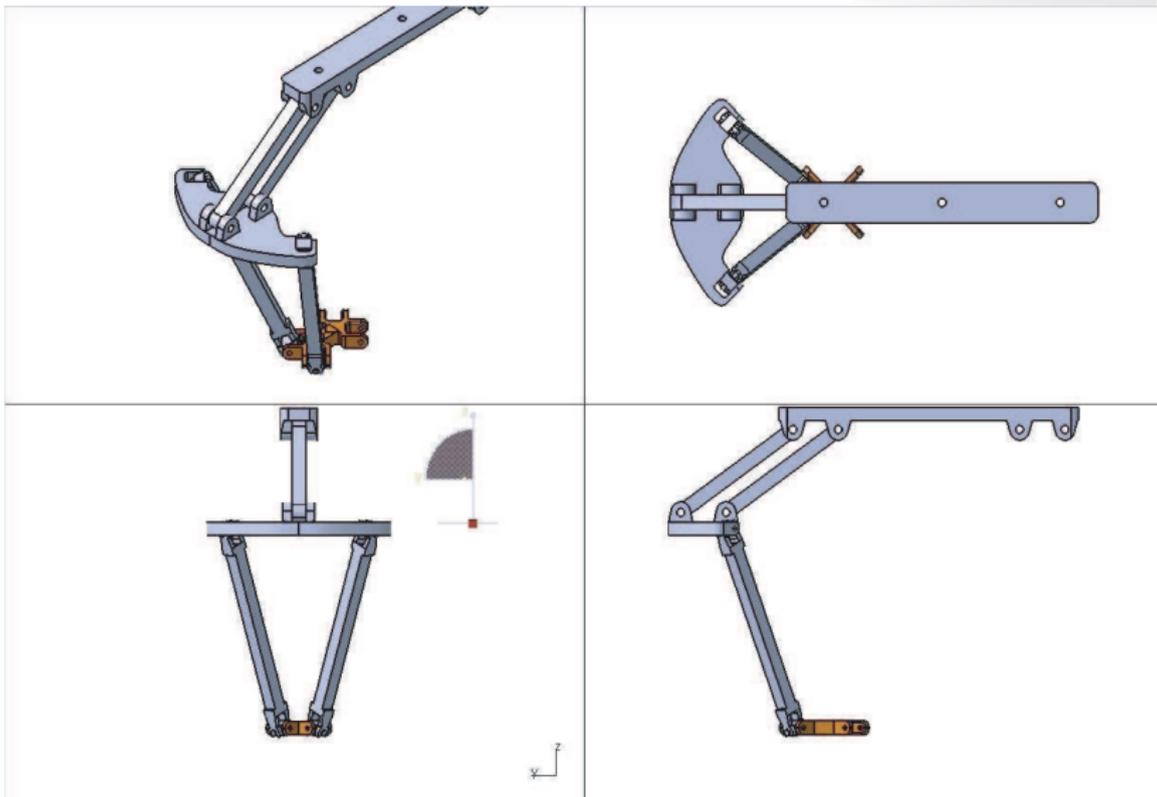
[Briot, Caro et Germain, Robot à Deux Degrés de Liberté Présentant Deux Chaînes Cinématiques dont la Raideur en Flexion est Maximisée, *Brevet no. FR 2967603*, 2012]

Architecture du manipulateur

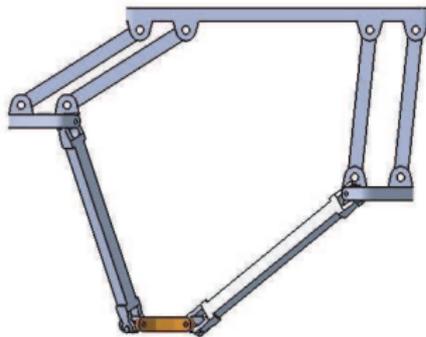
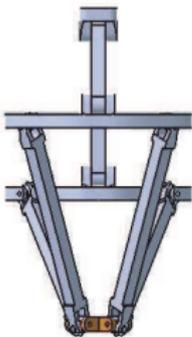
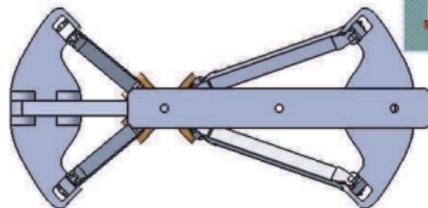
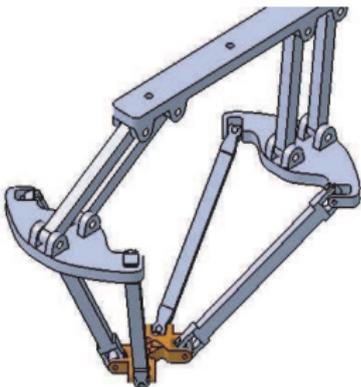


[Briot, Caro et Germain, Robot à Deux Degrés de Liberté Présentant Deux Chaînes Cinématiques dont la Raideur en Flexion est Maximisée, *Brevet no. FR 2967603*, 2012]

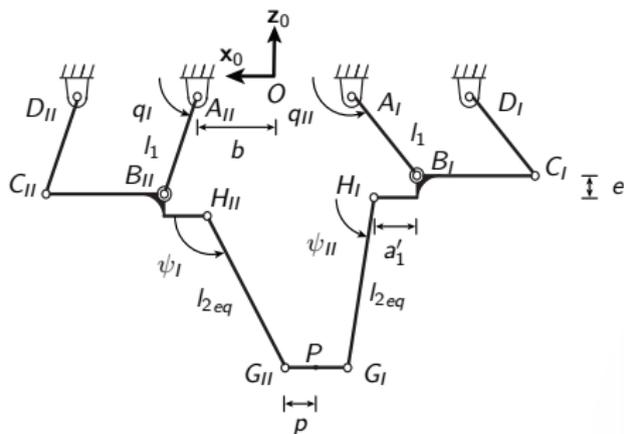
Mobilité de l'IRSBot-2



Mobilité de l'IRSBot-2



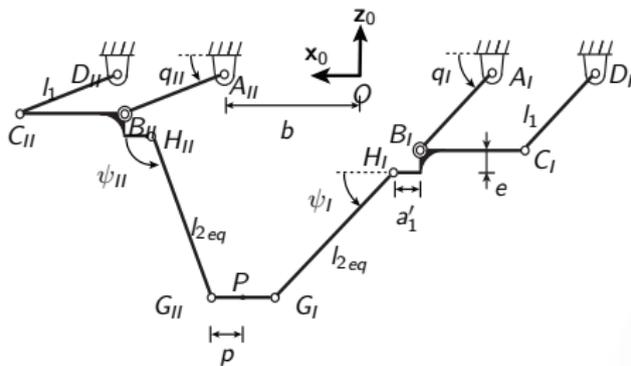
Modélisation cinématique



- Singularités de jambe :
 $q_k = \pm \psi_k$
- Singularités d'actionnement :
 $\psi_I = \psi_{II} + p\pi$
- Singularités de contrainte :

[Germain, Briot, Caro and Wenger, IRSBOT-2: A Novel Two-Dof Parallel Robot for High-Speed Operations, *In Proceedings of the ASME 2011*]

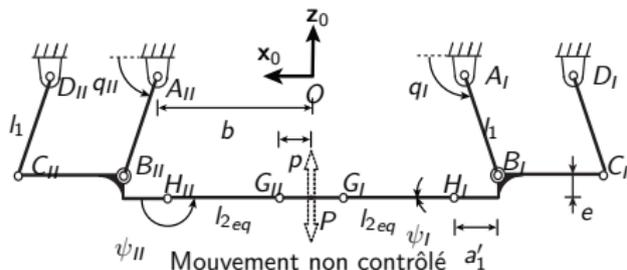
Modélisation cinématique



- Singularités de jambe :
 $q_k = \pm \psi_k$
- Singularités d'actionnement :
 $\psi_I = \psi_{II} + p\pi$
- Singularités de contrainte :

[Germain, Briot, Caro and Wenger, IRSBOT-2: A Novel Two-Dof Parallel Robot for High-Speed Operations, *In Proceedings of the ASME 2011*]

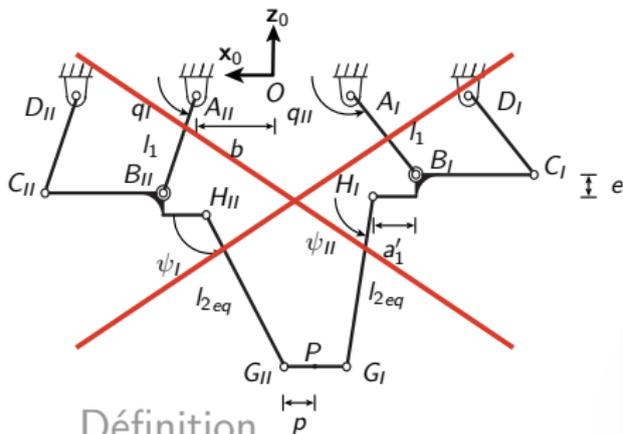
Modélisation cinématique



- Singularités de jambe :
 $q_k = \pm \psi_k$
- **Singularités d'actionnement :**
 $\psi_I = \psi_{II} + p\pi$
- Singularités de contrainte :

[Germain, Briot, Caro and Wenger, IRSBOT-2: A Novel Two-Dof Parallel Robot for High-Speed Operations, *In Proceedings of the ASME 2011*]

Modélisation cinématique



Définition

Lieu où l'ensemble des efforts de contrainte appliqués sur la plate-forme dégénère.

- Singularités de jambe :
 $q_k = \pm \psi_k$
- Singularités d'actionnement :
 $\psi_I = \psi_{II} + p\pi$
- **Singularités de contrainte :**

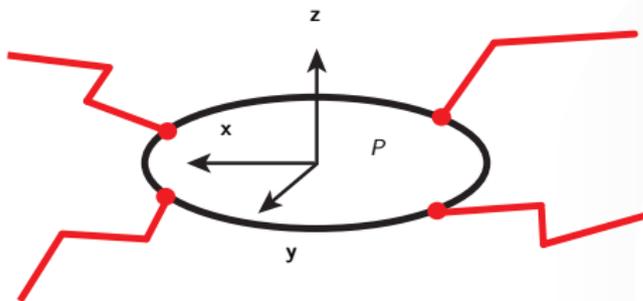
[Germain, Briot, Caro and Wenger, IRSBOT-2: A Novel Two-Dof Parallel Robot for High-Speed Operations, *In Proceedings of the ASME 2011*]

Singularités de contrainte



Définition

Lieu où l'ensemble des efforts de contrainte appliqués sur la plate-forme dégénère.



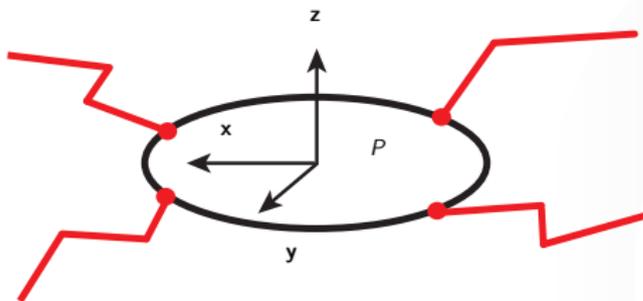
$$\{\mathcal{T}_{\text{efforts} \rightarrow \text{pla}}\} = \begin{Bmatrix} T_x & M_x \\ T_y & M_y \\ T_z & M_z \end{Bmatrix}$$

Singularités de contrainte



Définition

Lieu où l'ensemble des efforts de contrainte appliqués sur la plate-forme dégénère.



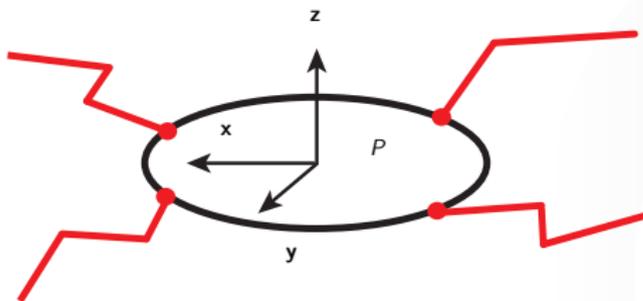
$$\{\mathcal{T}_{\text{efforts} \rightarrow \text{pla}}\} = \begin{Bmatrix} T_x & 0 \\ T_y & M_y \\ T_z & M_z \end{Bmatrix}$$

Singularités de contrainte



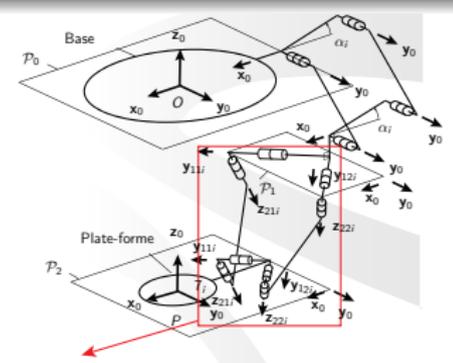
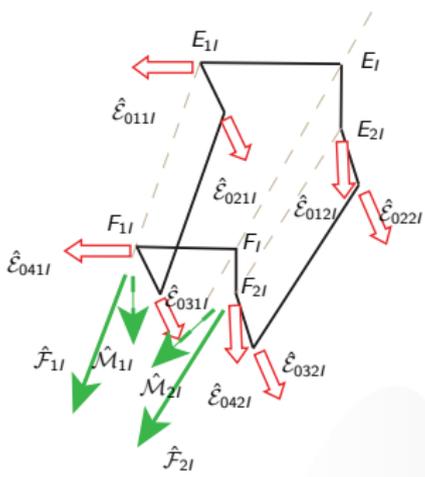
Définition

Lieu où l'ensemble des efforts de contrainte appliqués sur la plate-forme dégénère.



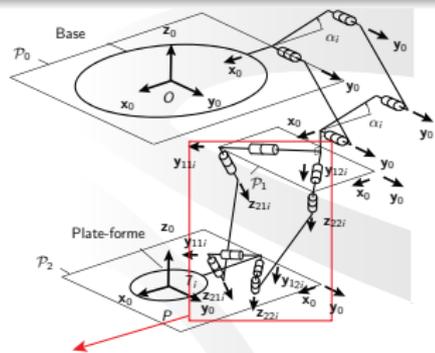
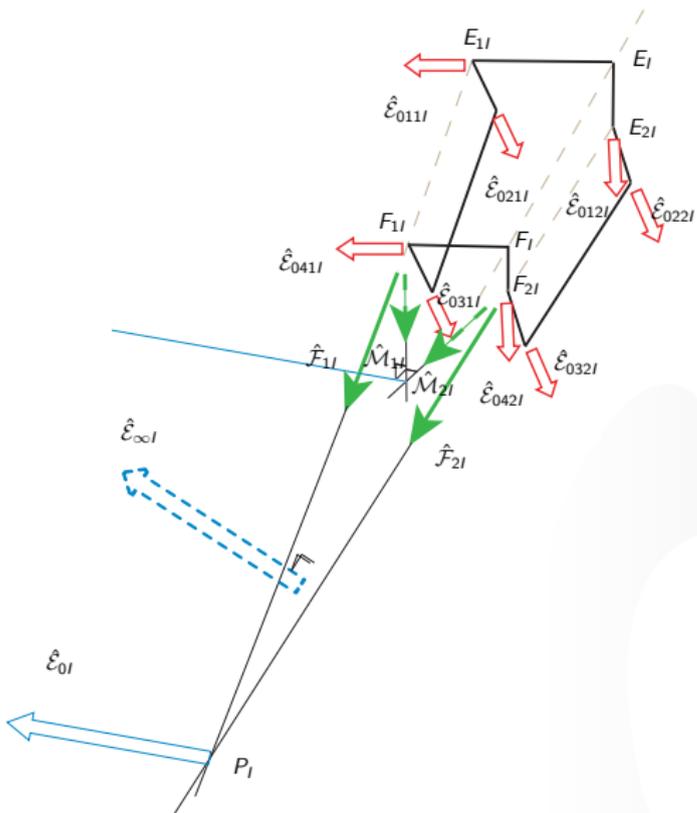
$$\{\mathcal{T}_{\text{efforts} \rightarrow \text{pla}}\} = \begin{Bmatrix} T_x & M_x \\ T_y & \alpha M_x \\ T_z & M_z \end{Bmatrix}$$

Description de la méthode



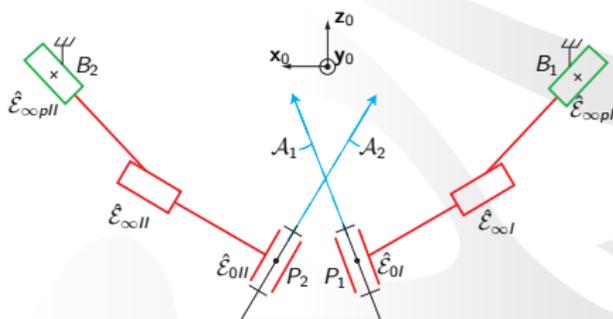
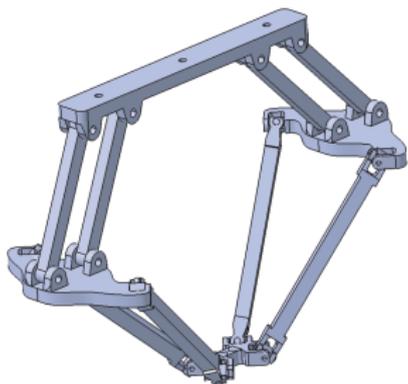
- 2 efforts transmis par chaque sous-chaîne sur la plate-forme
- 4 efforts transmis par le module distal sur la plate-forme

Description de la méthode

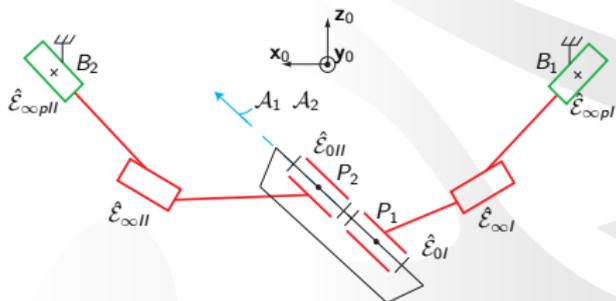
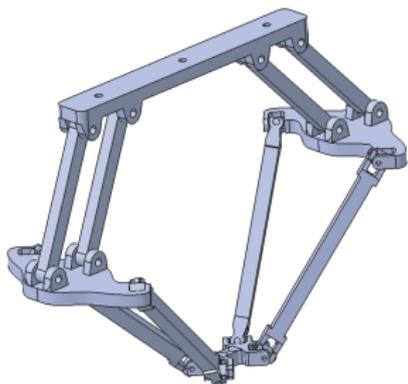


- 2 torseurs cinématiques équivalents au module distal
- 2 mouvements passifs

Modélisation équivalente instantanée



Modélisation équivalente instantanée



Singularités de contrainte uniquement : Torseurs $\hat{\mathcal{E}}_{0I}$ et $\hat{\mathcal{E}}_{0II}$ sont linéairement dépendants

Torseurs cinématiques au point P_1 :

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathcal{E}}_{0I} \\ \hat{\mathcal{E}}_{0II} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta_1 & 0 & \cos^2 \beta \cos \theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos^2 \beta \cos \theta_2 & 0 & (z_{P_2} - z_{P_1}) \sin \theta_2 - (x_{P_2} - x_{P_1}) \cos^2 \beta \cos \theta_2 & 0 \end{pmatrix}$$

Analyse algébrique



Cas $\psi_I = \psi_{II} + \pi$:

$$Q_I : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$X \mapsto Q_I(X) = A_1 X^2 + B_1 X + C_1 \quad (X \equiv \cos \psi_{II})$$

avec $[a_1, a_2, \beta, p] \in \mathcal{D}, l_{2eq} \in]0, +\infty[$

Cas $\theta_I = \theta_{II} + \pi$:

$$Q_{II} : [-1, 0[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$X \mapsto Q_{II}(X) = A_2 X^2 + C_2 \quad (X \equiv \cos \theta_{II})$$

avec $[a_1, a_2, \beta, p] \in \mathcal{D}, l_{2eq} \in](a_1 - a_2)S\beta|S\theta|, (a_1 - a_2)S\beta[$

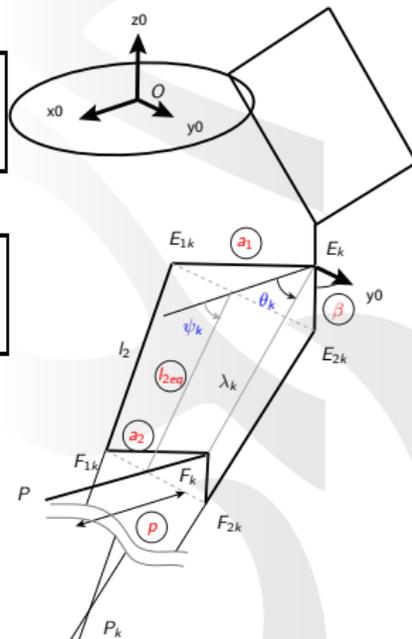
Cas $\theta_I = \theta_{II}$:

$$Q_{III} : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$X \mapsto Q_{III}(X) = A_3 X^2 + C_3 \quad (X \equiv \cos \theta_{II})$$

avec $[a_1, a_2, \beta, p] \in \mathcal{D}, l_{2eq} \in](a_1 - a_2)S\beta, +\infty[$

$$\mathcal{D} =]0, +\infty[\times]0, +\infty[\times]0, \pi/2[\times]0, +\infty[$$

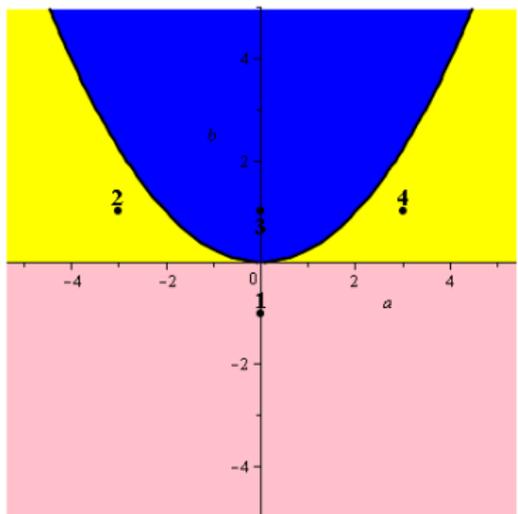


[Germain, Caro, Briot, et Wenger, 2013, Singularity-free Design of the Translational Parallel Manipulator IRSBot-2, *Mechanism and Machine Theory*, 64:262-285]

plo

`m1 := CellDecomposition([x^2 + a x + b = 0], [x]);`

<code>m1 :=</code>	<code>Equations</code>	<code>=</code>	<code>[x^2 + a x + b]</code>
	<code>Inequalities</code>	<code>=</code>	<code>[]</code>
	<code>Variables</code>	<code>=</code>	<code>[x]</code>
	<code>Parameters</code>	<code>=</code>	<code>[a, b]</code>
	<code>DiscriminantVariety</code>	<code>=</code>	<code>[[a^2 - 4 b]]</code>
	<code>ProjectionPolynomials</code>	<code>=</code>	<code>[[b], [a^2 - 4 b]]</code>
	<code>SamplePoints</code>	<code>=</code>	<code>[[a = 0, b = -1], [a = -3, b = 1], [a = 0, b = 1], [a = 3, b = 1]]</code>

`CellPlot(m1, 'samplepoints');``NumberOfSolutions(m1);``[[1, 2], [2, 2], [3, 0], [4, 2]]`

plo

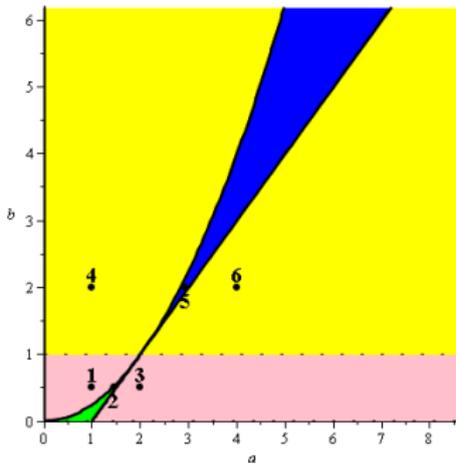
```
> m2 := CellDecomposition([x^2+a*x+b], [x+1,1-x,a,b], [x],[a,b]);
```

```

m2 =
  Equations      = [x^2 + a x + b]
  Inequalities  = [x + 1, 1 - x, a, b]
  Variables     = [x]
  Parameters    = [a, b]
  DiscriminantVariety = [[a], [b], [a^2 - 4 b], [-b + a - 1], [b + a + 1]]
  ProjectionPolynomials = [[b, 1 + b, b - 1], [a, a^2 - 4 b, -b + a - 1, b + a + 1]]
  SamplePoints  = [[a = 1, b = 1/2], [a = 400526462207/274877906944, b = 1/2], [a = 2, b = 1/2], [a = 1, b = 2], [a = 801052924413/274877906944, b = 2], [a = 4, b = 2]]

```

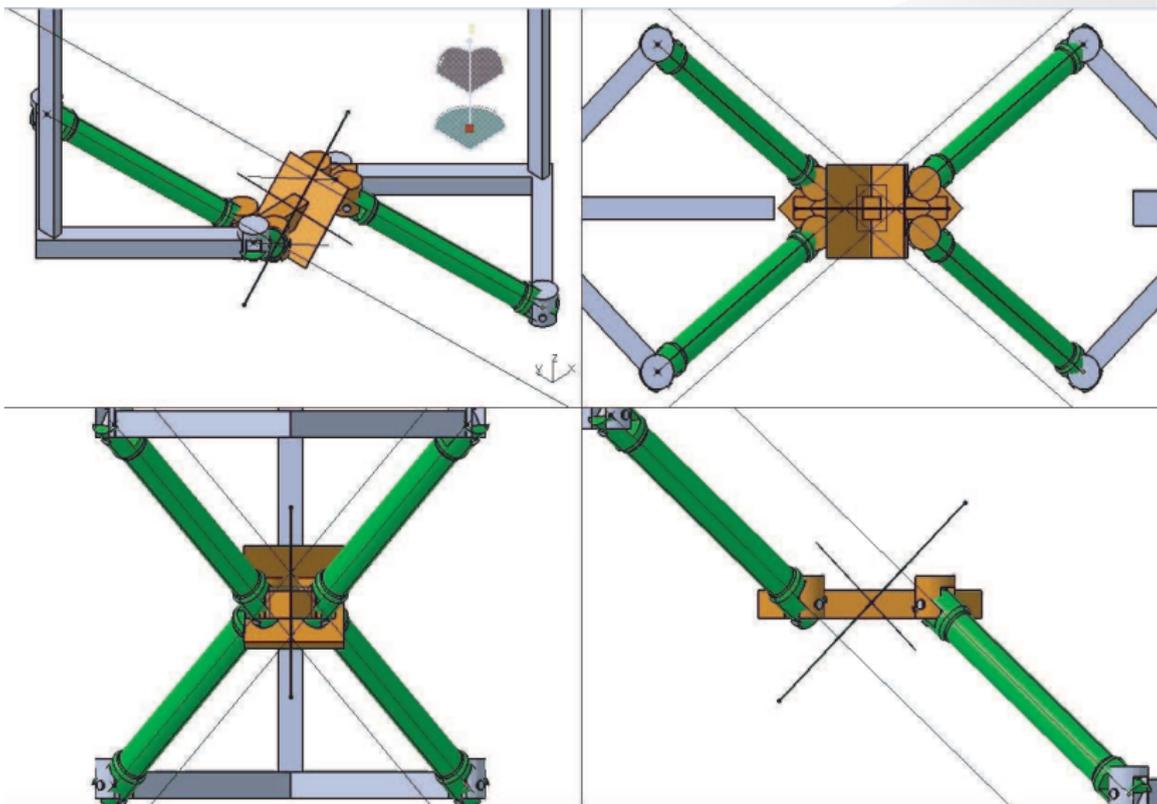
```
> CellPlot(m2, 'samplepoints');
```



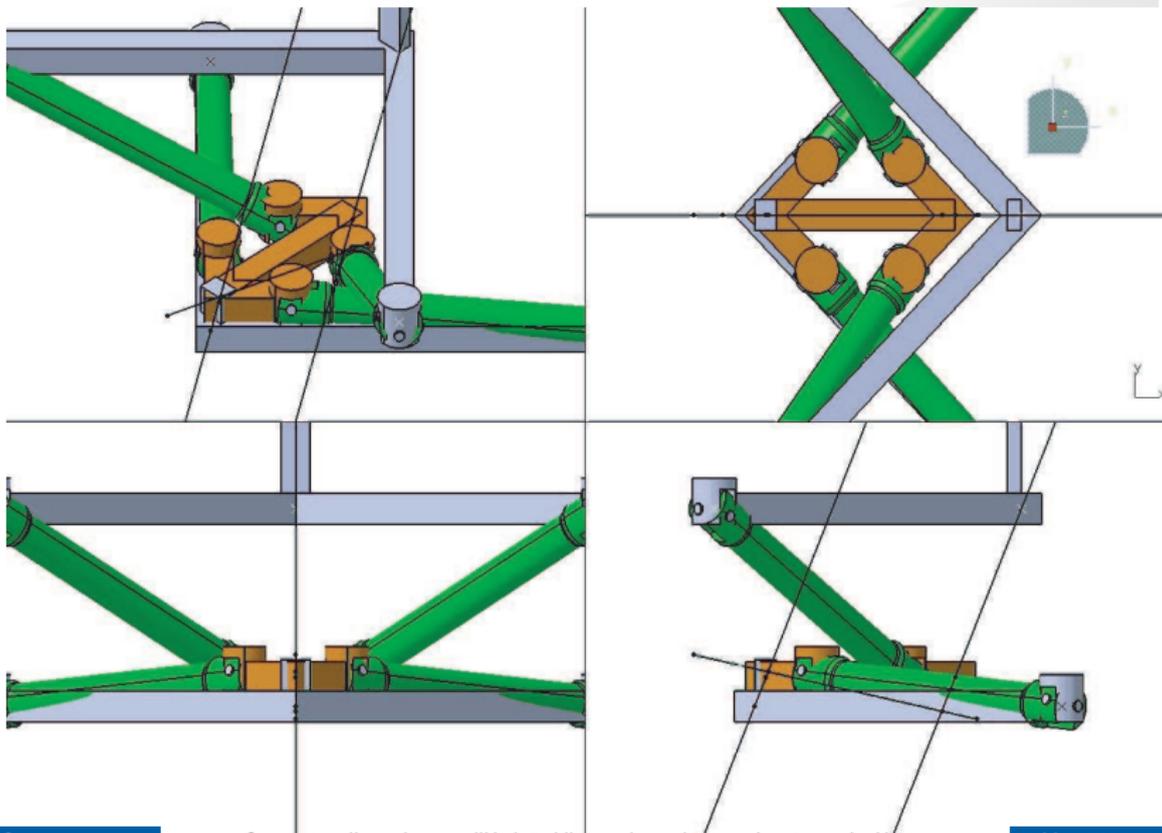
```
> NumberOfSolutions(m2);
```

```
[[1, 0], [2, 2], [3, 1], [4, 0], [5, 0], [6, 1]]
```

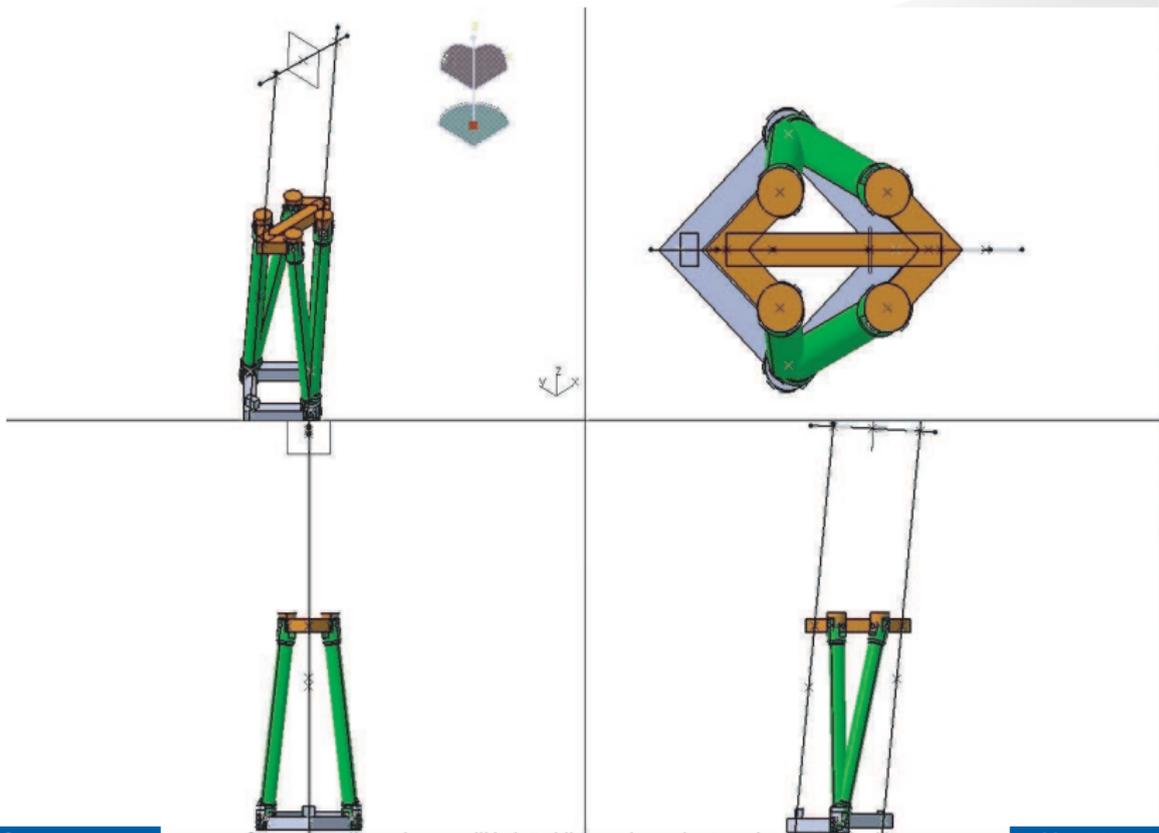
Cas I, $\psi_I = \psi_{II} + \pi$



Cas II, $\theta_1 = \theta_2 + \pi$ et $\lambda_1 \neq \lambda_2$



Cas III, $\theta_1 = \theta_2$



Conception d'un robot parallèle à 2 ddl pour des opérations de prise et de dépose

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Décomposition cylindrique algébrique



Table: Formules décrivant les frontières des cellules

$a_{11} = 0$	$p_1 = 0$
$a_{12} = +\infty$	$p_2(a_2, S\beta) = \frac{1-S\beta}{1+S\beta} a_2 S\beta$
$a_{21} = 0$	$p_3(a_2, S\beta) = \frac{1-S^2\beta}{1+S^2\beta} a_2 S\beta$
$a_{22}(a_1) = a_1$	$p_4(a_2, S\beta) = a_2 S\beta$
$\beta_1 = 0$	$p_5(a_2, S\beta) = \frac{1+S^2\beta}{1-S^2\beta} a_2 S\beta$
$\beta_2 = \arcsin(1/\sqrt{3})$	$p_6(a_2, S\beta) = \frac{1+S\beta}{1-S\beta} a_2 S\beta$
$\beta_3 = \pi/4$	$p_7 = +\infty$
$\beta_4 = \pi/2$	$p_8(a_2, S\beta) = a_2 S\beta \tan^2 \beta$
$h_{eq1}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{a_2} p$	
$h_{eq2}(a_1, a_2, S\beta, p) = (a_1 - a_2) S\beta$	
$h_{eq3}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{2a_2 S\beta} \sqrt{(S^2\beta - 1) [(S^2\beta - 1)(p - a_2 S\beta)^2 + 4 p a_2 S^3\beta]}$	
$h_{eq4}(a_1, a_2, S\beta, p, S\theta) = (a_1 - a_2) S\beta S\theta $	
$h_{eq5}(a_1, a_2, S\beta, p) = +\infty$	

Décomposition cylindrique algébrique



Table: Formules décrivant les frontières des cellules

$a_{11} = 0$	$p_1 = 0$
$a_{12} = +\infty$	$p_2(a_2, S\beta) = \frac{1-S\beta}{1+S\beta} a_2 S\beta$
$a_{21} = 0$	$p_3(a_2, S\beta) = \frac{1-S^2\beta}{1+S^2\beta} a_2 S\beta$
$a_{22}(a_1) = a_1$	$p_4(a_2, S\beta) = a_2 S\beta$
$\beta_1 = 0$	$p_5(a_2, S\beta) = \frac{1+S^2\beta}{1-S^2\beta} a_2 S\beta$
$\beta_2 = \arcsin(1/\sqrt{3})$	$p_6(a_2, S\beta) = \frac{1+S\beta}{1-S\beta} a_2 S\beta$
$\beta_3 = \pi/4$	$p_7 = +\infty$
$\beta_4 = \pi/2$	$p_8(a_2, S\beta) = a_2 S\beta \tan^2 \beta$
$h_{eq1}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{a_2} p$	
$h_{eq2}(a_1, a_2, S\beta, p) = (a_1 - a_2) S\beta$	
$h_{eq3}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{2a_2 S\beta} \sqrt{(S^2\beta - 1) [(S^2\beta - 1)(p - a_2 S\beta)^2 + 4 p a_2 S^3\beta]}$	
$h_{eq4}(a_1, a_2, S\beta, p, S\theta) = (a_1 - a_2) S\beta S\theta $	
$h_{eq5}(a_1, a_2, S\beta, p) = +\infty$	

Décomposition cylindrique algébrique



Table: Formules décrivant les frontières des cellules

$a_{11} = 0$	$p_1 = 0$
$a_{12} = +\infty$	$p_2(a_2, S\beta) = \frac{1-S\beta}{1+S\beta} a_2 S\beta$
$a_{21} = 0$	$p_3(a_2, S\beta) = \frac{1-S^2\beta}{1+S^2\beta} a_2 S\beta$
$a_{22}(a_1) = a_1$	$p_4(a_2, S\beta) = a_2 S\beta$
$\beta_1 = 0$	$p_5(a_2, S\beta) = \frac{1+S^2\beta}{1-S^2\beta} a_2 S\beta$
$\beta_2 = \arcsin(1/\sqrt{3})$	$p_6(a_2, S\beta) = \frac{1+S\beta}{1-S\beta} a_2 S\beta$
$\beta_3 = \pi/4$	$p_7 = +\infty$
$\beta_4 = \pi/2$	$p_8(a_2, S\beta) = a_2 S\beta \tan^2 \beta$
$h_{eq1}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{a_2} p$	
$h_{eq2}(a_1, a_2, S\beta, p) = (a_1 - a_2) S\beta$	
$h_{eq3}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{2a_2 S\beta} \sqrt{(S^2\beta - 1) [(S^2\beta - 1)(p - a_2 S\beta)^2 + 4 p a_2 S^3\beta]}$	
$h_{eq4}(a_1, a_2, S\beta, p, S\theta) = (a_1 - a_2) S\beta S\theta $	
$h_{eq5}(a_1, a_2, S\beta, p) = +\infty$	

Décomposition cylindrique algébrique



Table: Formules décrivant les frontières des cellules

$a_{11} = 0$	$p_1 = 0$
$a_{12} = +\infty$	$p_2(a_2, S\beta) = \frac{1-S\beta}{1+S\beta} a_2 S\beta$
$a_{21} = 0$	$p_3(a_2, S\beta) = \frac{1-S^2\beta}{1+S^2\beta} a_2 S\beta$
$a_{22}(a_1) = a_1$	$p_4(a_2, S\beta) = a_2 S\beta$
$\beta_1 = 0$	$p_5(a_2, S\beta) = \frac{1+S^2\beta}{1-S^2\beta} a_2 S\beta$
$\beta_2 = \arcsin(1/\sqrt{3})$	$p_6(a_2, S\beta) = \frac{1+S\beta}{1-S\beta} a_2 S\beta$
$\beta_3 = \pi/4$	$p_7 = +\infty$
$\beta_4 = \pi/2$	$p_8(a_2, S\beta) = a_2 S\beta \tan^2 \beta$
<hr/>	
$h_{eq1}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{a_2} p$	
$h_{eq2}(a_1, a_2, S\beta, p) = (a_1 - a_2) S\beta$	
$h_{eq3}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{2a_2 S\beta} \sqrt{(S^2\beta - 1) [(S^2\beta - 1)(p - a_2 S\beta)^2 + 4 p a_2 S^3\beta]}$	
$h_{eq4}(a_1, a_2, S\beta, p, S\theta) = (a_1 - a_2) S\beta S\theta $	
$h_{eq5}(a_1, a_2, S\beta, p) = +\infty$	

Décomposition cylindrique algébrique



Table: Formules décrivant les frontières des cellules

$a_{11} = 0$	$p_1 = 0$
$a_{12} = +\infty$	$p_2(a_2, S\beta) = \frac{1-S\beta}{1+S\beta} a_2 S\beta$
$a_{21} = 0$	$p_3(a_2, S\beta) = \frac{1-S^2\beta}{1+S^2\beta} a_2 S\beta$
$a_{22}(a_1) = a_1$	$p_4(a_2, S\beta) = a_2 S\beta$
$\beta_1 = 0$	$p_5(a_2, S\beta) = \frac{1+S^2\beta}{1-S^2\beta} a_2 S\beta$
$\beta_2 = \arcsin(1/\sqrt{3})$	$p_6(a_2, S\beta) = \frac{1+S\beta}{1-S\beta} a_2 S\beta$
$\beta_3 = \pi/4$	$p_7 = +\infty$
$\beta_4 = \pi/2$	$p_8(a_2, S\beta) = a_2 S\beta \tan^2 \beta$
$h_{eq1}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{a_2} p$	
$h_{eq2}(a_1, a_2, S\beta, p) = (a_1 - a_2) S\beta$	
$h_{eq3}(a_1, a_2, S\beta, p) = \frac{a_1 - a_2}{2a_2 S\beta} \sqrt{(S^2\beta - 1) [(S^2\beta - 1)(p - a_2 S\beta)^2 + 4 p a_2 S^3\beta]}$	
$h_{eq4}(a_1, a_2, S\beta, p, S\theta) = (a_1 - a_2) S\beta S\theta $	
$h_{eq5}(a_1, a_2, S\beta, p) = +\infty$	

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$a_1 \in]a_{11}, a_{12}[$ et $a_2 \in]a_{21}, a_{22}[$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$a_1 \in]a_{11}, a_{12}[$ et $a_2 \in]a_{21}, a_{22}[$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$a_1 \in]0, +\infty[$ et $a_2 \in]a_{21}, a_{22}[$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$a_1 \in]0, +\infty[$ et $a_2 \in]a_{21}, a_{22}[$

$a_1=0.2$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$	$(]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$	$(]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$	$(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$	$(]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$	$(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$	
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$	$(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$		

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in]a_{21}, a_{22}[$$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}$$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, a_1[}_{a_2=0.03}$$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4[$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$[\beta_1, \beta_2[$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_2, \beta_3[$	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
$[\beta_3, \beta_4]$	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$, $(]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\underbrace{[\pi/4, \pi/2]}_{a_1=0.2}$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\begin{bmatrix} \beta_1, \beta_2 \\ \beta_2, \beta_3 \end{bmatrix}$ $\underbrace{[\pi/4, \pi/2]}_{\beta=\pi/3}$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
	$(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
	$(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\underbrace{\begin{bmatrix} \beta_1, \beta_2 \\ \beta_2, \beta_3 \\ \pi/4, \pi/2 \end{bmatrix}}_{\beta=\pi/3}$	$(]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$ $(]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$ $(]p_8, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
---	--

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\begin{matrix} [\beta_1, \beta_2[\\ [\beta_2, \beta_3[\\ \underbrace{[\pi/4, \pi/2]}_{\beta=\pi/3} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (]p_8, p_3[,]l_{eq2}, l_{eq5}[), (]p_3, p_4[,]l_{eq2}, l_{eq5}[), (]p_4, p_5[,]l_{eq1}, l_{eq5}[), (]p_5, p_7[,]l_{eq1}, l_{eq5}[) \\ (]p_8, p_4[,]l_{eq2}, l_{eq5}[), (]p_4, p_5[,]l_{eq1}, l_{eq5}[), (]p_5, p_7[,]l_{eq1}, l_{eq5}[) \\ (]0.078, 0.182[,]l_{eq1}, l_{eq5}[) , (]0.182, +\infty[,]l_{eq1}, l_{eq5}[) \end{matrix}$
---	---

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\underbrace{\begin{matrix} [\beta_1, \beta_2[\\ [\beta_2, \beta_3[\\ [\pi/4, \pi/2[\end{matrix}}_{\beta=\pi/3}$	$\underbrace{([p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), ([p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), ([p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), ([p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)}_{p=0.08}$ $([0.078, 0.182[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), ([0.182, +\infty[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
---	--

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\underbrace{\begin{matrix} [\beta_1, \beta_2[\\ [\beta_2, \beta_3[\\ [\pi/4, \pi/2[\end{matrix}}_{\beta=\pi/3}$	$\underbrace{([p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), ([p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), ([p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), ([p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)}_{p=0.08}$ $([0.078, 0.182[,]0.453, +\infty[), ([0.182, +\infty[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[)$
---	--

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\underbrace{\begin{matrix} [\beta_1, \beta_2[\\ [\beta_2, \beta_3[\\ [\pi/4, \pi/2[\end{matrix}}_{\beta=\pi/3}$	$\begin{matrix} (]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[) \\ (]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[) \\ (]0.078, 0.182[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), \underbrace{ (]0.182, +\infty[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[) }_{p=0.2} \end{matrix}$
---	--

Synthèse dimensionnelle



Existe-t-il un ensemble P_{dist} où la boucle distale ne peut atteindre aucune singularité de contrainte?

Reformulation du problème

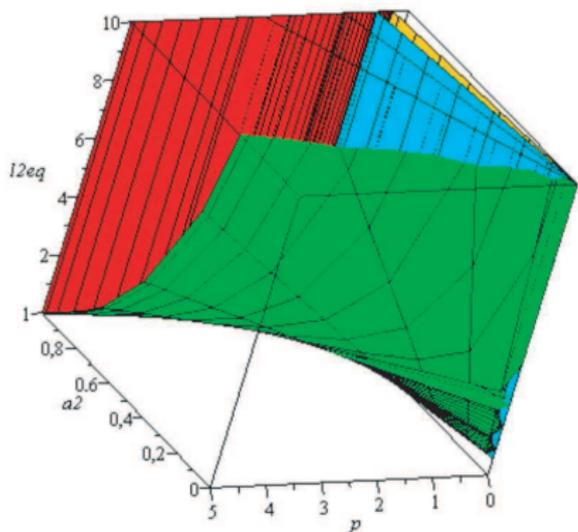
Recherche de cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle

Table: Cellules où $Q_I Q_{II} Q_{III}$ n'a aucune racine réelle avec

$$a_1 \in \underbrace{]0, \infty[}_{a_1=0.2} \text{ et } a_2 \in \underbrace{]0, 0.2[}_{a_2=0.03}$$

$\underbrace{\begin{matrix} [\beta_1, \beta_2[\\ [\beta_2, \beta_3[\\ [\pi/4, \pi/2] \end{matrix}}_{\beta=\pi/3}$	$\begin{matrix} (]p_8, p_3[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_3, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[) \\ (]p_8, p_4[,]l_{2eq_2}, l_{2eq_5}[), (]p_4, p_5[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), (]p_5, p_7[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[) \\ (]0.078, 0.182[,]l_{2eq_1}, l_{2eq_5}[), \underbrace{ (]0.182, +\infty[,]1.13, +\infty[) }_{p=0.2} \end{matrix}$
---	---

Espace de conception sans SC pour la boucle distale

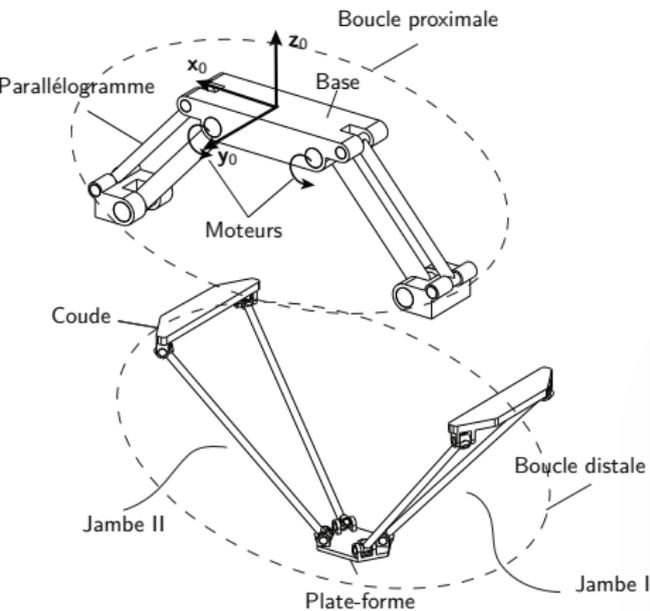


Normalisation et réduction
du problème

- $a_1 = 1$;
- $\sin \beta = \sqrt{3}/3$.

Espace de conception sans singularités de contraintes

Aucune singularité de
contrainte sur la boucle distale

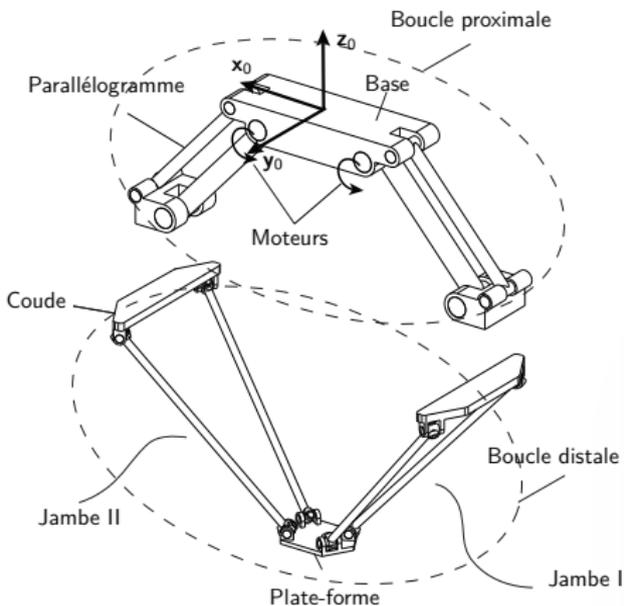


Aucune singularité de
contrainte assemblable avec la
boucle proximale

Espace de conception sans singularités de contraintes

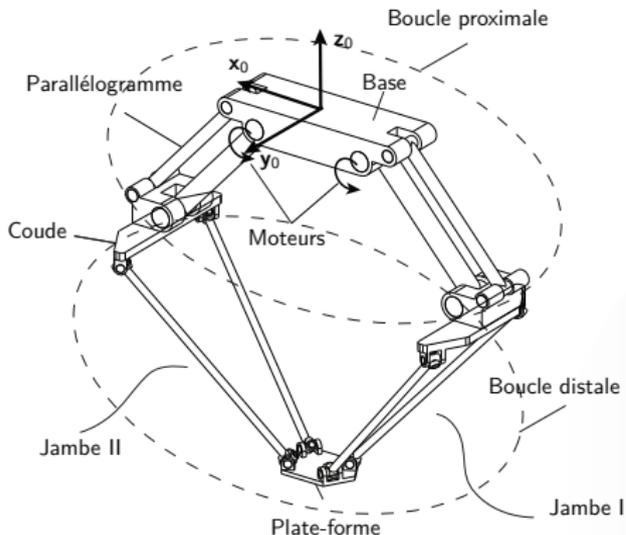
Aucune singularité de contrainte sur la boucle distale

Aucune singularité de contrainte assemblable avec la boucle proximale



Espace de conception sans singularités de contraintes

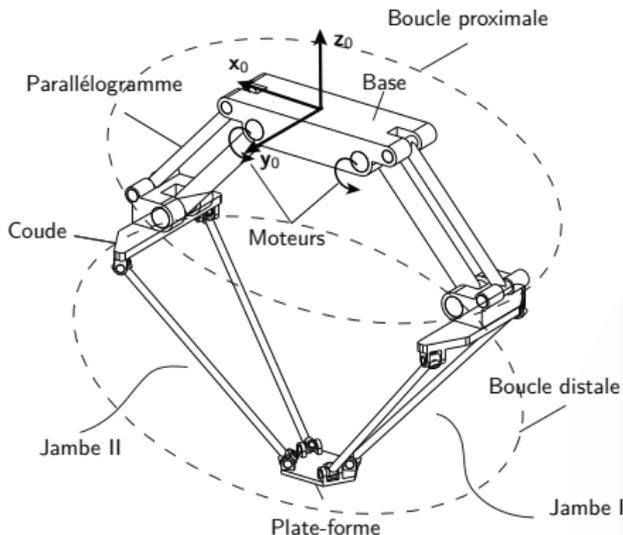
Aucune singularité de
contrainte sur la boucle distale



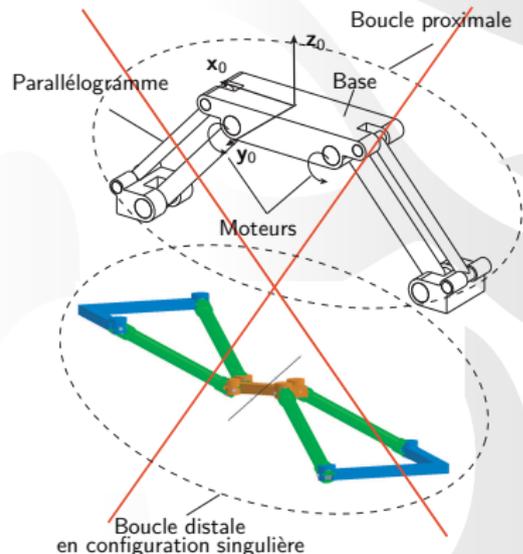
Aucune singularité de
contrainte assemblable avec la
boucle proximale

Espace de conception sans singularités de contraintes

Aucune singularité de
contrainte sur la boucle distale



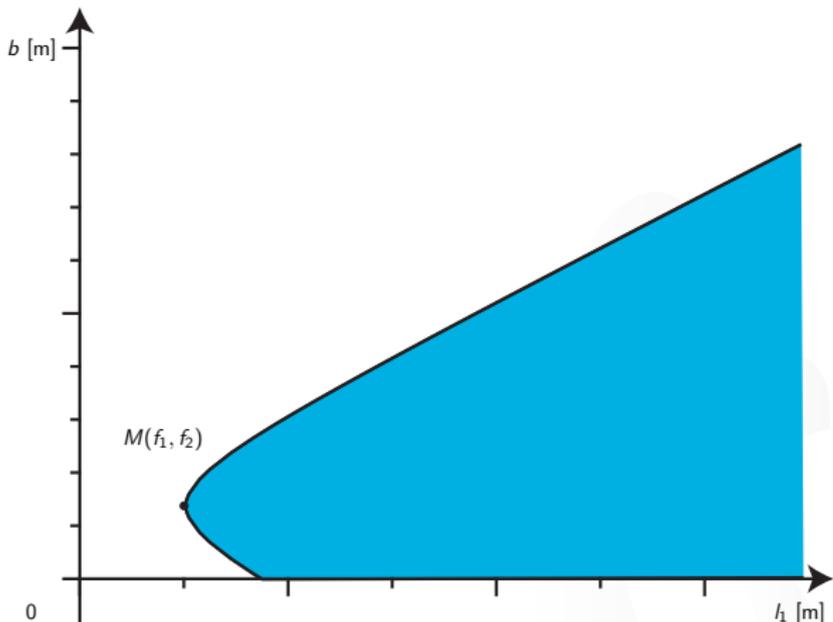
Aucune singularité de
contrainte assemblable avec la
boucle proximale



Éviter les configurations singulières distales



$$\underbrace{f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p) - \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p)^2}}_{Min(b_{min})} < b < \underbrace{f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p) + \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p)^2}}_{Max(b_{max})}$$

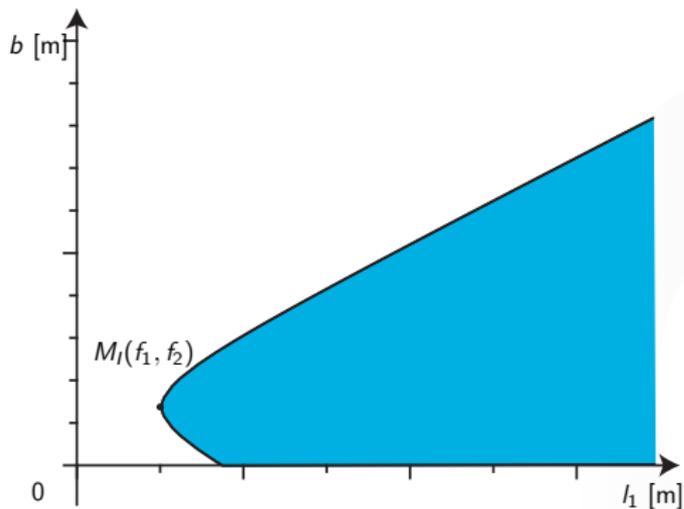


Éviter les configurations singulières distales



$$f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p) - \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p)^2} < b$$

$$b < f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p) + \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_p)^2}$$

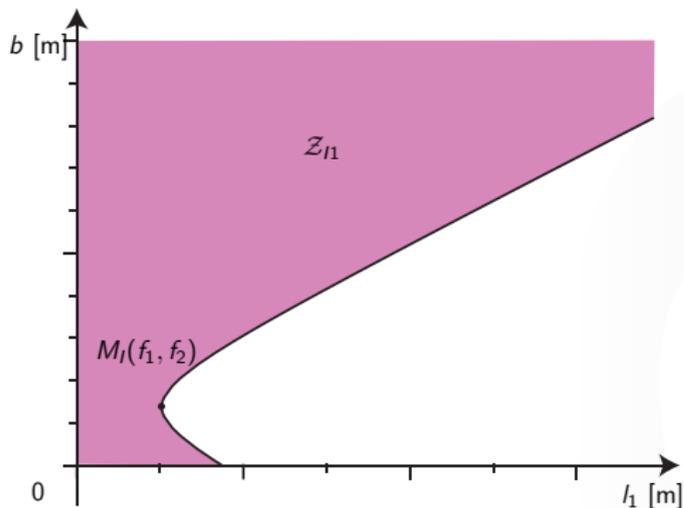


Éviter les configurations singulières distales



$$f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pl}) - \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pl})^2} > b$$

$$b > f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pl}) + \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pl})^2}$$

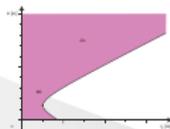
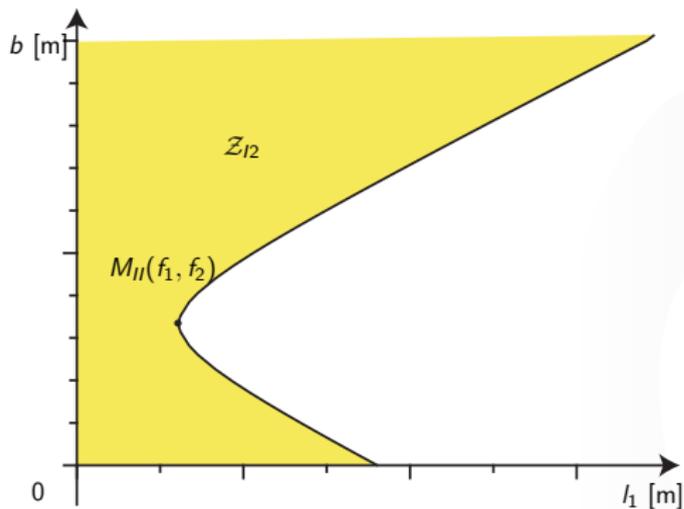


Éviter les configurations singulières distales



$$f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll}) - \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll})^2} > b$$

$$b > f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll}) + \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll})^2}$$

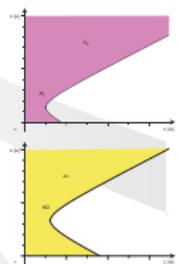
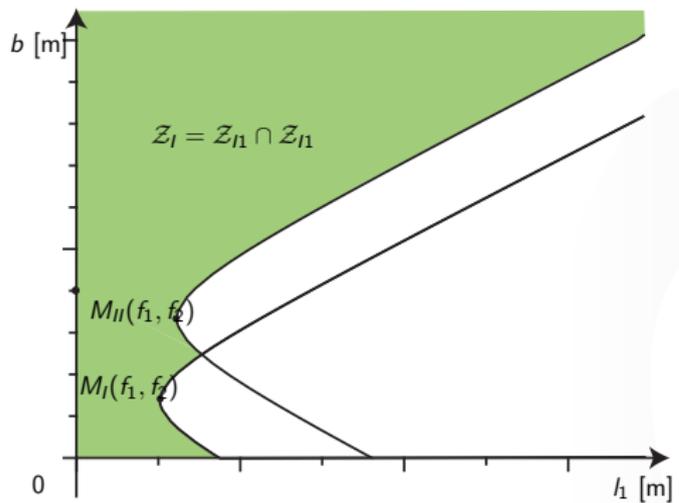


Éviter les configurations singulières distales



$$f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll}) - \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll})^2} > b$$

$$b > f_1(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll}) + \sqrt{l_1^2 - f_2(\mathbf{p}_{dist}, \mathbf{q}_{pll})^2}$$

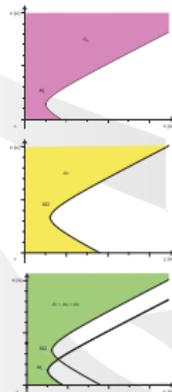
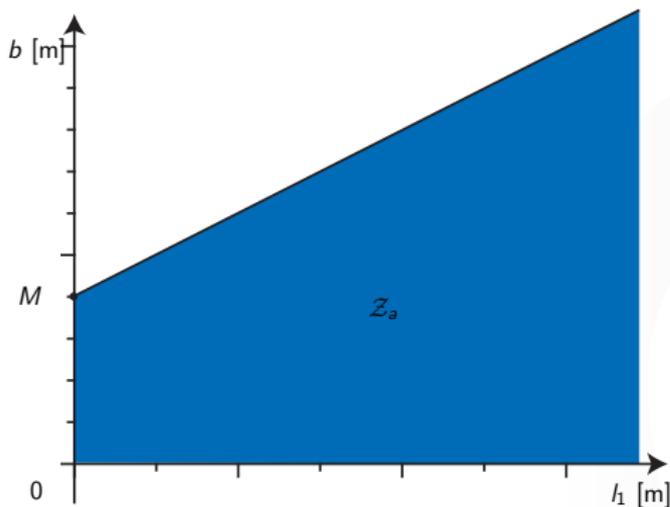


Éviter les configurations singulières distales



Condition principale d'assemblage

$$b < l_1 + l_{2eq} + a_1 \sin \beta + p$$

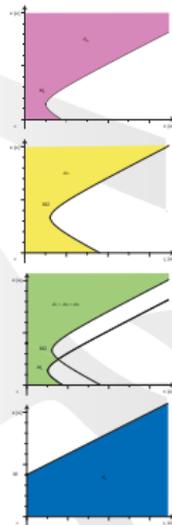
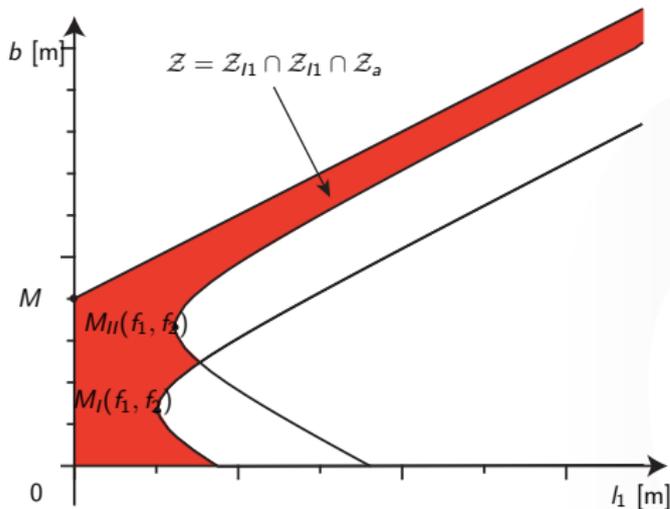


Éviter les configurations singulières distales



Condition principale d'assemblage

$$b < l_1 + l_{2eq} + a_1 \sin \beta + p$$

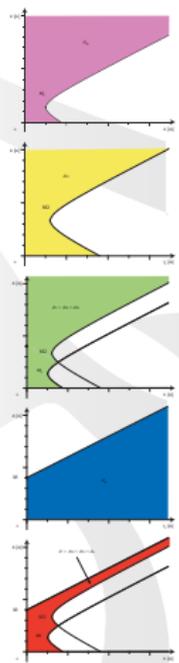
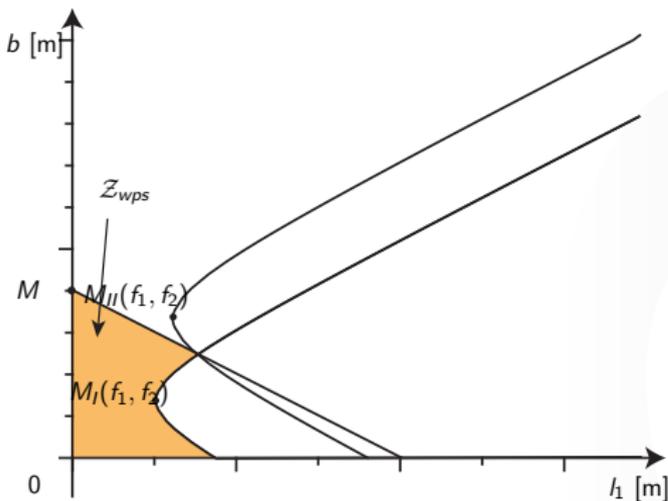


Éviter les configurations singulières distales



Condition d'assemblage sans singularité d'actionnement

$$b < -l_1 + l_{2eq} + a_1 \sin \beta + p$$



Conclusion



- Singularités de contrainte -> mécanisme spatial générant moins de 6 ddl
- Analyse algébrique de ce type de singularité -> domaine de conception facilement décrit par des bornes analytiques
- Catalogue de robots sans singularités dans son espace de travail -> le dimensionnement peut-être réalisé en utilisant d'autres critères (ex : plus rapide, plus raide, plus léger...)

Merci de votre attention

